

MAKALAH
PERSAMAAN LINGKARAN

Disusun Untuk Memenuhi Salah Satu Tugas Mata Kuliah

Praktek Algoritma Pemrograman

Dosen Pengampu:

Dadi Iskandar, S.T



Disusun Oleh :

Rizky Arya Gading (231351144)

Muhammad Muzaki (231351091)

PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA
SEKOLAH TINGGI TEKNOLOGI WASTUKANCANA
PURWAKARTA
2024

KATA PENGANTAR

Dengan rasa syukur yang mendalam, kami ingin mengucapkan terima kasih kepada Allah SWT. atas segala rahmat dan petunjuk-Nya yang telah melimpahkan kemudahan bagi kami dalam menyelesaikan tugas makalah ini untuk mata kuliah ini. Semoga segala usaha yang kami lakukan dapat menjadi bentuk pengabdian yang bermanfaat dan dapat memberikan manfaat yang luas bagi pembaca. Doa serta salam kami haturkan kepada Nabi Muhammad SAW, sebagai contoh teladan dalam setiap aspek kehidupan.

Namun demikian, kami sadar bahwa dalam setiap usaha pasti terdapat kekurangan. Keterbatasan pengetahuan dan pengalaman kami mungkin menyebabkan adanya ruang untuk peningkatan dalam kualitas makalah ini. Oleh karena itu, kami dengan rendah hati memohon masukan, kritik, serta saran yang membangun dari pembaca. Semua feedback yang kami terima akan kami jadikan sebagai bekal berharga untuk memperbaiki dan menyempurnakan makalah ini, sehingga dapat mencapai standar yang lebih tinggi dan memberikan manfaat maksimal.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI.....	ii
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	1
1.3 Tujuan	2
BAB II PEMBAHASAN	3
2.1 Definisi Lingkaran	3
2.2 Persamaan Lingkaran	3
2.2.1 Persamaan Standar Lingkaran.....	3
2.2.2 Persamaan Umum Lingkaran	4
2.3 . Mengubah Bentuk Umum ke Bentuk Standar	4
2.3.1 Memisahkan Koefisien.....	4
2.3.2 Mengelompokkan.....	4
2.3.3 Melengkapi Kuadrat.....	5
2.3.4 Menyusun Kuadrat Sempurna.....	5
2.3.5 Menggabungkan dan Menyederhanakan	5
2.4 Sifat-Sifat Lingkaran	5
2.5 Contoh Soal	6
BAB III STUDI KASUS	7
3.1 Perancangan Jendela Lengkung untuk Bangunan	7

3.1.1 Deskripsi Masalah	7
3.1.2 Tujuan	7
3.1.3 Penyelesaian	7
3.2 Hasil Analisis	8
BAB IV IMPLEMENTASI PADA PROGRAM PYTHON	9
4.1 Kode Program	9
4.2 Penjelasan Kode Program	10
4.3 Output Kode Program	13
4.4 Kompleksitas Waktu (Time Complexity)	14
BAB V PENUTUP	16
5.1 Kesimpulan	16
5.2 Saran.....	16
DAFTAR PUSTAKA	17

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Lingkaran adalah salah satu bentuk dasar dalam geometri yang memiliki banyak aplikasi dalam kehidupan sehari-hari dan ilmu pengetahuan. Persamaan lingkaran merupakan topik fundamental dalam matematika dan pemrograman, karena memungkinkan kita memahami dan memodelkan berbagai fenomena yang melibatkan bentuk lingkaran. Pada tugas ini, kita akan mendalami teori dan konsep dasar persamaan lingkaran, menerapkannya dalam studi kasus, serta mengimplementasikannya dalam program Python.

Pemahaman tentang lingkaran dan sifat-sifatnya sangat penting dalam berbagai disiplin ilmu. Dalam matematika, persamaan lingkaran memungkinkan kita menganalisis dan memanipulasi bentuk lingkaran secara aljabar. Ini membuka pintu untuk memecahkan masalah geometri yang kompleks, seperti menentukan titik potong antara garis dan lingkaran, atau menghitung luas dan keliling lingkaran.

Dengan memahami dan menguasai konsep persamaan lingkaran, kita akan memiliki alat yang ampuh untuk memecahkan masalah di berbagai bidang, mulai dari matematika dan fisika hingga ilmu komputer dan teknik. Pengetahuan ini tidak hanya akan memperkaya pemahaman kita tentang lingkaran sebagai bentuk geometris yang menarik, tetapi juga akan membekali kita dengan keterampilan yang berharga untuk memecahkan masalah dunia nyata.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diungkapkan pada bagian sebelumnya dapat dirumuskan beberapa permasalahan, antara lain :

1. Apa saja teori dan konsep dasar yang terkait dengan persamaan lingkaran?
2. Bagaimana menentukan persamaan lingkaran dari pusat dan jari-jarinya?

3. Bagaimana mengimplementasikan persamaan lingkaran dalam program Python?
4. Bagaimana menganalisis kompleksitas waktu dari program yang dibuat?

1.3 Tujuan

Tujuan dari makalah ini adalah:

1. Menjelaskan teori dan konsep dasar persamaan lingkaran secara mendetail.
2. Menganalisis dan menyelesaikan studi kasus yang melibatkan persamaan lingkaran.
3. Mengimplementasikan persamaan lingkaran dalam program Python.
4. Menganalisis kompleksitas waktu dari algoritma yang digunakan dalam program.

BAB II

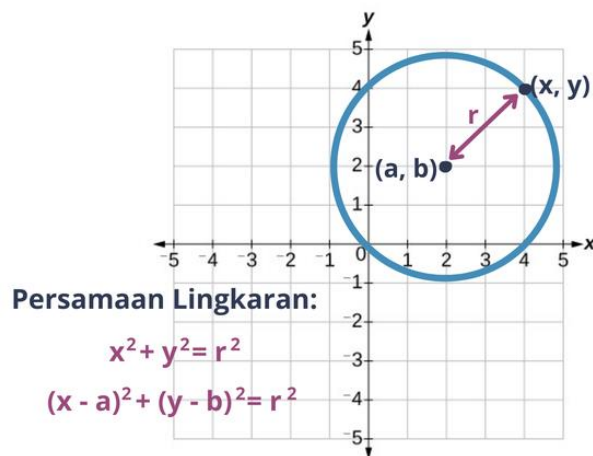
PEMBAHASAN

2.1 Definisi Lingkaran

Lingkaran adalah bentuk geometris dua dimensi yang didefinisikan sebagai himpunan semua titik pada bidang yang memiliki jarak yang sama (disebut jari-jari) dari suatu titik tetap yang disebut pusat. Dengan kata lain, lingkaran adalah kurva tertutup yang terbentuk dari semua titik yang berjarak sama dari satu titik pusat.

2.2 Persamaan Lingkaran

Persamaan lingkaran dalam koordinat kartesian dapat dinyatakan dalam dua bentuk utama: bentuk standar dan bentuk umum.



2.2.1 Persamaan Standar Lingkaran

Persamaan standar lingkaran adalah:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Di mana:

- (h, k) adalah koordinat pusat
- r adalah jari-jari lingkaran

Contoh :

Jika lingkaran memiliki pusat di $(3, -2)$ dan jari-jari 5, maka persamaan lingkaran dalam bentuk standar adalah

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

2.2.2 Persamaan Umum Lingkaran

Persamaan lingkaran juga dapat ditulis dalam bentuk umum sebagai:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Di mana :

- D , E , dan F adalah konstanta.

Untuk lingkaran yang sama dengan pusat $(3, -2)$ dan jari-jari 5, persamaan bentuk umum diperoleh dengan mengembangkan bentuk standar:

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 + 4y + 4 = 25$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$$

2.3. Mengubah Bentuk Umum ke Bentuk Standar

Mengubah persamaan lingkaran dari bentuk umum ke bentuk standar melibatkan langkah-langkah berikut:

2.3.1 Memisahkan Koefisien

Pisahkan suku-suku yang mengandung x dan y

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

2.3.2 Mengelompokkan

Kelompokkan suku-suku x dan y

$$x^2 + Dx + y^2 + Ey = -F$$

2.3.3 Melengkapi Kuadrat

Tambahkan dan kurangi kuadrat dari setengah koefisien x dan y

$$x^2 + Dx + \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 + y^2 + Ey + \left(\frac{E}{2}\right)^2 - \left(\frac{E}{2}\right)^2 = -F$$

2.3.4 Menyusun Kuadrat Sempurna

$$\left(x + \frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{E}{2}\right)^2 - \left(\frac{E}{2}\right)^2 = -F$$

2.3.5 Menggabungkan dan Menyederhanakan

$$\left(x + \frac{D}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{E}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{E}{2}\right)^2 - F$$

Dengan begitu, kita mendapatkan bentuk standar:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Di mana $h = -\frac{D}{2}$, $k = -\frac{E}{2}$, dan $r = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{E}{2}\right)^2 - F}$.

2.4 Sifat-Sifat Lingkaran

Lingkaran memiliki beberapa sifat penting yang perlu dipahami dalam konteks geometris dan analitis:

- **Diameter:** Diameter lingkaran adalah dua kali jari-jari ($d = 2r$). Diameter adalah jarak terpanjang dari satu titik pada lingkaran ke titik lainnya yang melalui pusat.
- **Luas:** Luas lingkaran adalah area yang dikelilingi oleh lingkaran, dihitung dengan rumus

$$L = \pi r^2$$

- **Keliling:** Keliling lingkaran adalah panjang total tepi lingkaran, dihitung dengan rumus:

$$K = 2\pi r$$

2.5 Contoh Soal

Berikut adalah contoh soal untuk memperkuat pemahaman tentang persamaan lingkaran:

Contoh 1:

Tentukan persamaan lingkaran dengan pusat di $(2, -3)$ dan jari-jari 4

Jawaban:

Bentuk standar persamaan lingkaran adalah:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$$

Contoh 2:

Ubah persamaan $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$ menjadi bentuk standar.

Jawaban:

1. Kelompokkan suku-suku x dan y:

$$x^2 + 4x + y^2 - 6y = 12$$

2. Melengkapi kuadrat

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 12 + 4 + 9$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

3. Bentuk Standar

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

BAB III

STUDI KASUS

3.1 Perancangan Jendela Lengkung untuk Bangunan

3.1.1 Deskripsi Masalah

Sebuah bangunan bersejarah sedang direnovasi, dan salah satu bagian yang akan direnovasi adalah jendela-jendela besar yang memiliki bentuk lengkung. Dengan mempertahankan bentuk lengkung jendela yang asli, namun juga ingin memastikan jendela tersebut memberikan pencahayaan yang optimal.

- **Lebar Jendela:** Diameter lingkaran (d) = 4 meter
- **Posisi Dasar Lengkung:** Menyentuh lantai, sehingga titik terbawah lengkung adalah $(2, 0)$

3.1.2 Tujuan

Menentukan persamaan lingkaran yang menggambarkan bentuk lengkung jendela, sehingga dapat dihitung luas jendela dan dipastikan bahwa jendela tersebut memenuhi standar pencahayaan yang ditetapkan.

3.1.3 Penyelesaian

1. Menentukan Jari-Jari dan Pusat Lingkaran

Jari – Jari: $r = \frac{d}{2}$

$$r = \frac{4}{2}$$

$$r = 2$$

Pusat Lingkaran:

Karena bagian bawah lengkung menyentuh lantai dan lebar jendela adalah diameter, maka pusat lingkaran berada di tengah diameter, yaitu $(2, 2)$.

2. Menghitung Persamaan Lingkaran

Menghitung persamaan lingkaran dengan menggunakan Persamaan Umum Lingkaran yaitu:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Dengan nilai $h = 2$, $k = 2$, dan $r = 2$, persamaan lingkaran untuk jendela lengkung adalah:

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2^2$$

3. Menghitung Luas Lingkaran

Kemudian kita melakukan penghitungan untuk mencari Luas Lingkaran menggunakan rumus sebagai berikut:

$$A = \pi r^2$$

Dengan nilai $r = 2$, persamaan untuk mendapatkan luas lingkaran adalah

$$A = \pi(2)^2 \approx 12.57m^2$$

4. Menghitung Luas Jendela (Setengah Lingkaran)

Luas jendela adalah setengah dari luas lingkaran:

$$LuasJendela = \frac{12.57m^2}{2} \approx 6.28m^2$$

3.2 Hasil Analisis

1. Luas Jendela Lengkung (6.28 m²)

Luas ini menunjukkan seberapa besar area jendela yang akan memungkinkan cahaya masuk ke dalam ruangan dengan optimal.

2. Perbandingan dengan Jendela Persegi Panjang

Jika jendela tersebut berbentuk persegi panjang dengan lebar 4 meter, maka untuk mendapatkan luas yang sama (6.28 m²), tinggi jendela haruslah 1.57 meter (6.28 m² / 4 meter = 1.57 meter)

BAB IV

IMPLEMENTASI PADA PROGRAM PYTHON

4.1 Kode Program

```
1 import numpy as np # type: ignore
2 import matplotlib.pyplot as plt # type: ignore
3
4 # Diameter lingkaran
5 diameter = 4
6
7 # Jari-jari lingkaran
8 radius = diameter / 2
9
10 # Pusat lingkaran
11 center_x = diameter / 2
12 center_y = diameter / 2
13
14 # Persamaan lingkaran:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ 
15 def persamaan_lingkaran(x, h, k, r):
16     return np.sqrt(r**2 - (x - h)**2) + k
17
18 # Menghitung luas lingkaran penuh
19 luas_lingkaran_penuh = np.pi * radius**2
20
21 # Menghitung luas jendela (setengah lingkaran)
22 luas_jendela = luas_lingkaran_penuh / 2
23
24 print(f"Luas Lingkaran : {luas_lingkaran_penuh:.2f} m^2")
25 print(f"Luas Jendela (Setengah Lingkaran): {luas_jendela:.2f} m^2")
26
27 # Membuat plot lingkaran
28 x = np.linspace(0, diameter, 400)
29 y_upper = persamaan_lingkaran(x, center_x, center_y, radius)
30 y_lower = 2 * center_y - y_upper
31
32 plt.plot(x, y_upper, label='Bagian Atas Lingkaran')
33 plt.plot(x, y_lower, label='Bagian Bawah Lingkaran', linestyle='--')
34 plt.fill_between(x, y_lower, y_upper, where=(x ≥ 0) & (x ≤ diameter), color='lightblue',
35                 alpha=0.5)
36 plt.scatter(center_x, center_y, color='red', zorder=5, label='Pusat Lingkaran (2, 2)')
37 plt.axhline(0, color='gray', linestyle='--')
38 plt.axvline(center_x, color='gray', linestyle='--')
39 plt.xlabel('x')
40 plt.ylabel('y')
41 plt.title('Lingkaran dan Jendela Setengah Lingkaran')
42 plt.legend()
43 plt.axis('equal')
44 plt.grid(True)
45 plt.show()
```

4.2 Penjelasan Kode Program

Penjelasan setiap bagian program python yang di eksekusi adalah sebagai berikut :

1. Insialisasi Variabel

```
1 # Diameter lingkaran
2 diameter = 4
3
4 # Jari-jari lingkaran
5 radius = diameter / 2
6
7 # Pusat lingkaran
8 center_x = diameter / 2
9 center_y = diameter / 2
10
```

Di sini, kita mendefinisikan diameter lingkaran, menghitung jari-jari, dan menentukan pusat lingkaran. Karena lingkaran menyentuh lantai, pusat lingkaran berada pada titik (2, 2)

2. Fungsi Persamaan Lingkaran

```
1 # Persamaan lingkaran:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ 
2 def persamaan_lingkaran(x, h, k, r):
3     return np.sqrt(r**2 - (x - h)**2) + k
4
```

Fungsi `persamaan_lingkaran` menerima parameter x , h , k , dan r , lalu menghitung nilai y dari persamaan $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$. Fungsi persamaan tersebut mengembalikan nilai y bagian atas lingkaran.

3. Menghitung Luas Lingkaran

```

1 # Menghitung luas lingkaran penuh
2 luas_lingkaran_penuh = np.pi * radius**2
3
4 # Menghitung luas jendela (setengah lingkaran)
5 luas_jendela = luas_lingkaran_penuh / 2
6
7 print(f"Luas Lingkaran Penuh: {luas_lingkaran_penuh:.2f} m^2")
8 print(f"Luas Jendela (Setengah Lingkaran): {luas_jendela:.2f} m^2")
9

```

Bagian ini menghitung luas lingkaran penuh menggunakan rumus πr^2 dan luas setengah lingkaran (jendela) dengan membagi luas lingkaran penuh menjadi dua.

4. Membuat Plot Lingkaran

```

1 # Membuat plot lingkaran
2 x = np.linspace(0, diameter, 400)
3 y_upper = persamaan_lingkaran(x, center_x, center_y, radius)
4 y_lower = 2 * center_y - y_upper
5

```

Bagian ini membuat array x yang terdiri dari 400 titik antara 0 dan diameter lingkaran. Lalu, y_{upper} dihitung sebagai nilai y untuk bagian atas lingkaran menggunakan fungsi `persamaan_lingkaran`. y_{lower} adalah refleksi dari y_{upper} terhadap garis pusat lingkaran, sehingga menghasilkan bagian bawah lingkaran.

5. Plotting dengan Matplotlib

```

1 plt.plot(x, y_upper, label='Bagian Atas Lingkaran')
2 plt.plot(x, y_lower, label='Bagian Bawah Lingkaran', linestyle='--')
3 plt.fill_between(x, y_lower, y_upper, where=(x >= 0) & (x <= diameter), color='lightblue', alpha=0.5)
4 plt.scatter(center_x, center_y, color='red', zorder=5, label='Pusat Lingkaran (2, 2)')
5 plt.axhline(0, color='gray', linestyle='--')
6 plt.axvline(center_x, color='gray', linestyle='--')
7 plt.xlabel('x')
8 plt.ylabel('y')
9 plt.title('Lingkaran dan Jendela Setengah Lingkaran')
10 plt.legend()
11 plt.axis('equal')
12 plt.grid(True)
13 plt.show()

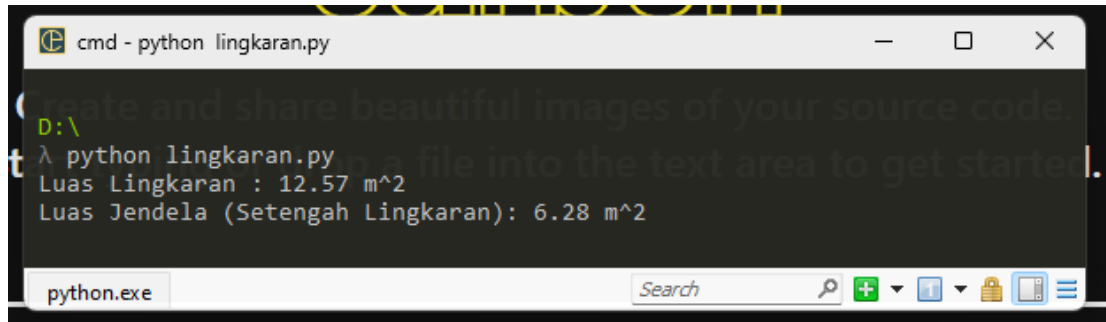
```

Bagian ini menggunakan matplotlib untuk menggambar lingkaran dan jendela setengah lingkaran:

- `plt.plot` menggambar bagian atas dan bawah lingkaran.
- `plt.fill_between` mengisi area antara `y_upper` dan `y_lower` untuk merepresentasikan jendela.
- `plt.scatter` menandai pusat lingkaran.
- `plt.axhline` dan `plt.axvline` menggambar garis bantu horizontal dan vertikal.
- Label sumbu, judul grafik, legenda, dan grid ditambahkan untuk memperjelas plot.
- `plt.axis('equal')` memastikan skala x dan y sama, sehingga lingkaran tidak terdistorsi.
- `plt.show()` menampilkan plot.

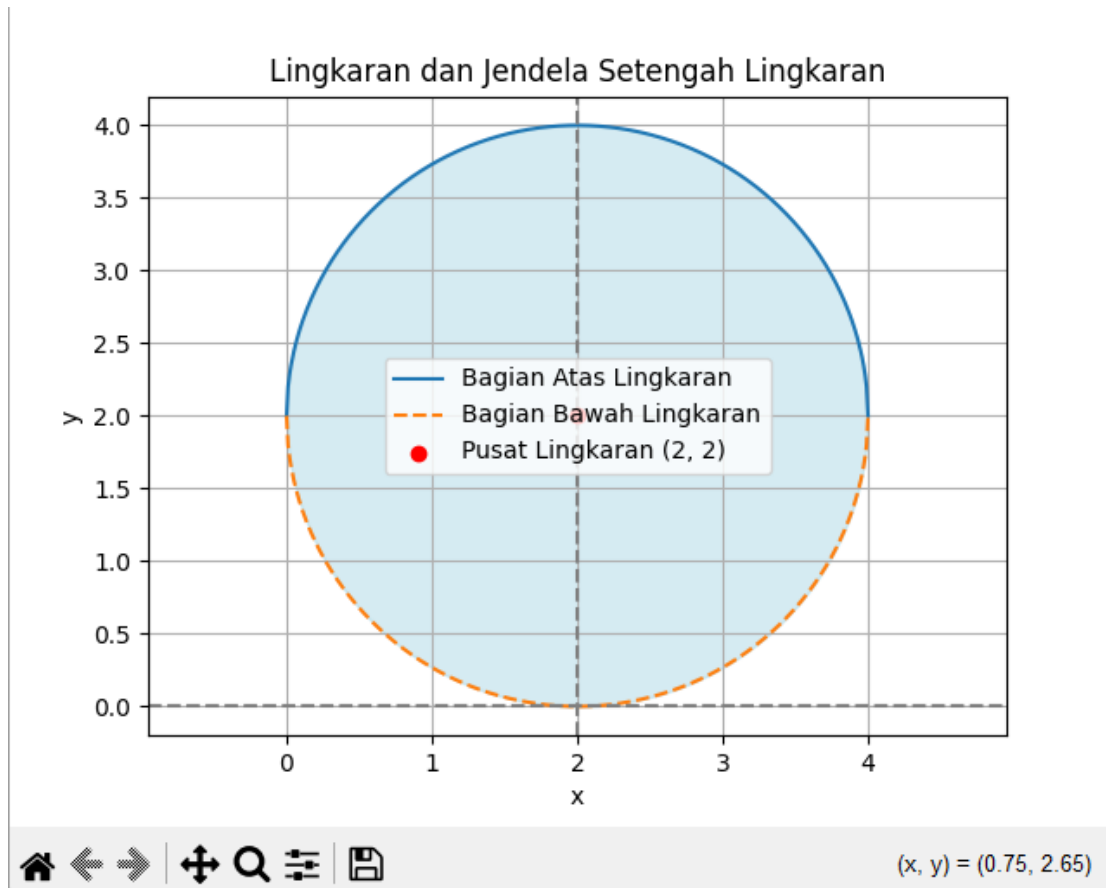
4.3 Output Kode Program

- Ouput dari Terminal :



```
cmd - python lingkaran.py
D:\
λ python lingkaran.py
Luas Lingkaran : 12.57 m^2
Luas Jendela (Setengah Lingkaran): 6.28 m^2
```

- Hasil Gambar dari Plotting module Matplotlib



4.4 Kompleksitas Waktu (Time Complexity)

Kode Python ini menghitung dan menggambar lingkaran berdasarkan diameter yang diberikan. Langkah-langkah yang dilakukan meliputi:

Langkah	Deskripsi	Time Complexity
1	Menghitung Jari-jari dan Pusat Lingkaran	$O(1)$
2	Menghitung Persamaan Lingkaran	$O(1)$
3	Menghitung Luas Lingkaran dan Setengah Lingkaran	$O(1)$
4	Membuat Array Titik x	$O(n)$
5	Menghitung y (memanggil fungsi persamaan_lingkaran)	$O(n)$
6	Plotting dengan Matplotlib	$O(n)$

Time Complexity keseluruhan skrip ini adalah $O(n)$, di mana n adalah jumlah titik yang digunakan untuk plotting (dalam hal ini, 400). Untuk jumlah titik yang relatif kecil seperti 400, ini adalah kinerja yang sangat efisien dan skrip akan berjalan dengan cepat.

4.5 Implementasi Persamaan Lingkaran Dalam Informatika

Ada beberapa hubungan antara persamaan lingkaran dan informatika, terutama dalam bidang-bidang berikut:

1. Game Development

Dalam pengembangan game, lingkaran sering digunakan untuk mendeteksi tabrakan (collision detection) antara objek-objek yang bergerak. Misalnya, banyak game menggunakan bounding circles untuk menentukan apakah dua objek saling bersentuhan.

2. Machine Learning dan Data Science

Persamaan lingkaran dapat muncul dalam clustering dan analisis data. Misalnya, dalam clustering, sering digunakan metrik jarak Euclidean yang relevan dengan konsep lingkaran dalam ruang fitur.

3. Pemrograman Visual

Dalam pemrograman visual, memahami cara kerja persamaan lingkaran bisa membantu dalam merancang dan memanipulasi elemen grafis

4. Simulasi Fisika

Lingkaran sering digunakan dalam simulasi fisika, seperti simulasi gerakan planet atau partikel, di mana objek-objek dianggap berbentuk lingkaran atau bola..

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Persamaan lingkaran adalah representasi matematis dari sebuah lingkaran dalam sistem koordinat Kartesius. Persamaan ini memungkinkan kita untuk menganalisis dan memanipulasi lingkaran secara aljabar, sehingga membuka pintu bagi berbagai aplikasi dalam bidang matematika, fisika, teknik, dan desain.

Pada tugas ini, kita telah membahas dan mengimplementasikan algoritma untuk menghitung dan menggambar sebuah lingkaran, serta menghitung luas lingkaran penuh dan setengah lingkaran (jendela) berdasarkan diameter yang diberikan.

5.2 Saran

Penelitian lebih lanjut dapat dilakukan untuk mengeksplorasi aplikasi persamaan lingkaran dalam bidang-bidang lain, seperti fisika, teknik, dan ilmu komputer. Selain itu, pengembangan model matematika yang lebih kompleks dapat dilakukan untuk menganalisis fenomena yang melibatkan lingkaran dengan lebih akurat dan presisi.

DAFTAR PUSTAKA

- GeeksforGeeks. (2024). *Equation of a Circle*. Diakses dari <https://www.geeksforgeeks.org/equation-of-a-circle/> pada tanggal 2 Juli 2024.
- Sehgal, K. (2017). *A Simplified Explanation of the Big-O Notation*. Diakses dari <https://medium.com/karuna-sehgal/a-simplified-explanation-of-the-big-o-notation-82523585e835> pada tanggal 2 Juli 2024.
- Pijar Belajar. (2023). *Persamaan Lingkaran*. Diakses dari <https://www.pijarbelajar.id/blog/persamaan-lingkaran> pada tanggal 2 Juli 2024.