Lycée : mhamdiya 1 Prof : *Mensi Sihem* Section : [redacted]	**Devoir de synthèse N° 3** Mathématique	**Année secondaire** : 2022 -2023 **Date** : 01– 0 6– 2023 **Durée** : 2 h

Exercice N°1 : (4 point)

On considère est un parallélépipède rectangle ABCDEFGH. les points M, L, K, O, J, I sont les milieux respectivement aux [AB] , [AD] , [BF] , [FG] , [EF] , [HE] .

Il peut y avoir plusieurs réponses possibles aux questions suivantes :

1) A appartient au plan :
   a) (AEFB) b) (MJK) c) (CGN)
2) Les droites (HE) et (FG) sont :
   a) Non coplanaires b) Sécantes c) strictement parallèles
3) Les plans (LIH) et (KGC) sont :
   a) Parallèles b) Sécantes c) confondus
4) Le plan (JKO) est parallèle au plan :
   a) (BGE) b) (BCE) c) (EMJ)

Exercice N°2 : (4 point)

soit ABCD le tétraèdre .

le point I est le milieu [AB] , le point J est le milieu de [AC] et K le point de [AD] tel que AK = $\frac{1}{4}$ AD

1) Faire la figure
2) Montrer que les droites (KI) et (DB) sont sécants en un point E
- Soit F l'intersection des droites (KJ) et (CD)
3) montrer que (IJ) est parallèle au plan (BCD)
4) Montrer que (IJ) et (EF) sont parallèles .

Exercice N°3 : (4 point)

Soit h la fonction définie sur IR par $h(x) = (x-3)^2$. on appelle φ la représentation de h dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Déterminer l'ensemble de définition de h
2) Etudier les variations de h sur $]-\infty, 3[$ et $]3, +\infty[$
3) Déterminer l'axe et le sommet de φ
4) Tracer φ

Exercice N° 4 : (8 point)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (o , $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

1) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$

a) Montrer que $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$

b) Etudier les sens de variations de f sur IR

c) Tracer la courbe représentative φ de f dans le repère (o , $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

2) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{-1}{2}(x-1)^2 + \frac{7}{2}$

a) Tracer φ' la courbe représentative de g dans le même repère (o , $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)

b) Déterminer par le calcul les coordonnées des points d'intersection A et B de φ *et* φ'

c) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > g(x)$

d) Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) > f(x)$

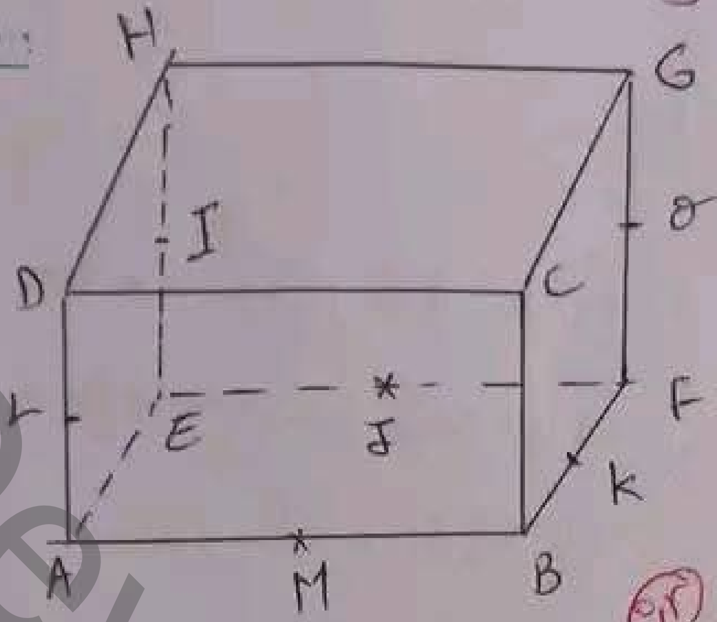
bonne chance

sihem mensi

2ème année

Correction devoir de synthèse n° 3

Exercice n°1 :



1/ A appartient au plan : a/ (AEFB) 0,5 b/ (MJK) 0,5

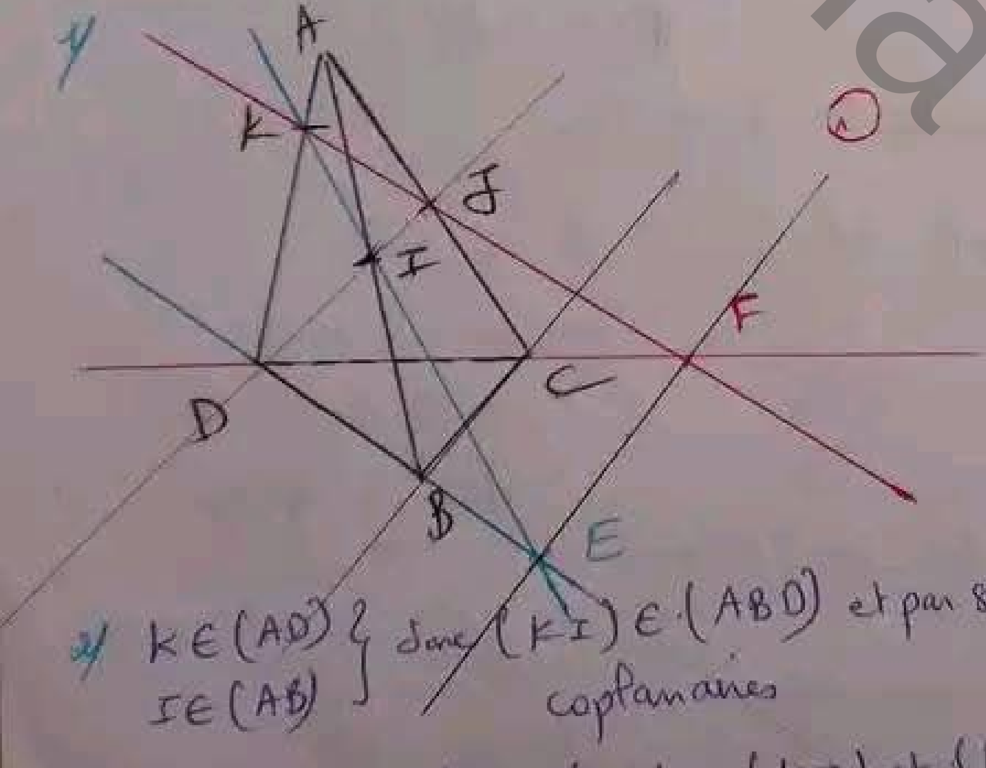
2/ Les droites (HE) et (FG) sont : c/ strictement parallèles 1

3/ Les plans (LIH) et (KGC) sont : a/ parallèles 1

4/ Le plan (IKO) est parallèle au plan : a/ (BGE) 1

Exercice n° 2 :

1/



1

2/ $K \in (AD)$, $I \in (AB)$ } donc $(KI) \in (ABD)$ et par suite (KI) et (DB) sont coplanaires

$\frac{AK}{AD} = \frac{1}{4} \neq \frac{AI}{AB} = \frac{1}{2}$ donc (KI) et (DB) ne sont pas parallèles et par suite (KI) et (DB) sont sécantes en un point E 1

1

3/ Dans le triangle ABC on a :

I le milieu de $[AB]$

J le milieu de $[AC]$

donc $(IJ) \parallel (BC)$

or $(BC) \subset (BCD)$ alors $(IJ) \parallel (BCD)$ (1)

4/ $\left.\begin{array}{l}(BC) \subset (BCD) \\ (IJ) \parallel (BC)\end{array}\right\}$ donc (IJ) et (BC) sont parallèles à (EF)

Alors $(IJ) \parallel (EF)$. (1)

Exercice N°3 :

$h(x) = (x-3)^2$.

1/ $D_h = \mathbb{R}$ (polynôme) (1)

2/ soit a et $b \in]-\infty, 3[$ telque $a \leq b < 3$.

$a-3 \leq b-3 < 0$.

$(a-3)^2 \geq (b-3)^2$

$h(a) \geq h(b)$

h est décroissante sur $]-\infty, 3[$

soit a et $b \in]3, +\infty[$ telque $3 < a \leq b$

$0 < a-3 \leq b-3$

$(a-3)^2 \leq (b-3)^2$

$h(a) \leq h(b)$

h est croissante sur $]3, +\infty[$

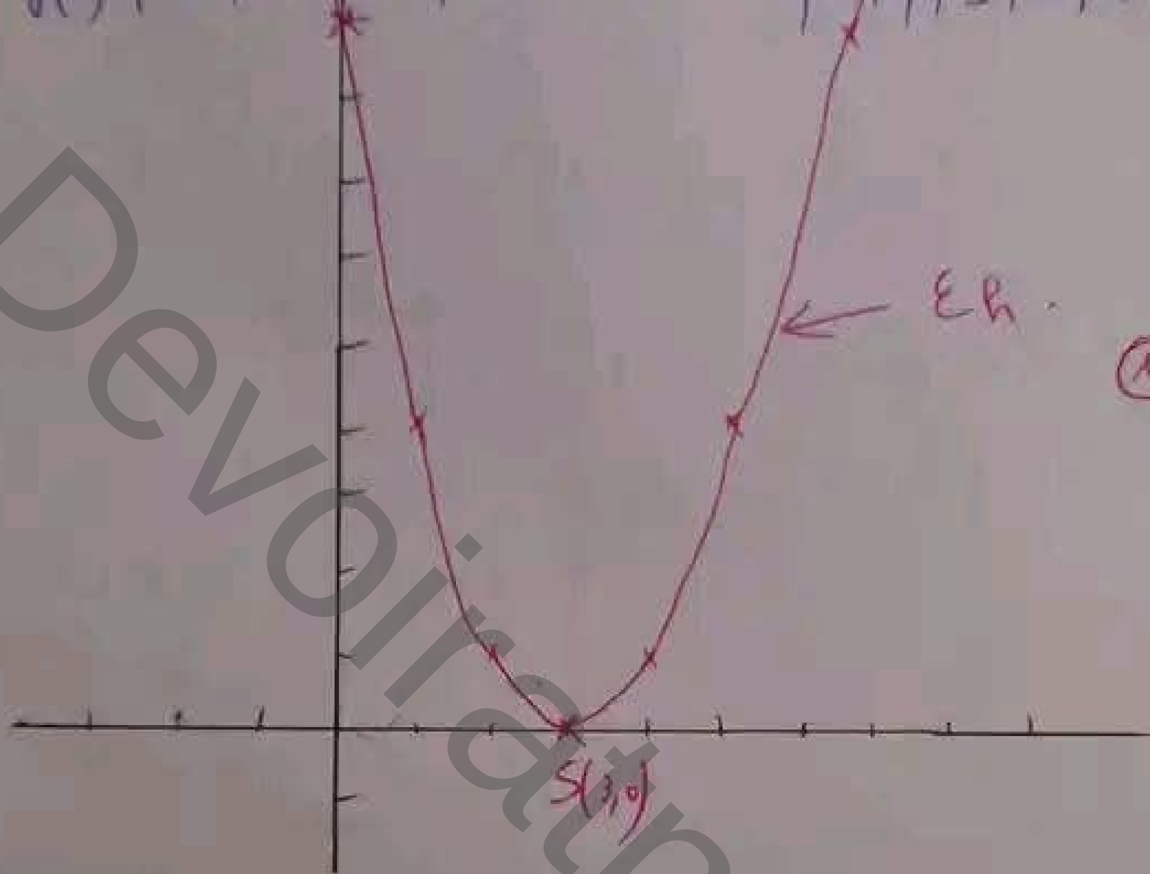
$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & & 3 & & +\infty \\ \hline h(x) & +\infty & \searrow & 0 & \nearrow & +\infty \end{array}$$

(1)

3/ $\mathcal{C}$ est une parabole de sommet $S(3,0)$ et d'axe $x = 3$. (1)

4/

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$f(x)$	36	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25



Exercice n°4 :

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$.

1ère Méthode :

1a/ $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3$

$= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 - 3$

$= \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$ (1)

$= f(x)$.

2ème Méthode :

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x - 2) = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 6)$

$= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3$.

$= \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3$

$= f(x)$.

b/ • soit $a, b \in]-\infty, 2]$ telque $a \leq b \leq 2$.

$$a-2 \leq b-2 \leq 0.$$
$$(a-2)^2 \geq (b-2)^2$$
$$\frac{1}{2}(a-2)^2 \geq \frac{1}{2}(b-2)^2$$

1

$$\frac{1}{2}(a-2)^2-3 \geq \frac{1}{2}(b-2)^2-3$$
$$f(a) \geq f(b)$$

f est décroissante sur $]-\infty, 2]$

• soit $a, b \in [2, +\infty[$ telque $2 \leq a \leq b$

$$0 \leq a-2 \leq b-2$$
$$(a-2)^2 \leq (b-2)^2$$
$$\frac{1}{2}(a-2)^2 \leq \frac{1}{2}(b-2)^2$$
$$\frac{1}{2}(a-2)^2-3 \leq \frac{1}{2}(b-2)^2-3$$

1

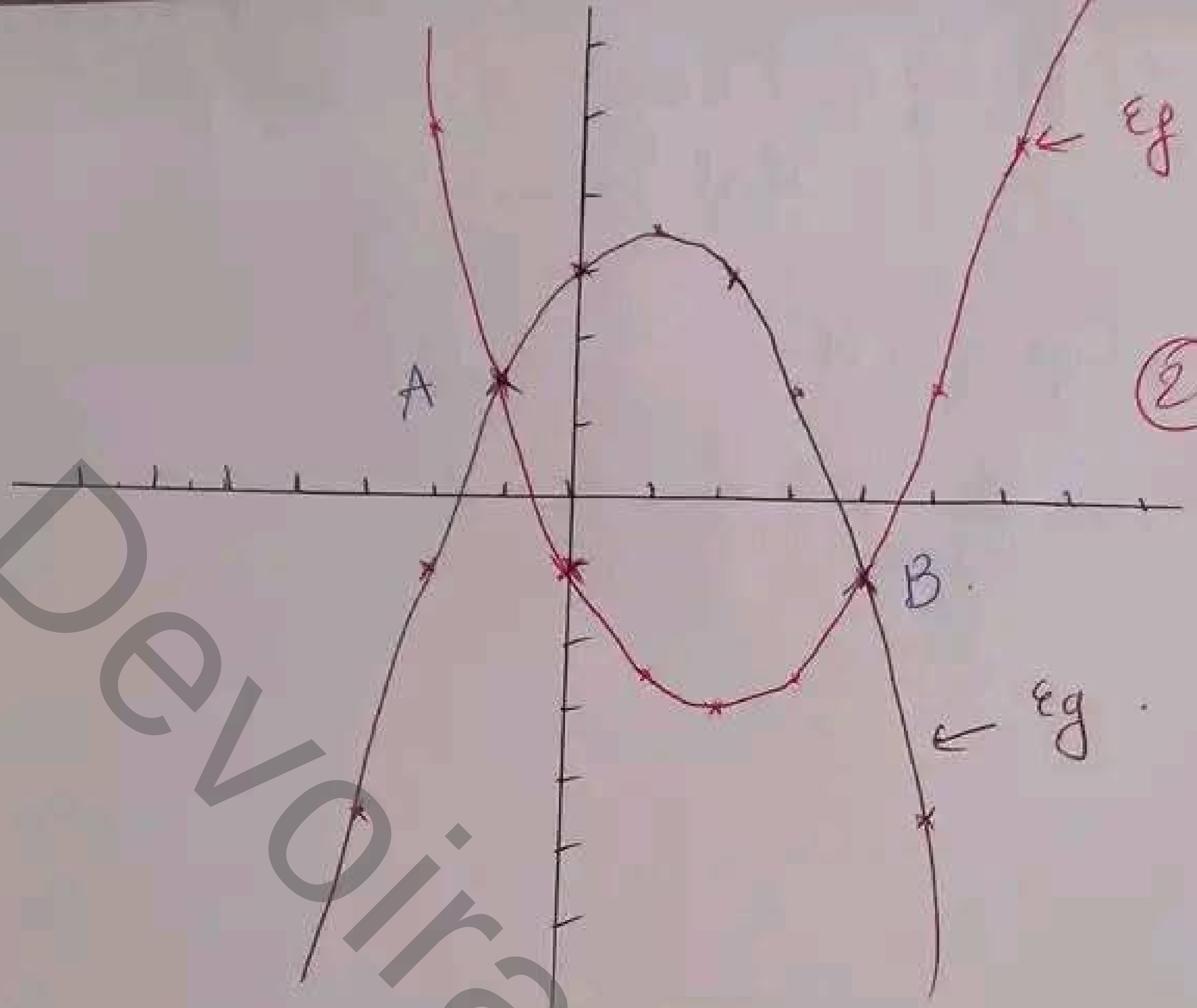
$$f(a) \leq f(b)$$

f est croissante sur $[2, +\infty[$

$$\begin{array}{c|ccccc}
x & -\infty & & 2 & & +\infty \\
\hline
f(x) & & \searrow & & \nearrow & \\
 & & & -3 & &
\end{array}$$

c/ La courbe de f est une parabole d'axe $x = 2$ et de sommet $S(2, -3)$

x	3	4	5	6	-1	-2	0	-3	2
$f(x)$	-2,5	-1	1,5	5	1,5	5	-1	9,5	-3



(2)

2/a/ $g(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{7}{2}$; $\mathcal{C}'$ est une parabole d'axe $x = 1$ et de Sommet $S(1, \frac{7}{2})$.

x	2	3	4	5	0	-1	-2	-3
$g(x)$	3	$\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{9}{2}$	3	$\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{9}{2}$

b/ $f(x) = g(x) \iff \frac{1}{2}(x-2)^2 - 3 = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{7}{2}$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} + \frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 3$$

$$\iff \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 + \frac{1}{2}x^2 - x - 3 = 0$$

(1)

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$x' = -1$ ou $x'' = \frac{-c}{a} = 4$

Donc $A(-1, f(-1)) = (-1, \frac{3}{2})$ et $B(4, f(4)) = (4, -1)$

c/ ona $f(x) > g(x)$.

$$S_{\mathbb{R}} =]-\infty, -1[\cup]4, +\infty[$$ 1

d/ ona $g(x) > f(x)$

1

$$S_{\mathbb{R}} =]-1, 4[.$$