

Exercice 1 : (5 points)

Dans l'annexe ci-jointe, (C_f) est la représentation graphique d'une fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$$

- 1) En utilisant le graphique, montrer que $f(x) = \frac{2x-4}{x-1}$.
- 2) Soit g la fonction définie par : $g(x) = x^2 - 4x + 4$ et (C_g) sa courbe dans le même repère.
 - a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et (C_g) .
 - b) Tracer (C_g) .
- 3) Résoudre graphiquement : a) $f(x) \leq g(x)$ b) $(g(x) - 4) \cdot f(x) \geq 0$.
- 4) Soit $A(1, 0)$, t un réel différent de 1 et M un point de (C_f) d'abscisse t .
La parallèle à (O, \vec{j}) passant par M coupe la droite Δ d'équation $y = 2$ en un point N .
Montrer que l'aire du triangle AMN est constante.

Exercice N°2 : (3.5 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$

- 1) Construire (C_f) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- 2) Soit Δ la droite d'équation $y = x$.
 - a) Déterminer les abscisses des points d'intersection de (C_f) et Δ .
 - b) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} , l'inéquation : $\frac{2}{1-x} \leq 1 - x$.
- 3) Soient $M(x, y)$ et $N(y, x)$ deux points du plan. Montrer que si $M \in (C_f)$ alors $N \in (C_f)$.

Exercice N° 3 : (5.5 points)

Soient (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan et les points $A(1, -1)$, $B(1, 5)$, $D(-3, 3)$ et $E(5, 7)$.

- 1) a) Ecrire une équation cartésienne de la droite (AD) .
b) Ecrire une équation cartésienne de Δ la perpendiculaire à (AD) et passant par B .
c) Calculer les coordonnées du point C projeté orthogonal de B sur (AD) .
- 2) Ecrire une équation du cercle \mathcal{C} circonscrit au triangle ABC .
- 3) Soit l'ensemble $\mathcal{C}' = \{ M(x, y) \text{ du plan tels que } AM = 2BM \}$.
 - a) Montrer que \mathcal{C}' est le cercle de centre $I'(1, 7)$ et passant par E .
 - b) Ecrire une équation de Δ' la tangente à \mathcal{C}' au point E .
 - c) Déterminer l'équation de l'autre tangente au cercle \mathcal{C}' parallèle à Δ' .
- 4) Soit K un point d'intersection de \mathcal{C} et \mathcal{C}' .

Sans calculer les coordonnées de K , montrer que $AK = \frac{2AB}{\sqrt{5}}$.

مكتبة 18 جلفي 2
توزيع الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف 300

مكتبة 18 جلفي 2
توزيع الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف 300

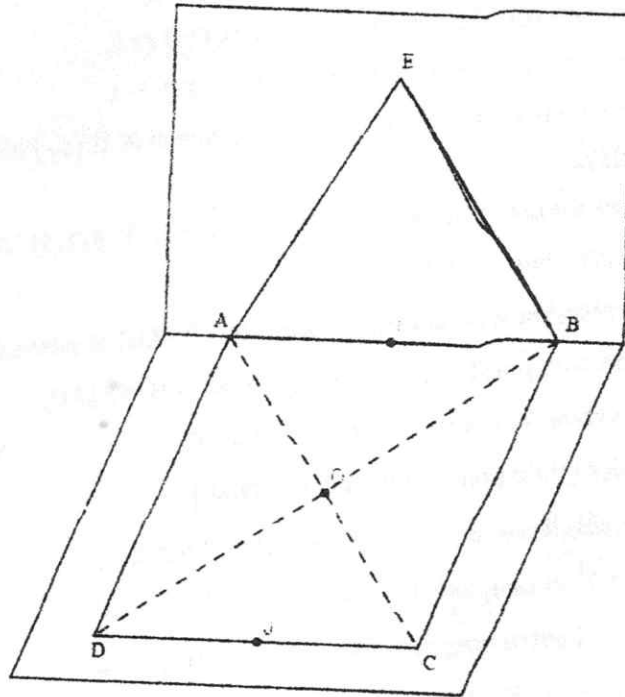
Exercice N°4 : (6 points)

48

Dans la figure ci-dessous ABE est un triangle isocèle en E et ABCD est un carré de centre O situés dans deux plans perpendiculaires.

I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [CD].

- 1) Montrer que le triangle EIJ est rectangle.
- 2) Soit H le milieu de [EJ]. Montrer que (OH) est l'axe du cercle \mathcal{C} circonscrit à ABCD.
- 3) a) Déterminer le plan médiateur du segment [BD].
b) Dédurre que (AHC) et (ABC) sont perpendiculaires.
- 4) Soit Δ la droite d'intersection de (AEB) et (AHC). Montrer que Δ est perpendiculaire à (ABC).
- 5) (CH) coupe Δ en G. Montrer que les quadrilatères AIEG et EGDJ sont des rectangles.
- 6) On désigne par L et S les centres respectifs de AIEG et EGDJ.
Montrer que (SL) est l'axe du cercle \mathcal{C}' circonscrit à AIEG.



مكتبة 18 جانفي 2
نوع الطاهر كعون صورة الرخصة
22.740.480 صفات الهاتف 3000

مكتبة 18 جانفي 2
نوع الطاهر كعون صورة الرخصة
22.740.480 صفات الهاتف 3000

Lycée Pilote Sfax

Devoir de Synthèse N°3

2ème sciences

Le 22/05/2017

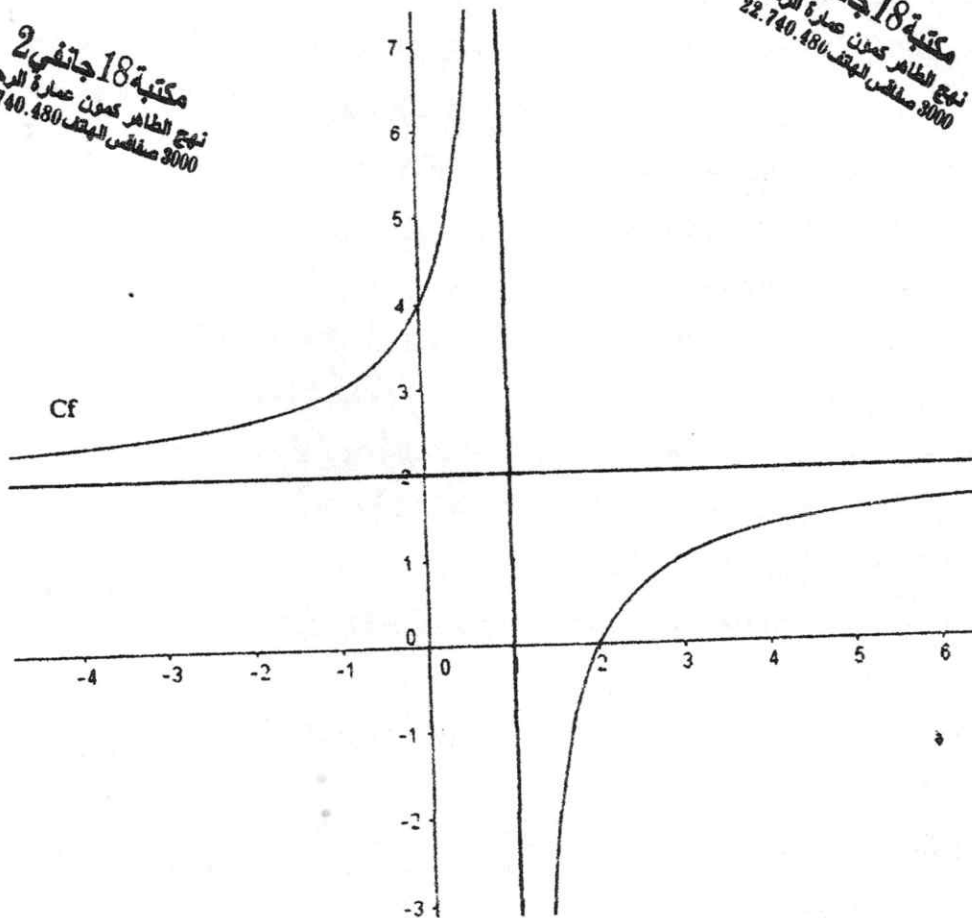
2 heures

Nom & prénom : (19) classe :

Exercice 1

مكتبة 18 جانفي 2
نوح الطاهر كعون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف

مكتبة 18 جانفي 2
نوح الطاهر كعون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف



Lycée Pilote Sfax
Exercice 1

Devoir de Synthèse N°3

2^{ème} SC

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف 2000

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx-1}$$

1) $x=1$ est une asymptote à E_f donc $c=1$ d'où $f(x) = \frac{ax+b}{x-1}$

$y=2$ est une asymptote à E_f donc $a=2$ d'où $f(x) = \frac{2x+b}{x-1}$

$f(2)=0$ donc $\frac{4+b}{1}=0$ d'où $b=-4$. $f(x) = \frac{2x-4}{x-1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

2) $E_g: y = g(x) = x^2 - 4x + 4$

a) $M(x, y) \in E_f \cap E_g$ sig $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $y = f(x)$ et $y = g(x)$

$f(x) = g(x)$ éq à $\frac{2x-4}{x-1} = x^2 - 4x + 4$ éq à $\frac{2(x-2)}{x-1} = (x-2)^2$ éq à $2(x-2) = (x-2)^2(x-1)$

éq à $(x-2)^2(x-1) - 2(x-2) = 0$ éq à $(x-2)[(x-2)(x-1) - 2] = 0$ éq à $(x-2)(x^2 - 3x) = 0$

éq à $(x-2)x(x-3) = 0$ éq $x=2$ ou $x=0$ ou $x=3$.

$E_f \cap E_g = \{A(2,0); B(0,4); C(3,1)\}$

b) $E_g: y = g(x) = x^2 - 4x + 4$

3) a) $f(x) \leq g(x)$; E_f au dessous de E_g . $S_{12} =]-\infty; 0] \cup]1, 2] \cup [3, +\infty[$

b) $(g(x)-4) \cdot f(x) \geq 0$ sig $(g(x)-4) \geq 0$ et $f(x) \geq 0$ ou $(g(x)-4 \leq 0$ et $f(x) \leq 0)$

(E_f au dessus de $(0, 2)$ et E_g au dessus de $y=4$) ou (E_f au dessous de $(0, 2)$

et E_g au dessous de $y=4$). $S_{12} =]-\infty, 0] \cup]1, 2] \cup [4, +\infty[$

4) $t \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $M(t; f(t) = \frac{2t-4}{t-1})$; $N(t, 2)$.

si $t > 1$; $H(t, 0)$; $A(AMN) = A(AHN) - A(AHM) = (\frac{t-1}{2}) \times 2 - (\frac{t-1}{2}) \times \frac{2t-4}{t-1}$

$$= t - 1 - (t-2) = 1.$$

si $t < 1$; $H(t, 0)$; $A(AMN) = A(AHM) - A(AHN) = \frac{(1-t)}{2} \times \frac{2t-4}{t-1} - \frac{(1-t)}{2} \times 2$

$$= (2-t) - (1-t) = 1.$$

d'où $A(AMN) = 1$ pour tout $t \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Exercice N°2

1) $E_f: y = \frac{x+1}{x-1}$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

2) a) $M(x, y) \in \Delta \cap E_f$ sig $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $y = f(x)$ et $y = x$

$f(x) = x$ éq à $\frac{x+1}{x-1} = x$ éq à $x+1 = x^2 - x$ éq à $x^2 - 2x - 1 = 0$

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف 2000

(21)

eq à $(x-1)^2 - 1 - 1 = 0$ eq à $(x-1)^2 = 2$ eq $x-1 = \sqrt{2}$ ou $x-1 = -\sqrt{2}$ eq à $x = 1+\sqrt{2}$ ou $x = 1-\sqrt{2}$
 $\Delta \cap \mathcal{C}_f = \{ A(1+\sqrt{2}, 1+\sqrt{2}); B(1-\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}) \}$.

b) $\frac{2}{1-x} \leq 1-x$ sig $x \leq 1 - \frac{2}{1-x}$ sig $x \leq \frac{x+1}{x-1}$ sig Δ au dessous de \mathcal{C}_f
 $S_R =]-\infty; 1-\sqrt{2}] \cup]1+\sqrt{2}; +\infty[$

3) si $M(x, y) \in \mathcal{C}_f$ alors $y = \frac{x+1}{x-1}$; $y \neq 1$ car $\frac{x+1}{x-1} = 1$ n'admet pas de solution dans $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
 $f(y) = \frac{y+1}{y-1} = \left(\frac{2x}{x-1} \right) \times \frac{1}{\left(\frac{x-1}{x-1} \right)} = 2x$ donc $N(y, x) \in \mathcal{C}_f$

Exercice N°3

1) a) $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ donc $(AD): 4x+4y+C=0$; $A(1, -1) \in (AD)$ donc $4-4+C=0$ d'où $C=0$
 $(AD): 4x+4y=0$ soit $(AD): x+y=0$

b) $M(x, y) \in \Delta$ sig $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BM} \begin{pmatrix} x-1 \\ y-5 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux sig $-4(x-1) + 4(y-5) = 0$
 sig $-4x+4y-16=0$; $\Delta: -4x+4y-16=0$ soit $\Delta: x-y+4=0$

c) C est le projeté orthogonal de B sur (AD) donc $C = \Delta \cap (AD)$.

$\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=-4 \end{cases}$ eq $\begin{cases} -x=+y \\ 2x=-4 \end{cases}$ eq $\begin{cases} y=2 \\ x=-2 \end{cases}$ $C(-2, 2)$.

2) \mathcal{C} est le cercle circonscrit au triangle rectangle en C . $I = A \times B(1; 2)$
 est le centre de \mathcal{C} . $R = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{0^2 + 6^2} = \frac{6}{2} = 3$.

$\mathcal{C}: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2 = 9$

3) a) $M(x, y) \in \mathcal{C}'$ eq à $AM = 2BM$ eq à $AM^2 = 4BM^2$ eq à

$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 4((x-1)^2 + (y-5)^2)$ eq à $x^2 - 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = 4x^2 - 8x + 4 + 4y^2 - 40y + 100$
 eq à $3x^2 - 6x + 3y^2 - 42y + 102 = 0$ eq à $x^2 - 2x + y^2 - 14y + 34 = 0$ eq à
 $(x-1)^2 - 1 + (y-7)^2 - 49 + 34 = 0$ eq $(x-1)^2 + (y-7)^2 = 16 = 4^2$.

$\mathcal{C}'(I'(1, 7); R'=4)$. $(5-1)^2 + (7-7)^2 = 4^2$ donc $E \in \mathcal{C}'$

b) $M(x, y) \in \Delta$ la tangente à \mathcal{C}' au point E eq à $\overrightarrow{IE} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{EM} \begin{pmatrix} x-5 \\ y-7 \end{pmatrix}$ sont orthogonaux eq à $4(x-5) = 0$ $\Delta: x=5$

c) $S_{I'}(E) = E'$; $x_{E'} = 2x_I' - x_E = 2 - 5 = -3$; $y_{E'} = 2y_I' - y_E = 14 - 7 = 7$; $E'(-3, 7)$.
 la parallèle à Δ passant à E' d'équation $x = -3$ est tangente à \mathcal{C}' .

مكتبة 18 جانفي
 نهج الطاهر كعون عمارة الرحمة
 22.740.480 صفاقس الهاتف 3000

- 4) $K \in \mathcal{C} \cap \mathcal{C}'$; on a: ABK est rectangle en K , $AB^2 = AK^2 + BK^2$
 on a: $AK = 2BK$ donc $BK = \frac{1}{2}AK$; $AB^2 = AK^2 + (\frac{1}{2}AK)^2 = \frac{5}{4}AK^2$
 $AK^2 = \frac{4}{5}AB^2$ d'où $AK = \frac{2}{\sqrt{5}}AB$.

Exercice 4

- 1) ABE est isocèle en E ; $I = A \times B$ donc $(EI) \perp (AB)$; (ABE) et $(ABCD)$ sont deux plans perpendiculaires se coupant suivant (AB) ; donc $(EI) \perp (ABCD)$.
 $(IJ) \subset (ABCD)$ donc $(EI) \perp (IJ)$ d'où EIJ est rectangle en I .
 2) $H = E \times J$ donc H est le centre du cercle circonscrit au triangle EIJ .
 $ABCD$ est un carré de centre O ; $\theta = A \times C = B \times D$, $AI = BI = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}DC = JC$ et $(AI) \parallel (JC)$ donc $AICJ$ est un parallélogramme d'où $\theta = I \times J$; $H = E \times J$ donc $(OH) \parallel (EI)$
 $(EI) \perp (ABCD)$ donc $(OH) \perp (ABCD)$, $\theta \neq H$ donc (θH) est l'axe du cercle \mathcal{C} circonscrit à $ABCD$; $\mathcal{C}(\theta, OA)$.
 3) a) $CB = CD$; $AB = AD$; $H \in$ l'axe du cercle \mathcal{C} donc $HB = HD$; A, C et H ne sont pas alignés donc (ACH) est le plan médiateur du segment $[BD]$.
 b) $(OB) \perp (OC)$ car $ABCD$ est un carré; $(OB) \perp (ACH)$; $(OB) \subset (ABC)$ donc $(ACH) \perp (ABC)$.
 4) $\Delta \parallel (EI)$; $A \in \Delta$; $\Delta \subset (ABE)$; $\Delta \perp (AB) = (ABE) \cap (ABC)$; donc $\Delta \parallel (EI)$
 $(EI) \parallel (OH)$ d'où $\Delta \parallel (OH)$; $A \in \Delta$ d'où $\Delta \subset (OHA) = (AHC)$.
 d'où $\Delta = (ABE) \cap (AHC)$ et $\Delta \perp (ABC)$.
 5) $(OH) \parallel (\Delta)$; $H = E \times J$; $\theta = A \times C$ donc $AG = 2OH$; $H = E \times J$, $\theta = I \times J$ donc $2OH = IE$ d'où $AG = IE$; $(IE) \parallel (AG)$; $(AI) \perp (IE)$ donc $AIEG$ est un rectangle
 $(DJ) \parallel (AI)$; $(AI) \parallel (EG)$ donc $(DJ) \parallel (GE)$; $DJ = AI$; $AI = GE$ donc B, C, DI est un parallélogramme.
 EID est rectangle en I ; $ED^2 = EI^2 + DI^2$; AGJ est rectangle en A ; $JG^2 = AG^2 + AJ^2$
 $EI = AG$; $DI^2 = AD^2 + (\frac{1}{2}AB)^2 = \frac{5}{4}AB^2$; $JG^2 = AD^2 + (\frac{1}{2}DC)^2 = \frac{5}{4}AB^2$ donc $AJ = DI$ d'où
 $ED = GJ$ et par suite $EGDJ$ est un rectangle.

6) Soit Δ' l'axe de \mathcal{C}' circonscrit à $AIEG$.

On a: L le centre \mathcal{C}' donc Δ' passe par L .

$\triangle ABG$ est rectangle en A ; $S = G \times J$ donc $SA = SG$

$\triangle IJG$ est rectangle en I ; $S = G \times J$ donc $SI = SG$

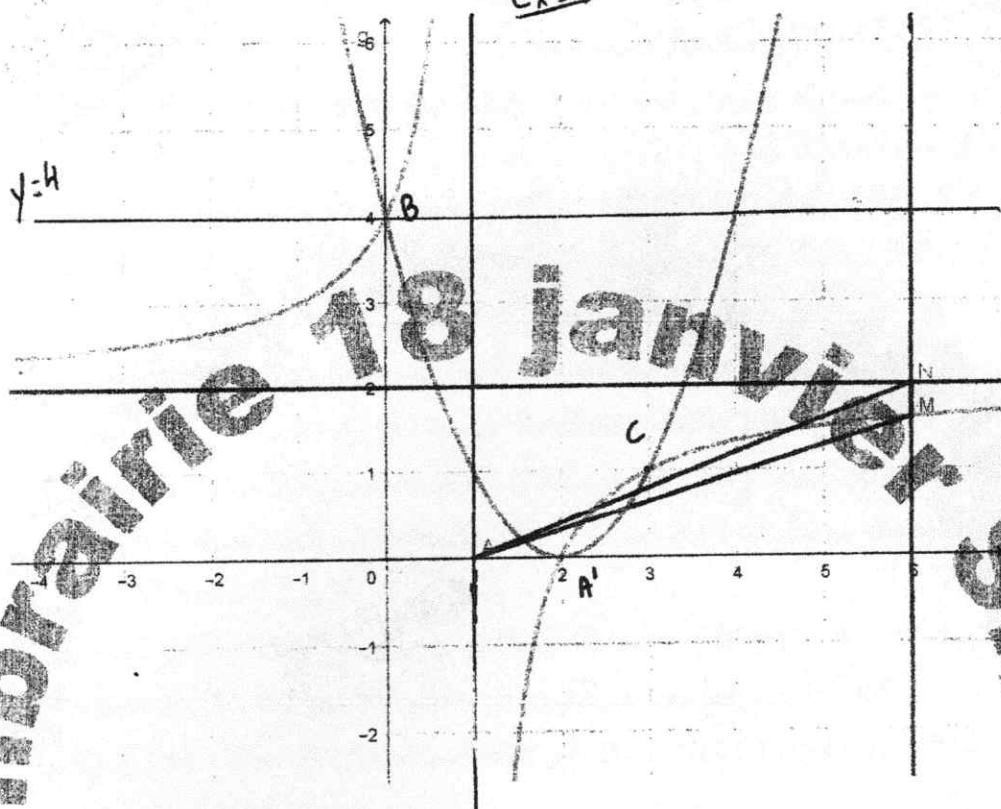
$SA = SI = SG$ donc $S \in \Delta'$ $L \neq S$ donc $\Delta' = (SL)$.

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف 8000

librairie 18 janvier sfax
مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف 8000
librairie 18 janvier sfax

24

Ex1

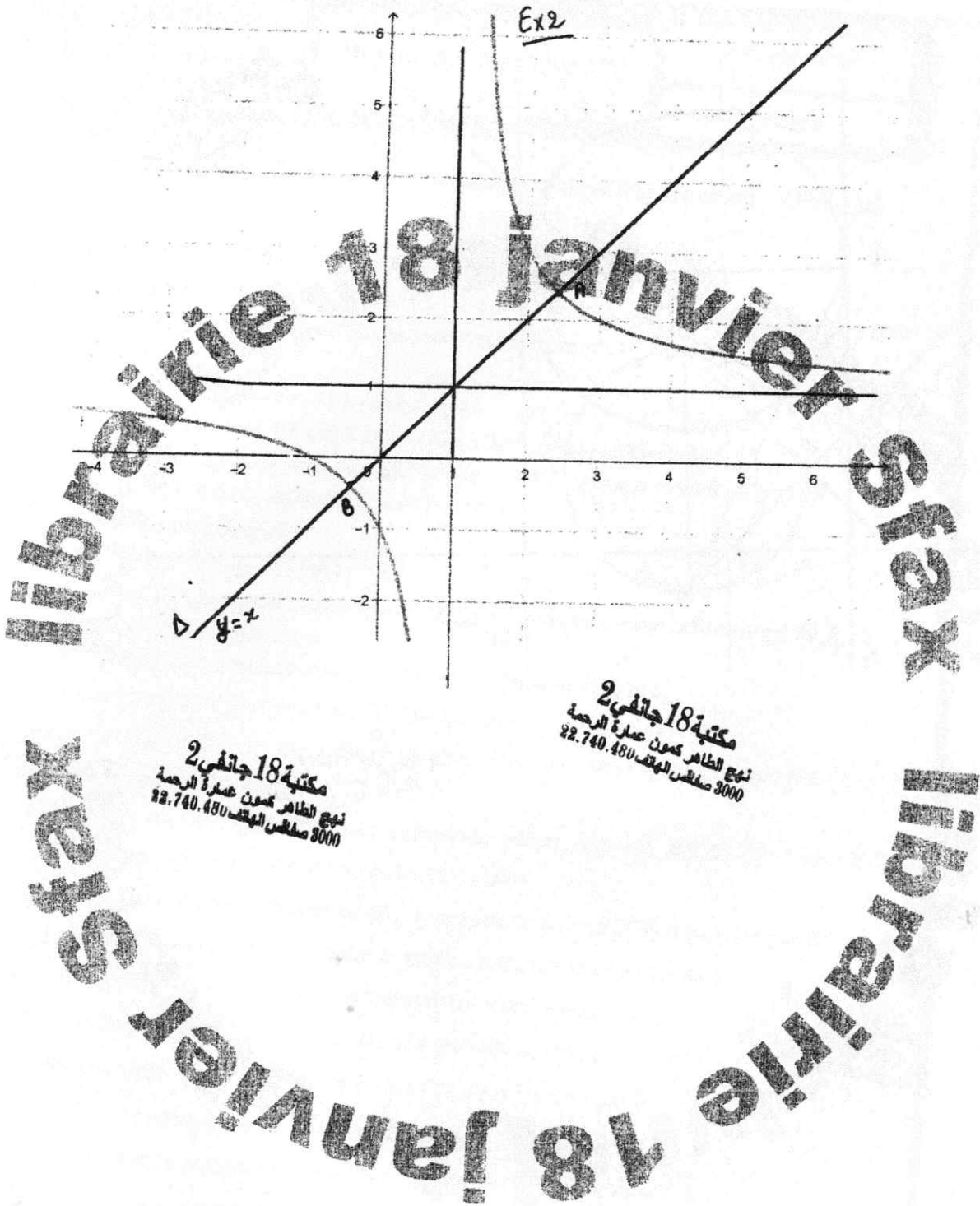


مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

مكتبة 18 جانفي عمارة الرحمة نهج الطاهر كمون - صفاقس 22 740 480

25



مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

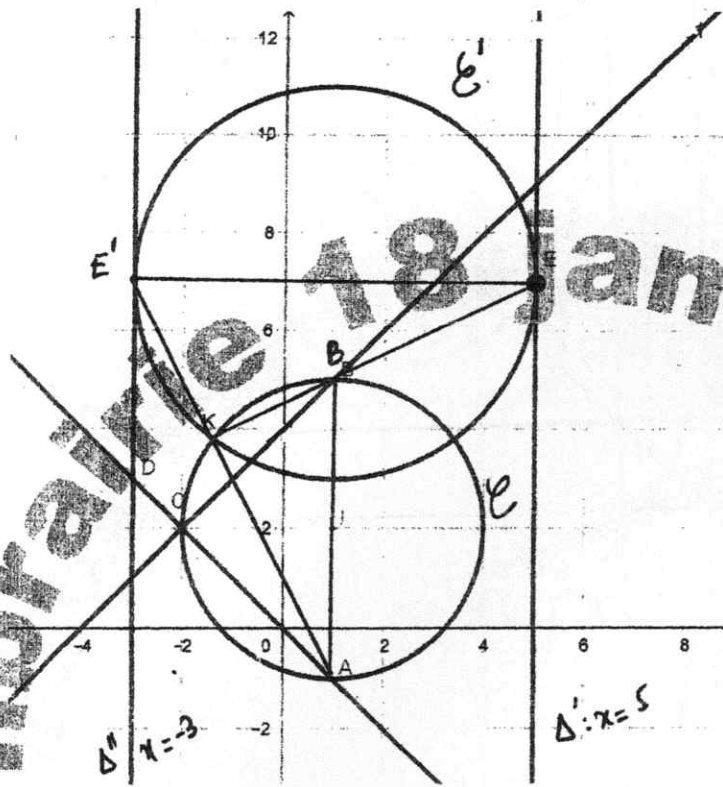
مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

مكتبة 18 جانفي عمارة الرحمة نهج الطاهر كمون - صفاقس 22 740 480

26

Ex3

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفافس الهاتف



$\Delta': x=5$

$\Delta'': x=-3$

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفافس الهاتف

مكتبة 18 جانفي عمارة الرحمة نهج الطاهر كمون - صفافس 22 740 480