

Exercice 1 : (6 pts)Résoudre dans \mathbb{R} :

1°) $8x^3 + 27 - 6x(2x + 3) = 0.$

2°) $(x^2 - 4)^2 \leq (x - 2)^2.$

3°) $x^2 - 2|x| \geq 0.$

Exercice 2 : (6 pts)

1°) a. Montrer que pour réel x on a : $x^2 + 4x - 480 = (x + 2)^2 - 484.$

b. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $|x^2 + 4x - 480| + x^2 + 4x - 480 = 0.$

2°) Une amicale d'anciens élèves organise une excursion en autocars.

Le prix global de l'excursion s'élève à **1200** dinars.Le nombre des participants étant supérieur de **4** au nombre prévu, chacun peut ainsi payer **10** dinars en moins.Soit n le nombre d'excursionnistes prévus au début.

a. Montrer que : $n^2 + 4n - 480 = 0.$

b. Déterminer alors le nombre de tous les participants dans cette excursion.

Exercice 3 : (8 pts)Soit ABCD un rectangle de centre O tel que $AB = 4$ et $AD = 3$.1°) a. Construire les points A' et C' images respectives de A et C par la translation de vecteur \overrightarrow{DB} .

b. Montrer que B est le milieu du segment [A'C].

c. Montrer que AA'C'C est un losange.

2°) a. Construire le cercle \mathcal{C} circonscrit au rectangle ABCD.

b. Calculer son rayon.

c. On désigne par O' l'image de O par la translation de vecteur \overrightarrow{DB} .Déterminer et construire le cercle \mathcal{C}' image du cercle \mathcal{C} par translation de vecteur \overrightarrow{DB} .3°) a. Montrer que La droite (AA') recoupe \mathcal{C} en un point E autre que A.b. (AA') recoupe \mathcal{C}' en F.Montrer que F est l'image de E par la translation de vecteur \overrightarrow{DB} .

Devoir de Contrôle N° 3

Exercice 1

1) $8x^3 + 27 - 6x(2x+3) = 0 \Leftrightarrow (2x)^3 + 3^3 - 6x(2x+3) = 0 \Leftrightarrow$
 $(2x+3)((2x)^2 - 2x \times 3 + 3^2) - 6x(2x+3) = 0 \Leftrightarrow (2x+3)(4x^2 - 6x + 9 - 6x) = 0$
 $\Leftrightarrow (2x+3)(4x^2 - 12x + 9) = 0 \Leftrightarrow (2x+3)(2x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow$
 $(2x+3) = 0 \text{ ou } (2x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x+3=0 \text{ ou } (2x-3)=0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ ou } x = \frac{3}{2}$

$S_R = \left\{ -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\}$

2) $(x^2-4)^2 \leq (x-2)^2 \Leftrightarrow [(x-2)(x+2)]^2 \leq (x-2)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2(x+2)^2 \leq (x-2)^2$
 $\Leftrightarrow (x-2)^2 \leq (x-2)^2(x+2)^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 \times 1 \leq (x-2)^2(x+2)^2$
 $(x-2)^2 \times [(x+2)^2 - 1] \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 \times (x+3)(x+1) \leq 0 \Leftrightarrow$
 $(x-2)^2 = 0 \text{ ou } (x+3)(x+1) \leq 0 \Leftrightarrow x=2 \text{ ou } (x+3)(x+1) \leq 0$
 $\Leftrightarrow x=2 \text{ ou } x \in [-3, -1]$

$S_R = [-3, -1] \cup \{2\}$

x	$-\infty$	-3	-1	$+\infty$
x+3	-	0	+	+
x+1	-	-	0	+
(x+3)(x+1)	+	0	-	+

3) $|x| \geq 0 \Leftrightarrow |x|^2 - 2|x| \geq 0 \Leftrightarrow |x| \times (|x| - 2) \geq 0 \Leftrightarrow$
 $= 0 \text{ ou } |x| - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } |x| \geq 2 \Leftrightarrow$

$x \in]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[\cup \{0\}$

Exercice 2

1) a) $x \in \mathbb{R}; x^2 + 4x - 480 = (x^2 + 4x + 4) - 4 - 480 = (x+2)^2 - 484$

b) $|x^2 + 4x - 480| + x^2 + 4x - 480 = 0 \Leftrightarrow |x^2 + 4x - 480|$
 $= -(x^2 + 4x - 480) \Leftrightarrow x^2 + 4x - 480 \leq 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 - 484 \leq 0$
 $\Leftrightarrow (x+2)^2 \leq 484 \Leftrightarrow |x+2| \leq \sqrt{484} = 22 \Leftrightarrow$
 $-22 \leq x+2 \leq 22 \Leftrightarrow -24 \leq x \leq 20$

$S_R = [-24; 20]$

③

2) a) n le nombre d'excursionnistes prévus au début
 x le prix prévus au début.

$$n x = 1200 \quad \text{et} \quad (n+4)(x-10) = 1200$$

$$nx = 1200 \text{ et } (n+4)(x-10) = 1200$$

$$nx - 40 - 10n + 4x = 1200 \text{ d'où } 4x = 40 + 10n$$

$$(40 + 10n) = 4800$$

$$4nx = 4 \times 1200 \text{ and } n \times (40 + 10n) = 4800$$

$$10n^2 + 40n - 4800 = 0 \quad \text{soit } n^2 + 4n - 480 = 0$$

b) $n^2 + 4n - 480 = 0$ éq \bar{a} $(n+2)^2 - 484 = 0$ éq \bar{a}
 $n+2 = 22$ ou $n+2 = -22$

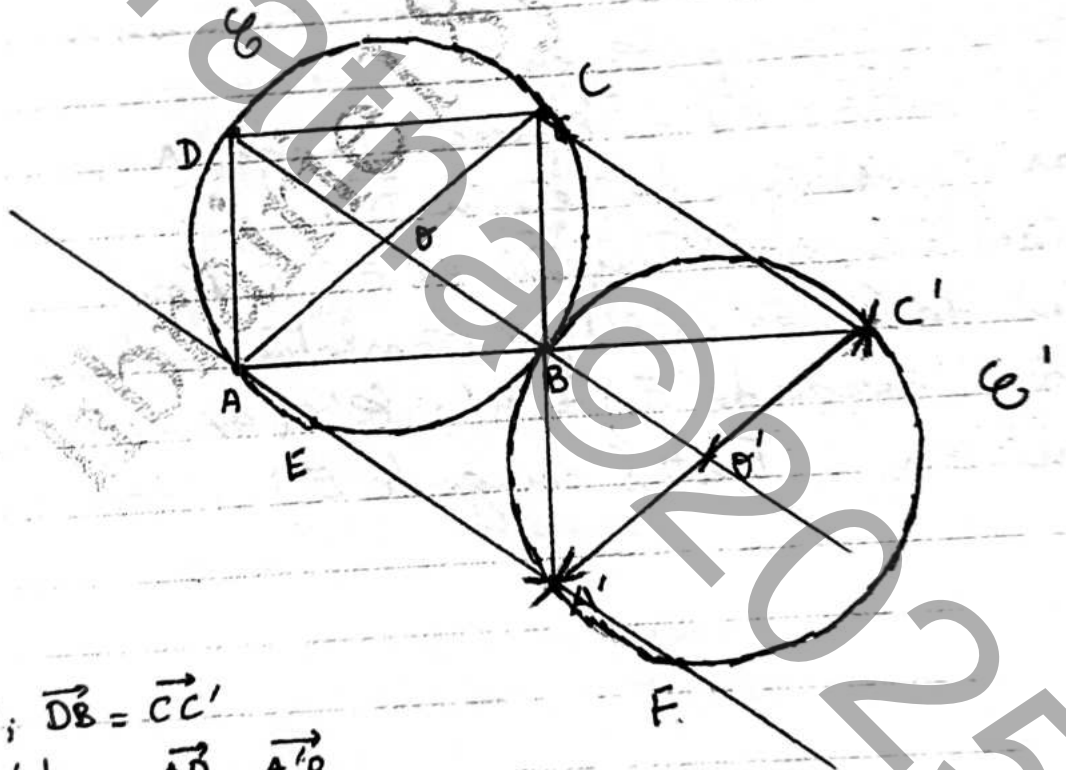
$$\begin{aligned} \text{b) } n^2 + 4n - 480 &= 0 \quad \text{eq a} \quad (n+2) = 22 \\ (n+2)^2 &= 484 = 22^2 \quad \text{eq a} \quad n+2=22 \quad \text{ou } n+2=-22 \\ n &= -24 \text{ et } n = -24 \end{aligned}$$

$$(n+2)^2 = 484 = 22^2 \Rightarrow n = 20 \in \mathbb{N} \text{ or } n = -24 \notin \mathbb{N}.$$

Conclusion le nombre de tous les participants dans cette excursion est 24.

Exercise 3

1)



a) $\vec{DB} = \vec{AA'}$; $\vec{DB} = \vec{CC'}$

b) $\vec{DB} = \vec{AA'}$ donc $\vec{AD} = \vec{A'B}$.

$\vec{DB} = \vec{AA'}$ donc $AD \parallel A'B$.
 $ABCD$ est un rectangle donc $\vec{AB} = \vec{DC}$ d'où $\vec{A'B} = \vec{BC}$ et par suite
 B est le milieu de $[A'C]$.

B est le milieu de $[A'C]$.

(4)

c) $\vec{DB} = \vec{AA'}$; $\vec{DB} = \vec{CC'}$ donc $\vec{AA'} = \vec{CC'}$ d'où $AA'C'C$ est un parallélogramme, $\vec{DB} = \vec{AA'}$ donc $DB = AA'$ or $ABCD$ est un rectangle donc $AC = DB$ d'où $AA' = AC$ et par suite $AA'C'C$ est un losange.

2) a) $\mathcal{C} = \mathcal{C}(O, OA)$

b) ABC est rectangle en B donc $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$ d'où $AC = 5$ et par suite le rayon de \mathcal{C} est $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2} = 2,5$

c) O' est l'image de O par la translation de vecteur \vec{DB}
 \mathcal{C}' est l'image du cercle \mathcal{C} donc O' est le centre de \mathcal{C}'
 et de rayon $O'A = 2,5$

3) a) on a: B est le milieu de $[A'C]$ et $AA'C'C$ est un losange donc $AC = AA' = 5$ et $A'C = 6$ d'où ACA' n'est pas un triangle rectangle en A et par suite (AA') n'est pas tangent au cercle \mathcal{C} . Comme $A \in \mathcal{C}$. Alors (AA') coupe \mathcal{C} en un point E autre que A .

b) (AA') recoupe \mathcal{C}' en F .

$\vec{AA'} = \vec{DB}$; $\vec{OO'} = \vec{DB}$ donc l'image $(AA') = (AE)$ est $(AA') = (AF)$ par translation de vecteur \vec{DB} . L'image de \mathcal{C} est \mathcal{C}' par translation de vecteur \vec{DB} et $E \in \mathcal{C}$ d'où l'image E est un point de \mathcal{C}' et (AA') par translation de vecteur \vec{DB} . $E \neq A$ d'où $(\text{l'image de } E) \neq A'$; $\mathcal{C}' \cap (AA') = \{A', F\}$.

Conclusion: F est l'image de E par translation \vec{DB} .