| Lycée pilote-Sfax | Devoir de contrôle N°3 | 2ème Sc 3,4,5,8,9,10 |
|---|---|---|
| Prof:Mmes Fehri - Megdich - Tounsi | Mathématiques | 23/02/17 |

**Exercice 1 :(2points)**

Soit l'entier N=14ab4 où a et b sont des chiffres.

Déterminer a et b pour que N soit divisible par 11 et que le reste de la division euclidienne de N par 9 soit 2.

**Exercice 2 :(8points)**

Soit $(U_n)$ la suite arithmétique de raison r définie sur IN par $U_5+U_7=6$ et $U_5+U_6=4$.

1/a/ Déterminer r et $U_5$

b/ Déduire que pour tout entier naturel n, $U_n=2n-9$.

2/ Déterminer l'entier p tel que $U_p+U_{p+2}+U_{p+4}=45$.

3/ a/ Montrer que pour tout entier $n \geq 5$, $U_n$ est un entier impair.

b/ Soit $S_n= U_5+U_6+U_7+..............+U_n$, $n \geq 5$.

Exprimer $S_n$ en fonction de n.

c/ Déduire la somme des 30 premiers entiers naturels impairs.

4/ Soit $(W_n)$ la suite définie sur IN par $W_n=3^{U_n+10}$

a/ Montrer que $(W_n)$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b/ Déterminer le nombre de termes de la suite$(W_n)$ inférieurs à 19688, puis calculer leurs somme.

**Exercice 3 :(10points)**

ABC est un triangle équilatéral, G son centre de gravité, I est le milieu de [AC] et J est le milieu de [BC].

On désigne par h l 'homothétie de centre G et de rapport (-2).

1/ Montrer que h(I)=B.

2/a/ Construire D image de B par h.

b/ Montrer que ABCD est un losange.

3/ Soit E le symétrique de D par rapport à C. Montrer que h(A)=E.

4/ On désigne par $\mathcal{C}$ le cercle circonscrit au triangle ABC.

a/ Déterminer et construire $\mathcal{C}'$ l'image de $\mathcal{C}$ par h.

b/ La droite (BD) recoupe $\mathcal{C}$ en M et $\mathcal{C}'$ en N.

Montrer que (AM) et (EN) sont parallèles.

5/ La droite (AD) coupe (BE) en F.

a/ Montrer que F appartient à $\mathcal{C}'$.

b/ Montrer que $\mathcal{C}$ est le cercle insrit dans le triangle EDF.

Lycée Pilote - Sfax

**Devoir de contrôle N° 2**

2$^{ème}$ Sc.

2

**Exercice 1**

$N = \overline{14ab4}$ est divisible par 11 et le reste de la division euclidienne de N par 9 est 2

donc $4-b+a-4+1 \in M_{11}$ et $1+4+a+b+4-2 \in M_9$

$a-b+1 \in M_{11}$ et $7+a+b \in M_9$.

$\left.\begin{array}{l} 0 \leq a \leq 9 \\ 0 \leq b \leq 9 \end{array}\right\}$ $0 \leq a+b \leq 18$ d'où $7 \leq 7+a+b \leq 25$ d'où

$a+b+7=9$ ou $a+b+7=18$

Soit $a+b=2$ ou $a+b=11$.

$\left.\begin{array}{l} 0 \leq a \leq 9 \\ -9 \leq -b \leq 0 \end{array}\right\}$ $-9 \leq a-b \leq 9$ d'où $-8 \leq a-b+1 \leq 10$ d'où $a-b+1=0$

Soit $a-b=-1$.

Conclusion : * $\begin{cases} a+b=2 \\ a-b=-1 \end{cases}$ éq $\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}$ impossible car $a \in \mathbb{N}$

* $\begin{cases} a+b=11 \\ a-b=-1 \end{cases}$ éq $\begin{cases} a=5 \in \mathbb{N} \\ b=6 \in \mathbb{N} \end{cases}$

$N = \overline{14ab4} = 14564$

**Exercice 2**

1) a) $(U_n)$ est une suite arithmétique de raison $r$ ; $n \in \mathbb{N}$. $U_{n+1} = U_n + r$ ; $n \in \mathbb{N}$

$\begin{cases} U_5+U_7=6 \\ U_5+U_6=4 \end{cases}$ éq $\begin{cases} U_5+U_5+2r=6 \\ U_5+U_5+r=4 \end{cases}$ éq $\begin{cases} 2U_5+2r=6 \\ 2U_5+r=4 \end{cases}$

éq $\begin{cases} r=2 \\ 2U_5+2=4 \end{cases}$ éq $\begin{cases} r=2 \\ U_5=1 \end{cases}$

b) $U_0 = U_5 + (0-5) \times r = 1 - 5 \times 2 = -9$ donc $U_n = U_0 + n \times r = -9 + 2n$ ; $n \in \mathbb{N}$

2) $U_p + U_{p+2} + U_{p+4} = 45$ éq $-9+2p+-9+2(p+2)+-9+2(p+4)=45$ éq

$-27+2p+2p+4+2p+8=45$ éq $6p=45+15=60$ éq $p=10$

3) a) Soit $n \geq 5$ ; $n \in \mathbb{N}$, $U_n = 2n-9 = 2(n-5)+1$ ; $(n-5) \in \mathbb{N}$ donc $U_n$ est impair

b) $S_n = U_5 + U_6 + U_7 + \dots + U_n = \frac{(U_5+U_n)}{2} \times (n-5+1) = \frac{(1-9+2n)}{2} \times (n-4)$

$S_n = \frac{(2n-8)}{2} \times (n-4) = \frac{2(n-4)}{2} \times (n-4) = (n-4)^2$

c) $S_{34} = (34-4)^2 = 30^2 = 900$

4) a) $w_n = 3^{U_n+10} = 3^{2n-9+10} = 3^{2n+1}$

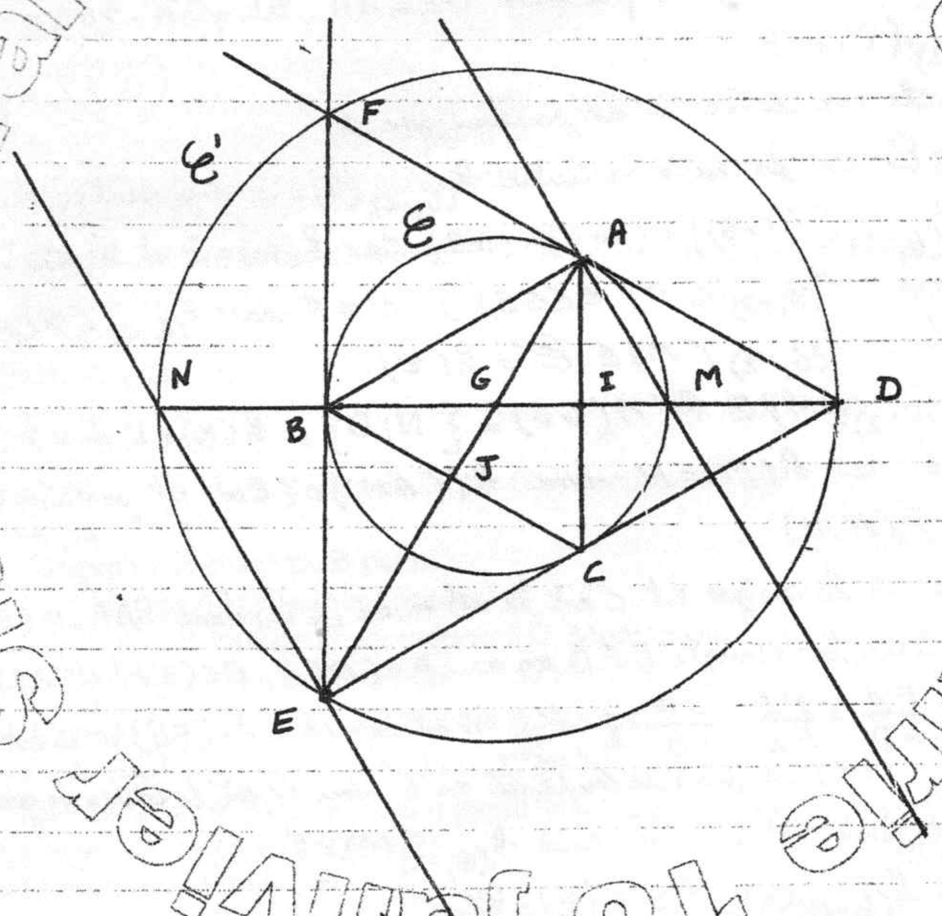
$w_{n+1} = 3^{2(n+1)+1} = 3^{2n+3} = 3^2 \times 3^{2n+1} = 9 \times w_n \; ; n \in \mathbb{N}.$

$(w_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 9$ et $w_0 = 3$

b) $w_n = 3 \times 9^n \leq 19688$ éq $n \leq 4$ d'où le nombre de termes de $(w_n)$ inférieurs à $19688$ est $5$.

$S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = w_0 \times \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 3 \times \frac{9^5 - 1}{9 - 1} = 3 \times \frac{59048}{8} = 3 \times 7381 = 22143$

**Exercice 3**




1) G est le centre de gravité du triangle ABC et I le milieu de [AC] donc $\vec{GB} = -2\vec{GI}$ d'où $h_{(G,-2)}(I) = B$

2) a) $h_{(G,-2)}(B)=D$ sig $\vec{GD}=-2\vec{GB}$

b) $\vec{BG}=\frac{2}{3}\vec{BI}$ donc $\vec{GD}=\frac{4}{3}\vec{BI}$ donc $\vec{BD}=\vec{BG}+\vec{GD}=\frac{2}{3}\vec{BI}+\frac{4}{3}\vec{BI}=2\vec{BI}$ d'où I est le milieu de [BD] et [AC] donc ABCD est un parallélogramme.

De plus ABC est équilatéral donc AB=CB d'où ABCD est un losange.

3) E le symétrique de D par rapport à C donc C est le milieu de [ED].

Dans le losange ABCD on a : $\vec{BA}=\vec{CD}$ et $\vec{CD}=\vec{EC}$ car C est le milieu de [ED]

d'où $\vec{BA}=\vec{EC}$ donc BACE est un losange (car AB=AC) de centre J.

on a : $\vec{AE}=2\vec{AJ}$ et G est le centre de gravité du triangle ABC donc $\vec{AJ}=\frac{3}{2}\vec{AG}$

d'où $\vec{AE}=2\times\frac{3}{2}\vec{AG}=3\vec{AG}$ et par suite $\vec{GE}=\vec{GA}+\vec{AE}=\vec{GA}-3\vec{GA}=-2\vec{GA}$

càd $h_{(G,-2)}(A)=E$

4) a) $\mathscr{C}$ est le cercle de centre G et passant par A

$h_{(G,-2)}(\mathscr{C})=\mathscr{C}'$ est le cercle de centre $h_{(G,-2)}(G)=G$ et passant par $h(A)=E$

b) $M\neq B$ ; $h_{(G,-2)}((GB))=(GD)=(GB)$ car $h(G)=G$ et $h(B)=D$

$M\in(GB)$ donc $h_{(G,-2)}(M)\in(GB)$ ; $M\neq B$ donc $h_{(G,-2)}(M)\neq h(B)=D$

$M\in\mathscr{C}$ donc $h_{(G,-2)}(M)\in\mathscr{C}'=h(\mathscr{C})$.

Conclusion $h_{(G,-2)}(M)\in\mathscr{C}'\cap(GB)=\{N;D\}$ ; $h(M)\neq D$ donc $h(M)=N$

on a : $h(A)=E$ et $h(M)=N$ donc $h((AM))=(EN)$ et par suite $(AM)\parallel(EN)$

5) a) on a : ABCD est un losange et C est le milieu de [ED] donc $(AB)\parallel(ED)$ et $\frac{AB}{ED}=\frac{1}{2}$. Dans le triangle EFD on a : $A\in(DF)$ ; $B\in(EF)$ et $(AB)\parallel(ED)$

d'après Thalès : $\frac{FA}{FD}=\frac{FB}{FE}=\frac{AB}{ED}=\frac{1}{2}$ d'où A est le milieu de [FD] et B est le milieu de [FE] ; (AE) et (BD) se coupent en G donc G est le centre de gravité du triangle EDF. d'où $\vec{GF}=-2\vec{GC}$ càd $h_{(G,-2)}(C)=F$

on a : $C\in\mathscr{C}$ donc $h_{(G,-2)}(C)=F\in h(\mathscr{C})=\mathscr{C}'$

b) on a : BE = AC = EC = AD donc EF = FD = ED et par suite EFD est équilatéral

G l'orthocentre, le centre du cercle circonscrit, le centre de gravité et le centre du cercle inscrit de EFD, $(AD)\perp(GA)$ ; $(GB)\perp(BE)$ et $(GC)\perp(CD)$ d'où $\mathscr{C}$ est le cercle inscrit dans EDF.