

Exercice 1 : (9 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = \sqrt{x+1}$ et $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

On désigne par \mathcal{C}_f la courbe représentative de f et par \mathcal{C}_g celle de g .

1°) Tracer \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .

2°) Montrer que \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g se coupent en deux points dont on précisera les abscisses.

3°) Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{x+1} \leq \frac{x+1}{x-1}$.

4°) Soit Δ la droite d'équation: $y = x - 1$.

a. Calculer les coordonnées des points d'intersection de \mathcal{C}_g et Δ .

b. Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} l'inéquation : $x \cdot g(x) \geq x^2 - x$.

5°) Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{|x+1|}{1-x}$.

On désigne par \mathcal{C}_h la courbe représentative de h dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) .

a. Tracer \mathcal{C}_h à partir de \mathcal{C}_g .

b. Résoudre graphiquement dans \mathbb{R} : $|h(x) + 1| < 2$.

6°) Soit D la droite d'équation: $y = x$.

a. Soit $M(x, y)$ un point du plan et $N(x', y')$ son symétrique par rapport à D .
Montrer que $x' = y$ et $y' = x$.

b. Montrer alors que si M appartient à \mathcal{C}_f alors N appartient à une parabole P dont on donnera une équation.

Exercice 2 : (5 pts)

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , on donne les points $A(-3, -5)$ et $B(1, 3)$.

Soit $\mathcal{C} = \{M(x, y) \in P \text{ tels que } MA^2 + MB^2 = 60\}$.

1°) Montrer que \mathcal{C} est le cercle de centre I milieu de $[AB]$ et de rayon $R = \sqrt{10}$.

2°) Calculer les coordonnées des points E et E' d'intersection de \mathcal{C} et de la droite des ordonnées sachant que $y_E > 0$.

3°) Calculer les coordonnées des points F et F' d'intersection de \mathcal{C} et de la droite des abscisses sachant que $x_F > 0$.

4°) a. Montrer que le quadrilatère $EFE'F'$ est un trapèze isocèle.

b. Calculer l'aire du trapèze $EFE'F'$.

5°) Soit \mathcal{C}' le cercle de centre A et de rayon $R' = \sqrt{30}$.

a. Montrer que \mathcal{C} et \mathcal{C}' sont sécants. On notera H et K leurs points d'intersection.

b. Sans chercher les coordonnées de H et K , montrer que $AHBK$ est un losange.

مكتبة 18 جانفي 2019
توزيع الطاهر كمون عدلية الرحمة
22.740.480 مناس الهفوف 3000

مكتبة 18 جانفي 2019
توزيع الطاهر كمون عدلية الرحمة
22.740.480 مناس الهفوف 3000

Exercice 3 : (6 pts)

(2)

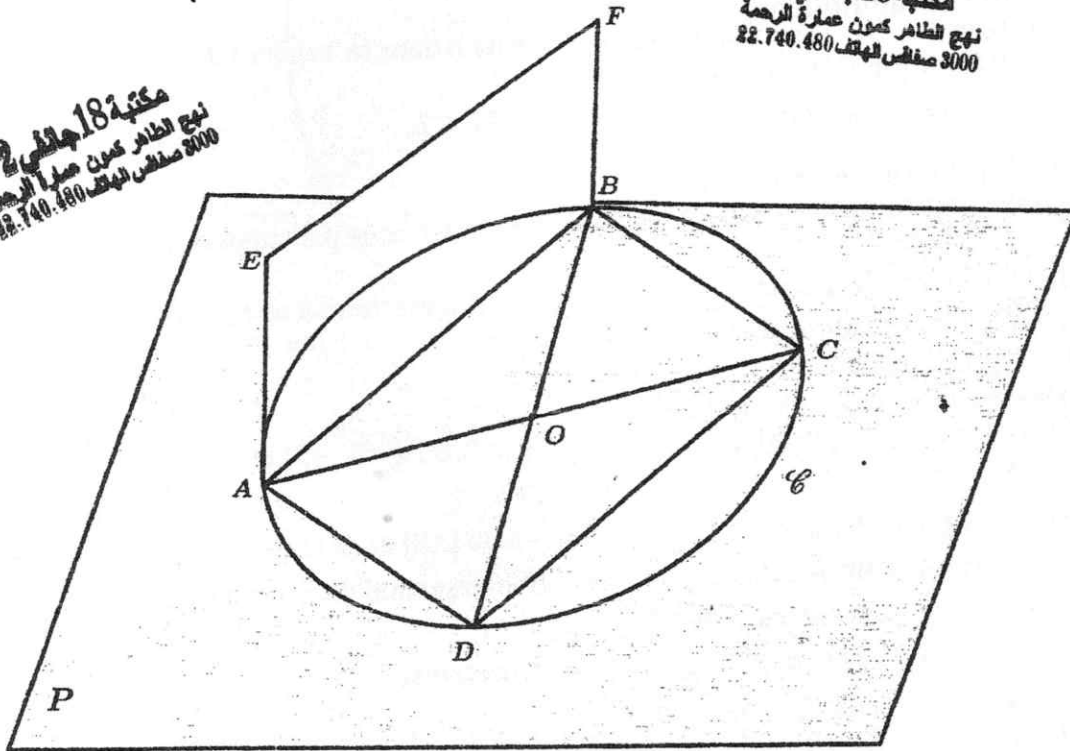
Soit \mathcal{C} un cercle de centre O situé dans un plan P .

$[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres de \mathcal{C} .

E est un point de la perpendiculaire à P en A et F est un point de la perpendiculaire à P en B tels que $AE = BF$.

On suppose que $AB = 2AE = 2AD = 2a$; a un réel strictement positif.

- 1°) a. Montrer que la droite (CD) est perpendiculaire au plan (ADE) .
b. Montrer que les plans (CDE) et (ADE) sont perpendiculaires.
- 2°) a. Montrer que $CDEF$ est un rectangle.
b. Calculer en fonction de a le volume du prisme droit $ADEBCF$.
- 3°) Soit K le milieu de $[EC]$.
Montrer que (OK) est l'axe du cercle \mathcal{C} .
- 4°) a. Montrer que (ABK) est le plan médiateur du segment $[ED]$.
b. Montrer que les plans (ABK) et (EFC) sont perpendiculaires.
- 5°) Soit Δ l'axe du cercle circonscrit au rectangle $EFCD$ et J le milieu de $[AB]$.
a. Montrer que Δ est incluse dans le plan (ABK) .
b. Dédurre que Δ coupe $[AB]$ en J .
- 6°) a. Montrer que le prisme $ADEBCF$ est inscrit dans une sphère dont on précisera le centre et le rayon R .
b. Calculer R en fonction de a .



مكتبة 18 جانفي 2
نوع الطائر كسوت عمارة الرحمة
3000 صفح في الهاتف 22.740.480

مكتبة 18 جانفي 2
نوع الطائر كسوت عمارة الرحمة
3000 صفح في الهاتف 22.740.480

Exercice 1

مكتبة 18 جانفي
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف

1) $\mathcal{E}_f: y = f(x) = \sqrt{x+1}$; $\mathcal{E}_g: y = g(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

2) $M(x, y) \in \mathcal{E}_f \cap \mathcal{E}_g$ équivaut à $x \in [-1, 1[\cup]1, +\infty[$; $y = f(x) = g(x)$
 $x \in [-1, 1[\cup]1, +\infty[$; $t = \sqrt{x+1} \geq 0$; $t \neq 1$; $\sqrt{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$ équivaut à $t = \frac{t^2}{t^2-2}$ équivaut à
 $t(t^2-2) = t^2$ équivaut à $t(t^2-2) - t^2 = 0$ équivaut à $t(t^2-t-2) = 0$
 équivaut à $t = 0$ ou $t^2-t-2 = 0$ équivaut à $t = 0$ ou $t = -1$ à rejeter ou $t = 2$
 donc $\sqrt{x+1} = 0$ ou $\sqrt{x+1} = 2$ c-à-d $x = -1$ ou $x = 3$

$\mathcal{E}_f \cap \mathcal{E}_g = \{M_1(-1, 0); M_2(3, 2)\}$

3) $\sqrt{x+1} \leq \frac{x+1}{x-1}$; \mathcal{E}_g est au dessus de \mathcal{E}_f . $S_R = [-1, 1[\cup]1, 3]$

4) $\Delta: y = x - 1$

a) $M(x, y) \in \Delta \cap \mathcal{E}_g$ équivaut à $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$; $y = g(x) = x - 1$
 $g(x) = x - 1$ équivaut à $\frac{x+1}{x-1} = x - 1$ équivaut à $x+1 = x^2 - 2x + 1$
 équivaut à $x^2 - 3x = 0$ équivaut à $x = 0$ ou $x = 3$.

$\Delta \cap \mathcal{E}_g = \{M_2(3, 2); M_3(0, -1)\}$

b) $xg(x) \geq x^2 - x$ équivaut à $xg(x) - x(x-1) \geq 0$ équivaut à
 $x(g(x) - (x-1)) \geq 0$ équivaut à $(x \in [0, 1[\cup]1, +\infty[$ et \mathcal{E}_g au
 dessus de Δ) ou $(x \in]-\infty, 0]$ et \mathcal{E}_g au dessous de Δ)

$S_R =]1, 3] \cup \{0\}$

5) $h(x) = \frac{|x+1|}{1-x}$; $D_h = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

مكتبة 18 جانفي
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
22.740.480 صفاقس الهاتف

a) Si $x \in]-\infty, -1]$; $|x+1| = -(x+1)$ donc $h(x) = \frac{x+1}{x-1} = g(x)$.

$\mathcal{E}_h /]-\infty, -1] = \mathcal{E}_g /]-\infty, -1]$

Si $x \in [-1, 1[\cup]1, +\infty[$; $|x+1| = (x+1)$ donc $h(x) = -\frac{x+1}{x-1} = -g(x)$

$\mathcal{E}_h / [-1, 1[\cup]1, +\infty[= S_{(-1, 1)} (\mathcal{E}_g / [-1, 1[\cup]1, +\infty[)$

b) $|h(x) + 1| < 2$ équivaut à $-2 < h(x) + 1 < 2$ équivaut à $-3 < h(x) < 1$

$\Delta_1: y = -3$; $\Delta_2: y = 1$. \mathcal{E}_h est au dessous de Δ_1 (strictement) et \mathcal{E}_h au dessus

(4)

de Δ , (strictement). $S_R = 2\sqrt{2}$ 6) $D: y=x$; $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D a) $M(x,y); N(x',y') \in S_D(M(x,y))$ donc $\vec{MN}\begin{pmatrix} x'-x \\ y'-y \end{pmatrix} \cdot \vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ et $M \times N = K\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right) \in \Delta$ on a: $x'-x+y'-y=0$ et $x+x'=y+y'$ c'ad $\begin{cases} x'+y'=x+y \\ x'-y'=-x+y \end{cases}$ d'où $x'=y$ et $y'=x$.b) si $M(x,y) \in E$ alors $N(y,x)$ d'où $N(\sqrt{x+1}, x)$.Soit $X_N = \sqrt{x+1} \geq 0$; $Y_N = X_N^2 - 1$. $N(X_N; X_N^2 - 1)$; $X_N \geq 0$ $N \in P$ la parabole d'équation $P: y = x^2 - 1$ Exercice 21) $A(-3, -5); B(1, 3); I$ le milieu de $[AB]$; $I(-1, -1)$ $M(x,y) \in E$ équivaut à $MA^2 + MB^2 = 60$ équivaut à $(x+3)^2 + (y+5)^2 + (x-1)^2 + (y-3)^2 = 60$ équivaut à $x^2 + 6x + 9 + y^2 + 10y + 25 + x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 - 60 = 0$ équivaut à $2x^2 + 4x + 2y^2 + 4y - 16 = 0$ équivaut à $x^2 + 2x + y^2 + 2y - 8 = 0$ équivaut à $(x+1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 - 8 = 0$ équivaut à $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 10 = \sqrt{10}^2$ équivaut à $M(x,y) \in E(I(-1, -1); R = \sqrt{10})$ Conclusion: $E = E(I(-1, -1); R = \sqrt{10})$.2) $M(x,y) \in E \cap (0, \vec{j})$ équivaut à $x=0$ et $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 10$ on a: $x=0$ donc $(y+1)^2 = 9$ d'où $y+1=3$ ou $y+1=-3$ d'où $y=2$ ou $y=-4$ $E \cap (0, \vec{j}) = \{E(0, 2), E'(0, -4)\}$ 3) $M(x,y) \in E \cap (0, \vec{i})$ équivaut à $y=0$ et $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 10$ on a: $y=0$ donc $(x+1)^2 = 9$ d'où $x+1=3$ ou $x+1=-3$ d'où $x=2$ ou $x=-4$ $E \cap (0, \vec{i}) = \{F(2, 0); F'(-4, 0)\}$ 4) a) $\vec{EF}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{FE}'\begin{pmatrix} -4 \\ -4 \end{pmatrix} = 2\vec{EF}$; $\vec{EF}'\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{FE}\begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ \vec{EF} et \vec{FE}' sont colinéaires, $EF E' F'$ est un trapèze isocèle car $EF' = \sqrt{20}$; $FE' = \sqrt{20} = EF'$.

(5)

$$1) (EE') \cap (FF') = \emptyset; A(EFE'F') = \frac{FF' \times EE'}{2} = \frac{6 \times 6}{2} = 18$$

$$5) a) \mathcal{C}(I(-1, -1); \sqrt{10}); \mathcal{C}'(A(-3, -5); \sqrt{30})$$

$$AI = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = \sqrt{2} \times \sqrt{10}; R_+ R'_+ = (1 + \sqrt{3})\sqrt{10}; R'_- R_- = (\sqrt{3} - 1)\sqrt{10}$$

on a: $0 < \sqrt{3} - 1 < 1 < \sqrt{2} < 2 < 1 + \sqrt{3}$ donc $R'_- R_- < AI < R_+ R'_+$ donc \mathcal{C} et \mathcal{C}' sont sécants en H et K.

$$b) IH = \sqrt{10}; AH = \sqrt{30}, AI = \sqrt{20} \text{ donc } AHI \text{ est rectangle en } I; (HI) \perp (AB)$$

$$(IH) = \text{méd}[AB] \text{ car } I = A \times B.$$

$$IK = \sqrt{10}; AK = \sqrt{30}, AI = \sqrt{20} \text{ donc } AKI \text{ est rectangle en } I; (KI) \perp (AB)$$

$$(IK) = \text{méd}[AB] \text{ car } I = A \times B$$

$$HA = HB = AK = BK \text{ d'où } AHBK \text{ est un losange.}$$

مكتبة 18 جانفي 2

نهج الطاهر كمنون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

Exercice 3

1) a) $[AC]$ et $[BD]$ sont deux diamètres de $\mathcal{C}(O, OA)$ donc ABCD est un rectangle.

$$(CD) \perp (AD)$$

$$(AE) \perp P = (ADC) \text{ donc } (AE) \text{ est orthogonal à } (CD). (AE) \subset (ADE); (AD) \subset (ADE)$$

$$(AE) \cap (AD) = A \text{ donc } (CD) \perp (ADE).$$

$$b) (CD) \perp (ADE); (CD) \subset (CDE) \text{ donc } (ADE) \perp (CDE)$$

مكتبة 18 جانفي 2

نهج الطاهر كمنون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

$$2) a) (AE) \perp P; (BF) \perp P \text{ donc } (AE) \parallel (BF); AE = BF \text{ donc } ABFE \text{ est un rectangle.}$$

$$(EF) \parallel (AB); (AB) \parallel (CD) \text{ donc } (EF) \parallel (CD); EF = AB, AB = CD \text{ donc } CDEF \text{ est un parallélogramme; } (CD) \perp (ADE); (DE) \subset (ADE) \text{ donc } (CD) \perp (DE) \text{ d'où } CDEF \text{ est un rectangle.}$$

مكتبة 18 جانفي 2

نهج الطاهر كمنون عمارة الرحمة
3000 صفاقس الهاتف 22.740.480

$$b) V_{ADEBCF} = \frac{1}{3} \times AB \times \frac{AD \times AE}{2} = \frac{1}{6} \times 2a \times a^2 = \frac{a^3}{3}$$

3) a) ACE est rectangle en A; $K = E \times C$ donc $KA = KC$, CDEF est un rectangle donc $KD = KC$ d'où $KA = KC = KD$. d'où K est un point de l'axe du cercle \mathcal{C} .

O de centre de \mathcal{C} , $O \neq K$ donc (OK) est l'axe du cercle \mathcal{C} .

$$4) a) KE = KD; AE = AD, BE = BD = \sqrt{5}a \text{ d'où } (ABK) \text{ est le plan médiateur de } [ED]$$

Car, A, B et K ne sont pas alignés

$$b) (ED) \perp (ABK); (ED) \subset (EFC) \text{ donc } (ABK) \perp (EFC).$$

(6)

5) a) Δ l'axe du cercle circonscrit au rectangle EFCD. $K \in \Delta$

$\Delta \perp (CDK)$; $(CDK) \perp (ABK)$ donc $\Delta \subset (ABK)$. car $\Delta \nparallel (ABK)$; $K \in \Delta$.

b) $KB=KA$; $J = A*B$ donc $(KJ) \perp (AB)$; (ABK) coupe (CDK) suivant une droite $(KL) \parallel (AB)$
 $(KL) \perp \Delta$; $(KJ) \perp (AB)$ d'où $\Delta = (KJ)$

6) a) $KA=KE=KF=KC=KD=KB$ donc ADEBCF est inscrit dans $S(K; KA)$.

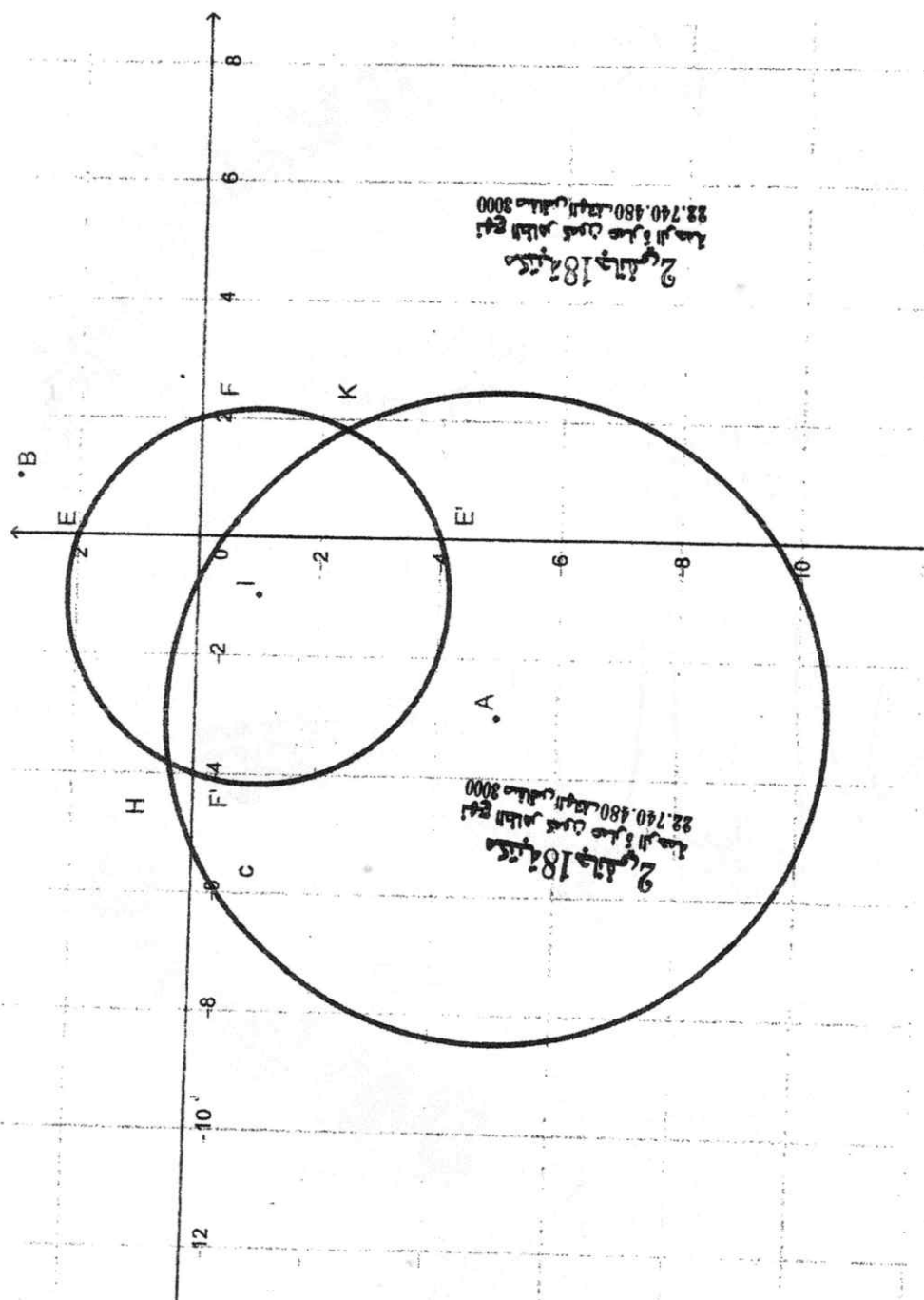
b) $R = \frac{1}{2} EC$, $EC^2 = AC^2 + AE^2 = a^2 + 4a^2 + a^2 = 6a^2$ $EC = \sqrt{6} a$; $R = \frac{\sqrt{6}}{2} a$.

librairie 18 janvier sfax

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
3000 صفافس الهاتف 22.740.480

librairie 18 janvier sfax

مكتبة 18 جانفي 2
نهج الطاهر كمون عمارة الرحمة
3000 صفافس الهاتف 22.740.480



8

