



copie

copie

**Exercice 1 : ( 6 points )**

Dans la feuille annexe on a tracé, dans un repère orthonormé  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ , la représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{x-1}$  où  $b$  est un réel.

1) En utilisant le graphique :

- Préciser le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de la fonction  $f$  ainsi que son sens de variation.
- Montrer que  $b = 1$ .

2) Soit  $\Delta$  la droite d'équation  $y = \frac{1}{2}(x-1)$ .

- Déterminer l'intersection de  $\Delta$  et  $\mathcal{C}_f$ .
- Résoudre graphiquement dans l'intervalle  $[1, +\infty[$  l'inéquation  $x^2 - 6x + 5 < 0$ .

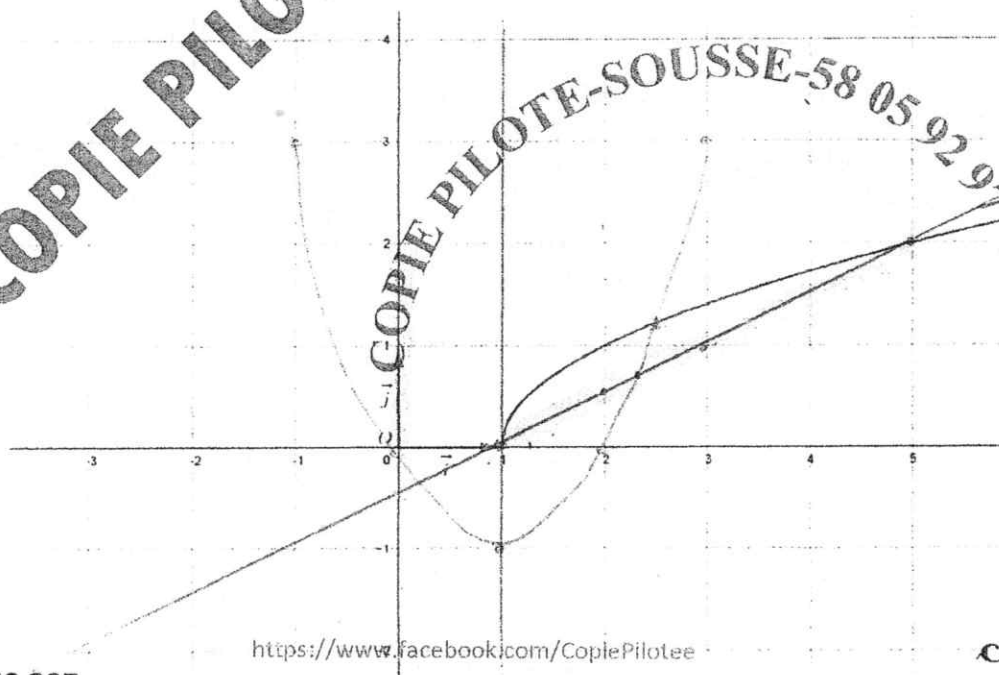
3) Soit  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 - 2x$ .

On désigne par  $\mathcal{C}_g$  la représentation graphique de  $g$  dans le repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$ .

- Vérifier que pour tout réel  $x$ , on a  $f(x) = (x-1)^2 - 1$ .
- Etudier les variations de  $g$  sur chacun des intervalles  $]-\infty, 1]$  et  $[1, +\infty[$ .
- Déterminer le sommet  $S$  et l'axe  $D$  de la parabole  $\mathcal{C}_g$  puis la tracer sur la feuille annexe.

4) On considère l'équation (E) :  $\sqrt{x-1} - x^2 + 2x = 0$ .

- Vérifier que si  $x$  est solution de (E) alors  $x \in [2, +\infty[$ .
- Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation (E).



copie

**Exercice 2 : ( 6 points )**

58 059 297

Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$  et  $\mathcal{C}_f$  sa représentation graphique dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- 1) Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .
- 2) Déterminer le sens de variation de  $f$  sur chacun des intervalles  $] -\infty, 2[$  et  $] 2, +\infty [$ .
- 3) a) Préciser les coordonnées du centre de symétrie  $I$  de  $\mathcal{C}_f$  et donner des équations de ses asymptotes.  
b) Tracer  $\mathcal{C}_f$ .
- 4) Soit  $\Delta$  la droite d'équation réduite  $y = -x + 1$ .  
a) Déterminer  $\Delta \cap \mathcal{C}_f$ .  
b) Soit la droite  $D_k : y = k(x - 1)$  où  $k$  est un réel différent de  $-1$ .

Déterminer suivant les valeurs de  $k$ , le nombre de points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et  $D_k$ .

- 5) Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{|x|-1}{|x|-2}$ .  
a) Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}_g$  de la fonction  $g$ .  
b) Montrer que  $g$  est paire.  
c) Tracer dans le même repère la courbe représentative  $\mathcal{C}_g$  de la fonction  $g$ .  
d) En utilisant le graphique, dresser le tableau de variation de  $g$ .

**Exercice 3 : ( 8 points )**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On donne les points  $A(3,1)$  et  $B(1,0)$ .

- 1) a) Ecrire une équation cartésienne de la droite  $\Delta = (AB)$ .  
b) La droite  $\Delta$  coupe l'axe  $(O, \vec{i})$  en un point  $C$ . Déterminer les coordonnées de  $C$ .
- 2) a) Calculer la distance du point  $O$  à la droite  $\Delta$ .  
b) En déduire l'aire du triangle  $OAB$ .
- 3) Soit  $\mathcal{C}$  l'ensemble de points  $M(x,y)$  vérifiant  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ .  
a) Montrer que  $\mathcal{C}$  est un cercle de centre  $A$  et de rayon  $\sqrt{5}$ .  
b) Vérifier que le cercle  $\mathcal{C}$  passe par  $B$ . Construire le cercle  $\mathcal{C}$ .  
c) Déterminer l'intersection du cercle  $\mathcal{C}$  et la droite  $(O, \vec{i})$ .
- 4) Soit  $m$  un réel et  $\Delta_m$  la droite parallèle à  $(AB)$  et passant par le point  $I(m,0)$ .  
a) Montrer que  $\Delta_m$  a pour équation  $-x + 2y + m = 0$ .  
b) Montrer que  $d(A, \Delta_m) = \frac{|m-1|}{\sqrt{5}}$ .

- c) Déterminer les valeurs de  $m$  pour lesquelles  $\Delta_m$  est tangente à  $\mathcal{C}$ .

<https://www.facebook.com/CopiePilotee>

exercice 1 :

$$f(x) = \sqrt{x-1}, \quad x \in \mathbb{R}$$

1) a) D'après le graphique

$$D_f = [1, +\infty[$$

$$f(1) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-1} = 0 \Leftrightarrow 1-1=0$$

$$\Rightarrow b=0$$

$$1) \Delta : y = \frac{1}{2}(x-1)$$

$$1(x, y) \in \Delta \cap C_f \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}(x-1) \\ y = \sqrt{x-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}(x-1) \\ \frac{1}{2}(x-1) = \sqrt{x-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}(x-1) \\ \frac{1}{4}(x-1)^2 = x-1 \end{cases}$$

$$\text{Si } x=1 \Rightarrow y=0$$

$$x \neq 1 \quad \frac{1}{4}(x-1) = 1 \Leftrightarrow x-1=4 \Leftrightarrow x=5$$

$$\text{Donc } \Delta \cap C_f = \{(1, 0), (5, 2)\}$$

$$1) x \in [1, +\infty[$$

$$x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$f(x) - y = \sqrt{x-1} - \frac{1}{2}(x-1)$$

$$= \frac{(\sqrt{x-1} - \frac{1}{2}(x-1))(\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1))}{\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$= \frac{x-1 - \frac{1}{4}(x-1)^2}{\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$= \frac{x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}}{\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}}{\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}(x^2 - 6x + 1)}{\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{4}(x^2 - 6x + 5)}{\sqrt{x-1} + \frac{1}{2}(x-1)}$$

$$x^2 - 6x + 5 < 0$$

$$\Rightarrow f(x) - y > 0$$

$$\Rightarrow f(x) > y$$

$\Rightarrow C_f$  est au dessus de  $\Delta$

$$\Rightarrow x \in ]1, 5[ \Leftrightarrow S_R = ]1, 5[$$

$$3) g(x) = x^2 - 2x$$

$$g(x) = x^2 - 2x + 1 - 1 = (x-1)^2 - 1$$

b) Soient  $a, b \in ]-\infty, 1]$  tq  $a \leq b$

$$g(b) - g(a) = (b-1)^2 - 1 - (a-1)^2 + 1$$

$$= (b-1)^2 - (a-1)^2$$

$$= [b-1 - (a-1)][b-1 + (a-1)]$$

$$= (b-a)(a+b-2)$$

$$a \leq 1$$

$$b \leq 1 \Rightarrow a+b \leq 2$$

donc  $g(b) - g(a) \leq 0 \Rightarrow g(b) \leq g(a)$

$\Rightarrow g$  est décroissante sur  $]-\infty, 1]$

(\*) Soient  $a, b \in [1, +\infty[$  tq  $a \leq b$

$$g(b) - g(a) = (b-a)(a+b-2)$$

$$a \geq 1 \Rightarrow a+b \geq 2$$

$$b \geq 1$$

$$\Rightarrow g(b) - g(a) \geq 0$$

$$\Rightarrow g(b) \geq g(a)$$

$\Rightarrow g$  est croissante sur  $[1, +\infty[$

1) D'après le tableau de valeurs suivant

x	-1	0	1	2	3
g(x)	3	0	-1	0	3

$S(1, -1)$  est le sommet de  $E_g$   
et  $D: x = 1$  est l'axe de la parabole  $E_g$ .

$$i) (E): \sqrt{x-1} - x^2 + 2x = 0$$

$$2) \sqrt{x-1} - x^2 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = g(x)$$

Si  $x$  solution de  $E$

$$\Rightarrow f(x) = g(x)$$

$$\Rightarrow M(x, y) \in E_f \cap E_g$$

$$\Rightarrow x \in [2, +\infty[$$

b) Graphiquement  $(E)$  admet une seule solution  $x \in [2, +\infty[$

$$f(x) = \frac{x-1}{x-2}$$

$f$  existe si et seulement si  $x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$1) f(x) = \frac{x-1}{x-2} = \frac{x-2+1}{x-2}$$

$$= 1 + \frac{1}{x-2}$$

soient  $a, b \in ]-\infty, 2[$  tq  $a \leq b$

$$f(b) - f(a) = 1 + \frac{1}{b-2} - \left(1 + \frac{1}{a-2}\right)$$

$$= \frac{58\,059\,297}{b-2} - \frac{1}{a-2}$$

$$= \frac{a-2 - (b-2)}{(b-2)(a-2)}$$

$$= \frac{a-b}{(b-2)(a-2)} \leq 0$$

$$\Rightarrow f(b) \leq f(a)$$

$\Rightarrow f$  est décroissante.

(\*) si  $a$  et  $b \in \sqrt{x} \in ]-\infty, 2[$  tq  $a \leq b$

$$f(b) - f(a) = \frac{a-b}{(b-2)(a-2)} \leq 0$$

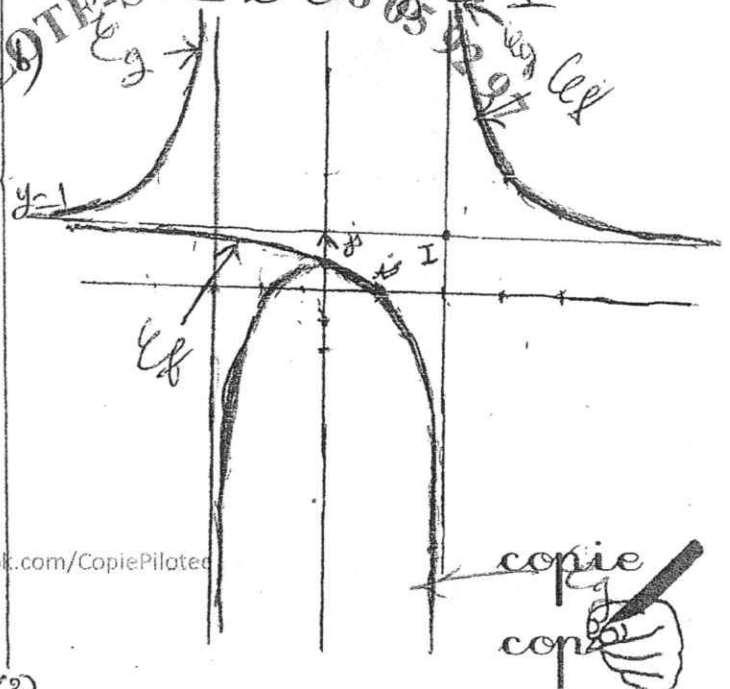
$\Rightarrow f$  est décroissante sur  $[-2, +\infty[$ .

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \text{ et } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

Donc  $I(2, 1)$  est le centre de symétrie de  $E_f$ .

Les équations de ses asymptotes

sont  $x=2$  et  $y=1$



copie

$$A: y = -x + 1$$

$$H(x) \cap E_f$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ y = \frac{x-1}{x-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ -x + 1 = \frac{x-1}{x-2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ (-x+1)(x-2) = x-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ -x^2 + 2x + x - 2 - x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -x + 1 \\ -x^2 + 2x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$a+b+c = -1+2+(-1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 \text{ et } x_2 = 1$$

$$c = -a-d \quad \begin{cases} y = -1+1=0 \\ x = 1 \end{cases}$$

donc le point (1,0) est l'intersection de A et  $E_f$  autrement dit

$$\Delta \cap E_f = \{(1,0)\}$$

$$1) D_k: y = \frac{x-1}{x-2}, k \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$H(x, y) \in E_f \cap D_k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \\ y = k(x-1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \\ \frac{x-1}{x-2} = k(x-1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{x-2} = k(x-1) \\ x-1 = k(x-1)(x-2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \text{ copie} \\ x-1 = k(x-1)(x-2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \\ kx^2 - (3k+1)x + 2k+1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{ona: } a+b+c = k+(-(3k+1))+2k+1 = k-3k-1+2k+1 = 0$$

$$\text{si } k \neq 0 \text{ donc } x_1 = 1 \text{ et } x_2 = \frac{2k+1}{k}$$

$$E_f \cap D_k = \left\{ (1,0), \left( \frac{2k+1}{k}, \frac{\frac{2k+1}{k}-1}{\frac{2k+1}{k}-2} \right) \right\}$$

$$= \left\{ (1,0), \left( \frac{2k+1}{k}, k+1 \right) \right\}$$

$$\text{si } k = 0 \quad \begin{cases} y = \frac{x-1}{x-2} \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow E_f \cap D_k = \{(1,0)\}$$

$$5) f(x) = \frac{|x|-1}{|x|-2}$$

$$a) f \text{ existe si } |x|-2 \neq 0 \Rightarrow |x| \neq 2 \Rightarrow x \neq -2 \text{ et } x \neq 2$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$$

$$b) \text{ si } x \in D_f, -x \in D_f \text{ car } D_f \text{ est symétrique.}$$

$$f(-x) = \frac{|-x|-1}{|-x|-2} = \frac{|x|-1}{|x|-2} = f(x) \text{ copie}$$



si  $x \in [0, +\infty[ \setminus \{2\}$

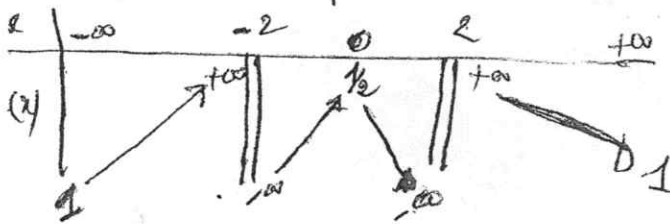
$g(x)$  (58 059 297) donc on trace

$g$  sur  $[0, +\infty[ \setminus \{2\}$

et on complète par symétrie par rapport à l'axe des ordonnées car  $g$  est paire.

Sur  $[0, +\infty[ \setminus \{2\}$ ,  $g \equiv f$

D'après le graphique on a:



exercice 3:  $A(3,1)$  et  $B(1,0)$

a)  $\Delta = (AB): y = ax + b$

$$A \in (AB) \Rightarrow 1 = 3a + b$$

$$B \in (AB) \Rightarrow 0 = a + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 1 \\ a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a = 1 \\ a = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

donc  $\Delta = (AB): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

1)  $C(x, y) \in \Delta \cap (O, +\infty)$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow C(1, 0)$

$$2) a) d(O, \Delta) = \frac{|\frac{1}{2} \cdot 0 + (-\frac{1}{2}) \cdot 0 - \frac{1}{2}|}{\sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2}}$$

$$= \frac{58\ 059\ 297}{\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$b) d(O, \Delta) = \frac{d(O, A) \times AB}{AB^2}$$

$$= \frac{58\ 059\ 297}{\sqrt{5} \times \frac{1}{2\sqrt{5}}} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$$

$$AB = \sqrt{(1-3)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\text{donc } d(O, \Delta) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}} = \frac{1}{10}$$

$$3) (E): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$$

$$a) (E): x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 - 1 - 1 + 5 = 0$$

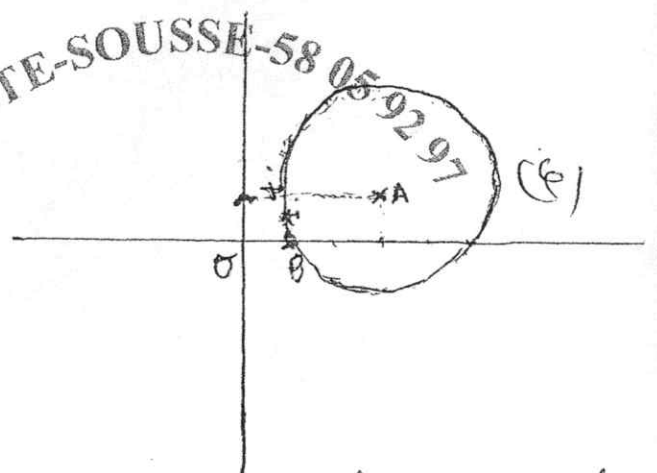
$$\Rightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = (\sqrt{5})^2$$

donc  $(E)$  est le cercle de centre  $A(3,1)$  et de rayon  $\sqrt{5}$

$$b) (1-3)^2 + (0-1)^2 = 4 + 1 = 5 = (\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow B(1,0) \in (E)$$



$$c) E \cap (O, +\infty) = \{(1,0), (5,0)\}$$

4)  $m \in \mathbb{R}$

$$\Delta_m = D(I, \overline{AB}) \text{ avec } I = \frac{A+B}{2}$$

$$(u) M(x,y) \in \Delta_m \Leftrightarrow d(M, \overline{AB}) = d(M, I)$$

$$\begin{pmatrix} x-m \\ y-0 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

58 059 297

$$\begin{cases} x-m = -2\alpha \\ y = -\alpha \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x-m = 2\alpha$$

$$\Leftrightarrow -x + 2y + m = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta_m: x + 2y + m = 0$$

$$\begin{aligned} b) d(A, \Delta_m) &= \frac{|3 + 2 \times 1 + m|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \\ &= \frac{|m-1|}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

2)  $\Delta_m$  est tangente à  $\mathcal{C}$

$$\Leftrightarrow d(A, \Delta_m) = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m-1| = 5$$

$$\Leftrightarrow m-1 = -5 \text{ ou } m-1 = 5$$

$$\Leftrightarrow m = -4 \text{ ou } m = 6$$

copie

58 059 297

copie



COPIE PILOTE-SOUSSE-58 05 92 97

58 059 297

<https://www.facebook.com/CopiePilotee>

(5)

copie

copie

