Exercice n°: 2 (6 pts)

I/

Une tige rigide homogène de section constante de longueur AB = L de poids 5N est mobile autour d'un axe fixe (Δ) horizontal perpendiculaire au plan de la figure passant par A. (Voir figure -3).

Cette tige est disposée horizontalement à l'aide d'un fil inextensible de masse négligeable qui passe par la gorge d'une poulie à axe fixe sans masse, à l'autre extrémité du fil est attaché un solide (S) de masse m qui repose sans frottement sur un plan incliné faisant un angle α = 30° par rapport à l'horizontale.

*) Quel est le rôle d'une poulie à axe fixe ?
*) Ecrire les conditions d'équilibre de la tige et du solide (S).
*) En déduire la masse m du solide S.

II/

On élimine le fil, la poulie et le solide (S).
En un point O de la tige AB tel que OA = 3/4 L, on fixe l'extrémité inférieure d'un ressort sans masse de constante de raideur K 100N.m^{-1} et de longueur à vide ℓ_0 = 10 cm.
L'autre extrémité du ressort est fixée en un point C d'un support. A l'équilibre, le ressort se trouve allongé et la tige fait un angle β avec l'axe horizontale passant par A. (Voir figure - 4).

Calculer la longueur finale ℓ prise par le ressort.

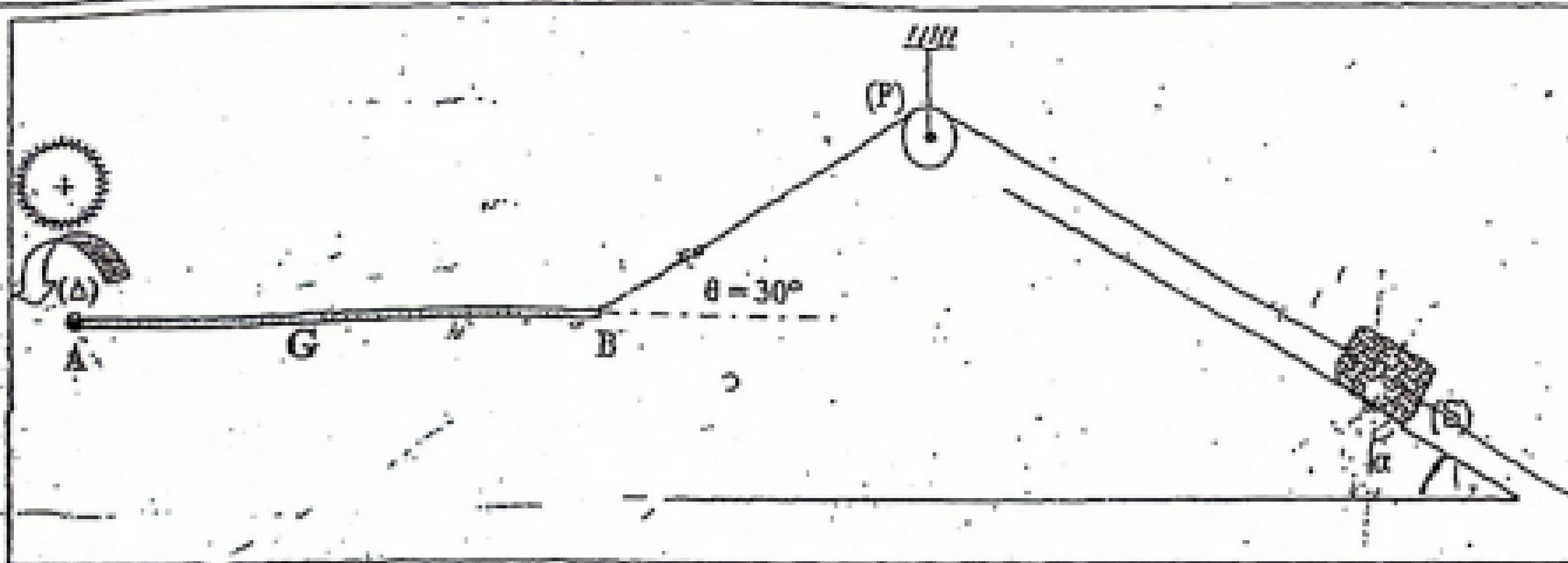
III/

On incline le même ressort d'un angle φ par rapport à la verticale. (Voir figure - 5).
A l'équilibre la tige AB est horizontale et le ressort s'allonge de 4 cm.

) Calculer la valeur de l'angle φ.
) Déterminer les caractéristiques de la réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ).

A₁	0,5
A₂	0,75
A₂	1,25
A₂C	1,5
A₂C	1
A₂C	1

FIGURE - 3



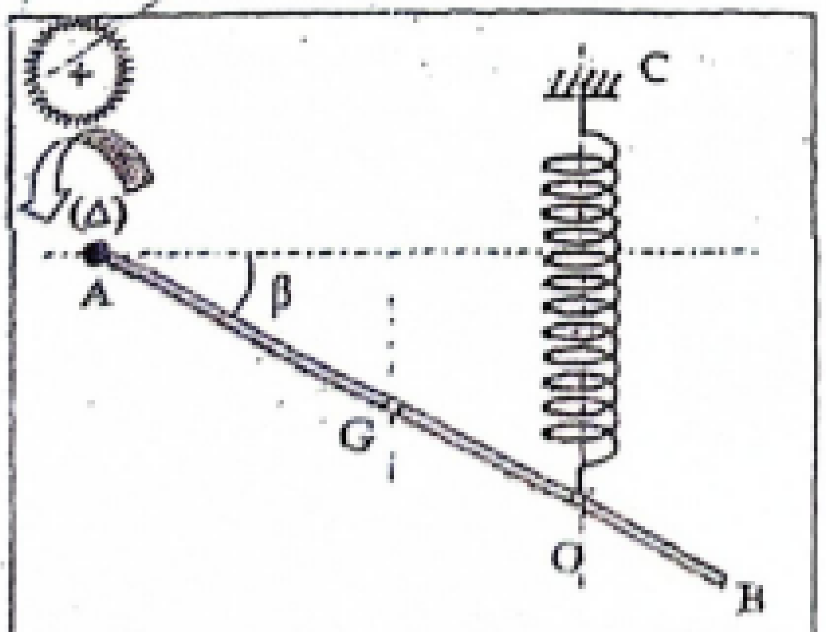


FIGURE - 4

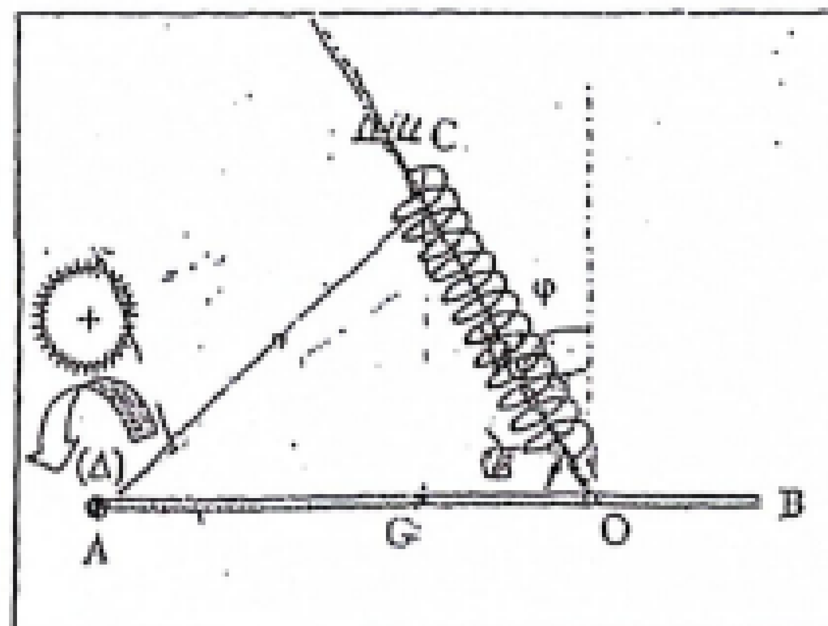
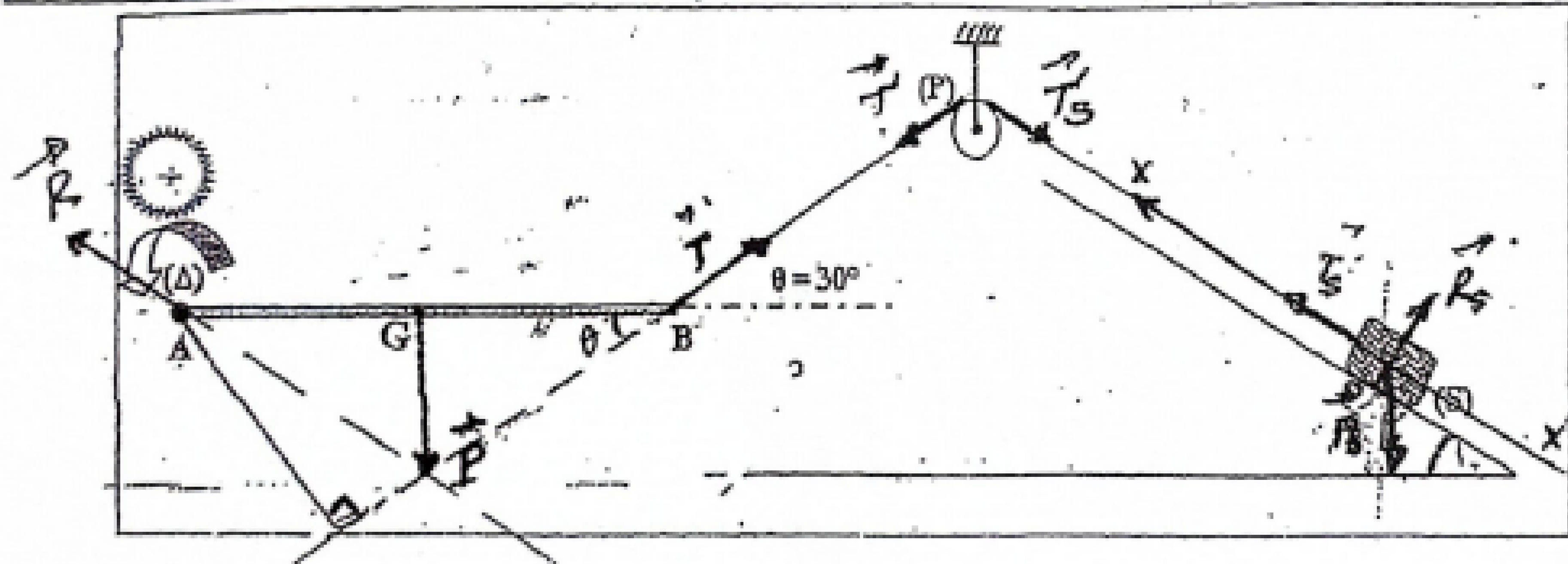


FIGURE - 5

FIGURE - 3



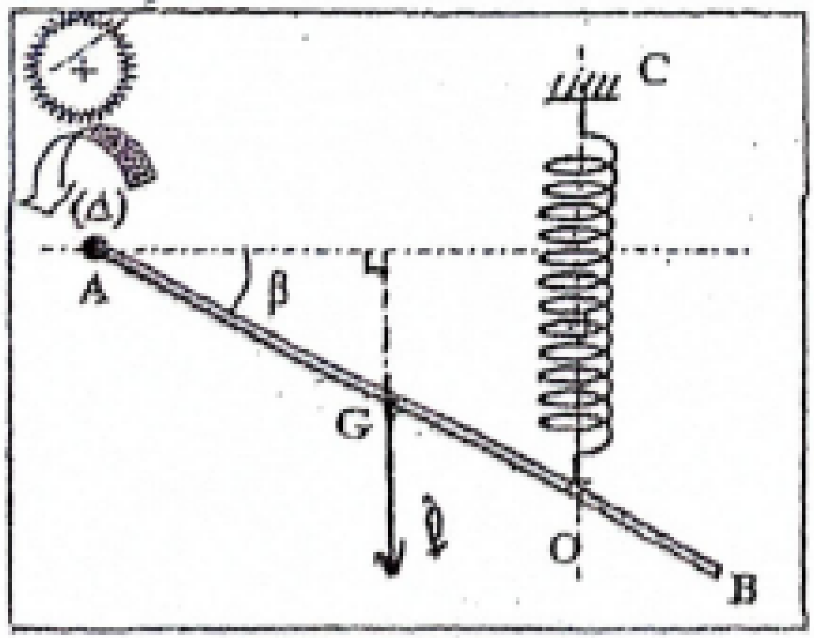


FIGURE - 4

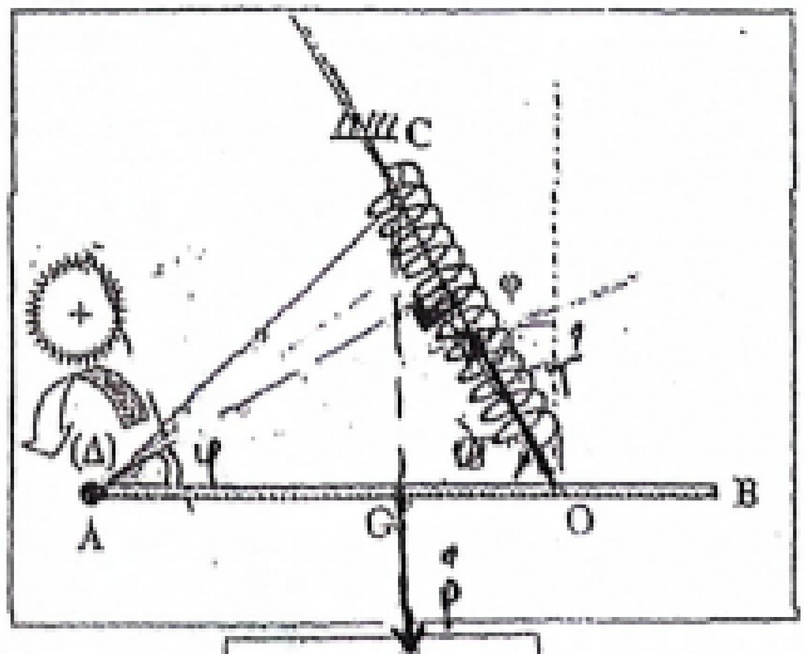


FIGURE - 5

Exercice n° 2.

I/ 1°/ La poulie à axe fixe transmet la valeur de la force.

2°/ Système {Poulie}

Bilan des forces $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{R}$

la poulie est mobile autour de l'axe fixe (Δ)

D'après le théorème des moments :

$\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$.

et $\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$

Soit : Système {(S)}

Bilan des forces : $\vec{P_s}$, $\vec{T_s}$ et $\vec{R}_s$

(S) est en équilibre alors $\vec{P_s} + \vec{T_s} + \vec{R_s} = \vec{0}$

3°/ $\mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ coupe l'axe (Δ) donc $\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} = 0$

$-\|\vec{P}\|\frac{L}{2} + \|\vec{T}\| L \sin\theta = 0$ d'où

$\|\vec{T}\| = \dfrac{\|\vec{P}\|}{2\sin\theta}$ AN $\|\vec{T}\| = \dfrac{5}{2\times 0,5} = 5N$

• $\vec{P}_S + \vec{T}_S + \vec{R}_S = \vec{0}$

• Projection sur $x'x$:

$-m\|\vec{g}\|\sin\alpha + \|\vec{T}_S\| = 0$ soit $m = \dfrac{\|\vec{T}_S\|}{\|\vec{g}\|\sin\alpha}$

car le fil est de masse négligeable et la poulie transmet la force donc $\|\vec{T}\| = \|\vec{T}_S\|$

d'où $m = \dfrac{5}{10\times 0,5} = 1\,kg$.

II/ Système {Tige}

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{T}$ et $\vec{R}$

À l'équilibre $\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$

or $\mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ car sa droite d'action

coupe l'axe (Δ) donc :

$\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} = 0$

$-\|\vec{P}\|\frac{L}{2}\cos\beta + \|\vec{T}\|\frac{3}{4}L\cos\beta = 0$

$\frac{\|\vec{P}\|}{2} = \frac{3}{4}\|\vec{T}\|$ soit $\|\vec{T}\| = \frac{2}{3}\|\vec{P}\| = 3{,}33\,N$

(R) est allongé car $\vec{T}$ est dirigée vers le haut

donc $\|\vec{T}\| = K(l - l_0)$ d'où $l = \frac{\|\vec{T}\|}{K} + l_0$

AN $\ell = 0,1 + \frac{10}{3\times100} = 0,133\ m$

III/

1°/ $\|\vec T\| = k\Delta\ell$ AN $\|\vec T\| = 100\times4.10^{-2}$

AN $\|\vec T\| = 4N$.

- A l'équilibre de la tige

$\mathcal{M}_{\vec T/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec P/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec R/\Delta} = 0$

or $\mathcal{M}_{\vec R/\Delta} = 0$ donc $\mathcal{M}_{\vec T/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec P/\Delta} = 0$

d'où $\|\vec T\| OA \cos\varphi - \|\vec P\| . OG = 0$

ainsi $\cos\varphi = \frac{\|\vec P\| OG}{\|\vec T\| OA} = \frac{\|\vec P\| \frac{\ell}{2}}{\|\vec T\| \frac{2\ell}{3}} = \frac{3\|\vec P\|}{4\|\vec T\|}$

AN $\cos\varphi = \frac{2\times5}{3\times4} = 0,833 \Rightarrow \varphi = 33,5°$

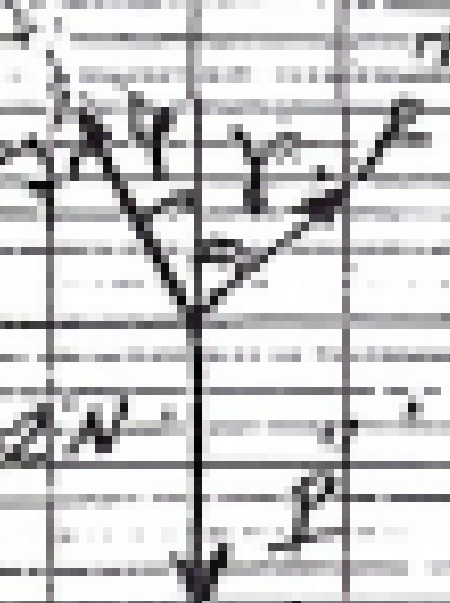
2°/ A l'équilibre de la tige

$\vec P + \vec T + \vec R = \vec 0$

Projection sur x'x :

$P_x + T_x + R_x = 0$

$-\|\vec T\|\sin\varphi + R_x = 0$



d'où $R_x = \|\vec T\|\sin\varphi = 2,2N$

- Projection sur y'y

$P_y + T_y + R_y = 0$

$-\|\vec P\| + \|\vec T\|\cos\varphi + R_y = 0$ d'où

$R_y = \|\vec P\| - \|\vec T\|\cos\varphi$

AN $R_y = 5 - 4\times0,833 = 1,67N$.

- soit θ l'angle que fait $\vec R$ avec la verticale (y'y) $\tan\theta = \frac{|R_x|}{R_y} = \frac{2,2}{1,67}$

$\tan\theta = 1,317 \Rightarrow \theta = 52,8°$

$\|\vec R\| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{2,2^2 + 1,67^2} = 2,76N$

donc $\vec R$:
- Dir : faisant l'angle θ = 52,8° avec la verticale
- Sens vers ... $R_x > 0$ et $R_y > 0$.
- valeur : $\|\vec R\| = 2,76N$.

Exercice n°1: (7 pts) $\|\vec{g}\| = 10\ N.kg^{-1}$

On considère le dispositif de la figure 1 de la feuille annexe formé par :

* une tige $AB = L$, de masse m et qui peut tourner autour d'un axe fixe (Δ) horizontal passant par A.
* une équerre (E), de masse négligeable, formée de deux bras perpendiculaires de longueurs respectives $OC = d_1$ et $OD = d_2 = 2d_1$ pouvant tourner autour d'un axe fixe horizontal (Δ') passant par O.
* un ressort (R), à spires non jointives, de raideur $k = 20\ N.m^{-1}$ et de masse négligeable et disposé verticalement.

L'extrémité **B** de la tige est attachée à un fil (f) horizontal de masse négligeable lié à l'extrémité **C** de l'équerre.

A l'extrémité **D** de l'équerre est attaché au ressort (R).

Les axes de rotation (Δ) et (Δ') sont perpendiculaires au plan de la figure.

A l'équilibre la tige **AB** fait un angle $\alpha = 63{,}44°$ avec la verticale et le ressort s'allonge de $\Delta\ell = 5$ cm.

1- Représenter toutes les forces qui s'exercent sur la tige et l'équerre. 1,5

2- Calculer la tension du ressort (R). 0,5

3-a) Enoncer le théorème des moments. 1

b) En appliquant le théorème des moments à la tige, montrer que la valeur de la tension du fil au point B est égale à la valeur du poids de la tige AB. 1

c) En appliquant le théorème des moments à l'équerre, déterminer la valeur de la tension du fil. 1

d) déduire la masse m de la tige AB. 1

4- Calculer la valeur de la réaction de l'axe (Δ). 1

Exercice n°1

1) Les forces exercées à la tige sont :

- Le poids $\vec{P}$.
- La tension du fil en B : $\vec{T_B}$
- La réaction $\vec{R}$ de l'axe (Δ)

À l'équilibre $\vec{P} + \vec{T_B} + \vec{R} = \vec{0}$ et $\vec{R}$, $\vec{P}$ et $\vec{T_B}$ sont coplanaires et concourantes

- Les forces exercées à l'équerre sont :
- La tension $\vec{T_C}$ du fil en C
- La tension $\vec{T}$ du ressort
- La réaction $\vec{R'}$ de l'axe (Δ')

À l'équilibre $\vec{T_C} + \vec{T} + \vec{R'} = \vec{0}$ et $\vec{T_C}$, $\vec{T}$ et $\vec{R'}$ sont coplanaires et concourantes

2) $\|\vec{T}\| = k\,\Delta l$: AN $\|\vec{T}\| = 20 \times 5.10^{-2}$

3(a) Un solide soumis à des forces et mobile autour d'un axe fixe est en équilibre dans la somme algébrique des moments des forces appliquées au solide est nulle $\sum M_\Delta(\vec{F}) = 0$.

b) La tige est en équilibre donc :

$M_\Delta(\vec{T}) + M_\Delta(\vec{P}) + M_\Delta(\vec{R}) = 0$

or $M_\Delta(\vec{R}) = 0$ car sa droite d'action coupe (Δ)

donc $M_\Delta(\vec{T}) + M_\Delta(\vec{P}) = 0$ soit

$-\|\vec{T}_B\| AB \cos\alpha + \|\vec{P}\| AG \sin\alpha = 0$

soit $\|\vec{T}_B\| AB \cos\alpha = \|\vec{P}\| \frac{AB}{2} \sin\alpha$.

soit $\|\vec{T}_B\| = \frac{\|\vec{P}\|}{2} \tan\alpha$ or $\tan\alpha = 2$

donc $\|\vec{T}_B\| = \|\vec{P}\|$.

C) L'équerre est en équilibre alors :

$\mathcal{M}_{\vec{T}_C/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ avec $\mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$

donc $\mathcal{M}_{\vec{T}_C/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} = 0$.

$\Rightarrow -\|\vec{T}_C\| \cdot OG + \|\vec{T}\| \cdot OD = 0$

$\Rightarrow \|\vec{T}\| \cdot OD = \|\vec{T}_C\| \cdot OC$ or $OD = 2 \cdot OC$

donc $\|\vec{T}\| = \dfrac{\|\vec{T}_C\|}{2}$ et comme le fil

et la masse negligeable alors $\|\vec{T}_C\| = \|\vec{P}_B\|$

d'où $\|\vec{T}\| = \dfrac{\|\vec{P}\|}{2}$ $\Rightarrow \|\vec{T}\| = \dfrac{m\|\vec{g}\|}{2}$

d) $m = \dfrac{2\|\vec{T}\|}{\|\vec{g}\|}$ AN $m = \dfrac{2 \times 1}{10} = 0{,}2$ kg.

4°) $\vec{P} + \vec{T}_B + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{R} = -(\vec{P} + \vec{T}_B)$

or $\vec{P} \perp \vec{T}_B$ donc $\|\vec{R}\| = \sqrt{\|\vec{P}\|^2 + \|\vec{T}_B\|^2}$

or $\|\vec{T}_B\| = \|\vec{P}\|$ alors $\|\vec{R}\| = \sqrt{2}\,\|\vec{P}\|$.

AN $\|\vec{R}\| = 2\sqrt{2}$ N

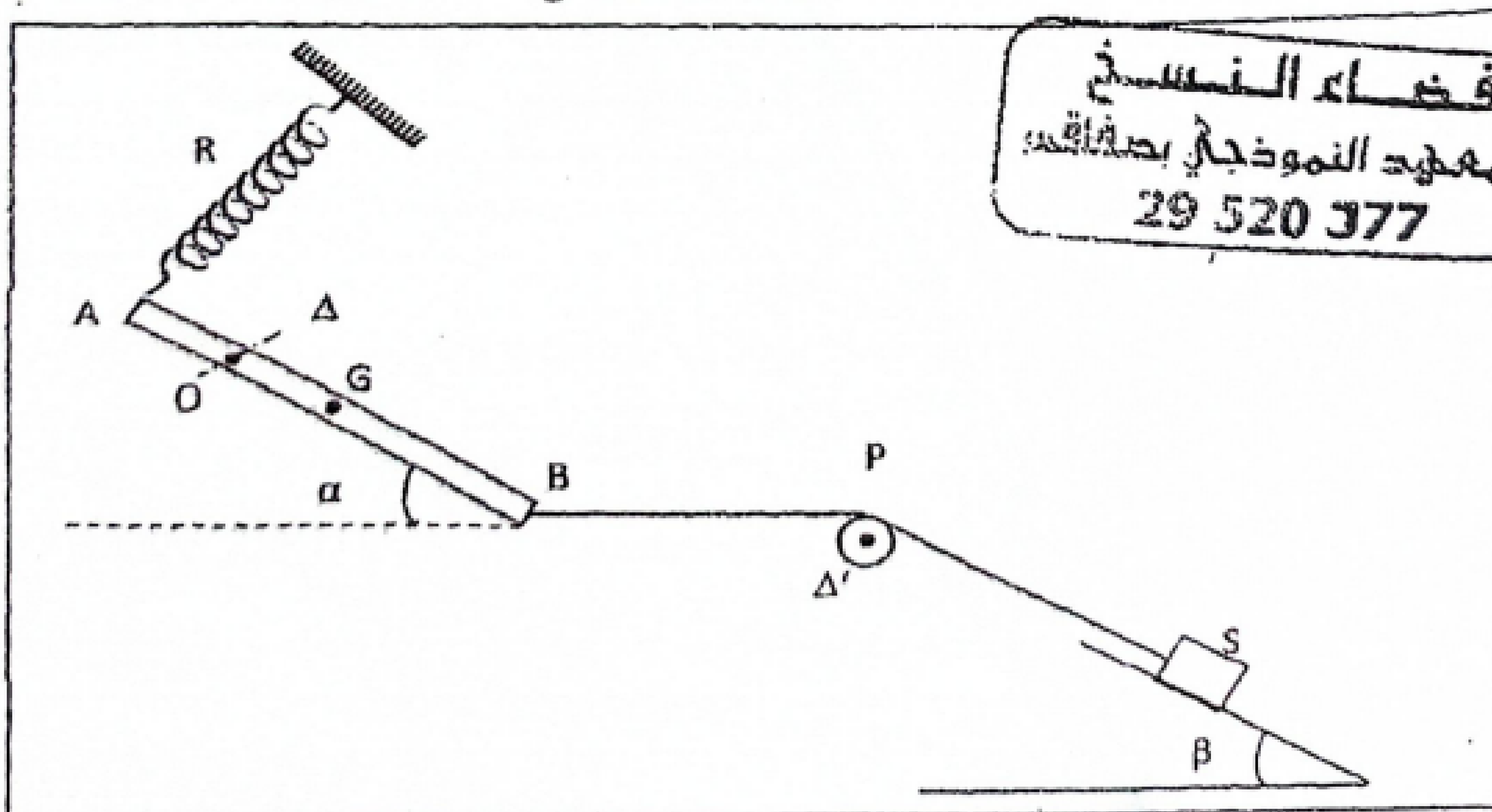
Exercice n°1: (6 pts) $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.kg}^{-1}$.

Une barre homogène de section constante, de centre de gravité G, de masse $m_1 = 200$ g et de longueur $AB = L$ est mobile autour d'un axe (Δ) perpendiculaire au plan de la feuille passant par O tel que $OA = \dfrac{L}{4}$. L'extrémité (A) de la barre est attachée à un ressort (R) de raideur $k = 13 \text{ N.m}^{-1}$.

L'autre extrémité de la barre est fixée à un fil de masse négligeable qui passe sur la gorge d'une poulie (P), de masse négligeable, mobile autour d'axe fixe (Δ'), l'autre extrémité du fil maintient un solide (S) de masse $m_2 = 400$ g placé sur un plan incliné faisant un angle $\beta = 30°$ avec l'horizontal.

Lorsque la barre est maintenue en équilibre faisant un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontal, le ressort s'allonge de $\Delta\ell = 4$ cm et son axe prend une direction perpendiculaire à la tige AB.

Le fil prend une direction horizontale. Voir figure ci-dessous.



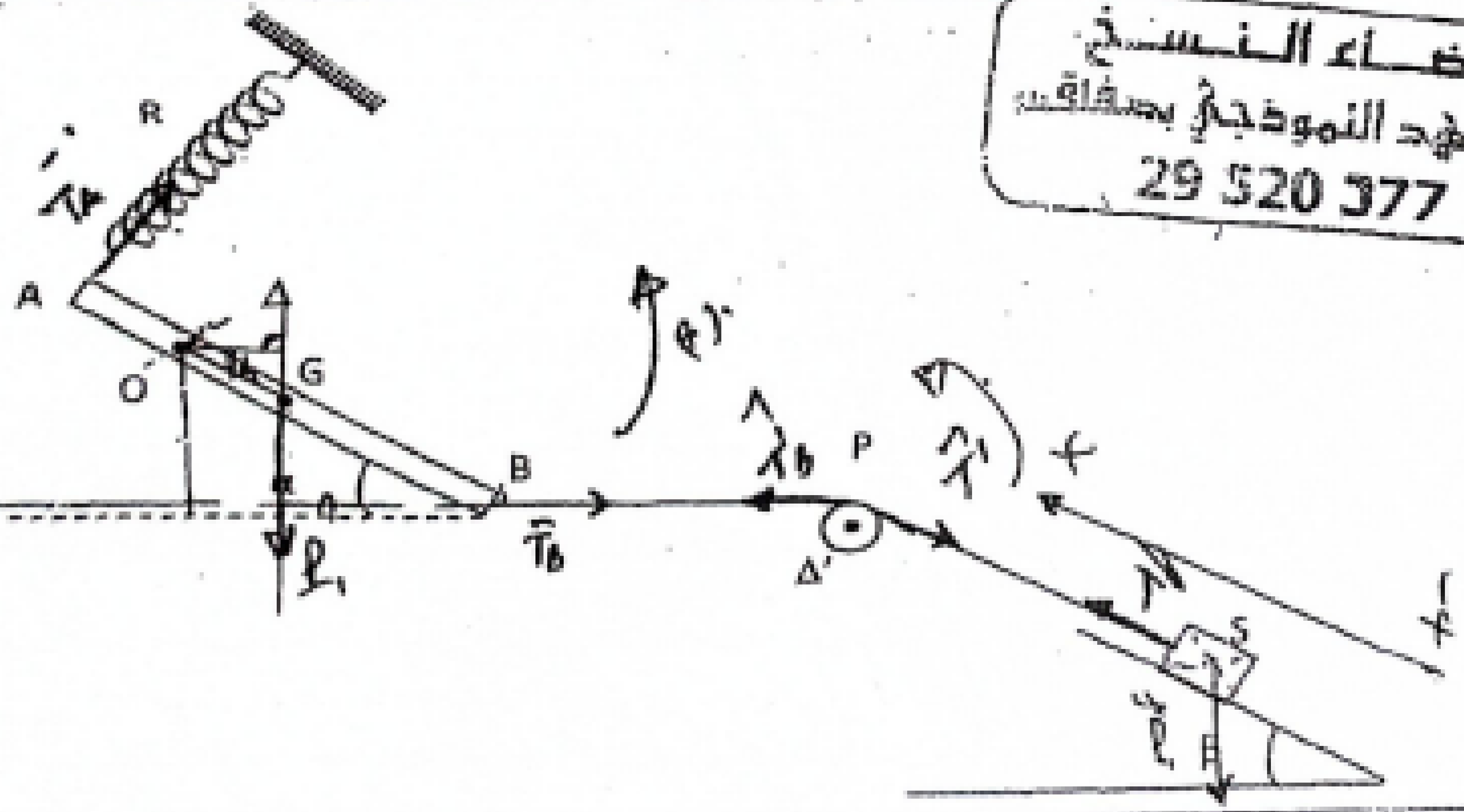
I] 1- Préciser les forces exercées sur la barre AB. 0,5 A_2

2- En appliquant le théorème des moments, déterminer la valeur de la tension du fil. 1,5 A_2

II] Déterminer les valeurs des tensions appliquées sur la poulie. 1 A_2

III] 1- Montrer que le plan incliné est rugueux. 1,5 A_2B

2- Déterminer les caractéristiques de la force de frottement qui s'exerce sur (S). 1,5 A_2


R
A
O
G
B
P
Δ'
x
x'
S

I] 1- Préciser les forces exercées sur la barre AB. | 0,5 | A₂

Les forces appliquées à la barre AB sont :
• le poids de la barre $\vec{P_1}$; • la tension $\vec{T_A}$ du ressort ;
• la tension $\vec{T_B}$ du fil • la réaction $\vec{R_0}$ de l'axe (Δ).

2- En appliquant le théorème des moments, déterminer la valeur de la tension du fil. | 1,5 | A₂

La barre est mobile autour de l'axe Δ, elle est en équilibre donc d'après le théorème des moments : $\mathcal{M}_{\vec{R_0}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{P_1}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T_A}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T_B}/\Delta} = 0$;

or $\mathcal{M}_{\vec{R_0}/\Delta} = 0$ car sa droite d'action coupe (Δ).

donc $\mathcal{M}_{\vec{P_1}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T_A}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T_B}/\Delta} = 0$;

$\|\vec{T_B}\| OB \sin\alpha - m_1\|\vec{g}\| OG\cos\alpha - \|\vec{T_A}\| OA = 0$.

$\|\vec{T_B}\| OB\sin\alpha = m_1\|\vec g\| OG \cos\alpha + K\Delta l \cdot OA$;

$\|\vec{T_B}\| = \dfrac{m_1\|\vec g\|\frac{\ell}{4}\cos\alpha + K\Delta l\frac{\ell}{4}}{\frac{3}{4}\ell\sin\alpha}$

$\|\vec{T_B}\| = \dfrac{m_1\|\vec g\|\cos\alpha + K\Delta l}{3\sin\alpha}$

$\|\vec{T_B}\| = \dfrac{0{,}2\times10\times\frac{\sqrt3}{2} + 15\times0{,}04}{3\times0{,}5}$

$\|\vec{T_B}\| = 1{,}5\ N$;

II] Déterminer les valeurs des tensions appliquées sur la poulie. | 1 | A₂

Le fil est de masse négligeable donc $\|\vec{T_B}\| = \|\vec{T'_B}\| = 1{,}5\ N$.
Les forces exercées sur la poulie (à part la réaction de son axe) sont $\vec{T}$ et $\vec{T'}$.
La poulie est en équilibre donc : $\mathcal{M}_{\vec{T}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T'}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$;
or $\mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ car $\vec R$ coupe (Δ) donc $\mathcal{M}_{\vec T/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T'}/\Delta} = 0$; soit
$\|\vec{T'}\| r - \|\vec T\| r = 0$ d'où $\|\vec{T_B}\| = \|\vec T\| = 1{,}5\ N$.

III] 1- Montrer que le plan incliné est rugueux. | 1,5 | A₃B

Si le plan est sans frottement (lisse) alors $\vec R \perp$ plan.
La somme des forces : $\sum\vec F = \vec P + \vec R + \vec T$;
Projection sur x'x : $P_x + R_x + T_x = \|\vec T\| - m_2\|\vec g\|\sin\beta$;
$P_x + R_x + T_x = 1{,}5 - 0{,}4\times10\times\sin30 = -0{,}5\ N$.
$P_x + R_x + T_x \neq 0$ donc le solide ne peut pas être en équilibre
ainsi le plan est rugueux.

2- Déterminer les caractéristiques de la force de frottement qui s'exerce sur (S). | 1,5 | A₂

Dans le cas où le plan est rugueux à l'équilibre : $\vec P + \vec R + \vec T = \vec 0$.
Projection sur x'x : $P_x + R_x + T_x = 0$; soit $R_x = 0{,}5\ N$.
$R_x = \|\vec f\| = 0{,}5\ N$

donc $\vec f$ $\begin{cases} \text{direction : faisant l'angle } \beta = 30° \text{ avec l'horizontale (celle de x'x)} \\ \text{sens : vers le haut} \\ \text{valeur } \|\vec f\| = 0{,}5\ N \text{ ;} \end{cases}$

A- Une tige homogène de longueur L = 1 m de poids $\vec{P}$ tel que $\|\vec{P}\| = 25$ N peut tourner dans un plan vertical autour d'un axe fixe Δ perpendiculaire au plan de la figure et passant par O. Un solide (S_1) de poids $\|\vec{P_1}\| = 4$N est accroché à l'aide d'un fil inextensible et de masse négligeable au point A. Un solide (S_2) de poids $\|\vec{P_2}\| = 25$ N est placé sur la tige au point B à une distance OB = 25 cm (figure1). On donne : $OA = \frac{1}{2}L$; $OG = \frac{1}{5}L$

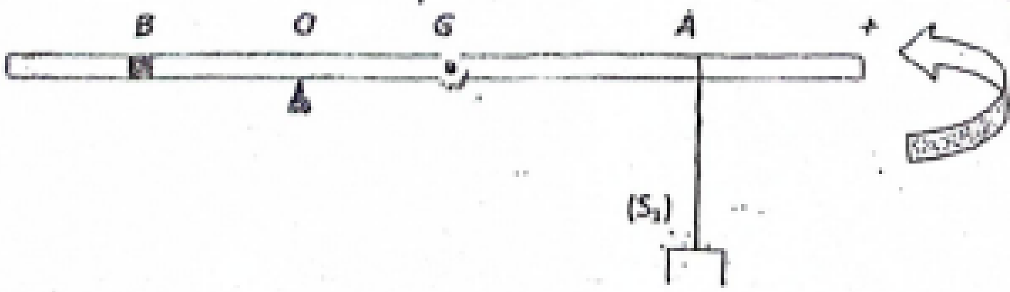


figure1

1- Déterminer le moment de chacune des forces exercées sur la tige par rapport à l'axe Δ. (A_2 ; 2pt)

2- Montrer que la tige ne peut pas rester en équilibre dans cette position (B ; 1pt)

3- Pour réaliser l'équilibre, on déplace le solide (S_2) le long de la tige ;

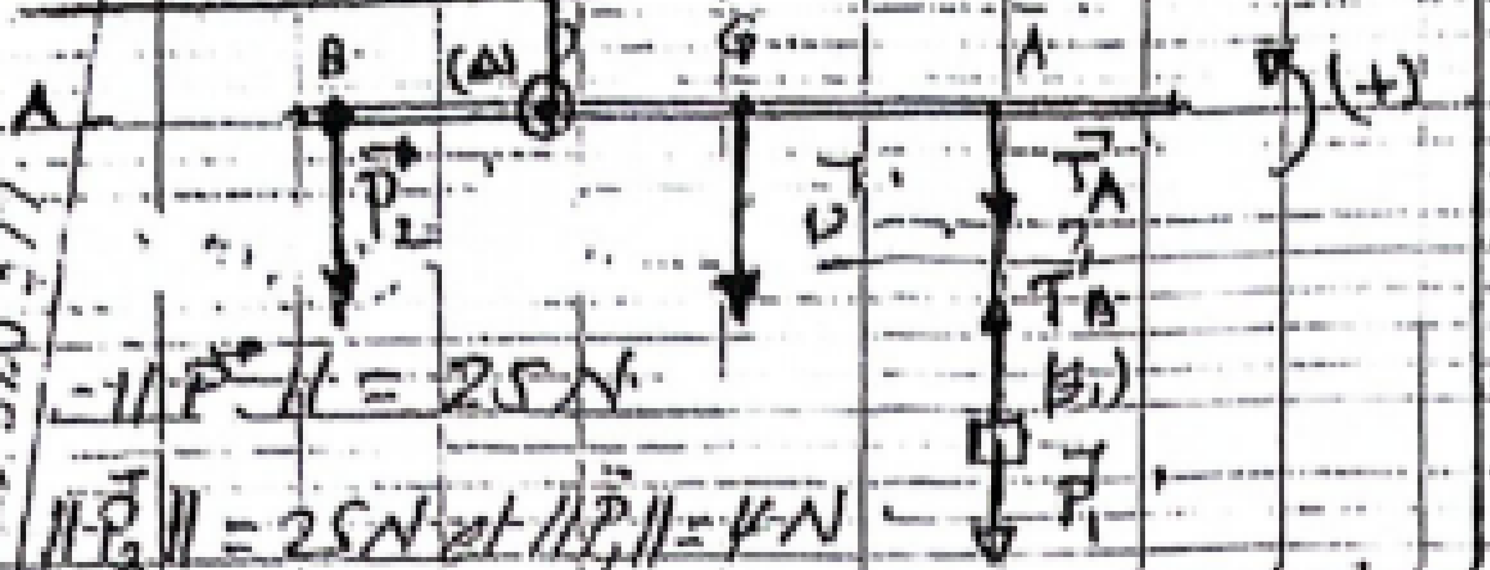
a- dans quel sens et de combien faut-il déplacer le solide (S_2).

b- Préciser la nouvelle distance OB. (A_2C ; 1,5 pt)

B- le solide (S_2) est accroché sur (S_1), on fait passer le fil attaché en A sur la gorge d'une poulie de masse négligeable mobile sans frottement autour d'un axe fixe horizontal (figure2). Calculer l'angle α permettant de maintenir la tige en équilibre dans une position horizontale (A_2C ; 1,5Pt)

(figure 2)

Exercice n°4 $L = 1m$; $OA = \frac{L}{2}$; $OG = \frac{L}{5}$; $OB =$



$-\|\vec{P}\| = 25N$

$\|\vec{P_2}\| = 25N$ et $\|\vec{P_1}\| = 4N$

1/ Les forces extérieures appliquées à S {tige + B} :

$\vec{T_A}$; $\vec{P}$; $\vec{P_2}$ et $\vec{R}$

or le fil est de masse négligeable donc :

$\|\vec{T_A}\| = \|\vec{T'_A}\|$ et comme $\|\vec{T'_A}\| = \|\vec{P_1}\|$ alors

$\|\vec{P_1}\| = \|\vec{T_A}\| = 4N$.

$\mathcal{M}_{\vec{T_A}/\Delta} = -\|\vec{T_A}\|.OA = -4 \times 0,5 = -2 N.m$.

$\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} = -\|\vec{P}\|.OG = -25 \times \frac{1}{5} = -5 N.m$

$\mathcal{M}_{\vec{P_2}/\Delta} = \|\vec{P_2}\|.OB = 25 \times 0,25 = 6,25 N.m$

$\mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ car la droite d'action de $\vec{R}$ coupe (Δ)

2- $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}ext} = \mathcal{M}_{\vec{T_A}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{P_2}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} \neq 0$

donc la tige ne peut pas être en équilibre dans cette position.

3° $\sum M_{F\,ext/\Delta} = -2 - \frac{1}{4}\cdot 25 = -0{,}25\,N.m$

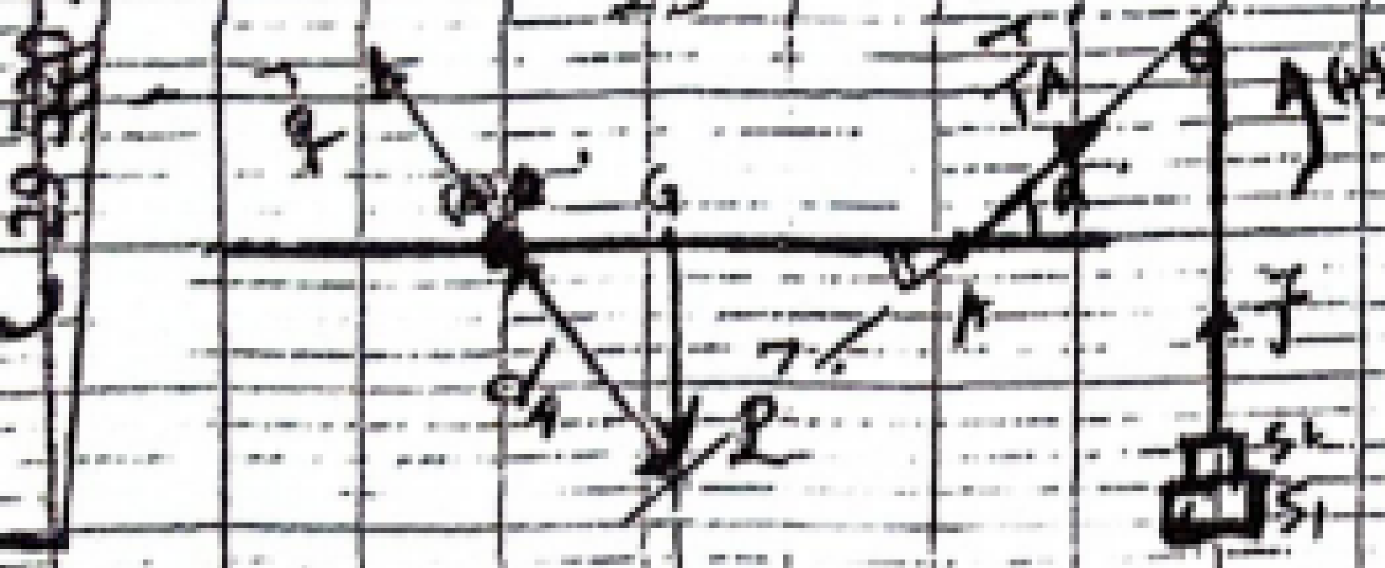
donc on doit déplacer (S) de façon à augmenter la distance OB.

5) A l'équilibre $\sum M_{\vec{F}ext/\Delta} = 0$

donc $M_{\vec{P_2}/\Delta} = -(M_{\vec{P}/\Delta} + M_{\vec{F}(m)/\Delta}) = 7\,N.m$

$\|\vec{P_2}\| \cdot OB' = M_{\vec{P_2}/\Delta}$ soit $OB' = \frac{M_{\vec{P_2}/\Delta}}{\|\vec{P_2}\|}$

A.N $OB' = \frac{7}{25} = 0{,}28\,m$.



Système {Tige}

Bilan des forces : $\vec{P}$, $\vec{TA}$ et $\vec{R}$

$\frac{1}{4}$ D'après le théorème des moments :

à l'équilibre $\mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{T_A}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$

or $\mathcal{M}_{\vec{R}/\Delta} = 0$ car sa droite d'action coupe (Δ)

donc $\mathcal{M}_{\vec{T_A}/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{P}/\Delta} = 0$

$-\|\vec{P}\| OG + \|\vec{T_A}\| d_A = 0$ or $d_A = OA \sin\alpha$

donc $\|\vec{P}\| OG = \|\vec{T_A}\| OA \sin\alpha$

or $S = \{S_1 + S_2\}$ est en équilibre donc

$\|\vec{T}\| = \|\vec{P_1}\| + \|\vec{P_2}\| = 29N$.

et comme le fil est de masse négligeable

et la poulie transmet la valeur de la force

alors $\|\vec{T_A}\| = \|\vec{T}\| = 29N$.

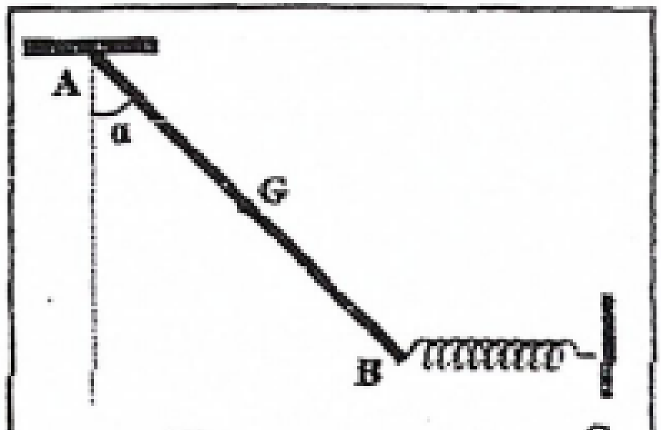
$\sin\alpha = \dfrac{\|\vec{P}\| . OG}{\|\vec{T_A}\| . OA} = \dfrac{25 \times 0{,}2}{29 \times 0{,}5} = 0{,}345$

donc $\alpha = 69{,}8°$

Exercice n° 1 (7 points)

(On donne $\|\vec{g}\| = 10\ N.kg^{-1}$).

Une tige homogène AB de masse **m = 0,2 kg** et de longueur **L** est attachée en son extrémité A à un support. Pour maintenir la tige en équilibre, dans une position faisant un angle α avec la verticale, on fixe en un point C de la tige un ressort de masse négligeable de raideur $k = 20\ N.m^{-1}$ et d'axe horizontal. (Voir figure ci- contre).



Figure

I- On considère le système S formé par la tige AB et le ressort.

1) Ce système S est-il déformable ou indéformable ? Justifier. A2

0,5

2) a- Préciser les forces qui s'exercent sur (S) et les classées en forces intérieures et en forces extérieures. A2

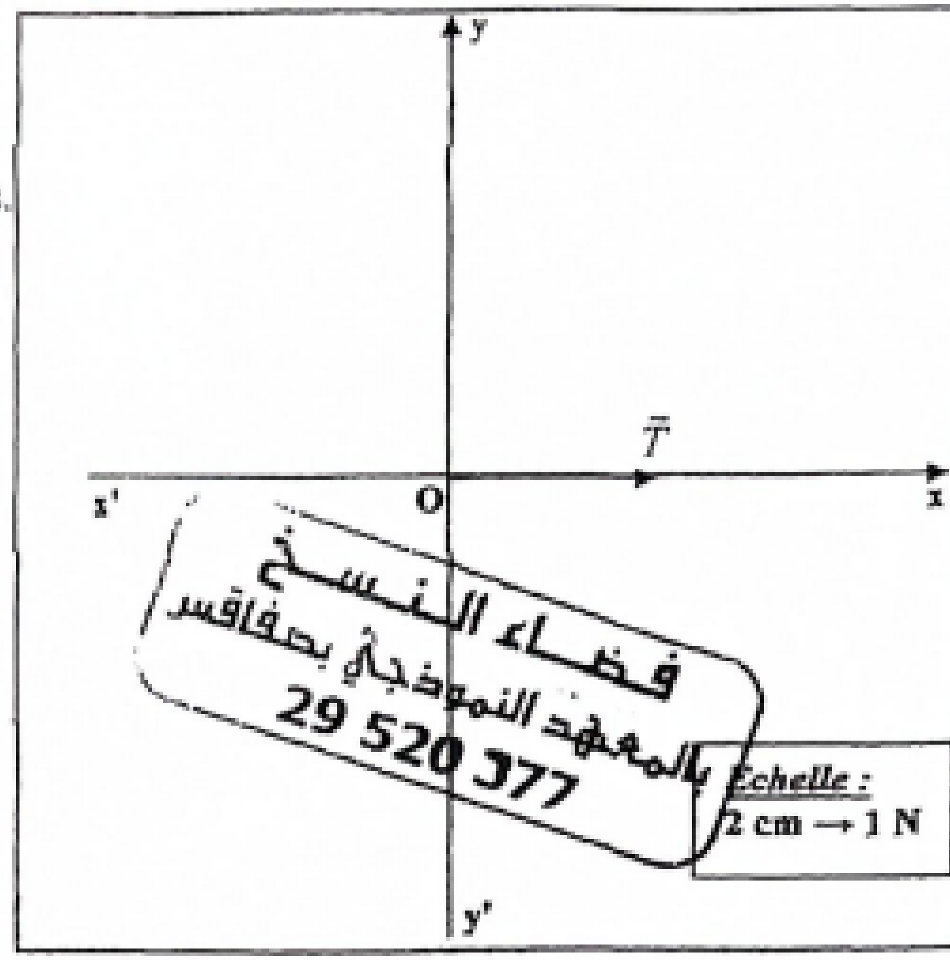
1,25

b- Que peut-on dire des forces intérieures ? Justifier.

0,5 A2

II- À l'équilibre, la tige AB est soumise à son poids $\vec{P}$, à la tension $\vec{T}$ du ressort et à la réaction $\vec{R}$ du support en A.

1) Dans le repère (O, x, y) on a représenté à l'*échelle de 2 cm → 1 N* la tension $\vec{T}$ du ressort à l'origine O du repère.



a- Calculer l'allongement $\Delta\ell$ du ressort. A2

0,5 --

----

b- Représenter, au point O, le poids $\vec{P}$ de la tige AB, à l'échelle de 2 cm → 1 N A2

0,5 --

c- Faire la construction géométrique de la réaction $\vec{R}$ du support. B

0,5

d- Déduire la valeur $\|\vec{R}\|$ de cette réaction. A2

0,5 --

----

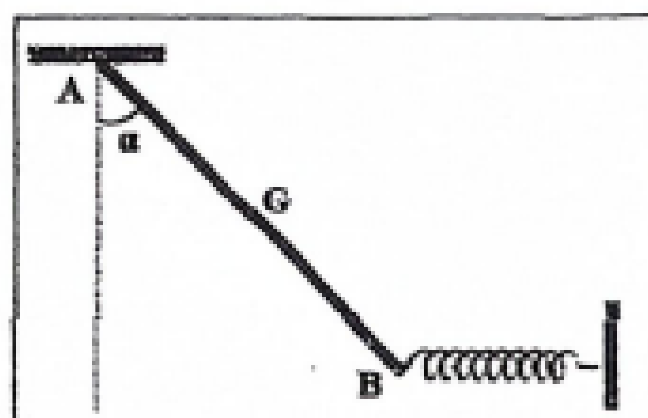
2) Déterminer l'angle θ que fait la réaction $\vec{R}$ du support avec la verticale. A2

0,5 --

----

3) En utilisant le théorème des moments, déterminer l'angle α que fait la tige AB avec la verticale. A2

1 --



Figure

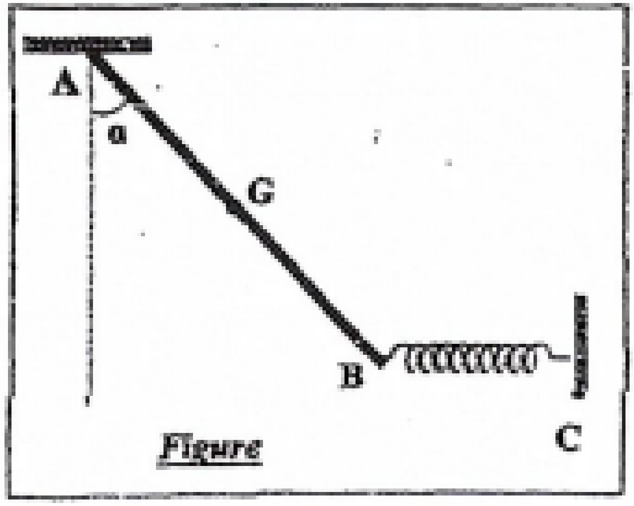
فضاء النسخ بالمعهد النموذجي بصفاقس 29 520 377

0,5	III-1) Préciser, en justifiant la réponse, en quel point D de la tige AB doit on fixer le ressort pour que l'angle que fait la tige avec la verticale soit égal à l'angle que fait la réaction $\vec{R}$ avec la verticale. --- ---	C
0,25	2) Le point D dépend il de l'orientation de la direction de l'axe du ressort ? Justifier. --- ---	C
0,5	*3) Le ressort reste fixé en D horizontalement et garde le même allongement que dans II), quel angle* prend la tige AB avec la verticale : α , θ ou un autre angle ? Justifier la réponse. --- ---	C

Exercice n° 1 (7 points)

(On donne $\|\vec{g}\| = 10\ N.kg^{-1}$).

Une tige homogène AB de masse **m = 0,2 kg** et de longueur **L** est attachée en son extrémité A à un support. Pour maintenir la tige en équilibre, dans une position faisant un angle α avec la verticale, on fixe en un point C de la tige un ressort de masse négligeable de raideur $k = 20\ N.m^{-1}$ et d'axe horizontal. (Voir figure ci- contre).



Figure

I- On considère le système S formé par la tige AB et le ressort.

1) Ce système S est-il déformable ou indéformable ? Justifier. A2

0,5 Le système S est déformable car la distance entre deux éléments de ce système peut changer

2) a- Préciser les forces qui s'exercent sur (S) et les classées en forces intérieures et en forces extérieures. A2

1,25 Les forces qui agissent sur le système (S) sont :

• Le poids de la tige : $\vec{P}$: force extérieure

• La réaction du support en A : $\vec{R}$: force extérieure

• La réaction du ressort en C : $\vec{R}'$: force extérieure

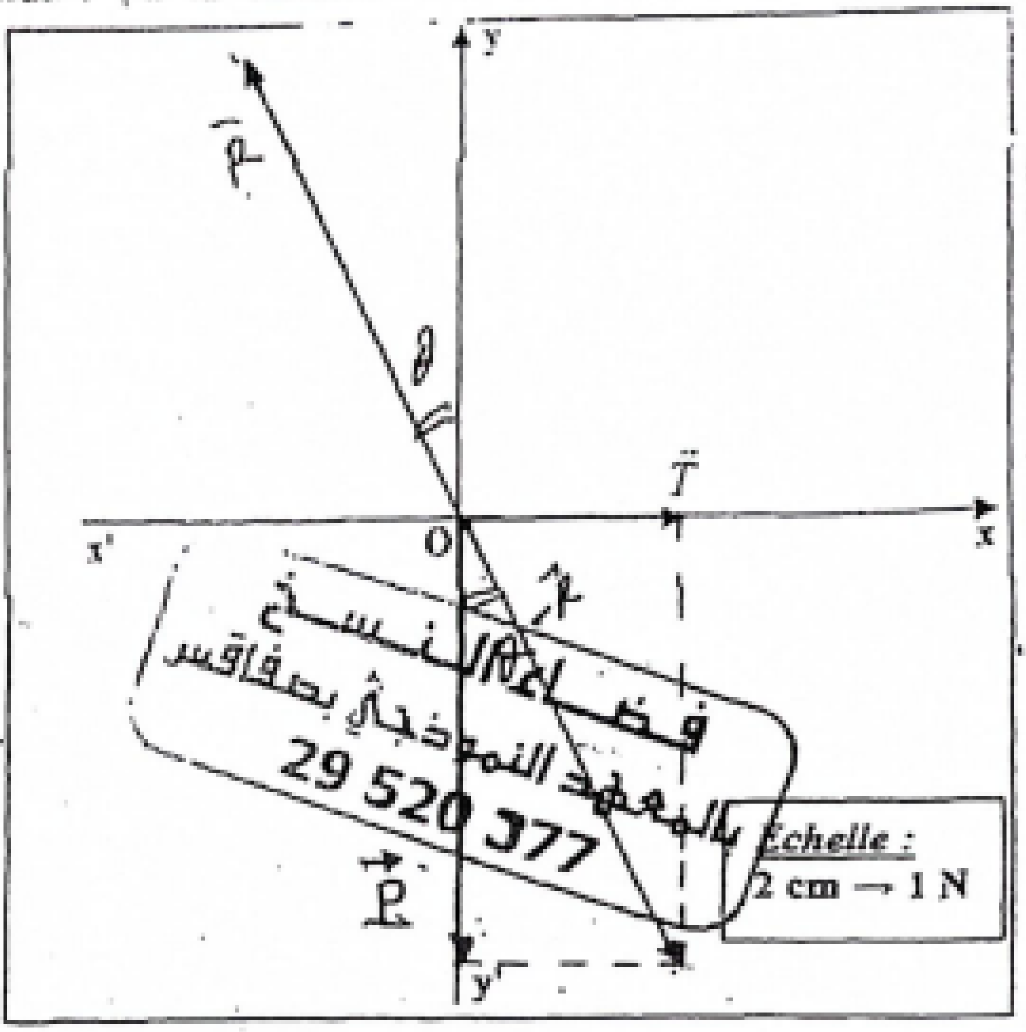
• La tension du ressort $\vec{T}$: force intérieure et la force exercée par la tige sur le ressort $\vec{F}$: force intérieure

b- Que peut-on dire des forces intérieures ? Justifier. A2

0,5 La tige et le ressort sont en interaction, les éléments de l'interaction sont $\vec{T}$ et $\vec{F}$, d'après le principe d'interaction $\vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ donc $\vec{F} = -\vec{T}$

II- À l'équilibre, la tige AB est soumise à son poids $\vec P$, à la tension $\vec T$ du ressort et à la réaction $\vec R$ du support en A.

1) Dans le repère (O, x, y) on a représenté à l'échelle de 2 cm → 1 N la tension $\vec T$ du ressort à l'origine O du repère. A2



a- Calculer l'allongement $\Delta\ell$ du ressort. A2

$\|\vec T\| = 1N$ or $\|\vec T\| = K\Delta l$ donc

0,5 $\Delta l = \frac{\|\vec T\|}{K}$ AN $\Delta l = \frac{1}{20} = 0,05\,m$

b- Représenter, au point O, le poids $\vec P$ de la tige AB, à l'échelle de 2 cm → 1 N. B

0,5 $\|\vec P\| = m\|\vec g\| = 2N$ donc $\|\vec P\| \leftrightarrow 4cm$

0,5 c- Faire la construction géométrique de la réaction $\vec R$ du support. A2

0,5 d- Déduire la valeur $\|\vec R\|$ de cette réaction.

La tige est en équilibre donc

$\vec R + \vec P + \vec T = \vec 0$ d'où $\vec R = -(\vec P + \vec T)$,

d'après la construction à l'échelle $\|\vec R\| \to 4,5\,cm$ donc $\|\vec R\| = 2,25\,N$.

0,5 2) Déterminer l'angle θ que fait la réaction $\vec R$ du support avec la verticale. A2

$\tan\theta = \frac{\|\vec T\|}{\|\vec P\|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 26,56°$

1 3) En utilisant le théorème des moments, déterminer l'angle α que fait la tige AB avec la verticale. A2

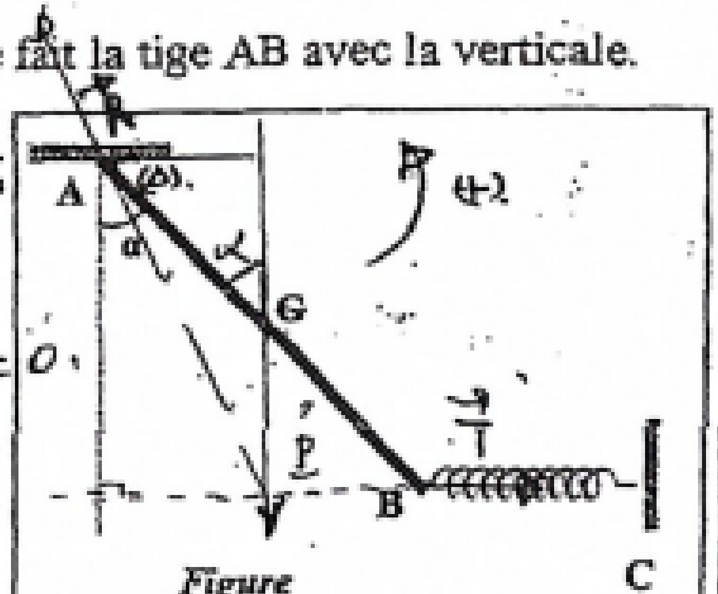
La tige est un solide mobile autour de l'axe (Δ) passant par A. D'après le théorème des moments

$M_{\vec P/\Delta} + M_{\vec R/\Delta} + M_{\vec T/\Delta} = 0$ or donc

$M_{\vec P/\Delta} + M_{\vec T/\Delta} = 0$ soit $\|\vec T\|\, AB\cos\alpha - \|\vec P\|\frac{AB}{2}\sin\alpha = 0$

soit $\|\vec T\|\cos\alpha = \frac{m\|\vec g\|}{2}\sin\alpha$ soit $\tan\alpha = \frac{2\|\vec T\|}{m\|\vec g\|}$

AN $\tan\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45°$



Figure

0,5 III-1) Préciser, en justifiant la réponse, en quel point D de la tige AB doit on fixer le ressort pour que l'angle que fait la tige avec la verticale soit égal à l'angle que fait la réaction $\vec{R}$ avec la verticale. C

Les forces $\vec{P}$, $\vec{R}$ et $\vec{T}$ sont concourantes donc $\vec{R}$ est de direction AI avec I le point d'intersection des trois droites d'action. Pour que $\vec{R}$ soit de direction AB il faut que I soit confondu avec G donc D est le point G.

0,25 2) Le point D dépend il de l'orientation de la direction de l'axe du ressort ? Justifier. C

Le point D ne dépend pas de l'orientation de l'axe du ressort en effet si la droite d'action de $\vec{T}$ passe par G alors les 3 droites d'action se coupent en G quelque soit la direction de l'axe du ressort.

0,5 3) Le ressort reste fixé en D horizontalement et garde le même allongement que dans II), quel angle prend la tige AB avec la verticale : α , θ ou un autre angle ? Justifier la réponse. C

- La tige AB fait l'angle $\theta = 26,56°$ avec la verticale car dans ce cas ...
- d'après le théorème des moments : $\|\vec{T}\| AG \cos\alpha = \|\vec{P}\| AG \sin\alpha$ tg $\alpha = \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{P}\|}$