

情報メディア実験

数理最適化レポート01

情報メディア創成学類
201911419 土佐凜斗

扱うパズル問題

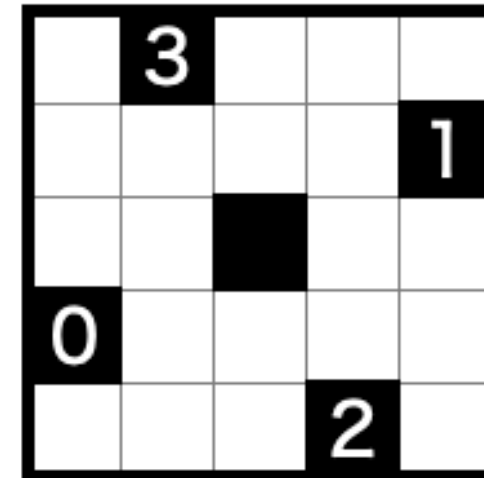
美術館

- 配置された数字と黒マスをもとに盤面に照明を配置するペンシルパズルの一つ
- 回答は一つに決まる
- 美術館の壁と廊下に見立てた二種類のマスがあり、美術館全体を照らすように廊下にライトを配置することがゴール
- 壁以外にライトを置くか置かないかの0-1ナップサック問題として考えられる

パズルの紹介

ルール

1. 黒マスに書かれた数字はその黒マスに隣接する白マスに配置される照明の数を表す
2. 照明が配置されるマスからは縦横に光が出て光は黒マスか外枠に当たるまで直進する
3. 盤面の全ての白マスには、照明からの光が当たってなければならない
4. 照明が配置されているマスには、他の照明からの光が当たってはいけない



問題集：<https://puzsq.jp/main/index.php?puzzle=18>

定式化

変数

I : マスの行番号の集合

J : マスの列番号の集合

x_{ij} : 白マスの場合照明を置くか置かないかの0-1変数, 黒マスの場合数字の制約(null or 0~4)

y_{ij} : i 行 j 列目のマスが黒マスか白マスか

maximize (目的関数)

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in J} x_{ij} (y_{ij} \neq \text{black}) \quad (\text{照明の数を最小に})$$

subject to (制約式)

$$\sum_{i=i'}^{i''} x_{ij} \leq 1 \quad (y_{ij} \neq \text{black} \quad (i \in \{i' \cdots i''\})) \quad (\forall j \in J) \quad (\text{照明は横直線上に1つ以下})$$

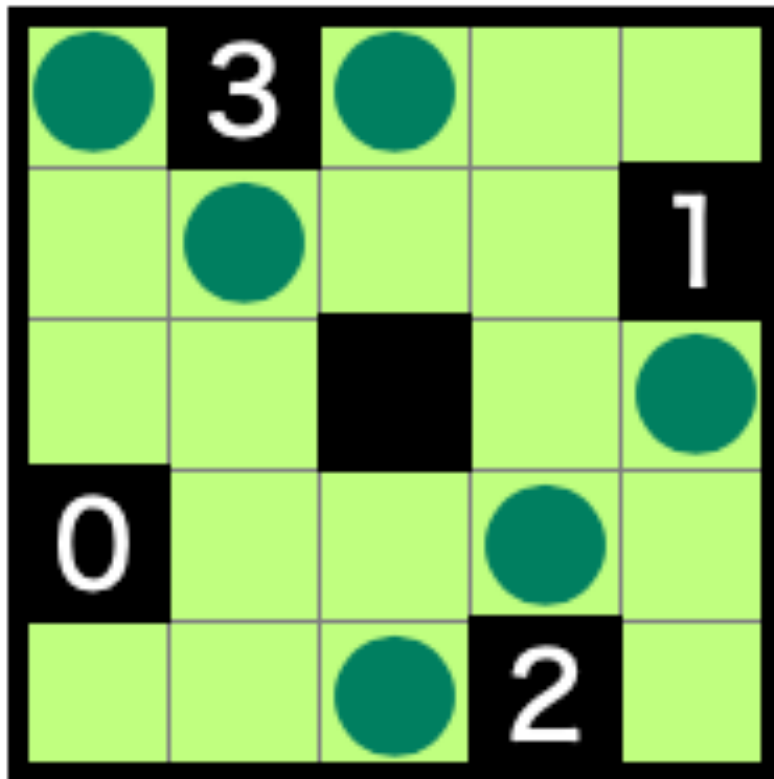
$$\sum_{j=j'}^{j''} x_{ij} \leq 1 \quad (y_{ij} \neq \text{black} \quad (j \in \{j' \cdots j''\})) \quad (\forall i \in I) \quad (\text{照明は横直線上に1つ以下})$$

$$\sum_{i=i'}^{i''} x_{ij} + \sum_{j=j'}^{j''} x_{ij} - x_{ij} \geq 1 \\ (y_{ij} \neq \text{black} \quad (i \in \{i' \cdots i''\})), (y_{ij} \neq \text{black} \quad (j \in \{j' \cdots j''\})), (\forall i \in I, \forall j \in J)$$

(どの廊下も少なくとも1つの照明で照らされる)

計算機実験結果

問題の回答



実行結果

```
ringringnoMacBook-Pro:experiment_情報メディア実験A tosarinto$ vi rep_01.py
ringringnoMacBook-Pro:experiment_情報メディア実験A tosarinto$ python rep_01.py
Academic license - for non-commercial use only - expires 2021-06-26
Using license file /Users/tosarinto/gurobi.lic

-----
Gurobi Optimizer version 9.1.2 build v9.1.2rc0 (mac64)
Thread count: 2 physical cores, 4 logical processors, using up to 4 threads
Optimize a model with 64 rows, 20 columns and 232 nonzeros
Model fingerprint: 0xa25f1570
Variable types: 0 continuous, 20 integer (20 binary)
Coefficient statistics:
  Matrix range      [1e+00, 1e+00]
  Objective range   [1e+00, 1e+00]
  Bounds range      [1e+00, 1e+00]
  RHS range         [1e+00, 3e+00]
Found heuristic solution: objective 6.0000000
Presolve removed 64 rows and 20 columns
Presolve time: 0.00s
Presolve: All rows and columns removed

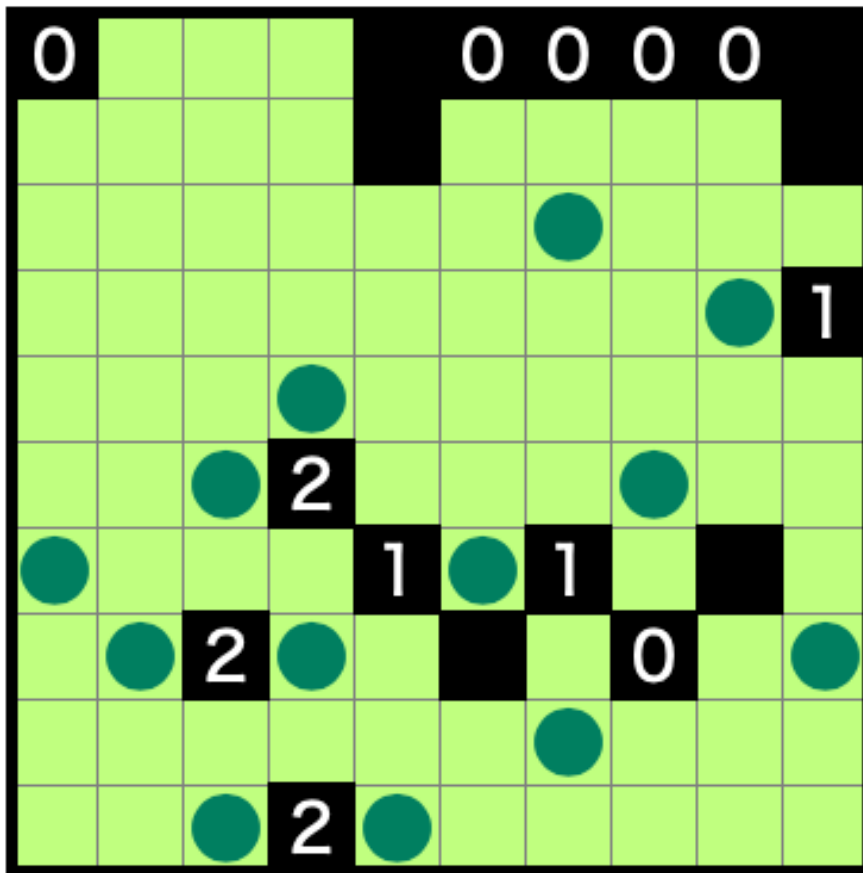
Explored 0 nodes (0 simplex iterations) in 0.00 seconds
Thread count was 1 (of 4 available processors)

Solution count 1: 6

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 6.000000000000e+00, best bound 6.000000000000e+00, gap 0.0000%
-----
Optimal value: 6.0
  3  ,  ,  ,  1  ,
  ,  ,  ,  ,  ,
0  ,  ,  ,  ,  ,
  ,  ,  ,  2  ,  ,
```

計算機実験結果2

問題の回答



実行結果

```

ringringnoMacBook-Pro:experiment_情報メディア実験A tosarinto$ python rep_01.py
Academic license - for non-commercial use only - expires 2021-06-26
Using license file /Users/tosarinto/gurobi.lic
-----
Gurobi Optimizer version 9.1.2 build v9.1.2rc0 (mac64)
Thread count: 2 physical cores, 4 logical processors, using up to 4 threads
Optimize a model with 258 rows, 82 columns and 1994 nonzeros
Model fingerprint: 0x39d65d4f
Variable types: 0 continuous, 82 integer (82 binary)
Coefficient statistics:
  Matrix range      [1e+00, 1e+00]
  Objective range   [1e+00, 1e+00]
  Bounds range      [1e+00, 1e+00]
  RHS range         [1e+00, 2e+00]
Presolve removed 258 rows and 82 columns
Presolve time: 0.00s
Presolve: All rows and columns removed

Explored 0 nodes (0 simplex iterations) in 0.00 seconds
Thread count was 1 (of 4 available processors)

Solution count 1: 13

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)
Best objective 1.300000000000e+01, best bound 1.300000000000e+01, gap 0.0000%
-----
Optimal value: 13.0

```

まとめと課題

アルゴリズムを考えるに当たって

- 1つのマスが壁か廊下かで二通り, (→クラスでわかりやすく)
- 廊下の場合, 照明を置くかどうかで制約に対する振る舞いが変わる (→制約の書き方を工夫)

という点で, 1マスの取りうる状態が多いのとそれぞれの状態に制約が依存するところが複雑で難しかった

また, 照明のは光が壁で阻まれるので, 定式化の際に \sum が単純に使えず書き方が怪しくなってしまった

1マスずつ見るのではなく壁で区切られたブロックごとに分けるところから考えるとまた違った導出ができるかもしれない

ご静聴有り難うございました