

# Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme

IN0010, SoSe 2018

## Übungsblatt 4

07. Mai – 11. Mai 2018

**Hinweis:** Mit \* gekennzeichnete Teilaufgaben sind ohne Lösung vorhergehender Teilaufgaben lösbar.

### Aufgabe 1 ALOHA

ALOHA (hawaiisch: „Hallo“) ist eines der ältesten Medienzugriffsverfahren und wurde 1971 an der Universität von Hawaii entwickelt, um die Hawaii-Inseln über eine Funkverbindung mit einer zentralen Vermittlungsstation zu verbinden. Die Trennung der zwei Kommunikationsrichtungen von den Inseln zur Vermittlungsstation und zurück erfolgte durch Frequenzduplex (FDD). Die Steuerung des Medienzugriffs war denkbar einfach: Sobald ein Sender Daten erhalten hatte, durfte dieser zu senden beginnen. Da aber keine Richtfunkantennen eingesetzt wurden und alle Sender auf den Inseln dieselbe Frequenz verwendeten, konnte es zu Kollisionen kommen, wenn sich zwei Übertragungen zeitlich überschneiden.

Zwei Jahre später wurde Slotted ALOHA eingeführt, bei dem die Sender nur noch zu Beginn fester Zeitschlitzes (engl. *time slots*) anfangen durften zu senden. Die Vermittlungsstation übertrug dafür auf dem Rückkanal ein Taktsignal zur Synchronisation.

Wir wollen nun eine eigene Strategie definieren, die wir *p*-persistentes Slotted ALOHA nennen. Liegen Daten vor, so sendet eine Station mit Wahrscheinlichkeit *p* im nächsten Slot bzw. verzögert die Übertragung mit Wahrscheinlichkeit  $1 - p$  um einen Slot. Folgende Ausgangssituation sei gegeben:

- Es gibt *n* Nutzer, die saturiert sind, d. h. es liegen stets Daten zum Senden vor.
- Jeder Nutzer fängt mit Wahrscheinlichkeit *p* im nächsten möglichen Zeitschlitz an zu senden.
- Die Dauer eines Sendevorgangs entspricht der Länge eines Zeitschlitzes.

**a)\*** Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einem Zeitschlitz eine kollisionsfreie Übertragung stattfindet?

Sei *X* die ZV, welche die Anzahl der im betreffenden Zeitschlitz gleichzeitig sendenden Stationen angibt. Die Übertragung ist genau dann kollisionsfrei, wenn  $X = 1$  gilt, d. h. genau ein *beliebiger* Nutzer sendet. *X* ist also binomialverteilt mit Sendewahrscheinlichkeit *p*:

$$\Pr[X = k] = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k} \Rightarrow \Pr[X = 1] = \binom{n}{1} p (1 - p)^{n-1} = np \cdot (1 - p)^{n-1} =: f(n, p)$$

**b)** Bestimmen Sie das  $p^*$ , so dass die Wahrscheinlichkeit einer kollisionsfreien Übertragung maximiert wird.

Ableitung liefert:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial p} &= n \cdot (1 - p)^{n-1} - np \cdot (n - 1) \cdot (1 - p)^{n-2} \stackrel{!}{=} 0 \\ n \cdot (1 - p)^{n-1} &= np \cdot (n - 1) \cdot (1 - p)^{n-2} \\ 1 - p &= p \cdot (n - 1) \\ p &= \frac{1}{n} \end{aligned}$$

**c)** Bestimmen Sie nun die maximale Kanalauslastung bei *n* Nutzern.

Einsetzen liefert:

$$f(n, p^*) = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1}$$

d) Bestimmen Sie nun die maximale Kanalauslastung bei einer sehr großen Anzahl von Nutzern.

**Hinweis:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n = e^x$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(n, p^*) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n}{\left(1 - \frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{e} \approx 0.37$$

## Aufgabe 2 ALOHA und CSMA/CD

Gegeben sei ein Netzwerk (s. Abbildung 1) bestehend aus drei Computern, welche über ein Hub miteinander verbunden sind. Die Distanzen zwischen den Computern betragen näherungsweise  $d_{12} = 500$  m bzw.  $d_{23} = 250$  m. Etwaige indirekte Kabelführung darf vernachlässigt werden. Die Übertragungsrate betrage  $r = 10$  Mbit/s. Die relative Ausbreitungsgeschwindigkeit betrage wie üblich  $\nu = 2/3$ . Die Lichtgeschwindigkeit sei mit  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s gegeben.

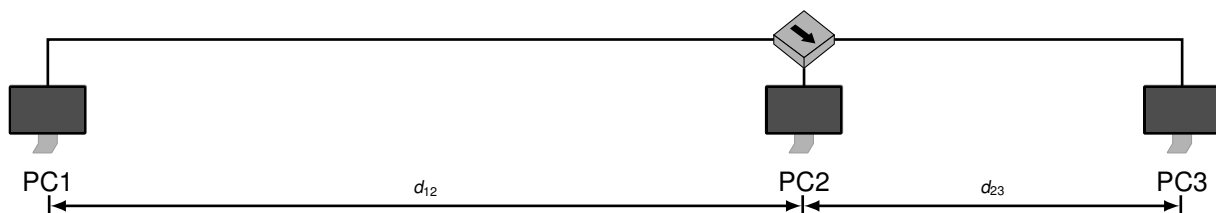


Abbildung 1

Zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  s findet keine Übertragung statt und keiner der Rechner hat Daten zu versenden. Zum Zeitpunkt  $t_1 = 1 \mu\text{s}$  beginnt PC1 einen Rahmen der Länge 3 B zu senden. Bei  $t_2 = 4 \mu\text{s}$  stehen auch bei PC2 und PC3 Rahmen der Länge 3 B zum Senden an.

a)\* Berechnen Sie die Serialisierungszeit  $t_s$  für eine Nachricht.

$$t_s = \frac{l}{r} = \frac{3 \cdot 8 \text{ bit}}{10 \cdot 10^6 \text{ bit/s}} = 2,4 \mu\text{s}$$

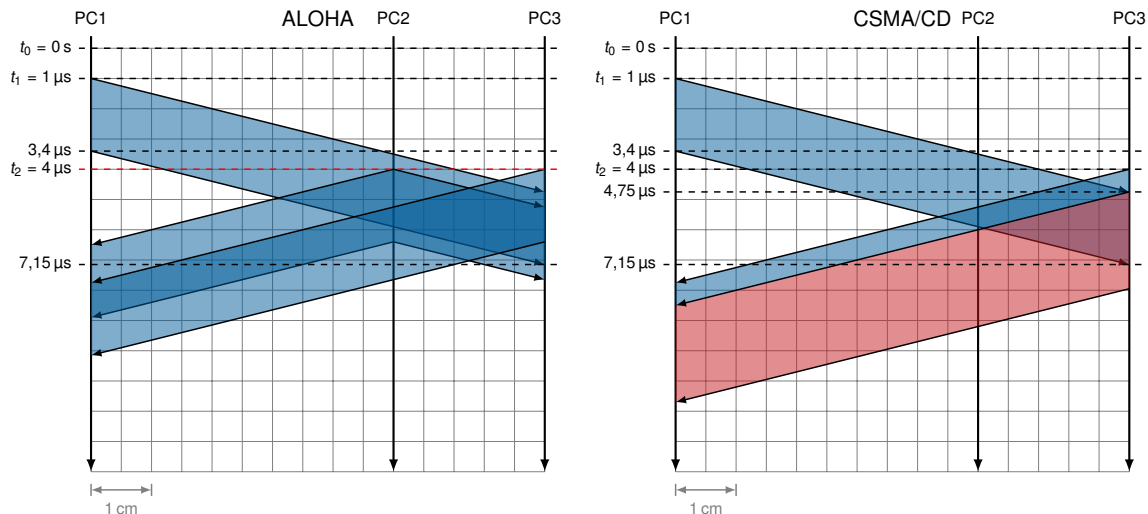
b)\* Berechnen Sie die Ausbreitungsverzögerungen  $t_p(1, 2)$  und  $t_p(2, 3)$  auf den beiden Streckenabschnitten.

$$t_p(1, 2) = \frac{d_{12}}{\nu c_0} = \frac{500 \text{ m}}{\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 2,5 \mu\text{s}$$

$$t_p(2, 3) = \frac{d_{23}}{\nu c_0} = \frac{250 \text{ m}}{\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,25 \mu\text{s}$$

c) Zeichnen Sie für ALOHA und 1-persistentes CSMA/CD jeweils ein Weg-Zeit-Diagramm, das den Sendevorgang im Zeitintervall  $t \in [t_0, t_0 + 10 \mu\text{s})$  darstellt. (Maßstab:  $100 \text{ m} \triangleq 1 \text{ cm}$  bzw.  $1 \mu\text{s} \triangleq 5 \text{ mm}$ )

Bei ALOHA wird das Medium nicht abgehört. Dies bedeutet, dass zum Zeitpunkt  $t_2$  PC2 zu senden beginnt, obwohl er die Übertragung von PC1 bereits detektieren könnte. Im Gegensatz dazu wird bei CSMA/CD das Medium abgehört. Aus diesem Grund beginnt PC2 nicht zu senden. PC3 allerdings kann infolge der endlichen Signalausbreitungsgeschwindigkeit noch nicht wissen, dass PC1 bereits sendet. Es kommt also zur Kollision. Bei  $t = 4,75 \mu\text{s}$  erkennt PC3 die Kollision und bricht die eigene Übertragung ab. Um sicherzugehen, dass alle Stationen, die an das gemeinsame Medium angeschlossen sind, über die Kollision informiert werden, sendet PC3 ein *Jam-Signal*. Dieses ist bei Ethernet ein 4 B langes alternierendes Bitmuster (da die Länge in der Aufgabenstellung nicht gegeben war, reicht die Andeutung des Jamsignals).



d) Aus der vorhergehenden Teilaufgabe ist zu erkennen, dass bei beiden Verfahren Kollisionen auftreten. Im Gegensatz zu ALOHA funktioniert CSMA/CD aber unter den gegebenen Umständen nicht. Warum?

Bei ALOHA wird der Verlust eines Rahmens dadurch erkannt, dass der Absender keine Bestätigung erhält. Ein derartiges Quittungsverfahren gibt es bei CSMA/CD nicht. Stattdessen nimmt ein Sender bei CSMA/CD an, dass ein Rahmen erfolgreich übertragen wurde, falls während der Übertragung keine Kollision aufgetreten ist. Im konkreten Fall hat PC1 allerdings die Übertragung abgeschlossen, bevor ihn die Übertragung bzw. das Jam-Signal von PC3 erreicht. PC1 erkennt daher die Kollision nicht und geht fälschlicherweise von einer erfolgreichen Übertragung aus.

e) Berechnen Sie für CSMA/CD die maximale Entfernung zweier Rechner innerhalb einer Kollisionsdomäne in Abhängigkeit der minimalen Rahmenlänge. Setzen Sie die Werte für FastEthernet ein ( $r = 100$  Mbit/s,  $l_{\min} = 64$  B).

Im Falle einer Kollision darf keiner der sendenden Knoten seinen Sendevorgang beenden, bevor er die Kollision bemerkt hat. Ansonsten würde er davon ausgehen, dass die Übertragung erfolgreich war. Dies bedeutet, die minimale Serialisierungszeit  $t_{s,\min}$  eines Rahmens muss zweimal der Ausbreitungsverzögerung zwischen den beiden am weitesten entfernten Stationen entsprechen:

$$\begin{aligned}
 t_{s,\min} &= 2 \cdot t_{p,\max} \\
 \frac{l_{\min}}{r} &= 2 \cdot \frac{d_{\max}}{\nu c} \\
 d_{\max} &= \frac{1}{2} \cdot \nu c \cdot \frac{l_{\min}}{r} \\
 d_{\max} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{64 \cdot 8 \text{ bit}}{100 \cdot 10^6 \frac{\text{bit}}{\text{s}}} \\
 d_{\max} &= 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{64 \cdot 8 \text{ bit}}{100 \cdot 10^6 \frac{\text{bit}}{\text{s}}} = 512 \text{ m}
 \end{aligned}$$

f)\* Welchen Einfluss haben Hubs, Brücken und Switches auf die Kollisionsdomäne?

Hubs verbinden Netzsegmente auf der physikalischen Schicht, wodurch eine gemeinsame Kollisionsdomäne entsteht (Bus).

Brücken unterbrechen Kollisionsdomänen, indem Rahmen nur dann in das jeweils andere Netzsegment weitergeleitet werden, wenn sich der jeweilige Empfänger in diesem Segment befindet. (Die Weiterleitungsentcheidungen werden auf Basis der Ziel-MAC-Adresse getroffen. Durch Beobachtung des Datenverkehrs kann eine Brücke mit der Zeit lernen, welche Knoten sich auf welcher Seite befinden.)

Switches sind im Wesentlichen Brücken mit mehr als zwei Ports. Sie unterbrechen daher ebenfalls Kollisionsdomänen.

### Aufgabe 3 Bitübertragungstechniken (Hausaufgabe)

Seit 2010 verbindet ein neues Unterseekabel Japan und die USA. Das Kabel verläuft von Chikura nahe Tokio nach Los Angeles in Kalifornien (ca. 10 000 km) und besteht aus 8 Faserpaaren (wobei in jedem Faserpaar eine Faser für die eine Richtung und die andere Faser für die andere Richtung benutzt wird). Die Übertragungsrate beträgt insgesamt 7,68 Tbit/s pro Richtung.

Als vereinfachende Annahmen setzen wir voraus, dass das Licht nur den Weg des Kabels zurücklegt und keine Signalbeeinträchtigungen oder Verzögerungen durch Signalverstärker, Steckverbinder und ähnliches auftreten. Die relative Ausbreitungsgeschwindigkeit von Licht innerhalb einer Glasfaser beträgt (ebenso wie in Kupferleitungen) etwa  $\nu = 2/3$  bezogen auf die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum  $c_0 = 3 \cdot 10^8$  m/s.

a)\* Bestimmen Sie die Ausbreitungsverzögerung zwischen Chikura nach Los Angeles innerhalb des Kabels.

$$t_p = \frac{d}{\nu c_0} = \frac{10^7 \text{ m}}{2/3 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 50 \text{ ms}$$

b)\* Was sagt das *Bandbreitenverzögerungsprodukt* aus?

Das Bandbreitenverzögerungsprodukt gibt die „auf der Leitung gespeicherte“ Datenmenge an, d. h. wie viele Bit vom Sender serialisiert werden bevor das erste Bit den Empfänger erreicht.

c) Bestimmen Sie das Bandbreitenverzögerungsprodukt.

$$B = r \cdot t_p = 7,68 \cdot 10^{12} \text{ bit/s} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 384 \cdot 10^9 \text{ bit} = 384 \text{ Gbit} = 48 \text{ GB}$$

Die Verlegung und Instandhaltung eines Unterseekabels ist sehr aufwendig. Die Verbindung zwischen den beiden Städten könnte ebenso über Satellit erfolgen. Betrachten Sie die beiden Verbindungswege kurz in Bezug auf die Round-Trip-Time (RTT<sup>1</sup>).

Nehmen Sie dazu an, dass das Unterseekabel in direkter Luftlinienverbindung zwischen Chikura und Los Angeles liegt. Vernachlässigen Sie dabei die Erdkrümmung. Ein geostationärer Satellit (36 000 km Höhe) befinde sich genau über dem Mittelpunkt der Strecke.

d) Bestimmen Sie die minimale RTT für das Unterseekabel.

$RTT = 2 \cdot (t_s + t_p)$ . Mit  $t_s \rightarrow 0$  (kleine Pakete bzw. sehr hohe Übertragungsrate), reduziert sich die RTT auf  $RTT = 2t_p$ .

$$RTT = 2t_p = 100 \text{ ms}$$

e) Bestimmen Sie die minimale RTT für eine entsprechende Satellitenverbindung.

**Hinweis:** Überlegen Sie, welche Streckenabschnitte ggf. vernachlässigt werden können.

$$RTT_{\text{Satellit}} = 2 \cdot t_{p,\text{sat}} = 2 \cdot \frac{d_{\text{sat}}}{c_0} = 2 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{5000^2 + 36000^2} \text{ km}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Da  $5000^2 \ll 36000^2$ , kann in erster Näherung  $5000^2 + 36000^2 \approx 36000^2$  verwendet werden (Fehler beträgt etwa 2%). Wir erhalten somit:

$$\frac{d_{\text{sat}}}{c_0} = 2 \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{36000^2} \text{ km}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4 \cdot \frac{36 \cdot 10^6 \text{ m}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 4 \cdot 12 \cdot 10^{-2} \text{ s} = 480 \text{ ms}$$

<sup>1</sup> Als RTT bezeichnet man die Zeit, die eine Nachricht vom Sender zum Empfänger und wieder zurück benötigt.