

# Formelsammlung Investitions- und Finanzmanagement

Lehrstuhl für Finanzmanagement und Kapitalmärkte  
Technische Universität München

30. Januar 2018

## **Hinweis**

Diese vom Lehrstuhl erstellte Formelsammlung darf in der Klausur verwendet werden. Zur Verwendung in der Klausur sind keinerlei Anmerkungen zugelassen. Farbige Markierungen dürfen hingegen vorgenommen werden.

# 1 Zinsrechnung

$K_0$	Anfangskapital (Barwert)
$K_N$	Endkapital (Endwert)
$N$	Anzahl der Zinsperioden
$n$	Laufzeit in Jahren
$m$	Zinsperioden pro Jahr
$r$	Zinssatz pro Periode (nominal)
$r_{eff}$	Effektiver Jahreszinssatz

Einfache Verzinsung	$K_N = K_0 \cdot (1 + N \cdot r)$
---------------------	-----------------------------------

Zinseszins	$K_N = K_0 \cdot (1 + r)^N$
------------	-----------------------------

Unterjährige Verzinsung	$N = m \cdot n$
-------------------------	-----------------

$$r_{eff} = \left(1 + \frac{r_{\text{jährlich}}}{m}\right)^m - 1$$

Stetige Verzinsung	$K_N = K_0 \cdot e^{r \cdot n}$
--------------------	---------------------------------

$$r_{eff} = e^r - 1$$

## 2 Rentenrechnung

$R$	Zahlung (Rente) pro Periode (nachschüssig); $R_v$ (vorschüssig)
$N$	Laufzeit
$r$	Zinssatz pro Periode
$q$	Aufzinsungsfaktor $(1+r)$
$w$	Wachstumsrate
$g$	Wachstumsfaktor $(1+w)$
$d$	Konstanter Betrag der Rentenerhöhung
$EW$	Rentenendwert (nachschüssig); $EW_v$ (vorschüssig)
$BW$	Rentenbarwert (nachschüssig); $BW_v$ (vorschüssig)
$R'$	Ersatzrentenrate
$m$	Rentenzahlungen pro Zinsperiode

### Konstante Rente

	nachschüssig	vorschüssig
Rentenendwert	$EW = R \cdot \frac{q^N - 1}{q - 1}$	$EW_v = R_v \cdot q \cdot \frac{q^N - 1}{q - 1}$
Rentenbarwert	$BW = R \cdot \frac{1}{q^N} \cdot \frac{q^N - 1}{q - 1}$	$BW_v = R_v \cdot \frac{1}{q^{N-1}} \cdot \frac{q^N - 1}{q - 1}$

### Arithmetisch wachsende Rente

Rentenendwert (nachschüssig)	$EW = \left( R + \frac{d}{q - 1} \right) \cdot \frac{q^N - 1}{q - 1} - \frac{N \cdot d}{q - 1}$
Rentenendwert (vorschüssig)	$EW_v = \left( R_v + \frac{d}{q - 1} \right) \cdot \frac{q \cdot (q^N - 1)}{q - 1} - \frac{N \cdot d \cdot q}{q - 1}$
Rentenbarwert (nachschüssig)	$BW = \left( R + \frac{d}{q - 1} \right) \cdot \frac{q^N - 1}{q^N \cdot (q - 1)} - \frac{N \cdot d}{q^N \cdot (q - 1)}$
Rentenbarwert (vorschüssig)	$BW_v = \left( R_v + \frac{d}{q - 1} \right) \cdot \frac{q^N - 1}{q^{N-1} \cdot (q - 1)} - \frac{N \cdot d}{q^{N-1} \cdot (q - 1)}$

## Progressive Rente

Es gilt:  $g = 1 + w$  und  $q = 1 + r$

$$\text{Rentenendwert (nachschüssig)} \quad EW = \begin{cases} R \cdot N \cdot q^{N-1} & \text{für } g = q \\ R \cdot \frac{g^N - q^N}{g - q} & \text{für } g \neq q \end{cases}$$

$$\text{Rentenendwert (vorschüssig)} \quad EW_v = \begin{cases} R_v \cdot N \cdot q^N & \text{für } g = q \\ R_v \cdot q \cdot \frac{g^N - q^N}{g - q} & \text{für } g \neq q \end{cases}$$

$$\text{Rentenbarwert (nachschüssig)} \quad BW = \begin{cases} \frac{R \cdot N}{q} & \text{für } g = q \\ R \cdot \frac{(\frac{g}{q})^N - 1}{g - q} & \text{für } g \neq q \end{cases}$$

$$\text{Rentenbarwert (vorschüssig)} \quad BW_v = \begin{cases} R_v \cdot N & \text{für } g = q \\ R_v \cdot q \cdot \frac{(\frac{g}{q})^N - 1}{g - q} & \text{für } g \neq q \end{cases}$$

## Ewige Rente

	nachschüssig	vorschüssig
Rentenbarwert	$BW = \frac{R}{r}$	$BW_v = q \cdot \frac{R_v}{r}$

## Ewige progressive Rente

Es gilt:  $w < r$

	nachschüssig	vorschüssig
Rentenbarwert	$BW = \frac{R}{q - g} = \frac{R}{r - w}$	$BW_v = q \cdot \frac{R_v}{q - g} = q \cdot \frac{R_v}{r - w}$

## Ersatzrentenrate

	nachschüssig	vorschüssig
Ersatzrentenrate	$R' = R \cdot \left[ m + \frac{r \cdot (m - 1)}{2} \right]$	$R' = R_v \cdot \left[ m + \frac{r \cdot (m + 1)}{2} \right]$

## 2.1 Tilgungsrechnung

$A$	Annuität
$N$	Anzahl der Perioden
$k$	Anzahl der abgelaufenen Perioden
$S_0$	Ausgangsschuld
$S_k$	Restschuld in k
$q$	Aufzinsungsfaktor (1+r)

Allgemeine Zusammenhänge  $A_k = T_k + Z_k$

$$S_k = S_{k-1} - T_k$$

$$S_0 = \sum_{k=1}^N T_k$$

$$Z_k = r \cdot S_{k-1}$$

Ratentilgung  $A_k = S_0 \cdot \left( r \cdot \left( 1 - \frac{k-1}{N} \right) + \frac{1}{N} \right)$

$$S_k = S_0 \cdot \left( 1 - \frac{k}{N} \right)$$

Annuitätentilgung  $A = S_0 \cdot \frac{q^N(q-1)}{q^N-1}$

$$S_k = S_0 \cdot \frac{q^N - q^k}{q^N - 1}$$

## 2.2 Anleihebewertung

$B_0$	Kurs (Barwert) der Kuponanleihe in Prozent des Nominalwertes
$B_0^{ZB}$	Kurs (Barwert) des Zerobond in Prozent des Nominalwertes
$B_N$	Rückzahlungsbetrag in Prozent des Nominalwertes
$C$	Kupon in Prozent des Nominalwertes
$N$	Anzahl der Perioden
$r$	Zinssatz pro Periode
$D$	Duration
$D_{mod}$	Modifizierte Duration
$I_{t_1, t_2}$	Laufzeitzinssatz von $t_1$ bis $t_2$
$r_{t_1, t_2}$	Terminzinssatz von $t_1$ bis $t_2$

Zerobond	$B_0^{ZB} = \frac{B_N}{(1+r)^N}$
Anleihe mit konstantem Kupon	$B_0 = \left[ C \cdot \frac{(1+r)^N - 1}{r} + B_N \right] \cdot \frac{1}{(1+r)^N}$
Duration	$D = \frac{1}{B_0} \cdot \left[ \sum_{k=1}^N \frac{k \cdot C_k}{(1+r)^k} + \frac{N \cdot B_N}{(1+r)^N} \right]$
Modifizierte Duration	$D_{mod} = \frac{1}{1+r} \cdot D$
Approximation der Barwertänderung	$\frac{\Delta B_0}{B_0} \approx -D_{mod} \cdot \Delta r$
Zinsstruktur	$(1 + I_{t,T})^{T-t} = (1 + I_{t,S})^{S-t} \cdot (1 + r_{S,T})^{T-S}$

## 2.3 Aktienbewertung

$P_t$	Preis der Aktie im Zeitpunkt t
$Div_t$	Dividende zum Zeitpunkt t
$(d)EPS$	(verwässertes) Ergebnis je Aktie
$r_E$	Eigenkapitalkosten
$KGV$	Kurs-Gewinn-Verhältnis
$KBV$	Kurs-Buchwert-Verhältnis
$V_E$	Buchwert des Eigenkapitals
$w$	Wachstumsrate
$p$	Ausschüttungsquote
$ROE$	Eigenkapitalrendite
$a$	Anzahl der alten Aktien
$n$	Anzahl der neuen Aktien
$DF$	Dilution Faktor/Verwässerungsfaktor
$BK$	Bezugskurs
$P_{cum}$	Kurs der Aktie bei Bekanntgabe der Kapitalmaßnahme
$\tau_C$	Steuersatz
$NV$	Nennwert der betroffenen Anleihen
$C$	Coupon/Nominalzins der betroffenen Anleihe
$NI$	Jahresüberschuss nach Steuern/Nettoeinkommen

## Total Return

(Einjahresbetrachtung)

$$r_E = \frac{Div_1 + P_1}{P_0} - 1 = \frac{Div_1}{P_0} + \frac{P_1 - P_0}{P_0}$$

## Dividendendiskontierungsmodell

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Div_t}{(1 + r_E)^t}$$

## Konstantes Wachstum

$$P_0 = \frac{Div_1}{r_E - w} \quad w = (1 - p) \cdot ROE$$

## Veränderliches Wachstum

$$P_0 = \sum_{t=1}^N \frac{Div_1 \cdot (1 + w_a)^{t-1}}{(1 + r_E)^t} + \frac{Div_1 \cdot (1 + w_a)^{N-1} \cdot (1 + w_b)}{r_E - w_b} \cdot \frac{1}{(1 + r_E)^N}$$

## Multiplikatoren

$$KGV = \frac{P_0}{EPS} \quad KBV = \frac{P_0}{V_E}$$

## Verwässertes Ergebnis per Aktie

$$dEPS = \frac{NI}{a \cdot DF}$$

... nach der *treasury stock Methode*

$$DF_{\text{Bezugsrechte}} = \max \left[ 1; 1 + \frac{n}{a} \left( 1 - \frac{BK}{P_{cum}} \right) \right]$$

... nach der *if converted Methode*

$$DF_{\text{Wandelanleihe}} = \max \left[ 1; \frac{1 + \frac{n}{a}}{1 + \frac{NV \cdot (1 - \tau_C) \cdot C}{NI}} \right]$$



## 2.4 Optionsbewertung

$C$	Wert der Call Option
$P$	Wert der Put Option
$r_{RF}$	Risikoloser Zinssatz
$u - 1$	Relativer Anstieg des Aktienkurses bei einer Aufwärtsbewegung
$1 - d$	Relative Abnahme des Aktienkurses bei einer Abwärtsbewegung
$p$	Wahrscheinlichkeit einer Aufwärtsbewegung (risikoneutral)
$1 - p$	Wahrscheinlichkeit einer Abwärtsbewegung (risikoneutral)

### Binomialmodell

Wahrscheinlichkeit einer Aufwärtsbewegung

$$p = \frac{(1 + r_{RF}) - d}{u - d}$$

Wert eines Calls beim Einperioden-Binomialmodell

$$C = \frac{p C_u + (1 - p) C_d}{1 + r_{RF}}$$

Wert eines Puts beim Einperioden-Binomialmodell

$$P = \frac{p P_u + (1 - p) P_d}{1 + r_{RF}}$$

### 3 Finanzanalyse

#### 3.1 Definition der freien Unternehmens-Cashflows

Betriebsergebnis	EBIT	Earnings before Interest and Taxes
– Adjustierter Steueraufwand	$\tau_C \cdot \text{EBIT}$	Adjusted Tax Expense
+ Abschreibung	Depr	Depreciation & Amortization
+ Sonstige nicht auszahlungswirksame Aufwendungen	NCExp	Other Non-Cash-Expenses
– Sonstige nicht einzahlungswirksame Erträge	NCEarn	Other Non-Cash-Earnings
± Veränderung des Nettoumlaufvermögens	$\Delta \text{NWC}$	Change in Net Working Capital
= Operativer Cashflow nach Steuern	OCF	Cash Flow from Operations
+ Cashflow aus Investitionstätigkeit	CFI	Cash Flow from Investments
= Freier Unternehmens-Cashflow	FCF	Free Cash Flow (to the Firm)

#### 3.2 Definition der freien Eigentümer-Cashflows

Jahresüberschuss nach Steuern	NI	Net Income
+ Abschreibung	Depr	Depreciation & Amortization
+ Sonstige nicht auszahlungswirksame Aufwendungen	NCExp	Other Non-Cash Expenses
– Sonstige nicht einzahlungswirksame Erträge	NCEarn	Other Non-Cash Earnings
± Veränderung des Nettoumlaufvermögens	$\Delta \text{NWC}$	Change in Net Working Capital
= Cashflow aus Geschäftstätigkeit nach Steuern	NCF	Net Cash Flow from Operating Activities
+ Cashflow aus Investitionstätigkeit	CFI	Cash Flow from Investments
+ Cashflow aus Finanzierungstätigkeit	CFF	Cash Flow from Financing Activities
= Freier Eigentümer-Cashflow	FCFE	Free Cash Flow to Equity

#### 3.3 Breakdown-Analyse

$ROE$	operative Eigenkapitalrendite
$ROIC^{aT}$	Return on Invested Capital nach Steuern
$NFL$	Nettoverschuldungsgrad
$NFE$	Nettozinsaufwand
$NFO$	Nettoverschuldung
$\tau_C$	Steuersatz

##### DuPont Identität

$$\begin{aligned}
 ROE &= \text{Nettoumsatzrendite} \cdot \text{Kapitalumschlag} \cdot \text{Eigenkapitalmultiplikator} = \\
 &= \frac{\text{Konzernüberschuss}}{\text{Umsatz}} \cdot \frac{\text{Umsatz}}{\text{Gesamtvermögen}} \cdot \frac{\text{Gesamtvermögen}}{\text{Buchwert des Eigenkapitals}}
 \end{aligned}$$

##### Book-Leverage Equation (Hebeleffekt)

$$ROE = ROIC^{aT} + NFL \left[ ROIC^{aT} - \frac{NFE \cdot (1 - \tau_C)}{NFO} \right]$$

### 3.4 Wichtige Finanzkennzahlen

$E$	Eigenkapital
$D$	Fremdkapital / Zinstragende Verbindlichkeiten
$V$	Unternehmenswert
$EBIT$	Betriebsergebnis
$EBITDA$	Betriebsergebnis vor Abschreibungen
$BS$	Bilanzsumme
$UE$	Umsatzerlöse
$NI$	Jahresüberschuss nach Steuern/Nettoeinnahmen
$EPS$	Ergebnis je Aktie (Earnings Per Share)
$LM$	Liquide Mittel
$kVbk$	kurzfristige Verbindlichkeiten
$(k)FV$	(kurzfristiges )Finanzvermögen
$AR$	Forderungen (Accounts Receivables)
$UV$	Umlaufvermögen / kurzfristige Vermögensgegenstände
$\tau_C$	Steuersatz
$IC$	Gesamtkapital (Invested Capital)

Deutschsprachige Bezeichnung	Definition	Englischsprachige Bezeichnung
EBIT Marge	$EBIT/UE$	EBIT Margin
EBIT-Multiplikator	$V/EBIT$	Enterprise Value to EBIT
Eigenkapitalrendite	$ROE = NI/E$	Return on Equity
Fremdkapitalquote	$D/(D + E)$	Debt-to-Capital Ratio
Gesamtkapitalrendite (nach Steuern)	$ROA = (EBIT - \text{Steuern})/BS$	Return on Assets (after Taxes)
Gesamtkapitalrendite (vor Steuern)	$ROA = EBIT/BS$	Return on Assets (before Taxes)
Kurs-Gewinn-Verhältnis	$KGV = P/E = \text{Aktienkurs}/EPS$	Price-Earnings-Ratio
Liquidität 1. Grades	$LM/kVbk$	Cash Ratio
Liquidität 2. Grades	$(LM + kFV + AR)/kVbk$	Quick Ratio
Liquidität 3. Grades	$UV/kVbk$	Current Ratio
Nettobetriebsvermögen	$NBV = IC = E(\text{Buchwert}) + NFO$	Capital Employed / Invested Capital
Nettofremdkapitalquote	$NFO/(E(\text{Marktwert}) + NFO)$	Debt-to-Enterprise Value
Nettogesamtkapitalrendite (nach Steuern)	$ROIC = EBIT(1 - \tau_C)/IC$	Return on Invested Capital (after Taxes)
Nettogesamtkapitalrendite (vor Steuern)	$ROIC = EBIT/IC$	Return on Invested Capital (before Taxes)
Nettoumsatzrendite	$NI/UE$	Net Profit Margin
Nettoumlaufvermögen	$NUV = NWC = UV - kVbk$	Net Working Capital
Nettoverschuldung (=Nettofinanzverbk.)	$NFO = D - FV$	Net Debt
Nettoverschuldungsgrad	$NFL = NFO/E(\text{Marktwert})$	Net Financial Leverage
Umsatz-Multiplikator	$V/UE$	Enterprise Value to Sales
Verschuldungsfaktor	$NFO/EBITDA$	Debt Factor
Verschuldungsgrad	$D/E$	Debt-Equity Ratio

## 4 Investitionsrechnung

$NPV$	Kapitalwert
$t$	Zeitindex
$T$	Anzahl der Perioden
$t^*$	Payback-Dauer
$CF_t$	Nettozahlungsüberschuss in Periode $n$
$r$	Kalkulationszinssatz
$r^*$	Interner Zinssatz
$\tau_C$	Steuersatz

### 4.1 Dynamische Investitionsrechnung

Kapitalwert 
$$NPV = \sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

Interner Zinssatz 
$$\sum_{t=0}^T \frac{CF_t}{(1+r^*)^t} \stackrel{!}{=} 0$$

Payback-Regel: Suche kleinstes

$t^* \leq T$ , mit: 
$$\sum_{t=0}^{t^*} CF_t \stackrel{!}{\geq} 0$$

### 4.2 Kapitalbedarfsplanung

Geschäftswertbeitrag

(Economic Value Added - EVA) 
$$EVA_t = EBIT_t \cdot (1 - \tau_C) - r \cdot IC_{t-1}$$

## 5 Kapitalerhöhung

$P_{cum}$	Kurs der alten Aktie (Kurs cum)
$BK$	Bezugskurs der jungen Aktien
$BV$	Bezugsverhältnis
$Div_a$	Dividende alte Aktie
$Div_n$	Dividende junge Aktie
$BR$	Wert des Bezugsrechts
$P_{ex}$	Aktienkurs unmittelbar nach Kapitalerhöhung
$t$	Jahre bis zur nächsten Dividendenzahlung
$q$	$1 + r_E = 1 + \text{Eigenkapitalkosten}$

### 5.1 Kapitalerhöhung gegen Bareinlage

Rechnerischer Kurs ex  $P_{ex} = \frac{BV \cdot P_{cum} + BK}{BV + 1}$

Wert des Bezugsrechts  $BR = \frac{P_{cum} - BK}{BV + 1}$

Wert des Bezugsrechts bei

Dividendennachteil der jungen Aktien  $BR = \frac{P_{cum} - BK - (Div_a - Div_n) \cdot q^{-t}}{BV + 1}$

### 5.2 Kapitalerhöhung aus Gesellschaftsmitteln

Rechnerischer Kurs ex  $P_{ex} = \frac{BV \cdot P_{cum}}{BV + 1} = \frac{P_{cum}}{1 + \frac{1}{BV}}$

## 6 Kapitalkosten und CAPM

$E, r_E$	Marktwert bzw. Kosten des Eigenkapitals
$D, r_D$	Marktwert bzw. Kosten des Fremdkapitals
$r_U, r_{WACC}$	Kapitalkosten der unverschuldeten, verschuldeten Unternehmung
$r_{RF}$	sicherer Zins
$\bar{r}_i, \bar{r}_{Mkt}$	erwartete Rendite des Wertpapiers i, des Marktportfolios
$\beta_i$	Betafaktor des Wertpapiers i
$\beta_E, \beta_D$	Betafaktor des Eigenkapitals (Equity Beta), Fremdkapitals (Debt Beta)
$\beta_U$	Betafaktor des Gesamtkapitals (Asset Beta/Unlevered Beta)
$V^U, V^L$	Wert der unverschuldeten/verschuldeten Unternehmung
$y$	Endfälligkeitsverzinsung/Yield to Maturity
$p$	Konkurswahrscheinlichkeit
$L$	Erwartete Verlustrate

CAPM  $\bar{r}_i = r_{RF} + \beta_i(\bar{r}_{Mkt} - r_{RF})$

Erwartete Rendite einer  
1-jährigen Anleihe  $\bar{r}_D = y - p * L$

### 6.1 Kapitalkosten ohne Steuern

Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung  $r_U = \frac{E}{E+D}r_E + \frac{D}{E+D}r_D$

Kosten des Eigenkapitals der verschuldeten Unternehmung  $r_E = r_U + \frac{D}{E}(r_U - r_D)$

Unlevered Beta  $\beta_U = \frac{E}{E+D}\beta_E + \frac{D}{E+D}\beta_D$

Equity Beta  $\beta_E = \beta_U + \frac{D}{E}(\beta_U - \beta_D)$

### 6.2 Kapitalkosten mit Steuern

Weighted Average  
Cost of Capital  $r_{WACC} = \frac{E}{E+D}r_E + \frac{D}{E+D}r_D(1 - \tau_C)$

WACC mit  
Zielverschuldungsgrad  $r_{WACC} = r_U - \frac{D}{E+D}\tau_C r_D$

Unlevered Beta  
(Hamada Gleichung)  $\beta_U = \frac{\beta_E}{1 + \frac{D}{E}(1 - \tau_C)}$

Wert des Gesamtkapitals der verschuldeten Unternehmung  $V^L = V^U + PV(\text{Steuervorteil aus Zinszahlungen})$

## 7 Unternehmungsbewertung

$E, r_E$	Marktwert bzw. Kosten des Eigenkapitals
$D, r_D$	Marktwert bzw. Kosten des Fremdkapitals
$V$	Marktwert des Gesamtkapitals
$r_U$	Kapitalkosten der unverschuldeten Unternehmung
$r_{WACC}$	Kapitalkosten der verschuldeten Unternehmung
$\tau_C$	Grenzsteuersatz
$FCFE$	erwarteter Free Cash Flow to Equity
$FCF$	erwarteter Free Cash Flow to Firm

Equity Methode: 
$$E = \sum_{t=1}^{\infty} FCFE_t (1 + r_E)^{-t}$$

Entity Methode: 
$$V = \sum_{t=1}^{\infty} FCF_t (1 + r_{WACC})^{-t}$$

APV Methode: 
$$V = \sum_{t=1}^{\infty} FCF_t (1 + r_U)^{-t} + \tau_C \sum_{t=1}^{\infty} D \cdot r_D (1 + r_D)^{-t}$$

$$V = \sum_{t=1}^{\infty} FCF_t (1 + r_U)^{-t} + \tau_C D$$