Lehrstuhl für Betriebssysteme
Fakultät für Informatik
Technische Universität München

Grundlagen Rechnernetze und Verteilte Systeme

IN0010, SoSe 2018

Übungsblatt 3

30. April – 04. Mai 2018

Hinweis: Mit * gekennzeichnete Teilaufgaben sind ohne Lösung vorhergehender Teilaufgaben lösbar.

Aufgabe 1 Erzielbare Datenraten mit IEEE 802.11a Wireless LAN

In dieser Aufgabe betrachten wir die physikalische Schicht von IEEE 802.11a (einem der WLAN-Standards). Diese verwendet Trägerfrequenzen zwischen 5127 MHz und 5910 MHz. Da die Regulierung der Funkfrequenzen landesabhängig ist, unterscheiden sich die verfügbaren Frequenzbereiche im internationalen Vergleich. In Deutschland beispielsweise steht lediglich der Bereich 5170 MHz bis 5330 MHz ohne Einschränkungen zur Verfügung. Dies entspricht einer Bandbreite von 160 MHz, welche in insgesamt 8 Kanäle zu jeweils 20 MHz unterteilt ist. Jeder Kanal ist wiederum in 64 Subcarrier zu je 312,5 kHz unterteilt (siehe Abbildung 1). Von diesen Subcarriern werden lediglich 48 zur Datenübertragung genutzt[1].

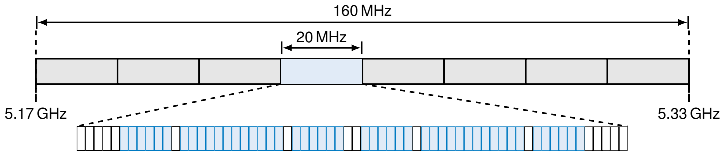


Abbildung 1: IEEE 802.11a Kanalaufteilung. Von den insgesamt 64 Subcarriern werden lediglich 48 (blau) zur Datenübertragung genutzt.

Datenrate [Mbit/s]	Modulation	Coderate
6	BPSK	1/2
9	BPSK	3/4
12	QPSK	1/2
18	QPSK	3/4
24	16-QAM	1/2
36	16-QAM	3/4
48	64-QAM	2/3
54	64-QAM	3/4

Abbildung 2: Datenraten, Modulationsverfahren und Coderaten für IEEE 802.11a.

Die Symboldauer (zeitliche Ausdehnung eines Sendeimpulses) beträgt daher $1/312{,}5\,\text{kHz} = 3{,}2\,\mu\text{s}$. Um Störungen durch Reflexionen zu vermeiden, wird zwischen Symbolen ein zeitlicher Schutzabstand (engl. „Guard Interval“) eingefügt. Die effektive Symboldauer beträgt daher $T_s = 4\,\mu\text{s}$.

Die effektiv erzielbare Datenrate hängt nun vom verwendeten Modulationverfahren sowie der Coderate des Kanalcodes ab. Diese sind in Tabelle 2 aufgelistet.

Wir betrachten zunächst nur die maximale Übertragungsrate $r_{max} = 54\,\text{Mbit/s}$.

a)* Wieviele Bit werden pro Sendesymbol übertragen?

Sei M die Anzahl unterschiedlicher Symbole, für 64-QAM also $M = 64$. Dann erhalten wir pro Symbol

$$n = \log_2(M) = \log_2(64) = 6\,\text{bit}.$$

b) Wie viele Bit werden bei Verwendung von 48 Subcarriern insgesamt pro Symboldauer übertragen?

$$n_{brutto,48} = n \cdot 48 = 288\,\text{bit}$$

c) Der in Teilaufgabe b) berechnete Wert bezieht sich auf Kanalwörter, d. h. es ist Redundanz enthalten. Bestimmen Sie Menge an übertragenen Nutzdaten pro Symboldauer.

[1] Die übrigen sind entweder nicht belegt oder werden zur Übertragung sog. Pilotsymbole verwendet, welche der Kanalschätzung dienen. Dies vernachlässigen wir in dieser Aufgabe.

$$n_{netto,48} = \frac{3}{4} n_{brutto,48} = 216\,\text{bit}$$

d) Bestätigen Sie unter Verwendung des Ergebnisses aus Teilaufgabe c) die maximale Datenrate $r_{\max} = 54\,\text{Mbit/s}$.

$$r_{\max} = \frac{n_{netto,48}}{T_s} = 216\,\text{bit} \cdot 250\,000/\text{s} = 54\,\text{Mbit/s}$$

e)* Bestimmen Sie nun unter Verwendung von Hartleys Gesetz die minimal notwendige Bandbreite $B_{\min}$, die notwendig ist, um unter Verwendung von 64 unterscheidbaren Symbolen eine Datenrate von 54 Mbit/s zu erreichen.

$$r = 2B_{\min}\log_2(M) \Rightarrow B_{\min} = \frac{r}{2\log_2(M)} = \frac{54\,\text{Mbit/s}}{2 \cdot \log_2(64)\,\text{bit}} = 4{,}5\,\text{MHz}$$

f)* Bestimmen Sie das minimale SNR nach Shannon in der Einheit dB, so dass theoretisch die maximale Datenrate $r_{\max} = 54\,\text{Mbit/s}$ erreicht werden kann.

Hinweis: Gehen Sie vereinfachend von der gesamten Kanalbandbreite von $B = 20\,\text{MHz}$ aus.

$$
\begin{aligned}
r_{\max} &\stackrel{!}{=} B \log_2 (1 + \text{SNR}) \\
\text{SNR} &= 2^{r_{\max}/B} - 1 \\
&= 2^{(54 \cdot 10^6)/(20 \cdot 10^6)} - 1 = 2^{54/20} - 1 = 2^{2{,}7} - 1 \approx 5{,}50
\end{aligned}
$$

Umrechnung in dB:

$$\text{SNR dB} = 10 \cdot \log(\text{SNR})\,\text{dB} \approx 7{,}40\,\text{dB}$$

Hinweis:

- $\log$ oder $\log_{10} \triangleq$ Zehnerlogarithmus
- $\log_2$ oder $\text{ld} \triangleq$ Logarithmus Dualis
- $\ln \triangleq$ natürlicher Logarithmus

g) Die Signalleistung beim Empfänger betrage nun $45\,\mu\text{W}$. Das Rauschen habe eine Leistung von $15\,\mu\text{W}$. Welches Modulationsverfahren und welche Coderate werden unter diesen Bedingungen zum Einsatz kommen?

Hinweis: Gehen Sie vereinfachend von der gesamten Kanalbandbreite von $B = 20\,\text{MHz}$ aus.

$$
\begin{aligned}
r &= B \cdot \log_2 (1 + \text{SNR}) \\
&= B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{P_S}{P_N}\right) \\
&= 20 \cdot 10^6 / \text{s} \cdot \log_2 \left(1 + \frac{45}{15}\right) \text{bit} = 40\,\text{Mbit/s}
\end{aligned}
$$

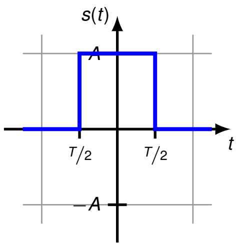
Aus Tabelle 2 sehen wir nun, dass $48\,\text{Mbit/s} > r > 36\,\text{Mbit/s}$ gilt. Die Datenrate wird demnach auf höchstens $36\,\text{Mbit/s}$ heruntergeschaltet. Es kommt folglich QAM-16 sowie eine Coderate von $R = 3/4$ zum Einsatz.

Aufgabe 2 Leitungscodes

In dieser Aufgabe wollen wir die beiden Leitungscodes NRZ und Manchester miteinander vergleichen. Beispielhaft soll die Bitfolge `1001 0011` übertragen werden.

a)* Geben Sie den NRZ-Grundimpuls sowohl grafisch als auch analytisch an.

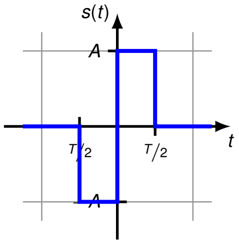
Sei $A > 0$ der betragsmäßig maximale Signalpegel. Dann gilt:



$$g_{\text{NRZ}}(t) = \begin{cases} A & -T/2 \leq t < T/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

b)* Geben Sie den Manchester-Grundimpuls g_{Manch} sowohl grafisch als auch analytisch an.

Sei $A > 0$ der betragsmäßig maximale Signalpegel. Dann gilt:



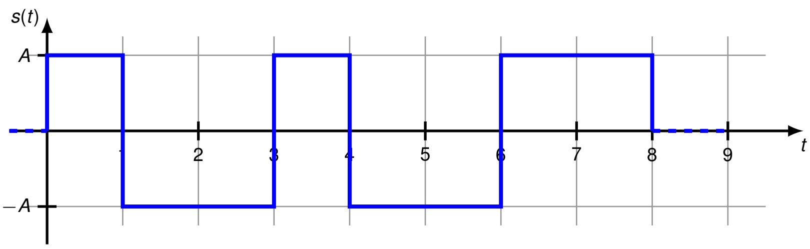
$$g_{\text{Manch}}(t) = \begin{cases} -A & -T/2 \leq t < 0 \\ A & 0 \leq t < T/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

c)* Weswegen gibt es für beide Leitungscodes jeweils zwei Möglichkeiten, die angegebene Bitfolge zu übertragen?

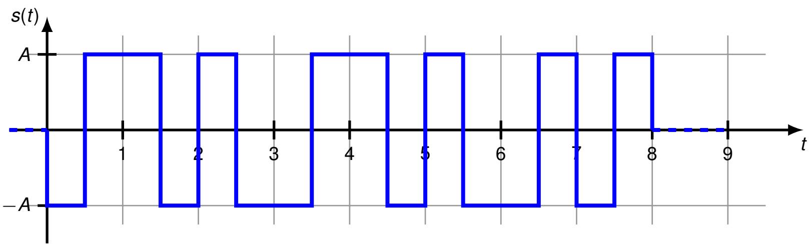
Eine logische 1 kann bei einem binären Leitungscode entweder durch niedriges oder hohes Potential (bzw. im Fall des Manchester Codes durch eine steigende oder fallende Taktflanke) dargestellt werden. Welche Bedeutung Verwendung findet, ist Definitionssache.

Z. B. gibt es neben der bei 10-Base-T verwendeten Form des Manchester Codes (steigende Taktflanke bedeutet logisch 1) auch die Variante Manchester II (auch „Biphase-L" genannt), bei der die Definition genau umgekehrt lautet.

d)* Geben Sie das kodierte Basisbandsignal an, sofern NRZ verwendet wird.



e)* Geben Sie das kodierte Basisbandsignal an, sofern Manchester verwendet wird.

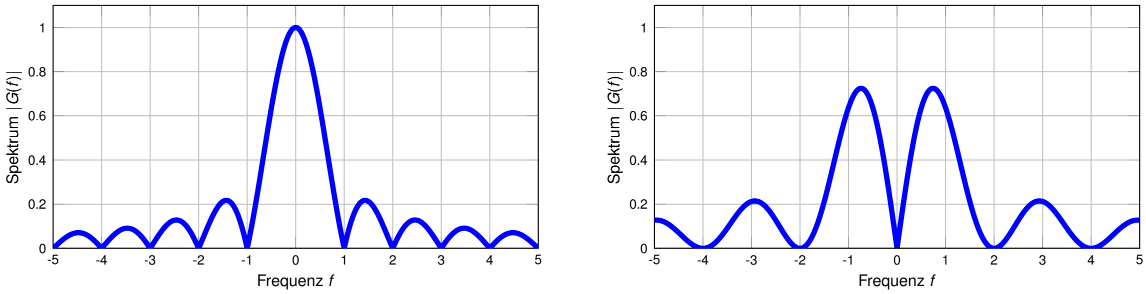


Aus der Vorlesung ist das Spektrum des NRZ-Impulses bekannt als

$$G_{\text{NRZ}}(f) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f}. \tag{1}$$

f) Bestimmen Sie das Spektrum $G_{\text{Manch}}(f)$ des Manchester Impluses.

Mit $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sin(t) = \cos(t)$, $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\cos(t) = -\sin(t)$, $\sin(-t) = -\sin(t)$ und $\cos(-t) = \cos(t)$ sowie der Eulerschen Formel



(a) NRZ **(b)** Manchester

$e^{-j2\pi ft} = \cos(2\pi ft) - j\sin(2\pi ft)$ (siehe Vorlesung) erhalten wird:

$$
\begin{aligned}
G_{\text{Manch}}(f) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g_{\text{Manch}}(t) \cdot e^{-j2\pi ft}\,\mathrm{d}\,t \\
&= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \left(-\int_{-T/2}^{0} \cos(2\pi ft) - j\sin(2\pi ft)\,\mathrm{d}\,t + \int_{0}^{T/2} \cos(2\pi ft) - j\sin(2\pi ft)\,\mathrm{d}\,t \right) \\
&= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi f} \left(-[\sin(2\pi ft)]_{-T/2}^{0} + j[-\cos(2\pi ft)]_{-T/2}^{0} + [\sin(2\pi ft)]_{0}^{T/2} - j[-\cos(2\pi ft)]_{0}^{T/2} \right) \\
&= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi f} (-[0 - \sin(-\pi fT)] + j[-1 + \cos(-\pi fT)] + [\sin(\pi fT) - 0] - j[-\cos(\pi fT) + 1]) \\
&= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi f} (-\sin(\pi fT) - j + j\cos(\pi fT) + \sin(\pi fT) + j\cos(\pi fT) - j) \\
&= \frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{2\pi f} (2j\cos(\pi fT) - 2j) \\
&= j\frac{A}{\sqrt{2\pi}} \frac{\cos(\pi fT) - 1}{\pi f}
\end{aligned}
$$

Hinweis: Die imaginäre Einheit ($j^2 = -1$) wird in der Elektrotechnik mit j bezeichnet, da das in der Mathematik verwendete i hier für den Stromfluss genutzt wird.

g) Wie verhalten sich die Spektren beider Impulse für $f \to \infty$?

Beide Spektren klingen mit $1/f$ ab. Asymptotisch gibt es also keinen Unterschied zwischen beiden Impulsen.

h) Plotten Sie für $T = 1\,\text{s}$ und $A = \sqrt{2\pi}$ sowohl $|G_{\text{NRZ}}(f)|$ als auch $|G_{\text{Manch}}(f)|$ in einem Programm Ihrer Wahl. Vergleichen Sie beide Spektren miteinander.