Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г.ЧЕРНЫШЕВСКОГО»

Кафедра теоретических основ компьютерной безопасности и криптографии

ТЕОРИЯ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ

студентки 4 курса 431 группы

факультета компьютерных наук и информационных технологий

Змеевой Вероники Александровны

фамилия, имя, отчество

Научный руководитель

Ст. преподаватель _____ И.И. Слеповичев

подпись, дата

Саратов 2024

СОДЕРЖАНИЕ

1 Постановка задачи

Цель

1. Сгенерировать псевдослучайную последовательность заданным методом.

2. Исследовать полученную псевдослучайную последовательность на случайность.

Исходные данные

Исходными данными для лабораторных занятий являются метод генерации псевдослучайных чисел, диапазон генерации случайных чисел, функция распределения, которой должны подчиняться случайные числа, количество генерируемых чисел.

Задачи

1) Сгенерировать последовательность из 10000 случайных чисел из диапазона [0,1]. Исходной программой для генерации ПСЧ может быть программа, созданная в рамках практической работы по данному курсу.
2) Протестировать статистические свойства последовательности псевдослучайных чисел:
    a) Вычислить математическое ожидание последовательности;
    b) Вычислить среднеквадратичное отклонение последовательности;
    c) Сравните полученные оценки с заданными в пп. 1 параметрами. Постройте графики зависимостей оценок от объема выборки. Оцените относительные погрешности для какой-либо одной выборки.
    d) Вычислить значение и дать ответ на вопрос удовлетворяет ли ППСЧ
        i) Критерию хи-квадрат;
        ii) Критерию серий;
        iii) Критерию интервалов;

iv) Критерию разбиений;

v) Критерию перестановок;

vi) Критерию монотонности;

vii) Критерию конфликтов.

2 Тестирование критериев для каждой ПСЧ из практической работы

2.1 Линейный конгруэнтный метод

Использованные параметры:

prng.exe -g lc -i 1021,376,7,13 -n 10000 -f lc.dat

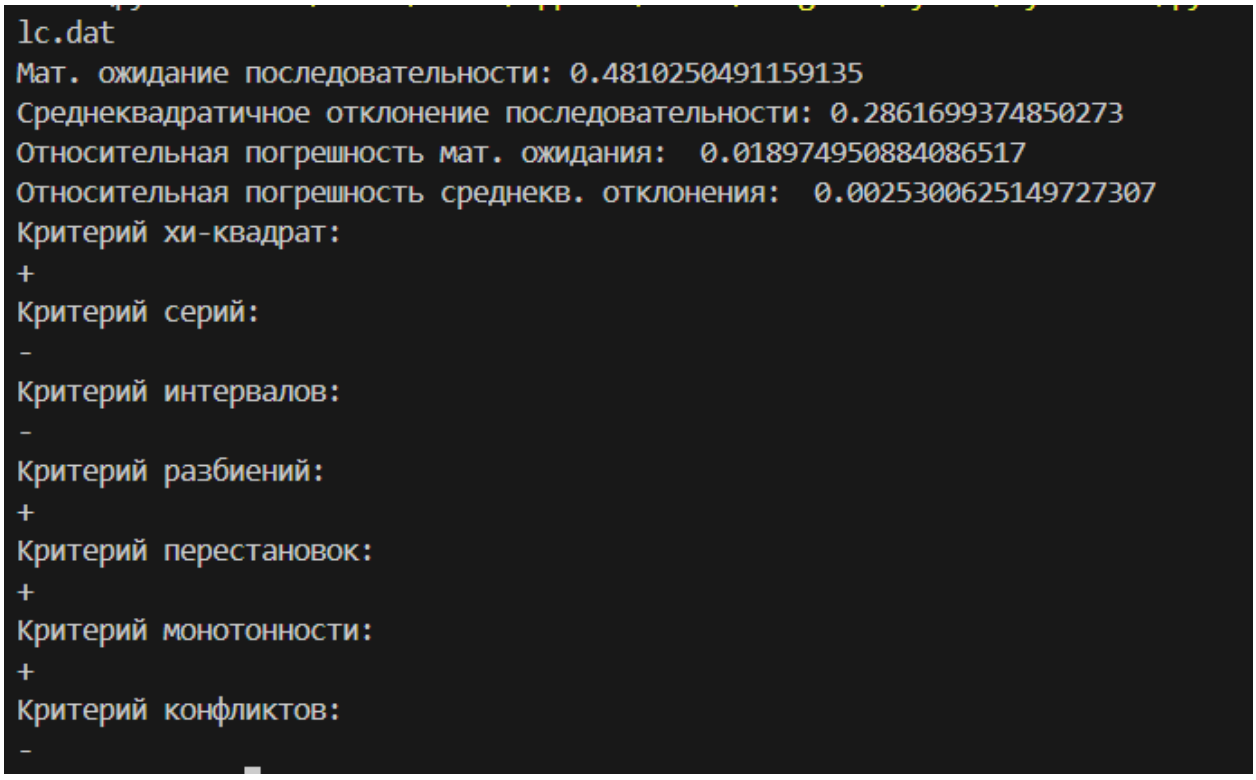
Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.4810250491159135

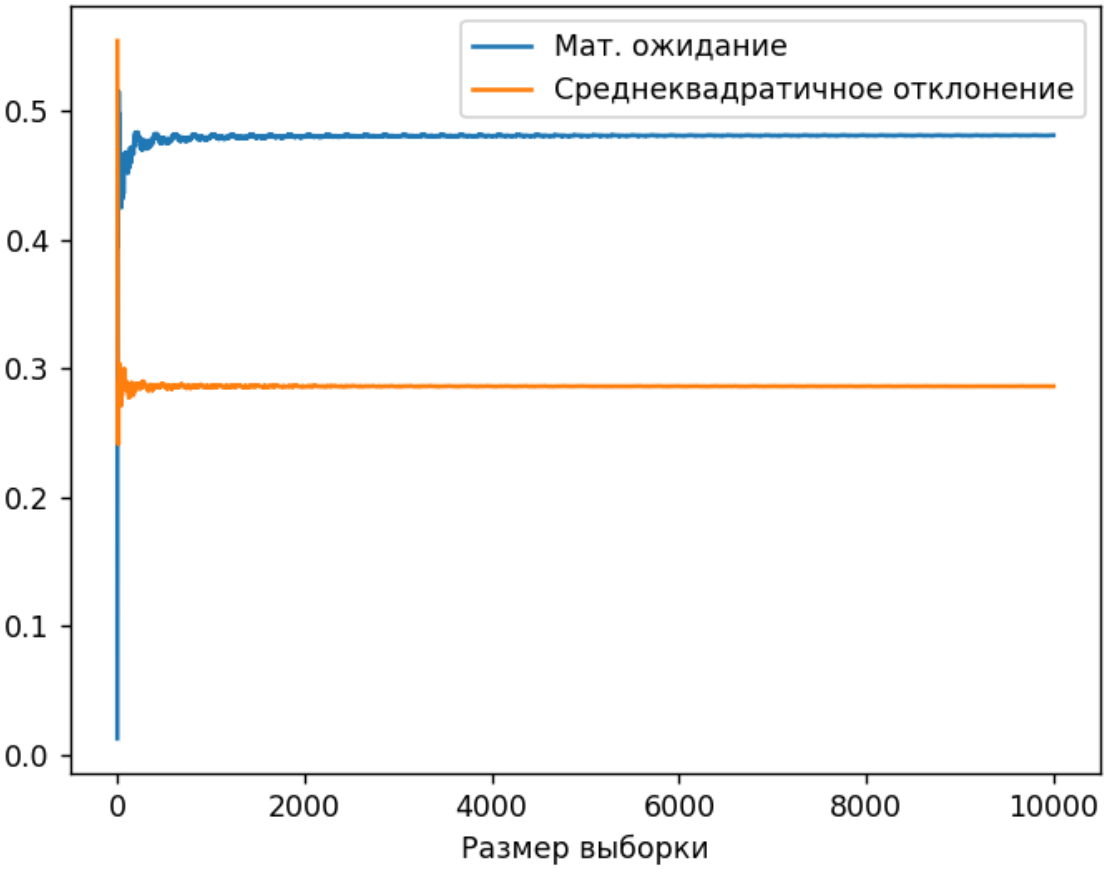
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.2861699374850273

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.018974950884086517

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0025300625149727307



Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.2 Аддитивный метод

Использованные параметры:

prng.exe -g add -i 100,24,55,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,22,23,24,25,26,27,28,29,30,31,32,33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59 -n 10000 -f add.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.4919892633462571

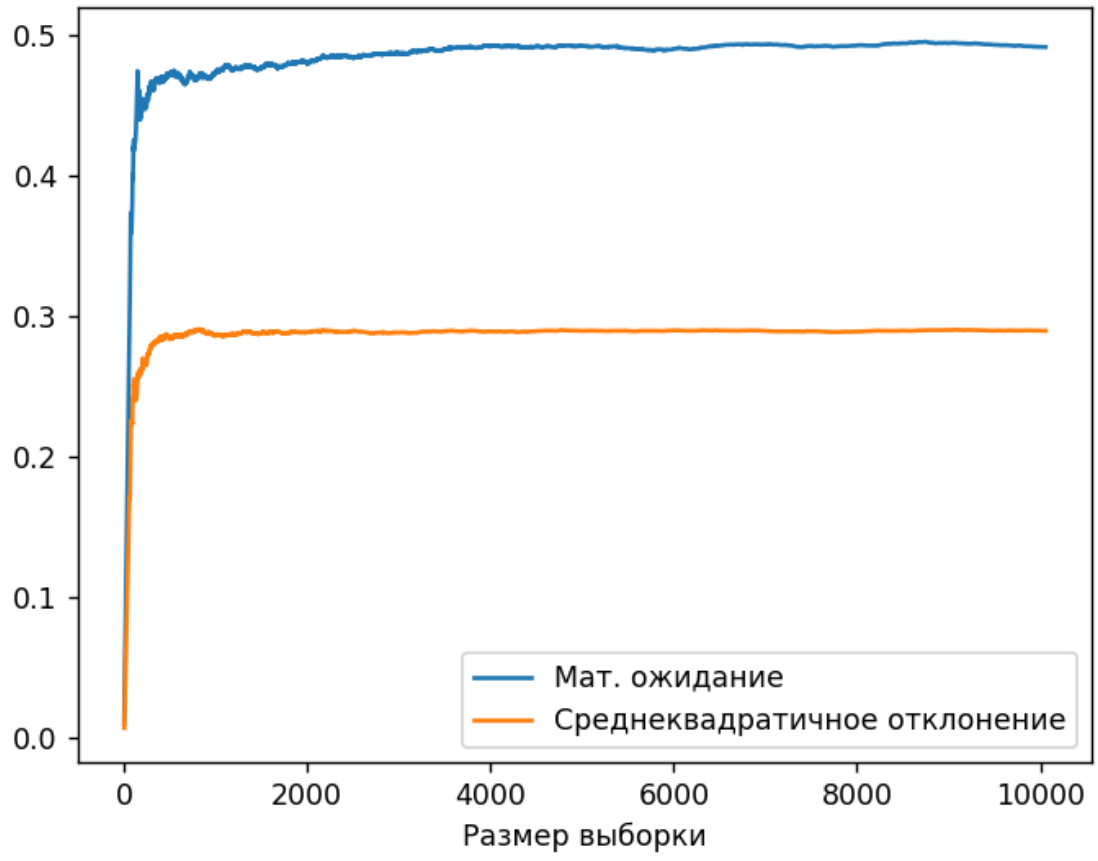
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.2898892237805202

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.008010736653742911

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0011892237805201655

```
add.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.4919892633462571
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.2898892237805202
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.008010736653742911
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.0011892237805201655
Критерий хи-квадрат:
+
Критерий серий:
+
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
+
Критерий монотонности:
-
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.3 Пятипараметрический метод

Использованные параметры:

prng.exe -g 5p -i 89,7,13,24,10,764 -n 10000 -f 5p.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.5026553008761624

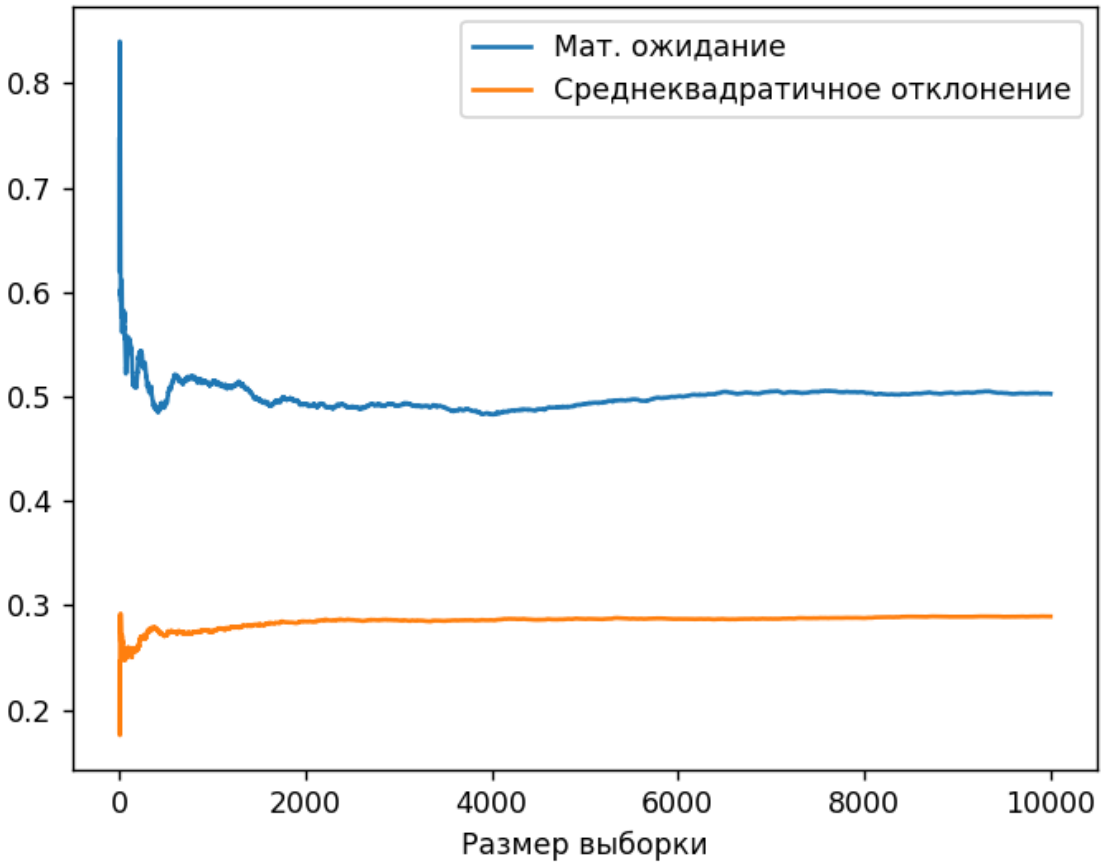
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.2893146526891876

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.002655300876162392

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0006146526891875892

```
5p.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.5026553008761624
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.2893146526891876
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.002655300876162392
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.0006146526891875892
Критерий хи-квадрат:
+
Критерий серий:
-
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
+
Критерий монотонности:
-
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.4 Регистр сдвига с обратной связью (РСЛОС)

Использованные параметры:

prng.exe -g lfsr -i 110110010,0000010011 -n 10000 -f lfsr.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.4862787610619469

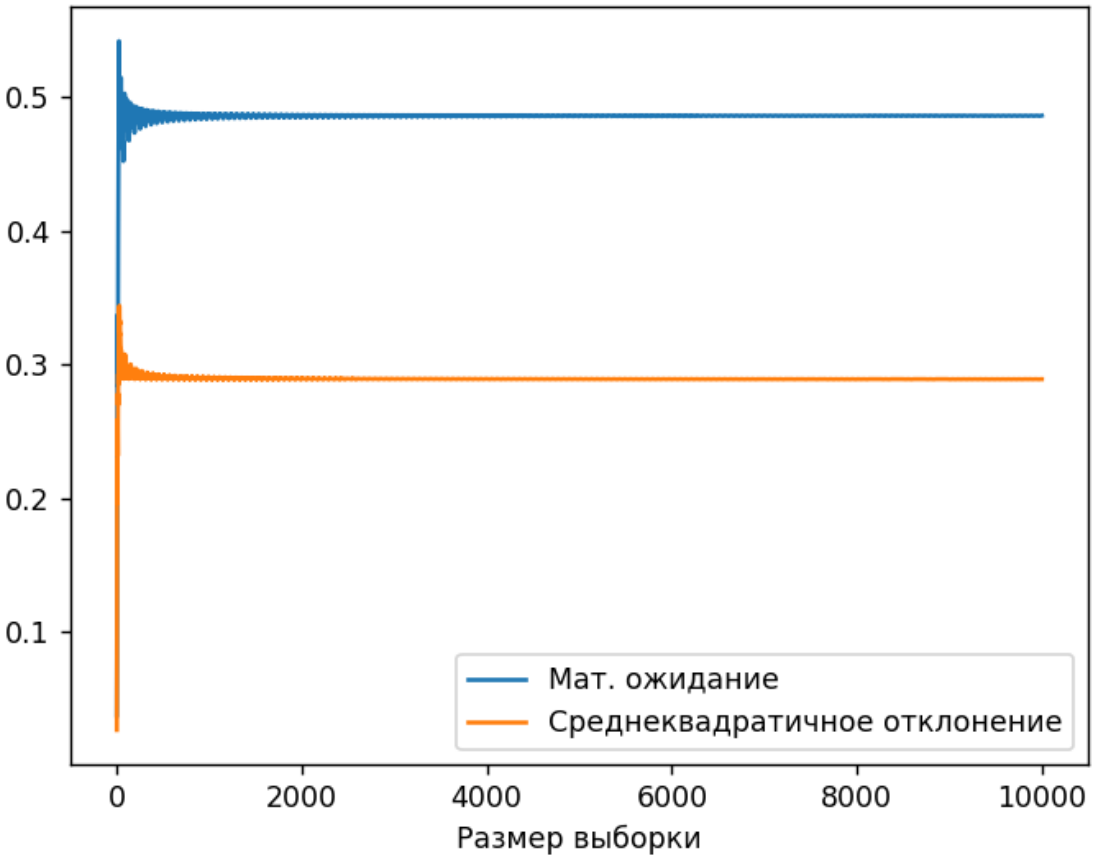
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.289021140925006

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.013721238938053104

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.00032114092500601377

```
lfsr.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.4862787610619469
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.289021140925006
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.013721238938053104
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.00032114092500601377
Критерий хи-квадрат:
+
Критерий серий:
-
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
-
Критерий монотонности:
+
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.5 Нелинейная комбинация РСЛОС

Использованные параметры:

prng.exe -g nfsr -i 100000001001001,0011000000,101011001001001,9,25,60,45 -n 10000 -f nfsr.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.4994421875

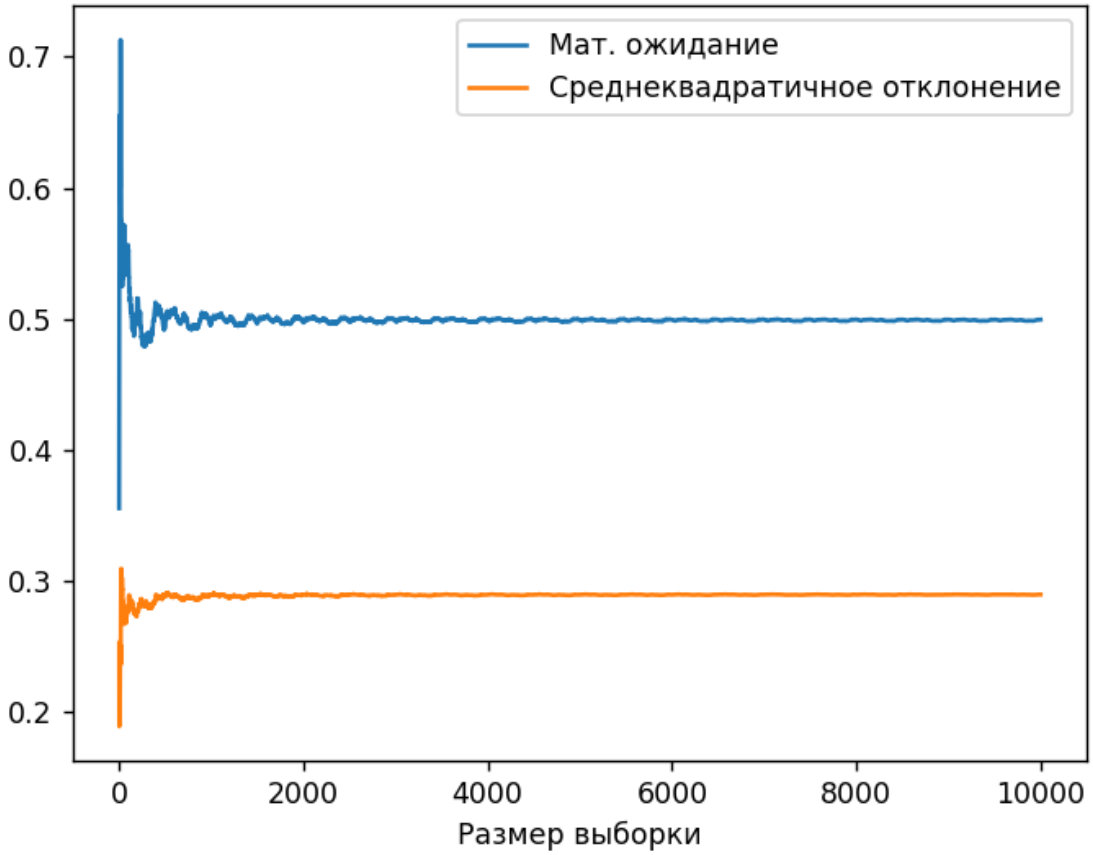
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.289645643314078

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.0005578124999999767

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0009456433140779819

```
Мат. ожидание последовательности: 0.4994421875
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.289645643314078
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.0005578124999999767
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.0009456433140779819
Критерий хи-квадрат:
-
Критерий серий:
-
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
+
Критерий монотонности:
-
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.6 Вихрь Мерсенна

Использованные параметры:

prng.exe -g mt -i 100,1313 -n 10000 -f mt.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.5005889565879665

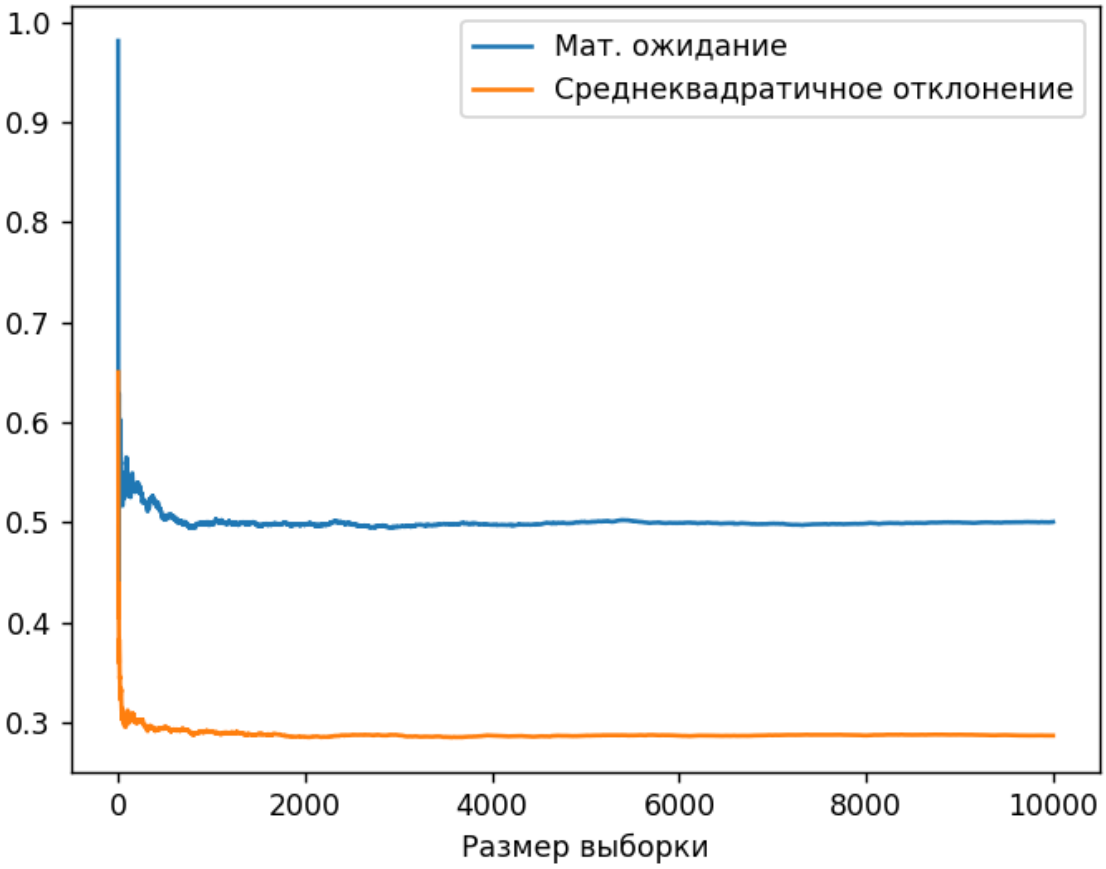
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.28721698018315944

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.0005889565879665382

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0014830198168405695

```
mt.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.5005889565879665
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.28721698018315944
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.0005889565879665382
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.0014830198168405695
Критерий хи-квадрат:
+
Критерий серий:
+
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
+
Критерий монотонности:
+
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.7 RC4

Использованные параметры:

prng.exe -g rc4 -i 40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50,51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63,64,65,66,67,68,69,70,71,72,73,74,75,76,77,78,79,80,81,82,83,84,85,86,87,88,89,90,91,92,93,94,95,96,97,98,99,100,101,102,103,104,105,106,107,108,109,110,111,112,113,114,115,116,117,118,119,120,121,122,123,124,125,126,127,128,129,130,131,132,133,134,135,136,137,138,139,140,141,142,143,144,145,146,147,148,149,150,151,152,153,154,155,156,157,158,159,160,161,162,163,164,165,166,167,168,169,170,171,172,173,174,175,176,177,178,179,180,181,182,183,184,185,186,187,188,189,190,191,192,193,194,195,196,197,198,199,200,201,202,203,204,205,206,207,208,209,210,211,212,213,214,215,216,217,218,219,220,221,222,223,224,225,226,227,228,229,230,231,232,233,234,235,236,237,238,239,240,241,242,243,244,245,246,247,248,249,250,251,252,253,254,255,256,257,258,259,260,261,262,263,264,265,266,267,268,269,270,271,272,273,274,275,276,277,278,279,280,281,282,283,284,285,286,287,288,289,290,291,292,293,294,295 -n 10000 -f rc4.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.49344453125

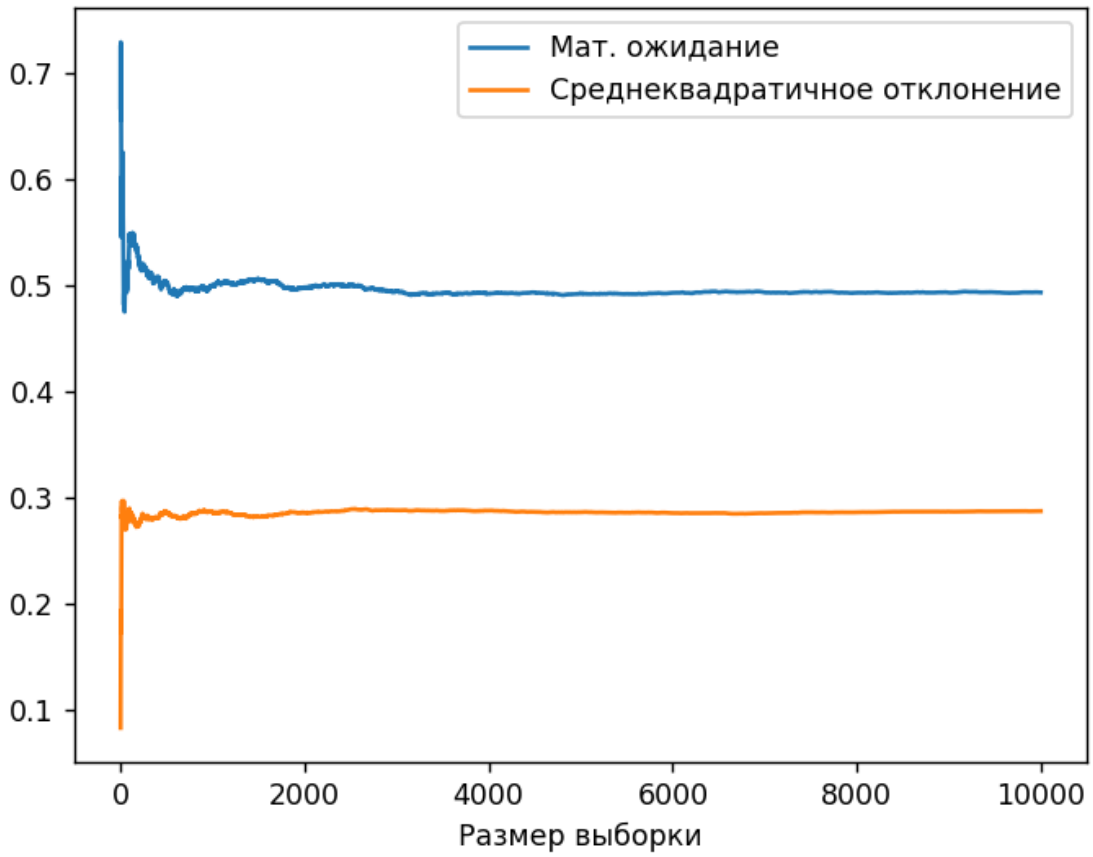
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.28727596402266703

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.006555468750000015

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0014240359773329825

```
rc4.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.49344453125
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.28727596402266703
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.006555468750000015
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.0014240359773329825
Критерий хи-квадрат:
+
Критерий серий:
+
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
+
Критерий монотонности:
-
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.8 ГПСЧ на основе RSA

Использованные параметры:

prng.exe -g rsa -i 12709189,53,10,245 -n 10000 -f rsa.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.5010731348740126

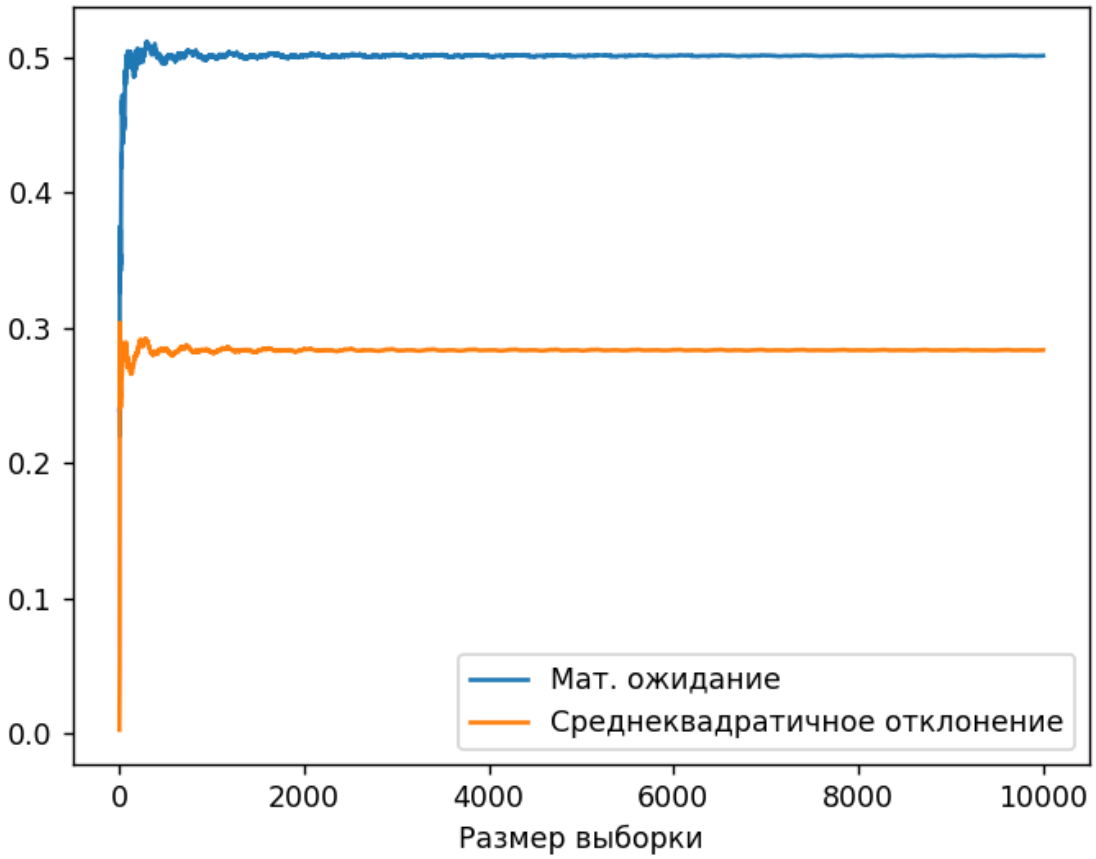
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.28361060750962486

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.0010731348740126156

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.005089392490375155

```
rsa.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.5010731348740126
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.28361060750962486
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.0010731348740126156
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.005089392490375155
Критерий хи-квадрат:
-
Критерий серий:
-
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
+
Критерий монотонности:
+
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



2.9 Алгоритм Блюма-Блюма-Шуба

Использованные параметры:

prng.exe -g bbs -i 1562341,10 -n 10000 -f bbs.dat

Пример работы программы:

Мат. ожидание последовательности: 0.3347666666666667

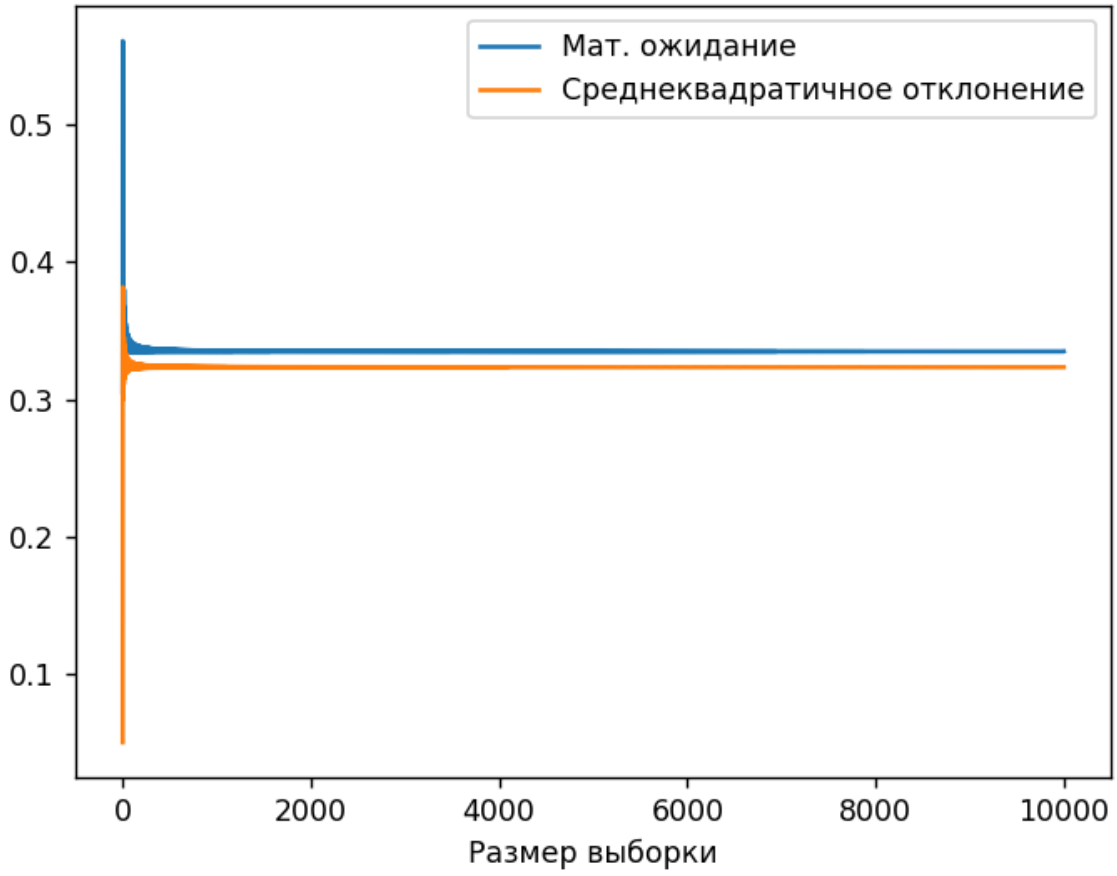
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.3233075172185355

Относительная погрешность мат. ожидания: 0.1652333333333333

Относительная погрешность среднекв. отклонения: 0.0346075172185355

```
bbs.dat
Мат. ожидание последовательности: 0.3347666666666667
Среднеквадратичное отклонение последовательности: 0.3233075172185355
Относительная погрешность мат. ожидания:  0.1652333333333333
Относительная погрешность среднекв. отклонения:  0.0346075172185355
Критерий хи-квадрат:
+
Критерий серий:
-
Критерий интервалов:
-
Критерий разбиений:
+
Критерий перестановок:
-
Критерий монотонности:
-
Критерий конфликтов:
-
```

Графики зависимостей оценок от объема выборки:



3 Таблица с результатами проверки ПСП различными критериями

Таблица 1. Результаты проверки ПСП различными критериями

	lc	**add**	**5p**	**lfsr**	**nfsr**	**mt**	**rc4**	**rsa**	**bbs**
хи-квадрат	+	+	+	+	−	+	+	−	+
серий	−	+	−	−	−	+	+	−	−
интервалов	−	−	−	−	−	−	−	−	−
разбиений	+	+	+	+	+	+	+	+	+
перестановок	+	+	+	−	+	+	+	+	−
монотонности	+	−	−	+	−	+	−	+	−
конфликтов	−	−	−	−	−	−	−	−	−

ПРИЛОЖЕНИЕ
Программа для лабораторной работы

```
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt
import scipy.stats as sps
import math

def read_from_file(filename):

    with open(filename) as f:
        lines = f.readlines()

    input = "".join(lines)
    a = input.split(",")
    sequence = [int(elem) for elem in a if len(elem) != 0]

    return sequence

def plot_distribution(nums):

    size = []
    mean_array = []
    std_array = []

    for i in range(len(nums)):
        size.append(i+1)
        mean_array.append(np.mean(nums[:i+1]))
        std_array.append(sps.tstd(nums[:i+1]))

    plt.plot(size, mean_array, label="Мат. ожидание")
    plt.plot(size, std_array, label="Среднеквадратичное отклонение")
    plt.xlabel("Размер выборки")
    plt.legend()
    plt.show()

def pogr(seq):

    GOAL_MEAN = 0.5
    GOAL_STD = 0.2887

    cur_value_mean = np.mean(seq)
    cur_value_std = sps.tstd(seq)

    print("Относительная погрешность мат. ожидания: ", abs(GOAL_MEAN -
cur_value_mean))
    print("Относительная погрешность среднекв. отклонения: ", abs(GOAL_STD -
cur_value_std))

def transform_lst_nums(num_lst):
```

```
    max_elem = max(num_lst) + 1
    return [num / max_elem for num in num_lst]

def chi_2(seq, alpha=0.05, lst_=None, exp=None, param=None):

    if param is None:
        param = len(np.unique(seq))
    if lst_ is None:
        _, lst_ = np.unique(seq, return_counts=True)
    if exp is None:
        exp = np.array([len(seq) / param] * param)

    chi, stat = np.sum((lst_ - exp) ** 2 / exp), sps.chi2.ppf(1 - alpha, param -
1)

    if chi > stat:
        return "-"
    else:
        return "+"

def series(seq):
    d = 16
    alpha = 0.05
    param = d ** 2
    res = np.zeros(param, dtype=int)

    for j in range(len(seq) // 2):
        res[int(seq[2 * j] * d) * d + int(seq[2 * j + 1] * d)] += 1

    return chi_2(seq, alpha, res, np.full(param, len(seq) / (2 * param)), param)

def intervals(seq):

    d = 16
    j, s, emp = -1, 0, 8 * [0]
    t = 7
    n = len(seq)
    interval_amount = n / 10
    half = 0.5
    theor = [interval_amount * half * (1.0 - half) ** r for r in range(t)] +
[interval_amount * (1.0 - half) ** t]

    while s != interval_amount and j != n:
        j += 1
        r = 0
        while j != n and seq[j] < d / 2:
            j += 1
            r += 1
        emp[min(r, t)] += 1
        s += 1
```

```
    if j == n:
        return "-"

    return chi_2(seq, 0.05 ,theor, emp, t + 1)

def partitions(seq):
    alpha = 0.05
    n = 100
    param = int(10000 / n)
    r = np.array([0] * (param + 1))

    for i in range(n):
        r[len(np.unique(seq[param * i : param * (i + 1)]))] += 1

    p = []
    s = 1

    for i in range(param + 1):
        d = 100
        p_i = d
        for j in range(1, i):
            p_i *= d - j
        p.append(p_i / pow(d, param) * s)

    dk_lst = np.array([math.comb(param + i - 1, i) / pow(d, param) for i in
range(param + 1)])
    return chi_2(seq, alpha, dk_lst[1:], p[1:], param)

def permutations(seq):

    alpha = 0.05
    t = 10
    n = len(seq)
    dict = {}
    param = math.factorial(t)

    for i in range(0, n, t):
        group = tuple(sorted(seq[i:i + t]))
        dict[group] = dict.get(group, 0) + 1

    lst_obs = sorted(list(dict.values()), reverse=True)

    exp = np.array([n / param] * len(lst_obs))

    return chi_2(seq, alpha, lst_obs, exp, param)

def monotony(seq):

    alpha = 0.05
    A = [
        [4529.4, 9044.9, 13568, 22615,  22615,  27892 ],
```

```
        [9044.9, 18097,  27139, 36187,  452344, 55789 ],
        [13568,  27139,  40721, 54281,  67582,  83685 ],
        [18091,  36187,  54281, 72414,  90470,  111580],
        [22615,  45234,  67852, 90470,  113262, 139476],
        [27892,  55789,  83685, 111580, 139476, 172860]
    ]
    b = [1 / 6, 5 / 24, 11 / 120, 19 / 720, 29 / 5040, 1 / 840]
    n = len(seq)
    lst = []

    i = 0
    while i < n:
        s = 1
        while i + s < n and seq[i + s - 1] <= seq[i + s]:
            s += 1
        lst.append(s)
        i += s

    counts = {}
    for l in lst:
        counts[l] = counts.get(l, 0) + 1

    res = []
    temp = 0
    for c in lst:
        m = 1 / 6
        min_val = min(c, 6)
        for i in range(min_val):
            for j in range(min_val):
                m += (seq[i + temp] - n * b[i]) * (seq[j + temp] - n * b[j]) *
A[i][j]
        temp += c
        res.append(m)

    return chi_2(res, alpha)

def conflicts(srq):
    m = 1024
    l = len(srq)
    sr_ = l / m
    p0 = 1 - l / m + math.factorial(l) / (2 * math.factorial(l - 2) * m*2)

    conf = l / m - 1 + p0
    return "-" if abs(conf - sr_) > 10 else "+"

if __name__ == "__main__":

    path = input()
    p = read_from_file(path)
    trans_p = transform_lst_nums(p)
```

```
mean = np.mean(trans_p)
print(f"Мат. ожидание последовательности: {mean}")

std = sps.tstd(trans_p)
print(f"Среднеквадратичное отклонение последовательности: {std}")

pogr(trans_p)

print("Критерий хи-квадрат:")
print(chi_2(trans_p))

print("Критерий серий:")
print(series(trans_p))

print("Критерий интервалов:")
print(intervals(trans_p))

print("Критерий разбиений:")
print(partitions(trans_p))

print("Критерий перестановок:")
print(permutations(trans_p))

print("Критерий монотонности:")
print(monotony(trans_p))

print("Критерий конфликтов:")
print(conflicts(trans_p))

plot_distribution(trans_p)
```