Activity 22   Trigonometric identities

1.   RTP: $\sin A \sin 2A = -2\cos^3 A + 2\cos A$

     LHS $= \sin A \sin 2A$

        $= 2\cos A \sin^2 A$

        $= 2\cos A(1 - \cos^2 A)$

        $= -2\cos^3 A + 2\cos A$

        $=$ RHS

2.   RTP: $\tan x + \cot x = 2\operatorname{cosec} 2x$

     LHS $= \dfrac{\sin x}{\cos x} + \dfrac{\cos x}{\sin x}$

        $= \dfrac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos x \sin x}$

        $= \dfrac{1}{\cos x \sin x}$

        $= \dfrac{2}{2\sin 2x}$

        $=$ RHS

3.   RTP: $(\cos\theta + \sin\theta)(\cos\theta - \sin\theta) = 2\cos^2\theta - 1$

     LHS $= \cos^2\theta - \sin^2\theta$

        $= \cos^2\theta - \left(1 - \cos^2\theta\right)$

        $= 2\cos^2\theta - 1$

        $=$ RHS

RTP: $2\sin\left(\dfrac{P+Q}{2}\right)\cos\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) = \sin P + \sin Q$

LHS $= 2\left(\sin\dfrac{P}{2}\cos\dfrac{Q}{2} + \cos\dfrac{P}{2}\sin\dfrac{Q}{2}\right)\left(\cos\dfrac{P}{2}\cos\dfrac{Q}{2} + \sin\dfrac{P}{2}\sin\dfrac{Q}{2}\right)$

$= 2\cos^2\dfrac{Q}{2}\cos\dfrac{P}{2}\sin\dfrac{P}{2} + 2\sin^2\dfrac{P}{2}\cos\dfrac{Q}{2}\sin\dfrac{Q}{2} + 2\cos^2\dfrac{P}{2}\cos\dfrac{Q}{2}\sin\dfrac{Q}{2} + 2\sin^2\dfrac{Q}{2}\cos\dfrac{P}{2}\sin\dfrac{P}{2}$

$= \cos^2\dfrac{Q}{2}\left(2\cos\dfrac{P}{2}\sin\dfrac{P}{2}\right) + \sin^2\dfrac{P}{2}\left(2\cos\dfrac{Q}{2}\sin\dfrac{Q}{2}\right) + \cos^2\dfrac{P}{2}\left(2\cos\dfrac{Q}{2}\sin\dfrac{Q}{2}\right) + \sin^2\dfrac{Q}{2}\left(2\cos\dfrac{P}{2}\sin\dfrac{P}{2}\right)$

$= \cos^2\dfrac{Q}{2}\sin P + \sin^2\dfrac{P}{2}\sin Q + \cos^2\dfrac{P}{2}\sin Q + \sin^2\dfrac{Q}{2}\sin P$

$= \sin P\left(\cos^2\dfrac{Q}{2} + \sin^2\dfrac{Q}{2}\right) + \sin Q\left(\sin^2\dfrac{P}{2} + \cos^2\dfrac{P}{2}\right)$

$= \sin P + \sin Q$

$=$ RHS