

## Ampliación de Señales y Sistemas

### Examen Final

Apellidos.....

Nombre.....

Titulación (marque con un círculo lo que corresponda):

Tecnologías - Telemática - Sistemas - Doble Sistemas+ADE - Doble Teleco+Aero

#### Ejercicio 1 [1.5 puntos]

Considere una señal  $x[n]$  con periodo  $N=10$  y el desarrollo en serie de Fourier que se muestra en la Figura 1.1, donde  $b$  es un número real mayor o igual que cero.

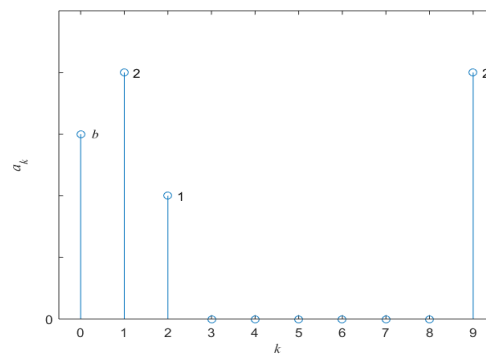


Figura 1.1

(a) Indique si la señal  $x[n]$  es real. Justifique muy brevemente su respuesta (no más de tres líneas). [0.5 puntos]

(b) Suponga que la potencia de la señal  $x[n]$  es 9 y calcule el valor de  $b$ . Recuadre el valor de  $b$  y justifique brevemente su respuesta. [0.5 puntos]

(c) Suponga ahora que no conoce la potencia de  $x[n]$  pero que sí sabe que al convolucionar la señal  $x[n]$  con una señal  $w[n]$  (cuya transformada de Fourier se muestra en la Figura 1.2) se obtiene una señal  $y[n]=x[n]*w[n]$  constante de valor 10. Utilice la información de que  $y[n]=10$  para calcular el valor de  $b$ . Recuadre el valor de  $b$  y justifique brevemente su respuesta. Nota: el resultado no tiene por qué ser el mismo que en el apartado anterior. [0.5 puntos]

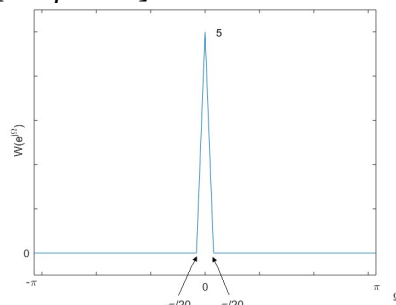


Figura 1.2

## Ejercicio 2 [1.5 puntos]

Suponga que tiene una señal  $x(t)$  con la respuesta en frecuencia indicada en la Figura 2.1.

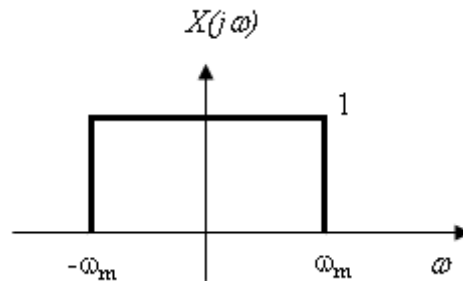


Figura 2.1

Dicha señal se procesa con el esquema indicado en la Figura 2.2.

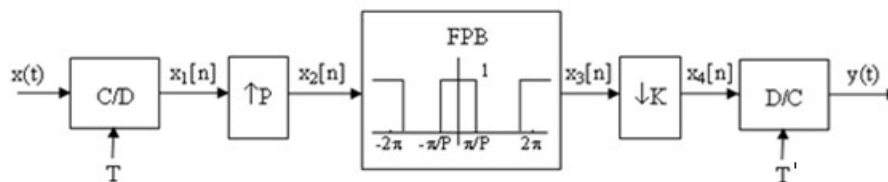


Figura 2.2

Donde:

- C/D es un conversor continuo a discreto (muestreador más paso de tren a secuencia) a una tasa de muestreo de T segundos.
- D/C es un conversor discreto a continuo (paso de tren a secuencia más filtro paso bajo) a una tasa de interpolación de T segundos.
- $\uparrow P$ , indica interpolar  $x_1[n]$  por un factor P, es decir,  $x_2[n]$  representa el resultado de insertar P-1 ceros entre dos muestras sucesivas de  $x[n]$ .
- $\downarrow K$ , indica diezmar  $x_3[n]$  por un factor K.

Suponga que  $\omega_m=1000\pi$ ,  $T=1/4000$ ,  $P=4$ ,  $K=2$ ,  $T'=1/2000$  y dibuje las transformadas de Fourier de las señales  $x_2[n]$ ,  $x_4[n]$ ,  $y(t)$ . Etiquete claramente las figuras (ejes y amplitudes) y, si la señal en cuestión es periódica, indique claramente su periodo.

**Ejercicio 3 [2 puntos]**

Considere las siguientes secuencias de longitud finita:

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

$$x_1[n] = \delta[n] + \delta[n-3] - \delta[n-4]$$

Las DFTs de  $N$  puntos de ambas secuencias,  $X[k]$  y  $X_1[k]$ , respectivamente, están relacionadas por la ecuación:

$$X_1[k] = X[k] e^{j2k \frac{2\pi}{N}}$$

Siendo  $N$  una constante desconocida. ¿Se puede determinar un valor de  $N$  consistente con esa información? ¿Es único ese valor de  $N$ ? Si lo es justifique la respuesta. Si no lo es, encuentre otro valor de  $N$  que sea consistente con la información suministrada.

**Ejercicio 4 [1.5 puntos]**

A continuación se presentan las señales  $x_1[n]$  y  $x_2[n]$  que son la suma de dos sinusoides:

$$x_1[n] = \cos(\pi n/4) + \cos(17\pi n/64)$$

$$x_2[n] = \cos(\pi n/4) + 0.8 \cos(21\pi n/64)$$

Se desea estimar el espectro de cada una de esas señales utilizando una DFT de 64 puntos con una ventana rectangular  $w[n]$  de 64 puntos. ¿Cuál de las dos DFTs tendría dos picos espectrales distinguibles tras el enventanado?. Justifique su respuesta.

**Ejercicio 5 [3.5 puntos]**

Considere el sistema LTI discreto dado por la siguiente ecuación en diferencias:

$$12y[n] + 5y[n-1] - 2y[n-2] = 36x[n] + 2x[n-1]$$

La función de transferencia,  $H(z)$ , de dicho sistema puede tener una o más de las siguientes ROCs:

ROC-A:  $|z| < 2/3$ ;    ROC-B:  $|z| < 1/4$ ;    ROC-C:  $|z| > 2/3$ ;    ROC-D:  $|z| > 1/4$ ;  
ROC-E:  $1/4 < |z| < 2/3$

**(a)** Determine  $H(z)$ . [1 punto]

**(b)** Dos de las cinco ROCs propuestas no son posibles. Indique cuáles son y por qué no pueden ser válidas. *[0.5 puntos]*

**(c)** ¿Cuál de las cinco ROCs produce una respuesta al impulso bilateral?. Determine dicha respuesta al impulso para esa ROC. *[0.75 puntos]*

**(d)** ¿Cuál de las cinco ROCs produce una respuesta al impulso causal?. Determine dicha respuesta al impulso para esa ROC. *[0.75 puntos]*

**(e)** ¿Para qué ROC de las cinco propuestas puede existir la respuesta en frecuencia del sistema? Determine la expresión analítica de la respuesta en frecuencia para esa ROC. *[0.5 puntos]*