Universidad Rey Juan Carlos

Ampliación de Señales y Sistemas

Examen Final (Convocatoria ordinaria)
Parte 1

Apellidos……………………………………………………………………………………………………

Nombre…………………………………………………

Titulación (marque con un círculo lo que corresponda):
Tecnologías - Telemática - Sistemas - Doble Sistemas+ADE - Doble Teleco+Aero

Ejercicio 1 *[1.5 puntos]*

Considere la señal x[n] con periodo N=10 y con los siguientes valores: x[0]=2, x[1]=-1, x[2]=x[3]=x[4]=x[5]=x[6]=x[7]=x[8]=0, x[9]=-1. Suponga que los coeficientes del DSF de dicha señal se denotan como a_k.

Para contestar a los siguientes apartados no le está permitido calcular la expresión de los coeficientes del DSF, sino únicamente las propiedades que conozca. Justifique muy brevemente su respuesta.

a) Indique cuál es el valor de a_0.

b) Indique cuál es el valor de $\sum_{k=1}^{9} |a_k|^2$

c) Indique si $a_3 = a_4$

Ejercicio 2 *[2 puntos]*

Suponga que se quiere interpolar la señal discreta x[n] por un factor 4 de forma que se obtenga una señal discreta y[n] de longitud 4 veces superior. La señal a interpolar satisface que x[0]=2, x[1]=1 y que x[n]=0 para cualquier otro n.

Para realizar la interpolación se consideran dos tipos de filtros interpoladores: i) un interpolador de primer orden y ii) un filtro paso bajo ideal.

Considere primero el caso en el que se utiliza un interpolador lineal de primer orden con factor de interpolación 4.

a) Indique el valor de y[n] en n=1, n=2, n=8.

y[1] = y[2] = y[8] =

b) Indique si el valor de y[n] en n=7 será igual a cero. Rodee con un círculo la respuesta correcta, contestar erróneamente restará 0.1 puntos a su nota: Sí / No

Considere ahora el caso en el que se utiliza un interpolador paso bajo ideal de factor de interpolación 4.

c) Indique el valor de y[n] en n=1, n=2, n=8.

y[1] = y[2] = y[8] =

d) Indique si el valor de y[n] en n=7 será igual a cero. Rodee con un círculo la respuesta correcta, contestar erróneamente restará 0.1 puntos a su nota: Sí / No

Universidad Rey Juan Carlos

Ampliación de Señales y Sistemas

Examen final (Convocatoria ordinaria)
Parte II

Apellidos……………………………………………………………………………

Nombre…………………………………………………

Titulación (marque con un círculo lo que corresponda):
Tecnologías - Telemática - Siste mas - Doble Sistemas+ADE - Doble Teleco+Aero

Ejercicio 3 *[2.75 puntos]*

Sea $x[n]$ una señal discreta. La figura F3.1 muestra el módulo de su Transformada de Fourier.

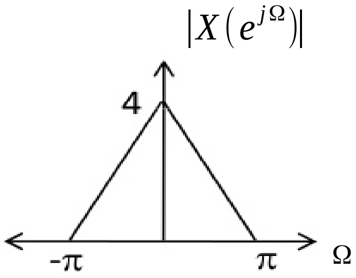


Figura F3.1

(a) *[0.75 puntos]* Determine la DFT de 4 puntos de $x[n]$, es decir, $X[k]$.

(b) *[0.75 puntos]* Con la información obtenida en (a), determine la señal $x[n]$ que da lugar a esa $X[k]$.

(c) *[0.75 puntos]* Para las señales $x[n]$ y $h[n]$ que se muestran en la figura F3.2, determine:

$$z[n] = x[n] \; 4 \; h[n]$$

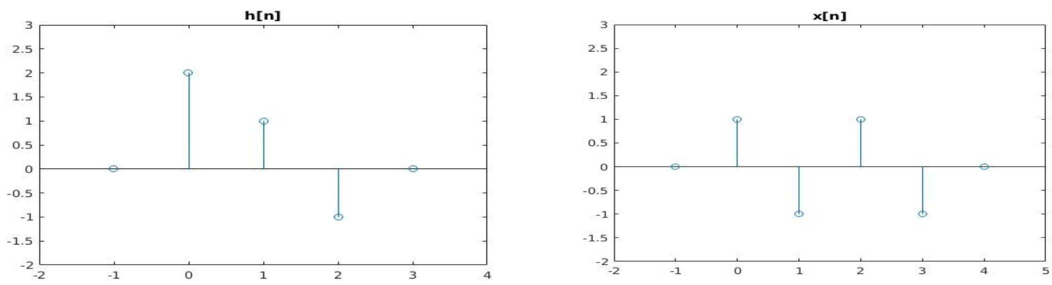


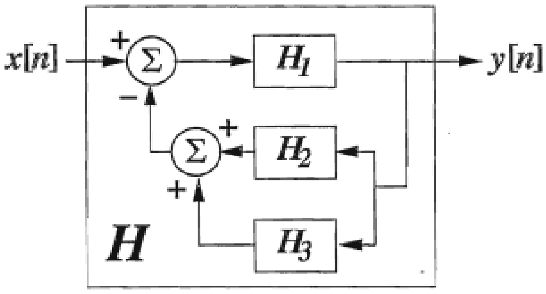
Figura F3.2

(d) *[0.5 puntos]* Considere $y[n]$, la señal que se obtiene a la salida de un sistema LTI considerando que la $h[n]$ de la figura F3.2 es la respuesta al impulso del sistema y que la $x[n]$

de F3.2 es la señal de entrada al sistema. ¿En qué número de puntos como mínimo se debería calcular la convolución circular entre $x[n]$ y $h[n]$ para que $z[n] = y[n]$?

Ejercicio 4 *[2.75 puntos]*

Considere el sistema discreto LTI estable y causal formado por la interconexión de tres sistemas discretos, como se muestra en la siguiente figura.



Las respuestas al impulso de cada uno de los subsistemas vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$h_1[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] \quad ; \quad h_2[n]=\left(\frac{3}{32}\right)^n u[n] \quad ; \quad h_3[n]=-\delta[n]$$

(a) *[1 punto]* Determine la función de transferencia del sistema H. Especifique su ROC.

(b) *[0.75 puntos]* Encuentre la ecuación en diferencias que relaciona la entrada $x[n]$ con la salida $y[n]$.

(c) *[1 punto]* Determine la respuesta al impulso del sistema.

Ejercicio 5 *[1 punto]*

Considere un sistema LTI discreto caraterizado por la siguiente respuesta el impulso:

$$h[n]=\begin{cases} n-1, & 1\leq n\leq 5 \\ 9-n, & 5<n\leq 9 \\ 0, & resto \end{cases}$$

(a) *[0.5 puntos]* Sin hacer ningún cálculo adicional, ¿El sistema tiene fase lineal?.

(b) *[0.5 puntos]* Determine al retardo de grupo del sistema para $0 < \Omega < \pi$. *Nota*:

$$r(\Omega)=\frac{-d}{d\Omega}arg[H(e^{j\Omega})]$$

Property	Time Domain	Frequency Domain
Notation:	$x(n)$	$X(k)$
Periodicity:	$x(n) = x(n+N)$	$X(k) = X(k+N)$
Linearity:	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(k) + a_2X_2(k)$
Time reversal	$x(N-n)$	$X(N-k)$
Circular time shift:	$x((n-l))_N$	$X(k)e^{-j2\pi kl/N}$
Circular frequency shift:	$x(n)e^{j2\pi ln/N}$	$X((k-l))_N$
Complex conjugate:	$x^*(n)$	$X^*(N-k)$
Circular convolution:	$x_1(n) \otimes x_2(n)$	$X_1(k)X_2(k)$
Multiplication:	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{N}X_1(k) \otimes X_2(k)$
Parseval's theorem:	$\sum_{n=0}^{N-1} x(n)y^*(n)$	$\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X(k)Y^*(k)$

	Signal, $x(n)$	z-Transform, $X(z)$	ROC
1	$\delta(n)$	1	All z
2	$u(n)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > 1$
3	$a^n u(n)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert > \lvert a\rvert$
4	$na^n u(n)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert > \lvert a\rvert$
5	$-a^n u(-n-1)$	$\frac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert < \lvert a\rvert$
6	$-na^n u(-n-1)$	$\frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert < \lvert a\rvert$
7	$\cos(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{1-z^{-1}\cos\omega_0}{1-2z^{-1}\cos\omega_0+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$
8	$\sin(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{z^{-1}\sin\omega_0}{1-2z^{-1}\cos\omega_0+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$
9	$a^n\cos(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{1-az^{-1}\cos\omega_0}{1-2az^{-1}\cos\omega_0+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > \lvert a\rvert$
10	$a^n\sin(\omega_0 n)u(n)$	$\frac{1-az^{-1}\sin\omega_0}{1-2az^{-1}\cos\omega_0+a^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > \lvert a\rvert$