

*Examen Parcial: Modelo A*

Apellidos... Solano

Nombre..... Entrega hojas adicionales (sí/no): .....

Titulación (marque con un círculo lo que corresponda):

Tecnologías - Telemática - Sistemas - Doble Sistemas+ADE - Doble Teleco+Aero

**Instrucciones**

El tiempo para la realización del examen es de 1h 40 minutos. No se permite calculadora, libros ni hojas de fórmulas. El examen consta de 2 páginas (1 hoja impresa a 2 caras). Conteste al examen en la hoja del enunciado justificando de la manera más concisa posible sus respuestas. Si cree necesario entregar una solución más detallada podrá adjuntarla al examen y deberá indicarlo en la parte superior de este enunciado. Escribir su nombre con falias de ortografía conllevará la pérdida de toda la calificación del parcial.

**Ejercicio 1 (3 puntos)**

Considere una señal  $x[n]$  cuya Transformada de Fourier (TF) en el intervalo  $[-\pi, \pi)$  es  $X(\Omega) = -j\delta(\Omega + \pi/3) + 2\delta(\Omega + \pi/9) + \delta(\Omega) + 2\delta(\Omega - \pi/9) + j\delta(\Omega - \pi/3)$ .

Sin realizar la TF inversa, se le pide que conteste a las siguientes preguntas justificando muy brevemente sus respuestas.

a) Indique el valor de la energía de  $x[n]$ .  $E_{xx} = \infty$

Si:  $X(e^{j\Omega})$  son deltas,  $x[n]$  es periódica y, por tanto, no está definida en energía

b) Indique el valor medio de  $x[n]$ .  $V_{medioxx} = 1/2 \pi$

El valor medio coincide con  $a_0$  y se refleja en la amplitud de  $\delta(\omega)$  como  $2\pi a_0 \delta(\omega)$

c) Indique  $x[n]$  si es periódica: ☒ Sí / ☐ No / No se puede saber

El espectro son deltas equiespaciados (en los múltiplos de  $\frac{\pi}{9}$ )

d) Indique si  $x[n]$  es real: ☒ Sí / ☐ No / No se puede saber

Si  $|X(e^{j\Omega})|$  es simétrico  $\Rightarrow x[n]$  es real  
 $\uparrow$   
El espectro es simétrico

**Ejercicio 2 (3 puntos)**

Considere un sistema que ante la entrada  $x[n] = 2\delta[n-2]$  responde con la salida:  $y[n] = 0.5^{n-2}u[n-2]$ .

a) Indique si el sistema anterior es lineal e invariante: Sí / No / ☒ No se puede saber

Nos dan la salida para una única entrada, no hay suficiente información para contestar a la pregunta

- b) Independiente de su respuesta al apartado a), suponga que sí lo es y utilice esta información para calcular la salida cuando la entrada es  $x[n] = (-1)^n$

• Si es LTI podemos obtener su RI y su RF

$$2\delta[n-2] \rightarrow 0.5^{n-2}u[n-2] \Leftrightarrow \delta[n] \rightarrow \frac{1}{2}0.5^n u[n] = h[n]$$

• Si es un LTI, como  $(-1)^n = e^{j\pi n}$  sabemos que su salida para  $(-1)^n$  es

$$y[n] = H(e^{j\pi}) \cdot e^{j\pi n} = \frac{1}{2} \frac{1}{1+0.5} (-1)^n = \frac{1}{3} (-1)^n$$

Puesto que

$$H(e^{j\omega}) = \text{TF}\{h[n]\} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{j\omega}}$$

$$y[n] = \left(\frac{1}{3}\right) (-1)^n$$

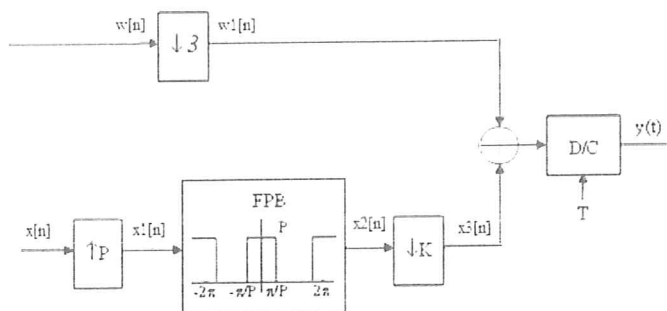
### Ejercicio 3 (4 puntos)

Considere las señales continuas  $x_c(t)$  y  $w_c(t)$ , ambas imitadas en banda.

A partir de las señales anterior se obtienen las siguientes señales discretas

- $x[n] = x_c(nT_x)$ , donde  $T_x = 2 \cdot 10^{-3}$ .
- $w[n] = w_c(nT_w)$ , donde  $T_w = 10^{-3}$ .

Dichas señales son procesadas con el esquema mostrado a la derecha donde  $\downarrow K$  es un diezmador y  $\uparrow P$  un "inserta ceros".



- a) Suponga que no hay solapamiento y que quiere que  $z(t) = x(t) + y(t)$ . Indique los valores que deben tomar P, K y T.

$$P = 2$$

$$K = 3$$

$$T = 3 \cdot 10^{-3}$$

$$\left. \begin{aligned} w_1[n] &= w_c(T_w \cdot 3n) \\ x_3[n] &= x_c\left(T_x \cdot \frac{K}{P} n\right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Necesitamos} \\ &T_w \cdot 3 = T_x \cdot K/P \\ &\frac{K}{P} = \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{matrix} K=3 \\ P=2 \end{matrix} \end{aligned}$$

$$T = 3 \cdot T_w = 3 \cdot 10^{-3}$$

- b) Si tanto  $x_c(t)$  como  $w_c(t)$  tienen el mismo ancho de banda, indique cuál es el valor máximo de ese ancho de banda para que el sistema no introduzca ningún tipo de solapamiento espectral

$$BW_{max} = \frac{\pi}{T} = \frac{\pi}{3} 10^3 \text{ rad seg}$$

Examen Parcial: Modelo B

Apellidos..... *Solución* .....

Nombre..... Entrega hojas adicionales (sí/no): .....

Titulación (marque con un círculo lo que corresponda):

Tecnologías - Telemática - Sistemas - Doble Sistemas+ADE - Doble Teleco+Aero

Instrucciones

El tiempo para la realización del examen es de 1 h 40 minutos. No se permite calculadora, libros ni hojas de fórmulas. El examen consta de 2 páginas (1 hoja impresa a 2 caras). Conteste al examen en la hoja del enunciado justificando de la manera más concisa posible sus respuestas. Si cree necesario entregar una solución más detallada podrá adjuntarla al examen y deberá indicarlo en la parte superior de este enunciado. Escribir su nombre con faltas de ortografía conllevará la pérdida de toda la calificación del parcial.

Ejercicio 1 (3 puntos)

Considere una señal  $x[n]$  cuya Transformada de Fourier (TF) en el intervalo  $[-\pi, \pi)$  es  $X(e^{j\Omega}) = -j\delta(\Omega + \pi/3) + 2\delta(\Omega + \pi/9) + 2\delta(\Omega) + 2\delta(\Omega - \pi/9) + j\delta(\Omega - \pi/3)$ .

Sin realizar la TF inversa, se le pide que conteste a las siguientes preguntas justificando muy brevemente sus respuestas.

a) Indique el valor de la energía de  $x[n]$ .  $E_{xx} = \infty$

*Si  $X(e^{j\Omega})$  son deltas, la señal es periódica, por lo que  $E = \infty$*

b) Indique el valor medio de  $x[n]$ .  $V_{mediox} = 1/\pi$

*Si una señal tiene valor medio  $\bar{x}$ , el valor de su  $a_0$  es precisamente  $a_0 = \bar{x}$ , puesto que la delta en  $\Omega = 0$  tiene amplitud  $\uparrow^{2\pi a_0} \Rightarrow R = 2\pi a_0 = 2\pi \bar{x} \Rightarrow \bar{x} = 1/\pi$*

c) Indique  $x[n]$  si es periódica: ☒ Sí / No / No se puede saber

*El espectro son deltas equiespaciadas ( $\omega_0 = \pi/9 \Rightarrow T = 2\pi/\omega_0 = 18$ )*

d) Indique si  $x[n]$  es real: ☒ Sí / No / No se puede saber

*Si  $|X(e^{j\Omega})|$  es simétrico, entonces  $x[n]$  es real*

Ejercicio 2 (3 puntos)

Considere un sistema que ante la entrada  $x[n] = 3\delta[n-3]$  responde con la salida:  $y[n] = 0.3^{n-3}u[n-3]$ .

a) Indique si el sistema anterior es lineal e invariante:

Sí / No ☒ No se puede saber

*Nos dan la salida para una única entrada*

- b) Independiente de su respuesta al apartado a), suponga que sí lo es y utilice esta información para calcular la salida cuando la entrada es  $x[n] = (-1)^n$

Si el sistema es LTI, entonces a partir de la info de a) podemos obtener su respuesta al impulso

$$3\delta[n-3] \rightarrow 0.3^{n-3} u[n-3]$$

$$\delta[n] \rightarrow h[n] ?$$

$$h[n] = (0.3^{n-3} u[n-3]) * \frac{1}{3} \delta[n+3]$$

$$= \frac{1}{3} 0.3^n u[n]$$

$x[n]$  es la exp. de frecuencia  $\pi$ :  $(-1)^n = e^{j\pi n}$

$\Rightarrow$  Su salida será:  $y[n] = H(e^{j\pi}) \big|_{\omega=\pi} \cdot e^{j\pi n}$

$$H(e^{j\omega}) = \text{TF}\{h[n]\} = \frac{1}{3} \frac{1}{1 - 0.3e^{j\omega}}$$

$$H(e^{j\pi}) = \frac{1}{3 \cdot 2}$$

$$y[n] = \frac{1}{3 \cdot 2} \cdot (-1)^n$$

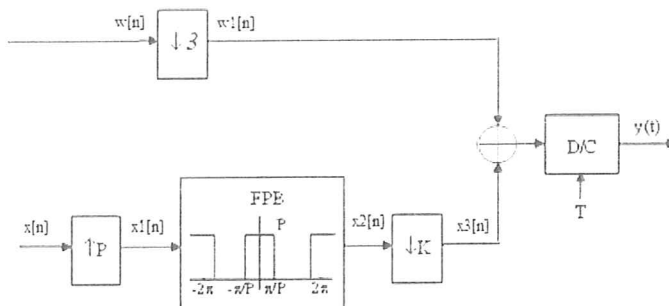
### Ejercicio 3 (4 puntos)

Considere las señales continuas  $x_c(t)$  y  $w_c(t)$ , ambas imitadas en banda.

A partir de las señales anterior se obtienen las siguientes señales discretas

- $x[n] = x_c(nT_x)$ , donde  $T_x = 4 \cdot 10^{-3}$ .
- $w[n] = w_c(nT_w)$ , donde  $T_w = 2 \cdot 10^{-3}$ .

Dichas señales son procesadas con el esquema mostrado a la derecha donde  $\downarrow K$  es un diezmador y  $\uparrow P$  un "inserta ceros".



- a) Suponga que no hay solapamiento y que quiere que  $z(t) = x(t) + y(t)$ . Indique los valores que deben tomar  $P$ ,  $K$  y  $T$ .

$P = 2$        $K = 3$        $T = 6 \cdot 10^{-3}$

$$\left. \begin{aligned} w_1[n] &= w_c(\pi w \cdot 3n) \\ x_3[n] &= x_c(\pi x \cdot \frac{K}{P} n) \end{aligned} \right\} \text{No se solapan}$$

$$T_w \cdot 3 = T_x \cdot \frac{K}{P}$$

$$3/2 = K/P$$

$$T = 3T_w = 6 \cdot 10^{-3}$$

- b) Si tanto  $x_c(t)$  como  $w_c(t)$  tienen el mismo ancho de banda, indique cuál es el valor máximo de ese ancho de banda para que el sistema no introduzca ningún tipo de solapamiento espectral

$$BW_{max} = \frac{\pi}{T} = \frac{\pi}{6} 10^3 \text{ rad/seg}$$

(limita la rama superior, puesto que en la inferior primero ~~diezmamos~~ interpolamos y luego diezmamos).