

数理最適化法演習レポート課題

教養学部

小暮 諒

点の集合 V , 枝の集合 E は各々,

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad (1)$$

$$E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 2), (6, 5)\} \quad (2)$$

である。枝 (i, j) が最短路に含まれるとき $X_{ij} = 1$, 含まれないとき $X_{ij} = 0$ を取る変数 X_{ij} を以下のように定義する。

$$X_{ij} \in \{0, 1\}, (i, j) \in E. \quad (3)$$

この問題の目的は点 1 から点 5 への移動距離を最短にすることであるから、経路の移動距離を目的関数とする。各枝の地点間距離は図の通りなので、経路の移動距離は、

$$z = X_{12} + 5X_{13} + X_{21} + X_{23} + 4X_{24} + 2X_{34} + 4X_{36} + 5X_{45} + X_{46} + 2X_{52} + 2X_{65} \quad (4)$$

と表される。

制約条件は、 V の各点においてその点に入る枝、その点から出る枝のうち最短経路に含まれる枝に関する制約である。最短路を 1 つ発見すれば良いので、最短経路は 1 本であるとして扱ってよい。まず、始点について考える。最短経路は 1 本であるから、最短経路は始点である点 1 から出る枝の 1 つを通る。一方、始点である点 1 に入る枝は最短経路には含まれない。これらのことから、点 1 にお入れは、点 1 から出る枝に対応する変数の和から点 1 に入る枝に対応する変数の和を引くと 1 になる。すなわち、

$$(X_{12} + X_{13}) - X_{21} = 1 \quad (5)$$

となる。

次に終点について考える。最短経路は 1 本であるから、最短経路は終点である点 5 に入る枝の 1 つを通る。一方、終点である点 5 から出る枝は最短経路には含まれない。つまり点 5 においては点 5 から出る枝に対応する変数の和から点 5 に入る枝に対応する変数の和を引くと -1 になる。すなわち、

$$X_{52} - (X_{45} + X_{65}) = -1 \quad (6)$$

となる。

続いて、始点と終点以外の点について考える。始点と終点以外の点ではその点が最短経路に含まれるならば、その点に入る枝の 1 つが最短経路に含まれ、その点から出る枝の 1 つが最短経路に含まれる。その点が最短経路に含まれないときには、その点に入る枝も出る枝も最短経路に含まれない。したがって始点と終点以外の点では、その点から出る枝に対応する変数の和からその点に入る枝に対応する変数の和を引くと 0 になる。点 2 については、

$$(X_{24} + X_{23}) - (X_{12} + X_{52}) = 0 \quad (7)$$

となる。点 3 については、

$$(X_{34} + X_{36}) - (X_{13} + X_{23}) = 0 \quad (8)$$

となる。点4については,

$$(X_{45} + X_{46}) - (X_{24} + X_{34}) = 0 \quad (9)$$

となる。点6については,

$$X_{65} - (X_{36} + X_{46}) = 0 \quad (10)$$

となる。

以上, (1) ~ (10)式をまとめるとこの問題は次の 0-1 最適化問題として定式化される。

最小化 $z = X_{12} + 5X_{13} + X_{21} + X_{23} + 4X_{24} + 2X_{34} + 4X_{36} + 5X_{45} + X_{46} + 2X_{52} + 2X_{65}$

制約条件 $X_{12} + X_{13} - X_{21} = 1$

$$X_{52} - (X_{45} + X_{65}) = -1$$

$$(X_{24} + X_{23}) - (X_{12} + X_{25}) = 0$$

$$(X_{34} + X_{36}) - (X_{13} + X_{23}) = 0$$

$$(X_{45} + X_{46}) - (X_{24} + X_{34}) = 0$$

$$X_{65} - (X_{36} + X_{46}) = 0$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, (i,j) \in E$$

$$E = \{(1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (2,4), (3,4), (3,6), (4,5), (4,6), (5,2), (6,5)\}$$

この問題を解くと,

$X_{12} = 1, X_{13} = 0, X_{21} = 0, X_{23} = 1, X_{24} = 0, X_{34} = 1, X_{35} = 0, X_{45} = 0, X_{46} = 1,$

$X_{52} = 0, X_{62} = 1, z = 7$

となる。つまり最短経路は 1,2,3,4,6,5 の経路となり, 経路長は 7.

4.4.5 モデルの評価 ソース

```
from sklearn.datasets import load_iris
from sklearn.svm import SVC
from sklearn.model_selection import train_test_split
# Iris データセットを読み込む
iris = load_iris()
X, y = iris.data[:100, :], iris.target[:100]
# 学習データセット、テストデータセットに分割
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y, test_size=0.3, random_state=123)
# SVM のインスタンス化
svc = SVC()
# SVM で学習
```

```

svc.fit(X_train, y_train)
# テストデータセットの予測
y_pred = svc.predict(X_test)
from sklearn.metrics import classification_report
# 適合率、再現率、F 値を出力
print(classification_report(y_test, y_pred))
from sklearn.svm import SVC
from sklearn.model_selection import cross_val_score
# サポートベクタマシンをインスタンス化
svc = SVC()
# 10 分割の交差検証を実行
cross_val_score(svc, X, y, cv=10, scoring='precision')
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
# 偽陽性率と真陽性率を算出
fpr = np.array([0, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 13, 14])/14
tpr = np.array([0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 9, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 11])/11
# ROC 曲線をプロット
fig, ax = plt.subplots()
ax.step(fpr, tpr)
ax.set_xlabel('false positive rate')
ax.set_ylabel('true positive rate')
plt.show()
from sklearn.metrics import roc_curve
labels = np.array([1, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0])
probs = np.array([0.98, 0.95, 0.9, 0.87, 0.85,
                  0.8, 0.75, 0.71, 0.63, 0.55,
                  0.51, 0.47, 0.43, 0.38, 0.35,
                  0.31, 0.28, 0.24, 0.22, 0.19,
                  0.15, 0.12, 0.08, 0.004, 0.01])
# 偽陽性率、真陽性率、しきい値を算出
fpr, tpr, threshold = roc_curve(labels, probs)
print('偽陽性率: ', fpr)
print('真陽性率: ', tpr)
# ROC 曲線をプロット
fig, ax = plt.subplots()

```

```
ax.step(fpr, tpr)
ax.set_xlabel('false positive rate')
ax.set_ylabel('true positive rate')
plt.show()
from sklearn.metrics import roc_auc_score
# AUC を算出
roc_auc_score(labels, probs)
```

アンケート

1. macOS Catalina10.15.7
2. PuLP