



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

Keldson Alves Lopes

Patrick Riquelme Santos Coelho

Modelagem Matemática e Projeto para Compensador PID em Conversor Buck (CC-CC)

Itumbiara - GO

Junho/2023



INSTITUTO FEDERAL
Goiás

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

Keldson Alves Lopes
Patrick Riquelme Santos Coelho

Modelagem Matemática e Projeto para Compensador PID em Conversor Buck (CC-CC)

Relatório final referente ao trabalho proposto na disciplina de Eletrônica de Potência abordando conversores CC-CC e modulação PWM.

Itumbiara - GO

Junho/2023



1. Introdução

Este projeto tem como objetivo realizar a modelagem matemática e projeto de um compensador PID para um conversor buck CC-CC. O conversor buck é amplamente utilizado na eletrônica de potência para converter uma tensão contínua em um nível de tensão menor. A implementação de um compensador PID busca melhorar o desempenho do sistema em relação ao sistema não compensado. O projeto será realizado pelos alunos **Keldson Alves Lopes** e **Patrick Riquelme Santos Coelho**, visando a composição de habilidades necessárias para a conclusão das tarefas.

2. Desenvolvimento

Nesta etapa do trabalho, iremos abordar a modelagem matemática do conversor buck CC-CC e o projeto do compensador PID. O conversor buck é um componente essencial na eletrônica de potência, utilizado para reduzir a tensão de entrada para um valor desejado. O objetivo do projeto do compensador PID é melhorar o desempenho do sistema em malha fechada, controlando a tensão de saída do conversor. Faremos simulações de desempenho e compararemos o sistema controlado com o compensador PID com o sistema não compensado. O trabalho será realizado em grupos de até dois alunos, combinando habilidades e conhecimentos para um resultado completo e eficaz.

Os parâmetros iniciais do Conversor foram dados a partir de uma simulação proposta na disciplina, com os seguintes dados:

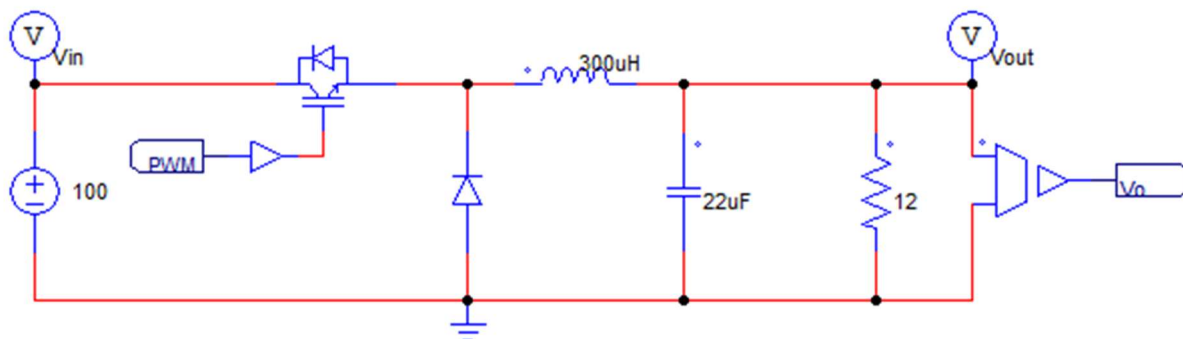


Figura 1 - Circuito Conversor Buck simulado no PSIM

Com os parâmetros do conversor, iremos abordar a modelagem matemática do conversor buck CC-CC e o projeto do compensador PID. O conversor buck é um componente fundamental na eletrônica de potência, utilizado para reduzir a tensão de entrada para um valor desejado. A modelagem matemática nos permitirá entender o comportamento do conversor e obter sua função de transferência, que será utilizada no projeto do compensador PID.

O compensador PID tem como objetivo melhorar o desempenho do sistema em malha fechada, controlando o comportamento da tensão de saída do conversor. O projeto do compensador será realizado utilizando o método do Lugar Geométrico das Raízes (LGR), que nos permite ajustar os parâmetros do controlador de acordo com os critérios de desempenho estabelecidos.

Além disso, faremos simulações de desempenho em malha fechada, comparando o sistema controlado com o compensador PID com o sistema não compensado. Essas simulações serão realizadas utilizando o ambiente PSIM e os códigos desenvolvidos no MATLAB. Assim, poderemos avaliar o impacto do compensador no desempenho do sistema e verificar sua eficácia.

em atender aos critérios estabelecidos.

O projeto do compensador PID pode ser realizado tanto na forma paralela como na forma em cascata, sendo importante ressaltar que ambas as formas devem incorporar os termos proporcional, integral e derivativo. Ao fim deste trabalho, em anexo, estão as imagens de todas as etapas de cálculo do conversor realizadas.

- Aplicando os parâmetros de cálculo utilizando MATLAB, tendo como base a função de transferência do conversor Buck modelada a partir do método de Espaço de Estados Médios, conforme apresenta o arquivo em anexo ao trabalho:
 - Aplicando a função de transferência obtida para o conversor Buck:

```
>> G = 1200 / (79.2e-9 * s^2 + 0.3e-3 * s + 12)

G =

          1200
-----
7.92e-08 s^2 + 0.0003 s + 12

Continuous-time transfer function.
```

Figura 2 - Função Transferência no MATLAB



- Simulação do Circuito sem Compensador:

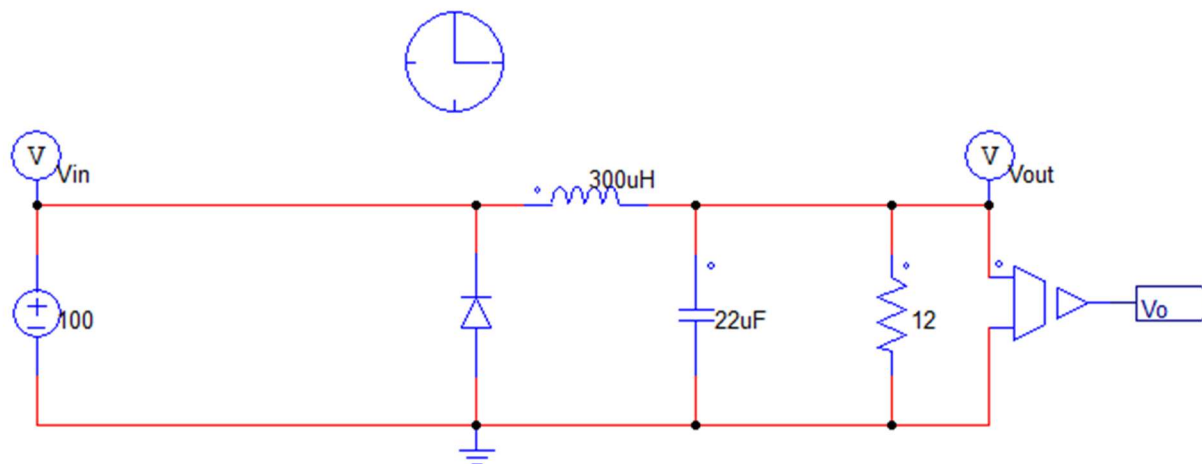


Figura 3 - Circuito Conversor Buck sem Compensador

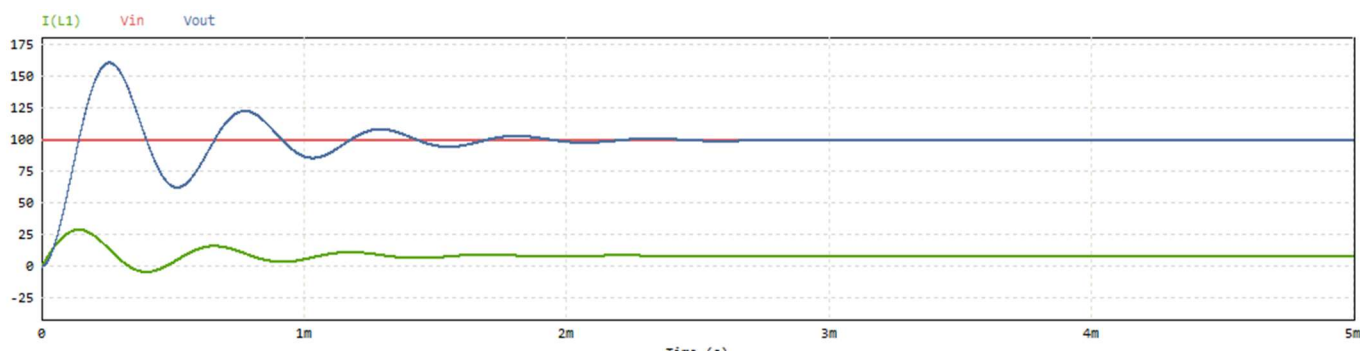


Figura 4 - Resposta Circuito sem Compensador

- Estudo do LGR do conversor sem o compensador
 - Aplicando a função $rlocus(G)$, foi obtido o seguinte resultado:

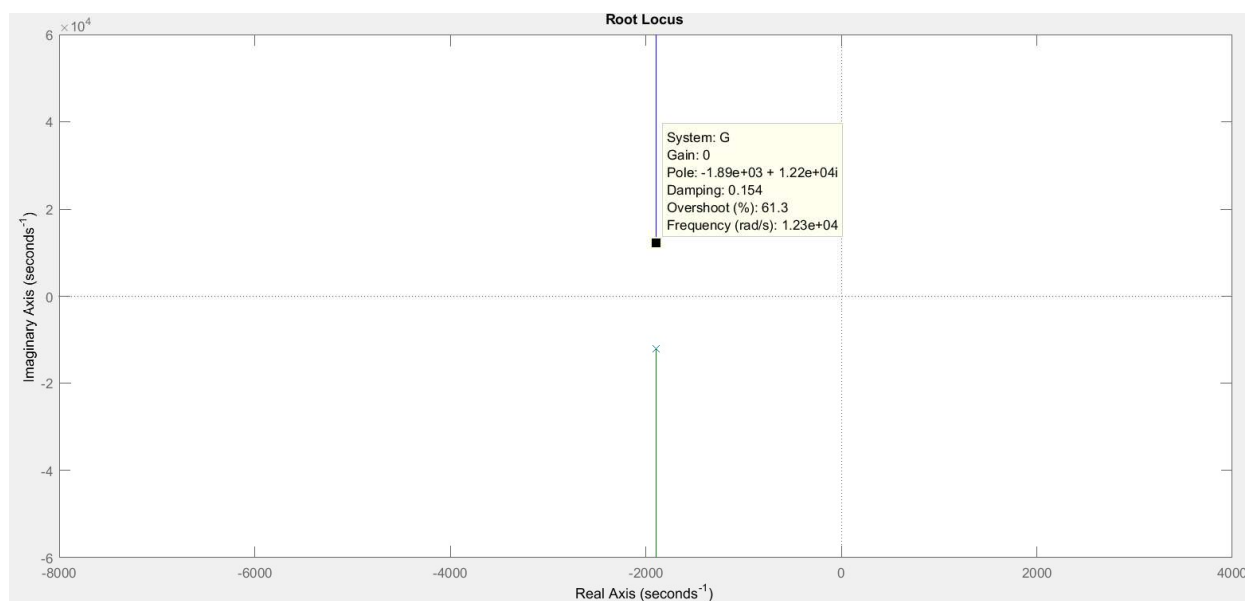


Figura 3 - LGR sem o compensador

- Estudo do LGR do conversor com compensador PD, sendo projetado com uma ultrapassagem percentual(UP%) de 20% e tempo de assentamento(T_s) de 400 microssegundos:
 - Inserindo script no MatLab:

```
>> zeta = 0.456

zeta =

    0.4560

>> Gpd = (s + 20107.76)

Gpd =

    s + 2.011e04

Continuous-time transfer function.

>> GcompPD = G * Gpd;
>> rlocus(GcompPD);
```

Figura 4 - Inserindo Parâmetros Compensador PD

- Aplicando a função **rlocus(G)**, foi obtido o seguinte resultado para o LGR com compensador PD:

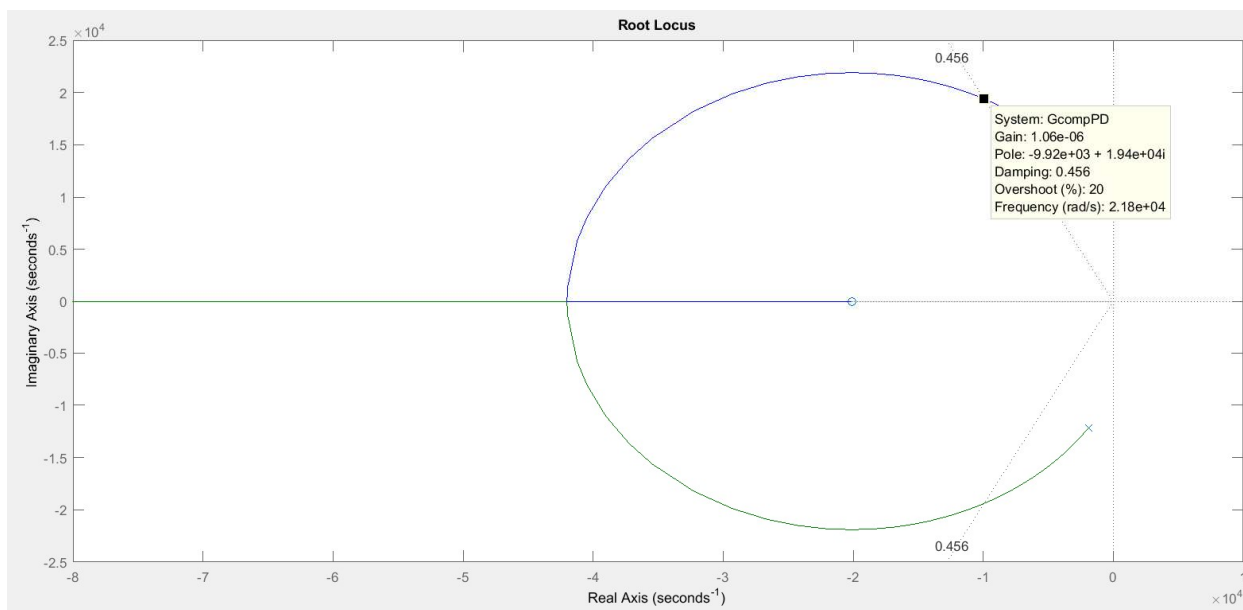


Figura 5 - LGR com compensador PD

- Análise de resposta do conversor com compensador PD
 - Inserindo parâmetros obtidos e degrau de entrada:

```
>> GcompPD = G * Gpd;
>> rlocus(GcompPD);
>> sgrid(zeta,0)
>> k1 = 1.06e-6;
>> G1 = GcompPD * k1;
>> T1 = feedback(G1,1);
>> step(T1)
```

Figura 6 - Script Matlab

- Resultado:

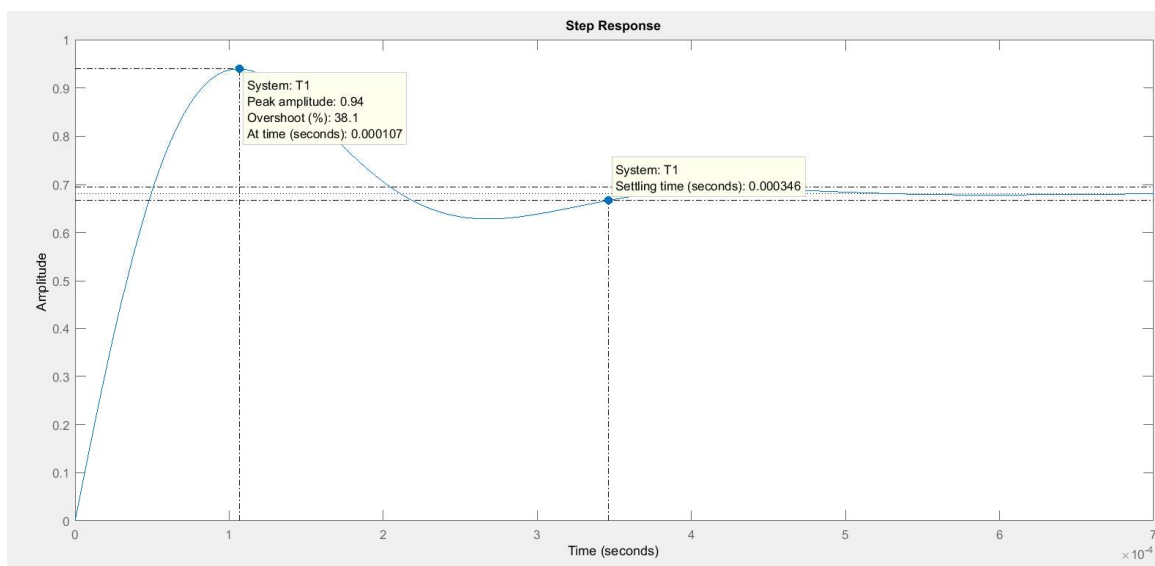


Figura 7 - Resposta do compensador PD

- Análise de resposta do conversor com compensador PID, com o objetivo de suprimir o erro em regime permanente do sistema:
 - Inserindo parâmetros obtidos e degrau de entrada:

```
>> Gpi = (s+8500)/s

Gpi =

      s + 8500
      -----
         s

Continuous-time transfer function.

>> GcompPID = G * Gpd * Gpi;
>> rlocus(GcompPID);
```

Figura 8 - Script Matlab

- Aplicando a função ***rlocus(G)***, foi obtido o seguinte resultado para o LGR com compensador PID:

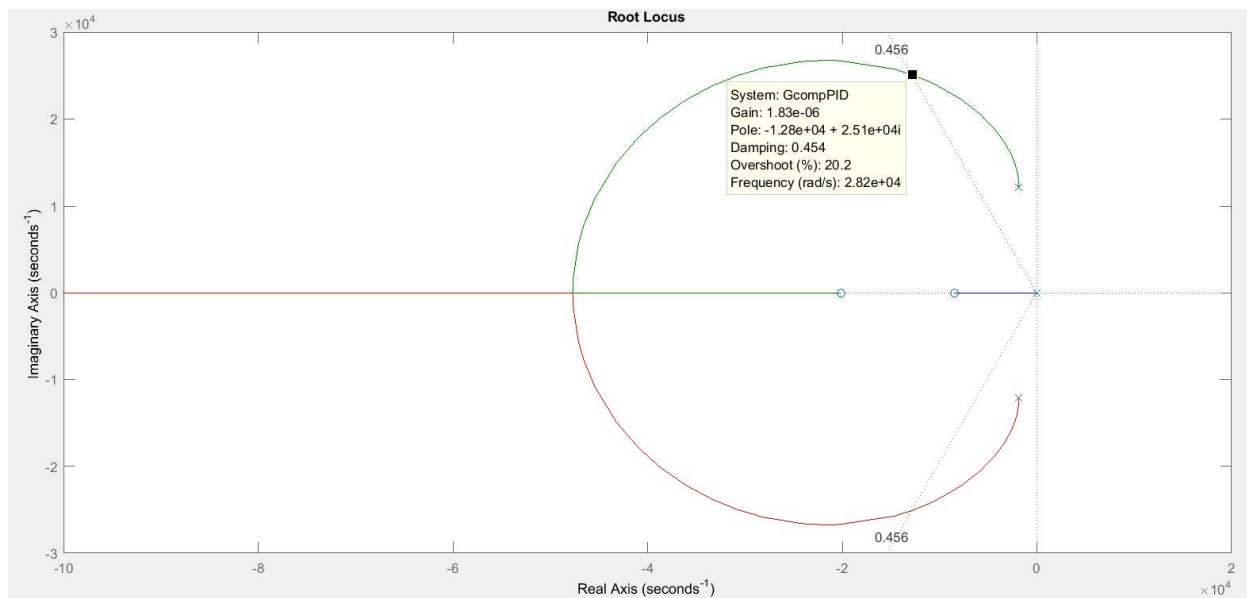


Figura 9 – LGR com compensador PID

- Análise de resposta do conversor com compensador PID
 - Inserindo parâmetros obtidos e degrau de entrada:

```
>> GcompPID = G * Gpd * Gpi;
>> rlocus(GcompPID);
>> sgrid(zeta,0)
>> k2 = 1.84e-6;
>> G2 = GcompPID * k2;
>> T2 = feedback(G2,1);
>> step(T2)
```

Figura 10 - Script Matlab

○ Resultado:

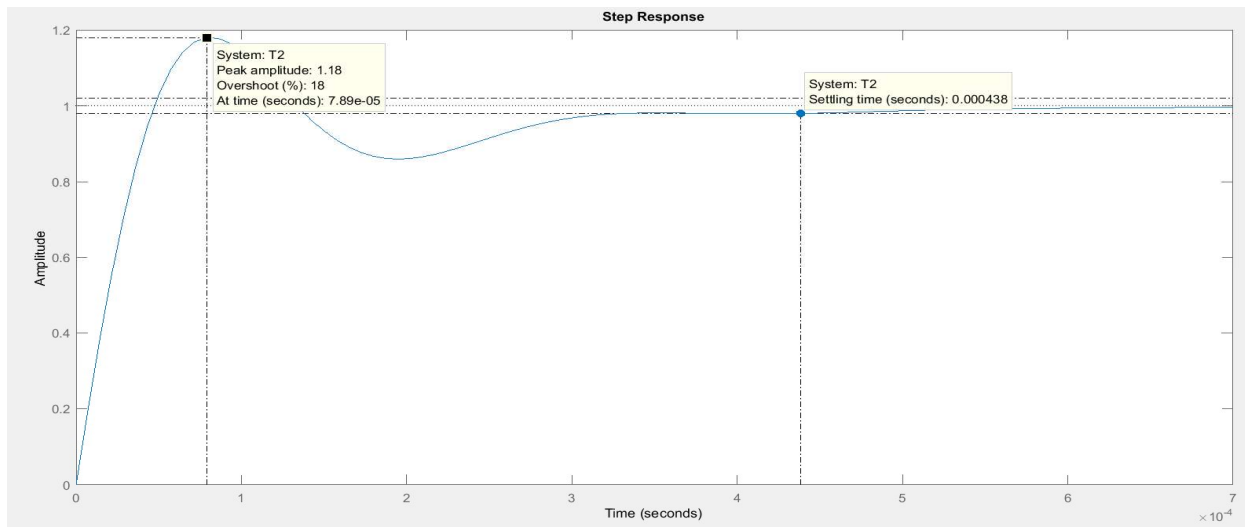


Figura 11 - Resposta do compensador PID



3. Resultados no PSIM

- Com os parâmetros obtidos, foi utilizado o software PSIM(Power Simulator) para simulação do conversor com compensador PID:

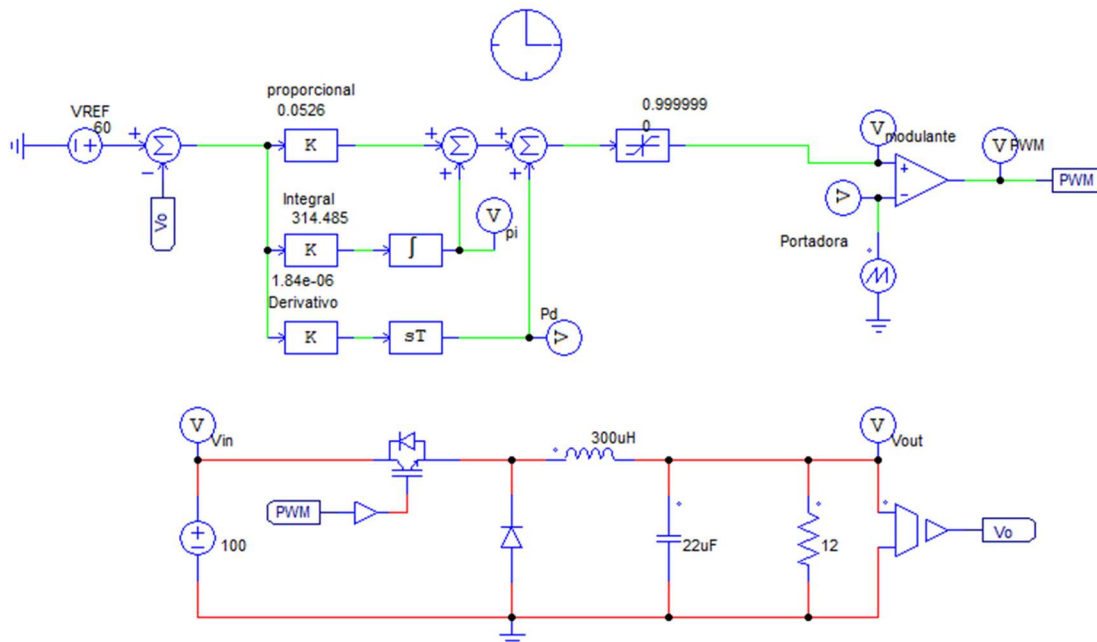


Figura 12 - Simulação Conversor Buck com compensador PID

- Ao executar a simulação foram obtidos os seguintes resultados:

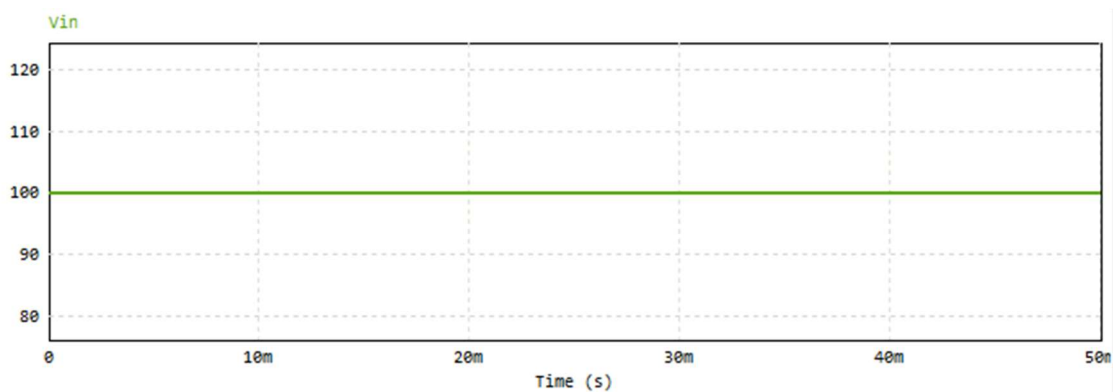


Figura 14 - Tensão de Entrada (Vin) do conversor

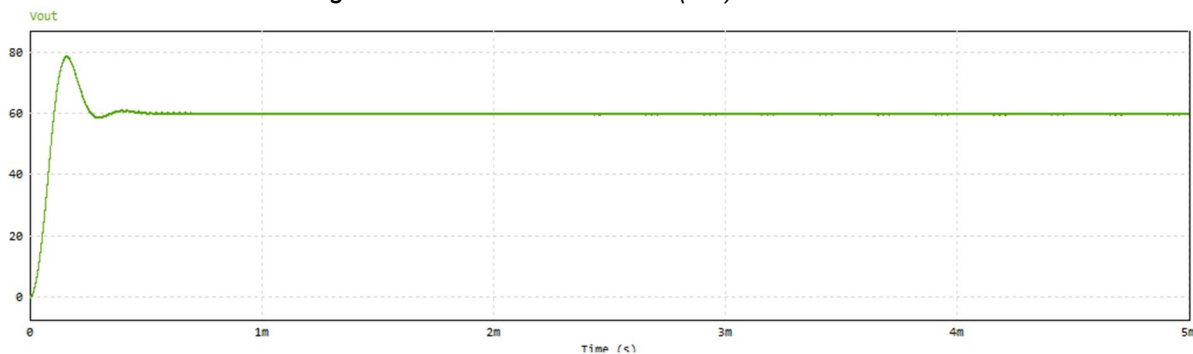


Figura 13 - Tensão de Saída (Vout) do conversor

Durante o desenvolvimento deste projeto, foram realizados ajustes no compensador PID visando aprimorar a modelagem e otimizar o desempenho do circuito. Por meio de análises e simulações, identificamos a necessidade de ajustar os parâmetros do controlador para melhorar a resposta do sistema em relação ao erro, ultrapassagem percentual e tempo de assentamento. Com base nos resultados obtidos, realizamos ajustes nos ganhos do controlador, tanto na parte proporcional, integral e derivativa, buscando encontrar o equilíbrio ideal entre resposta rápida e estabilidade. Esses ajustes permitiram reduzir o erro do sistema, bem como melhorar os valores de ultrapassagem percentual e tempo de assentamento, proporcionando um controle mais preciso e eficiente do circuito. Essa etapa de ajuste e refinamento é essencial para garantir o correto funcionamento do sistema e atender aos requisitos de desempenho estabelecidos.

Com estes ajustes, os parâmetros finais do circuito ficaram da seguinte forma:

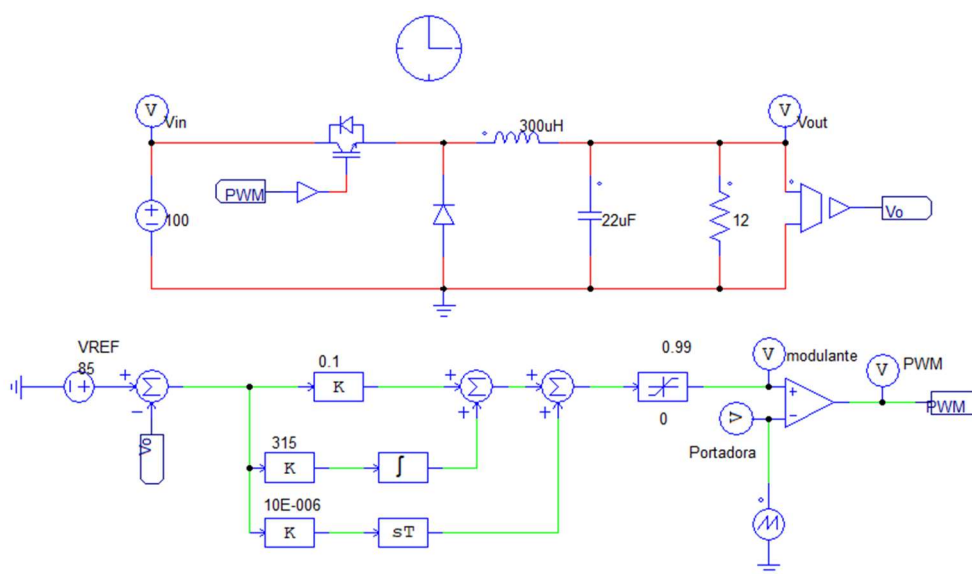


Figura 15 - Circuito Final Conversor Buck

Resultado da simulação com os novos parâmetros:

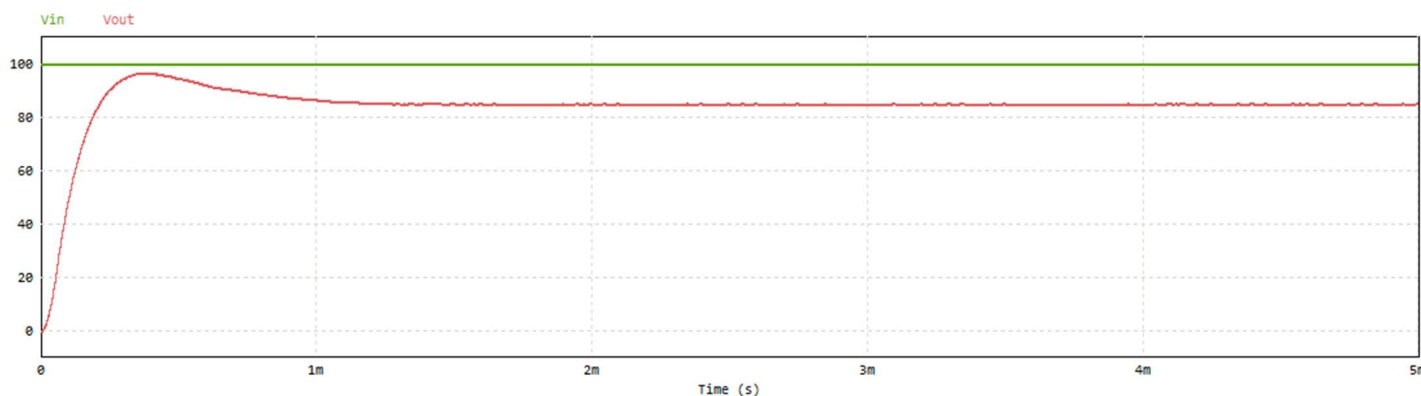


Figura 16 - Tensão de Entrada e Saída do Conversor Buck

4. Conclusões

Ao concluir este trabalho, alcançamos todos os objetivos propostos, cumprindo os critérios do projeto de modelagem matemática e projeto do compensador PID para o conversor CC-CC Buck. Através do método de Espaço de Estados Médios, obtivemos a função de transferência linearizada do sistema, permitindo uma análise mais precisa do seu comportamento. O compensador PID foi projetado utilizando o método do Lugar Geométrico das Raízes, garantindo uma resposta adequada do sistema em relação à referência de tensão. As simulações em malha fechada, realizadas no ambiente PSIM, comprovaram a melhoria de desempenho do sistema com o uso do compensador PID, atendendo aos critérios estabelecidos. Este trabalho reforça a importância da modelagem e do projeto de controladores para obter um controle eficiente em conversores CC-CC e destaca a importância da avaliação dos critérios de desempenho para cada aplicação específica.



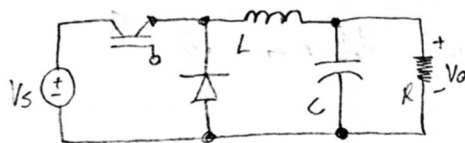
Eletrônica de Potência

Alunos: Reldson e Patrick

Data: 24/06/23

Trabalho final

Modelagem do Conversor CC-CC via Espaço de Estados Médios

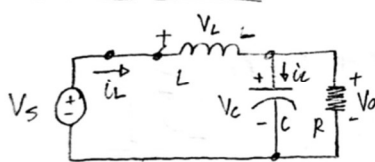


$$Y_{10} = -CA^{-1}Bmed$$

$$A_{med} = A_1D + A_2(1-D)$$

$$B_{med} = B_1D + B_2(1-D)$$

1) P/ chave fechada:



$$1) V_s - V_L - V_C = 0 \rightarrow L \frac{di_L}{dt} = -V_C + V_s$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{-V_C}{L} + \frac{V_s}{L} \quad (1)$$

$$2) i_L = i_C + i_R \rightarrow i_C = i_L - i_R \rightarrow C \frac{di_C}{dt} = i_L - \frac{V_o}{R} \rightarrow V_o = V_C$$

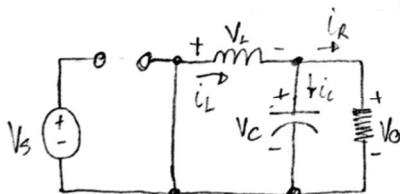
$$\frac{dV_C}{dt} = \frac{i_L}{C} - \frac{V_C}{RC} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} i_L' \\ V_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ V_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_s$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ V_C \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; \quad B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

2) P/ Chave Aberta:



$$1) -V_L - V_C = 0 \rightarrow L \frac{di_L}{dt} = -V_C \rightarrow \frac{di_L}{dt} = \frac{-V_C}{L} \quad (1)$$

$$2) i_L = i_C + i_R \rightarrow i_C = i_L - i_R = i_L + \frac{V_o}{R}$$

$$C \frac{dV_C}{dt} = i_L + \frac{V_C}{R} \rightarrow \frac{dV_C}{dt} = \frac{i_L}{C} + \frac{V_C}{RC} \quad (2)$$



↳ Chave Aberta:

$$\begin{bmatrix} i_L' \\ v_C' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_S \rightarrow A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$

↳ Média:

$$A_{med} = A_1 \cdot D + A_2(1-D) \rightarrow A_1 = A_2 = A \rightarrow A_{med} = AD + A - AD$$

$$A_{med} = A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$B_{med} = B_1 \cdot D + B_2(1-D) \rightarrow B_2 = 0 \rightarrow B_{med} = B_1 \cdot D \rightarrow B_{med} = \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_o}{V} = -C A_{med}^{-1} \cdot B_{med} \rightarrow -C = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix}; B_{med} = \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{med}^{-1} = \frac{\text{adj}(A_{med})}{\det A_{med}} \rightarrow \det(A_{med}) = \frac{1}{LC}$$

$$\text{adj}(A_{med}) = \begin{bmatrix} (1) \cdot \frac{1}{RC} & (-1) \cdot \frac{1}{L} \\ (-1) \cdot \frac{1}{C} & (1) \cdot 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{V_o}{V} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\frac{D}{L}}{\frac{1}{LC}}$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V} = D} \rightarrow \text{Ganho Estático do Conversor Buck}$$



Modelagem da Função Transferência no Espaço de Estados Médios

$$\tilde{X}' = [(A_1 - A_2)D + A_2] \tilde{x} + [(A_1 - A_2)X + (B_1 - B_2)U] \tilde{d} \rightarrow A_1 = A_2 \text{ e } B_2 = 0$$

$$\tilde{X}' = [A_2] \tilde{x} + [B_1 U] \tilde{d} \rightarrow A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}; B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{X}' = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \tilde{x} + \left\{ \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} V_s \right\} \tilde{d} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_A \tilde{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_B \tilde{d}$$

$$\tilde{Y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_C \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = C[sI - A]^{-1}B \rightarrow sI - A = \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & s + \frac{1}{RC} \end{bmatrix}$$

$$(sI - A)^{-1} = \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} \rightarrow \det(sI - A) = s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}$$

$$\text{adj}(sI - A) = \begin{bmatrix} (1)s + \frac{1}{RC} & (-1)-\frac{1}{L} \\ (-1)\frac{1}{C} & (1)s \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s + \frac{1}{RC} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & s \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} s + \frac{1}{RC} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & s \end{bmatrix}$$

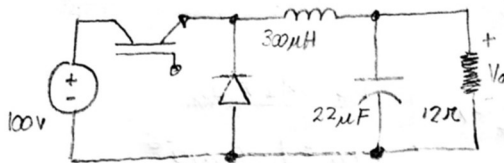
$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + \frac{1}{RC} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}{s^2 + \frac{1}{RC}s + \frac{1}{LC}} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}{\frac{RLCs^2 + Ls + R}{RLC}}$$

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{V_s}{LC} \frac{RLC}{RLCs^2 + Ls + R} \Rightarrow \frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{V_s R}{RLCs^2 + Ls + R}$$

↳ Função Transferência do Buck //

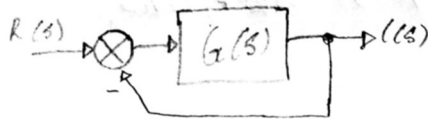


↳ Sistema Sem Compensação do Conversor Buck:



$$G(s) = \frac{V_o R}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$G(s) = \frac{1200}{29,2 \times 10^{-3} s^2 + 0,3 \times 10^{-3} s + 12}$$



$$G(s) = \frac{1200}{(s + 1893,93 + j12309,15)(s + 1893,93 - j12309,15)}$$

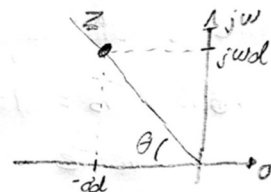
↳ Sistema Com Compensador PID: considerando $U_p\% = 20\%$ e $T_s = 400\mu s$

$$U_p\% = e^{-\frac{\pi \zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \rightarrow \zeta = \sqrt{\frac{\ln^2(U_p)}{\ln^2(U_p) + \pi^2}} = \sqrt{\frac{\ln^2(0,2)}{\ln^2(0,2) + \pi^2}} \rightarrow \zeta = 0,456$$

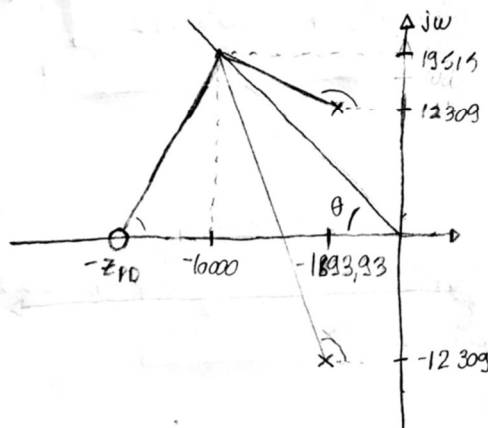
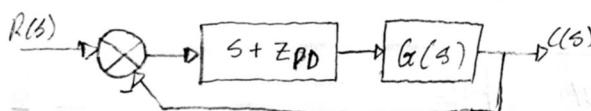
$$T_s = \frac{4}{|\sigma| + |\omega_d|} = \frac{4}{4000} \rightarrow \sigma = -10000 \text{ rad/s}$$

$$\theta = \cos^{-1}(\zeta) = 62,87^\circ$$

$$\omega_d = \tan(62,87) \cdot 10000 \rightarrow \omega_d = 19516,51 \text{ rad/s}$$



↳ Encontrando o zero do compensador PD

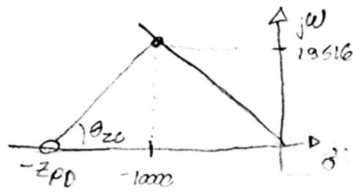


$$\theta_{p1} = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{19516,51 - 12309,15}{10000 - 1893,93}\right) = 138,36^\circ$$

$$\theta_{p2} = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{19516,51 - 12309,15}{10000 - 1893,93}\right) = 104,29^\circ$$

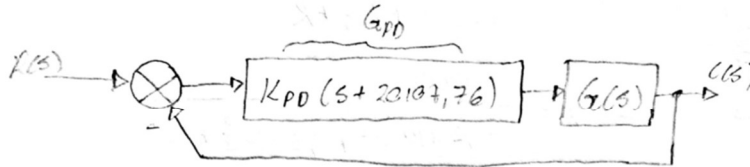
$$\sum \theta_z + \sum \theta_p = 180 \rightarrow \theta_z - (138,36 + 104,29) = 180^\circ$$

$$\theta_z = 180 + 138,36 + 104,29 = 62,62^\circ$$



$$\tan(62,62) = \frac{19516,51}{Z_{PD} - 1000} \rightarrow Z_{PD} = \frac{19516,51}{\tan(62,62)} + 1000$$

$$Z_{PD} = -20107,76$$

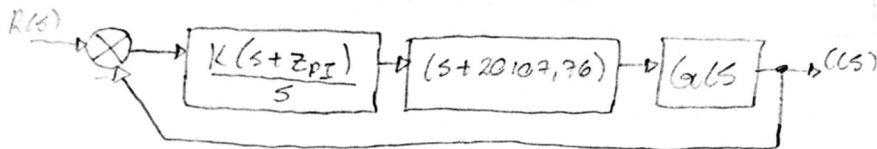


Do Matlab:

$$K_{PD} = 1,06 \times 10^6$$

$$s = -9940 + j19400$$

↳ Zerando erro em RP com o PI:



↳ Arbitrando $Z_{PI} = -8500$, tem-se $K = 1,84 \times 10^6$ e $s = -12900 + j25100$ de forma a obter resposta para degrau unitário com erro nulo, $UP\% = 18\%$, $T_s = 438 \mu s$, satisfazendo os requisitos estabelecidos inicialmente

Estrutura Final do Compensador PID

