LAPORAN

PRAKTIKUM KOMPUTASI BIOMEDIS

Chapter 12 : ODE: Euler's Method & Heun's Method

Pelaksanaan Praktikum:

Hari: Selasa | Tanggal: 19 November 2019 | Jam ke: 9-10

Oleh:

Nama : M. Thoriqul Aziz E

NIM : 081711733002

Dosen Pembimbing : Osmalina Nur Rahma S.T., M.Si

LABORATORIUM KOMPUTER

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

SURABAYA

2019

A. TUJUAN

Mahasiswa dapat menentukan solusi dari persamaan deferensial menggunakan metode Euler dan Heuns.

B. DASAR TEORI

Persamaan diferensial merupakan persamaan yang sering digunakan untuk mendefinisikan suatu keaadan berdasarkan perubahan tiap limit satuan waktunya. Secara umum persamaan bisa sangat sulit untuk disederhanakan dalam penjabaran koefisiennya, sehingga dapat digunakan metode numerik untuk menebak nilai dari hasil persamaan diferensial tersebut. Beberapa Metode yang digunakan adalam Metode Euler dan Metode Heuns (Capra, Steven C and Canale,1991).

Metode Euler dengan Metode Heuns secara algoritma memiliki kosep yang sama, hanya berbeda pada ada tidaknya nilai pengoreksi. Metode Heuns menggunakan nilai pengoreksi sebagai pembanding dalam menentukan nilai tebakan persamaan diferensial pada tiap titik masukannya. Berikut adalah persamaan Euler:

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

Berikut adalah Persamaan Heuns:

Predictor (Fig. 25.9*a*): $$y^0_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

Corrector (Fig. 25.9*b*): $$y_{i+1} = y_i + \frac{f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y^0_{i+1})}{2}h$$

C. TUGAS

1. Task 1:

Task

1. A non-charged capacitor is connected in series with a resistor and battery (Figure 12.1). It is known that Q = 12 Volts, C = 5.00 μF and R = 8.00 × 10^5 Ohm. When the switch is connected (t = 0), the charge does not yet exist (q = 0).

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\epsilon}{R} - \frac{q}{RC}$$

The exact solution is:

$$q_{exact} = q(t) = C\epsilon\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

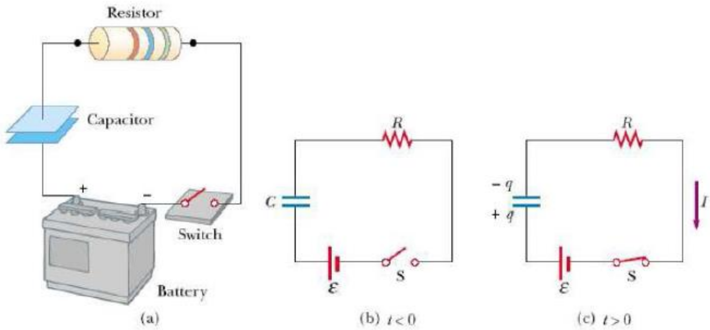


Figure 12.1 RC Circuit

If t_0 = 0 then a = 0 and at that time q_0 = 0.0. Step size h = 0.1 then t_1 = 0.1. Calculate the charge (q) at time t = 2 using the Euler's and Heun's methods and plot the curve of charging the q in t intervals 0 to 2. Compare the results!

2. Task 2:

2. HIV–1 virus particles attack lymphocytes and hijack their genetic machinery to manufacture many virus particles within the cell. Once the viral particles have been prepared and packaged, the viral genome programs the infected host to undergo lysis. The newly assembled virions are released into the blood stream and are capable of attacking new cells and spreading the infection. The dynamics of viral infection and replication in plasma can be modeled by a set of differential equations (Perelson et al.,1996). If T is the concentration of target cells, T* is the concentration of infected cells, and V1 is the concentration of infectious viral RNA in plasma, and VX is the concentration of noninfectious viral particles in plasma, we can write:

$$\frac{dT^*}{dt} = kV_1T - \delta T^*$$

$$\frac{dV_1}{dt} = -cV_1$$

$$\frac{dV_x}{dt} = N\delta T^* - cV_x$$

The experimental study yielded the following estimates of the reaction rate parameters (Perelson et al., 1996):

$\delta = 0.5/day$

$c = 03.0/day$

The initial concentrations of T, T^*, V_1, and V_X are as follows:

$V_1(t = 0)$ =100/μl;

V_X (t = 0) = 0/μl;

T (t = 0) = 250 non-infected cells/μl (Haase et al., 1996);

T^*(t = 0) = 10 infected cells/μl (Haase et al., 1996).

Based on a quasi-steady state analysis ($dT^*/dt = 0$, $dV/dt = 0$) before time $t = 0$, we calculate the following:

$k = 2x10^{-4}$ μl/day/virions, and

N = 60 virions produced per cell.

Calculate the T^*, V_1, V_X at time t = 5 days using the Euler's methods and plot the curve of T^*, V_1, V_X in t intervals 0 to 5.

D. PEMBAHASAN

1. Dari permasalahan pertama, yaitu menentukan nilai jumlah electron/ arus (q) yang terjadi dari sebuah rangkaian RLC. Dari kondisi tersebut kemudain disusun program dengan mula mula mendifinisikan dahulu fungsi dari persamaan diferensialnya, kemudian menentukan batas batasnya. Karena dalam persoalan diinginkan dengan pengerjaan 2 metode, maka dibuat 2 looping/ perulangan berbeda yaitu untuk perulangan Euler dan perulangan Heuns. Secara sistemik, kedua perulangan sama, akan tetapi berbeda pada konsep matematik, dimana Heuns menggunakan penghitungan koreksi. Dari kedua hasl tersebut kemudiaan tiap titiknya dibandingkan dengan hasil dari nilai eksak yang telah diberikan pada soal. Dari hasil metode Euler, metode Heuns dan hasil nilai eksak kemudian di*plot* dalam satu bidang kartesian yang sama. Berikut adalah kode pemrograman yang dibuat dalam Bahasa Phyton 3.7:

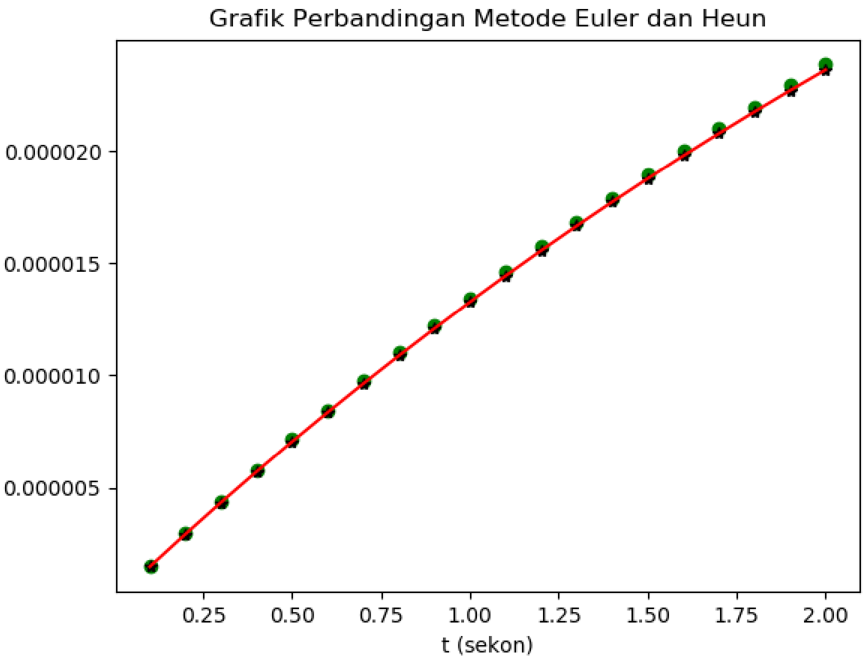
```
import math as mt
def RLC(q,t,e=12,C=5e-6,R=8e5):
    return (e/R)-(q/(R*C))
ta=0
taa=ta
```

```
tb=2
h=0.1
t=0
tt=t
qe=0
er=[];ti=[];qi=[];yi=[]
print('\n ####Metode Euler####\n')
#Euler Method
while ta<tb:
    qe=qe+h*RLC(qe,t)
    ta+=h
    t=ta
    y=5e-6*12*(1-mt.exp(-t/(8e5*(5e-6))))
    eror=abs(qe-y)
    ti.append(t)
    qi.append(qe)
    yi.append(y)
    er.append(eror)
print('Nilai t =',ti,'\n Nilai q =',qi,'\n Nilai eksak
=',yi,'\n Nilai eror =',er)
#Heuns Method
print('\n ####Metode Heun####\n')
qe1=0
er1=[]
ti1=[]
qi1=[]
yi1=[]
while taa<tb:
    qe1Pertama=h*RLC(qe1,tt)
    qe1Kedua=h*RLC(qe1Pertama+qe1,tt+h)
    qe1+=(qe1Pertama+qe1Kedua)/2
    taa+=h
    tt=taa
    y1=5e-6*12*(1-mt.exp(-tt/(8e5*(5e-6))))
    err=abs(qe1-y1)
    ti1.append(tt)
    qi1.append(qe1)
    yi1.append(y1)
    er1.append(err)
print('Nilai t =',ti1,'\n Nilai q =',qi1,'\n Nilai eksak
=',yi1,'\n Nilai eror =',er1)
## Ploting##
import matplotlib.pyplot as mtp
mtp.plot(ti,qi,'go',ti,qi1,'k*',ti,yi,'r')
mtp.xlabel('t (sekon)')
mtp.ylabel(" y' ")
mtp.title('Grafik Perbandingan Metode Euler dan Heun')
mtp.show()
```

Berikut adalah hasil dari *command window* program:

```
ODE Eulers Heuns task 1    ODE Eulers Heuns task 2
"C:\Users\Thoriqul Aziz\AppData\Local\Programs\Python\Python37\python.exe" "D:/Tugas/Coding/Komputasi Biomedis/Tugas/ch8/ODE Eulers Heuns task 1.py"

 ####Metode Euler####

Nilai t = [0.1, 0.2, 0.30000000000000004, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.7999999999999999, 0.8999999999999999, 0.9999999999999999, 1.0999999999999999, 1.2, 1.3, 1.4000000
 Nilai q = [1.5e-06, 2.9625e-06, 4.3884375e-06, 5.7787265625e-06, 7.1342583984375e-06, 8.455901938476562e-06, 9.744504390014647e-06, 1.1000891780264281e-05, 1.22
 Nilai eksak = [1.4814052783000432e-06, 2.9262345299571593e-06, 4.335390820286829e-06, 5.70975491784243e-06, 7.050185844924274e-06, 8.357521414496533e-06, 9.6325
 Nilai eror = [1.859472169995683e-08, 3.6265470042840675e-08, 5.304667971317102e-08, 6.897164465757004e-08, 8.407255351322619e-08, 9.83805239800285e-08, 1.119256

 ####Metode Heun####

Nilai t = [0.1, 0.2, 0.30000000000000004, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.7999999999999999, 0.8999999999999999, 0.9999999999999999, 1.0999999999999999, 1.2, 1.3, 1.4000000
 Nilai q = [1.48125e-06, 2.925931640625e-06, 4.33494770324707e-06, 5.709178681823158e-06, 7.049483333115648e-06, 8.356699213329356e-06, 9.631643201500287e-06, 1.
 Nilai eksak = [1.4814052783000432e-06, 2.9262345299571593e-06, 4.335390820286829e-06, 5.70975491784243e-06, 7.050185844924274e-06, 8.357521414496533e-06, 9.6325
 Nilai eror = [1.5527830004320342e-10, 3.028893321593319e-10, 4.4311703975935627e-10, 5.762360192719323e-10, 7.025118086252468e-10, 8.222011671776423e-10, 9.3555
```

Berikut adalah hasil ploting:



Dari hasil tersebut, dapat diamati bahwa dari metode Euler dan metode Heuns memberikan hasil perhitungan persaman deferensial yang relative sama. Dapat diamati dari hasil ploting dimana warna hijau adalah nilai tebakan metode Euler, hitam adalah metode Heuns dan merah adalah nilai eksaknya. Jika diamati pada *command window*-nya dapat diamati bahwa hasil tebakan kedua metode tersebut berbeda. Eror yang dihasilkan dari metode Heuns terhadap nilai eksaknya lebih kecil dibandingkan dengan eror dari emtode Eulers, yang dibuktikan dengan ordo nilai eror Heuns berkisar pada 10^{-10} hingga 10^{-9} ,sedangkan Euler pada 10^{-8} hingga 10^{-7}. Dari hasil tersebut, maka dapat dinyatakan bahwa metode Heuns memiliki tingkat akurasi dalam menebak nilai persamaan deferensial lebih baik dibandingkan dengan metode Euler. Hal ini diakibatkan karena pada metode Heuns dilakukan penghitungan nilai koreksi, yang kemudian dijadikan pembanding dalam perhitungan nilai pada tiap titiknya. Sehingga kemungkinan tingkat kepresisian nilai akan jauh lebih tinggi dibandingkan dengan metode Euler yang hanya melakukan satu kali penebakan nilai tanpa melibatkan nilai koreksi. Sehingga secara sederhana dapat dinyatakan bahwa semakin tinggi ordo metode, atau semakin banyak nilai pengoreksi maka tingkat kepresisian tebakan nilai persamaan diferensial akan semakin baik.

2. Permasalahan kedua yaitu diberikan sebuah persamaan diferensial yang saling berkorelasi satu sama lain, sehingga dalam penyelesaian dalam program yaitu pertama didefinisikan dahulu persamaan fungsi tersebut dan mengunakan anggota sebuah matriks untuk mewakili tiap variable yang saling berkorelasi. Kemudian definisikan matriks mula mula sebagai masukan dalam fungsi, nilai batas awal dan akhir perulngan serta nilai penambahan. Program ini dikerjakan dalam metode Euler. Hasil dari keluaran matriks dan nilai penambahan perulangan yang menunjukan waktu, kemudian dimasukan dalam sebuah matriks kosong yang nantinya akan dipangil dalam plot gambar. Serta ditampilkan ketiga nilai yang diinginkan ketika perulangan nilai waktu=5. Berikut adalah kode program dalam Bahasa Python 3.7:

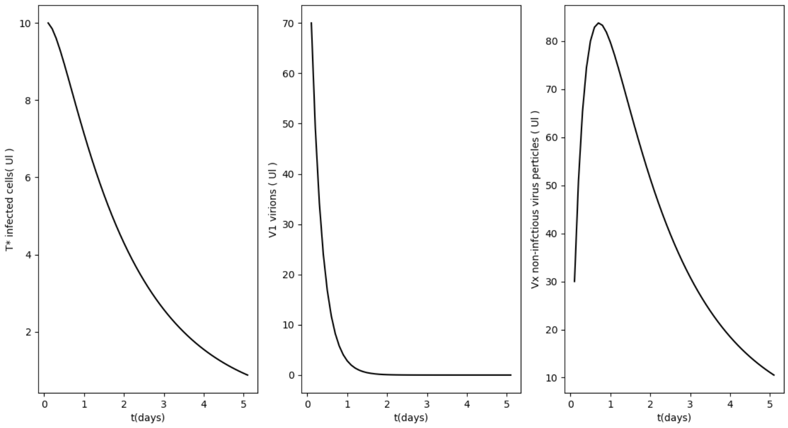
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as mtp
y0=10.0;y1=100.0;y2=0.0
y=[y0,y1,y2]
h=0.1
a=0
b=5
t=0
ti=[];yi0=[];yi1=[];yi2=[];
def Virus(time,y):
     w0=0.050*y[1]-0.50*y[0]
     w1=-3.0*y[1]
     w2=30.0*y[0]-3.0*y[2]
     return np.array([w0,w1,w2])

while a<b:      #Perulangan Metode Euler
    y=y+h*Virus(t,y)
    a+=h
```

```
    t=a
    ti.append(a)
    yi0.append(y[0])
    yi1.append(y[1])
    yi2.append(y[2])
panjang=len(yi0)
print('Nilai T* saat t=5 hari =',yi0[panjang-1])
print('Nilai V1 saat t=5 hari =',yi1[panjang-1])
print('Nilai Vx saat t=5 hari =',yi2[panjang-1])
## Ploting##
mtp.figure(1)
mtp.subplot(1,3,1)
mtp.plot(ti,yi0,'k')
mtp.ylabel('T* infected cells( Ul )')
mtp.xlabel('t(days)')
mtp.subplot(1,3,2)
mtp.plot(ti,yi1,'k')
mtp.ylabel('V1 virions ( Ul )')
mtp.xlabel('t(days)')
mtp.subplot(1,3,3)
mtp.plot(ti,yi2,'k')
mtp.ylabel('Vx non-infctious virus perticles ( Ul )')
mtp.xlabel('t(days)')
mtp.show()
```

Berikut adalah hasil dari *command window* program:

```
Run:  ODE Eulers Heuns task 1 ×   ODE Eulers Heuns task 2 ×
"C:\Users\Thoriqul Aziz\AppData\Local\Programs\Py
Nilai T* saat t=5 hari = 0.8771726929760214
Nilai V1 saat t=5 hari = 1.258925529853187e-06
Nilai Vx saat t=5 hari = 10.52606530169859

Process finished with exit code 0
```

Berikut adalah hasil ploting:



Dari hasil tersebut, dapat diamati bahwa nilai akhir atau ketika variable t = 5 untuk T*, V_1, dan V_x berturut turut adalah 0.8771726929760214 ; 1.258925529853187e-06 ; dan 10.52606530169859 . jika diamati dari gambar hasil ploting, menunjukan tipe gambar yang berbeda beda. Bergantung dengan persamaan yang digunakan, dan saling berkorelasi satu sama lain. Menurut King M.R and Mody N.A (2010) dalam bukunya mengatakan bahwa program ini termasuk salah satu program *Adaptive Step Size Method* dimana dalam program ini dapat mengoptimasi proses intgrasi sepanjang interval yang diketahui. Sehingga didapatkan nilai tebakan yang lebih baik meski dengan metode yang paling sederhana yaitu metode Euler.

E. KESIMPULAN

Dari hasil percobaan yang dilkukan didapatkan solusi dari metode Heuns memiliki nilai eror yang lebih kecil dari metode Euler akibat faktor adanya pengoreksi pada metode Heuns. Tebakan nilai dari kedua metode ini juga dapat ditingkatkan dengan *Adaptive Step Size Method* agar mendapatkan nilai tebakan paling baik dengan optimasi *step size* dalam sistem/metode yang digunakan.

F. DAFTAR PUSTAKA

Capra, Steven C and Canale.1991. “**Numerical Methods for Engineers with Personal Computers Applications**”. MacGraw-Hill Book Company.

King M.R and Mody N.A .2010. “**Numerical and Statical Methods for Bioengineering**”.Cambridge University Press. New York.

Munir, Rinaldi.2003.”**Metode Numerik**”. Didownload dari https://kupdf.net/download/metode-numerik-rinaldi-munir-pdf_58eca95edc0d60f81ada9811_pdf