LAPORAN

PRAKTIKUM KOMPUTASI BIOMEDIS

Chapter 11 : Richardson Extrapolation: Integration

Pelaksanaan Praktikum:

Hari: Rabu　　　Tanggal: 13 November 2019　　　Jam ke: 9-10

Oleh:

Nama : M. Thoriqul Aziz E

NIM : 081711733002

Dosen Pembimbing : Osmalina Nur Rahma S.T., M.Si

LABORATORIUM KOMPUTER

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

SURABAYA

2019

A. TUJUAN

Mahasiswa dapat menentukan intregasi numerik menggunakan metode ekstrapolasi Richardson dan mengetahui kelebihan dan kekurangan jika dibandingkan dengan metode integrasi numerik lainnya.

B. DASAR TEORI

Ekstrapolasi Richardson adalah suatu metode numerik untuk meningkatkan akurasi dari perhitungan. Ekstrapolasi Richardson dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan solusi yang lebih akurat. Ekstrapolasi Richardson juga dapat diterapkan dalam metode numerik integral. Dapat dituliskan:

$$\int_a^b f(x)dx = I(h) + O(h^2)$$

Dalam metode Richardson, integrasi tidak hanya dilakukan pada lebar pias h akan tetapi lebar pias 2h, 4h, 8h dan seterusnya. Sehingga didapatkan nilai integrasi dari masing masing lebar pias. Kemudian dari hasil tersebut, dilakukan pengoreksian nilai integral dengan metode Romberg hingga terdapat satu nilai hasil integral. Berikut rumusan yang digunakan :

$$J = I(h) + \frac{I(h) - I(2h)}{2^n - 1}$$

C. TUGAS

Task

Using the same problem as in Chapter 9, a cylindrical bag of radius 10 cm and height 50 cm contains saline solution (0.9% NaCl) that is provided to a patient as a peripheral intravenous (IV) drip. The method used to infuse saline into the patient's bloodstream in this example is gravity drip. The solution flows from the bag downwards under the action of gravity through a hole of radius 1mm at the bottom of the bag. If the only resistance offered by the flow system is the viscous resistance through the tubing, **determine** the time it will take for the bag to empty by 90%. The length of the tubing is 36″ (91.44 cm) and its ID (inner diameter) is 1 mm. The viscosity of the saline solution μ = 0.01 Poise, and the density ρ = 1 g/cm3. Let L be the length of the tubing, d the diameter of the tubing, and R the radius of the cylindrical bag. Then, L =91.44 cm; d =0.1 cm; R =10 cm. (g = 981 cm²/s)

$$t = \frac{8R^2}{d^2}\int_5^{50} \frac{1}{\left(-a + \sqrt{a^2 + 8g(z+L)}\right)} dz$$

Use Romberg integration four level (layer k =3, n-segment = 2^3 = 8) and compare the error with the previous Trapezoidal method! (Hint: The exact value of integral = 0.574948166362027)

D. PEMBAHASAN

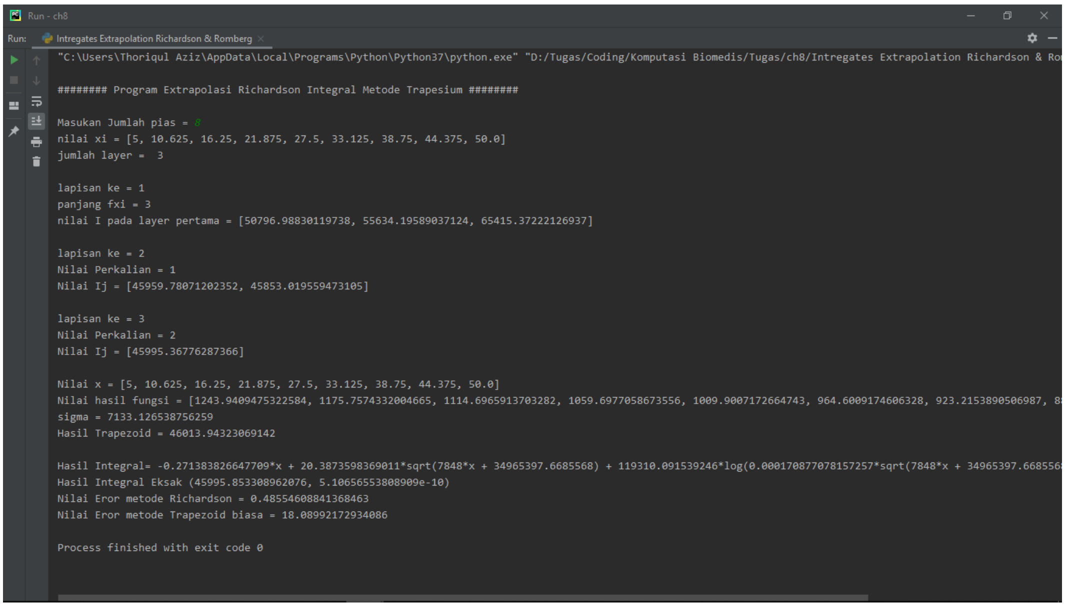
Dari persoalan tersebut diatas, kemudian dapat disusun algoritma pemrogrman yang mirip dengan metode ekstrapolasi Richardson sebelumnya pada turunan numerik, akan tetapi dibuat untuk integrase numerik. Secara konsep dalam penyusunannya hampir mirip dengan metode ekstrapolasi Richardson untuk turunan numerik, mula mula harus didefinisikan nilai yang digunakan pada layer pertama dengan mendefinisikan terlebih dahulu nilai x dari pertambahan nilai h, 2h, 4h, dan seterusnya tergantung dari jumlah pias yang dibentuk. Dari nilai x yang terbentuk berdasarkan nilai h tersebut kemudian dihitung nilai hasil integrasinya menggunakan metode trapezoid untuk tiap masing masing penambahan nilai h. Dari hasil tersebut kemudian dapat dikatui nilai hasil integrasi tiap tipe penambahan nilai h yang akan menajdi layer pertama. Dari layer pertama tersebut kemudian masuk kedalam metode Romberg sehingga akhirnya tersisa satu nilai hasil ekstrapolasi. Karena dalam persoalan, hasil metode ekstrapolasi dibandingkan dengan hasil trapezoid biasa, maka dibuat bagian untuk menentukan nilai trapezoidnya. Dari kedua hasil tersebut kemudian dibandingkan dengan hasil eksak dari integral persamaan. Berikut adalah kode program dalam Bahasa Python 3.7 :

```
import math as mt
def integrateRichardson(z, L=91.44, u=0.01, d=0.1, p=1, g=981,
R=10):
    a=64*L*u/(p*(d**2))
    return (8*(R**2))/(d**2)*(1/(-a+mt.sqrt((a**2)+8*g*(z+L))))
xi=[]
xii=[]
fxi=[]
ai=5
a=ai
b=50
print('\n######## Program Extrapolasi Integral Metode Trapesim
########\n')
pias=eval(input('Masukan Jumlah pias = '))
hi=(b-a)/pias
hii=hi
fa=integrateRichardson(a)
fn=integrateRichardson(b)
###
while a<b+hi:
    xi.append(a)
    a=a+hi
print('nilai xi =',xi)
```

```
panjang=len(xi)
######
layer=int(mt.log10(pias)/mt.log10(2))
print('jumlah layer = ',layer)
print('\nlapisan ke = 1')
for i in range(0,layer):
    xii = []
    a = ai
    hh=hi*(2**i)
    while a<b+hi:
        xii.append(a)
        a=a+hh
        #print('nilai xii=',xii)
    panjang=len(xii)
     ####
    sigma=0
    for i in range(1,panjang):
    #print('Nilai fx =',integrateRichardson(xi[i]))
        sigma=sigma+integrateRichardson(xii[i])
        #print('sigma =',sigma)
     #### Metode Trapezium
    I=(fa+2*sigma+fn)*hh/2
    fxi.append(I)
panjang=len(fxi)
print('panjang fxi =',panjang)
print('nilai I pada layer pertama =',fxi)
####
if panjang>1:
    n=1
    for j in range(1,layer):
        print('\nlapisan ke =',j+1)
        n=j
        Ij=[]
        print('Nilai Perkalian =',n)
        for i in range(0,panjang-1):
            In=fxi[i]+((fxi[i]-fxi[i+1])/(2**n-1))
            Ij.append(In)
        fxi=Ij
        print('Nilai Ij =',Ij)
        panjang=len(fxi)

### Program Trapezoid Biasa ##
a1=5
b1=50
h1=(b1-a1)/pias
isiX=[]
isiY=[]
while a1<b1+h1:
    isiX.append(a1)
    a1+=h1
print('\nNilai x =',isiX)
panjangX = len(isiX)
for i in range (0, panjangX):
    v=integrateRichardson(isiX[i])
```

```python
    isiY.append(v)
print('Nilai hasil fungsi =',isiY)
panjangY=len(isiY)
###
sigmaTrapez=0
for i in range(1,panjangY-1):
    sigmaTrapez+=isiY[i]
print("sigma =",sigmaTrapez)
## METODE TRAPEZOID
hasil=(fa+2*sigmaTrapez+fn)*h1/2
print("Hasil Trapezoid =", hasil)
###Exact Value
from sympy import *
ak=5852.15999
R=10
d=0.1
L=91.44
g=981
x=Symbol('x')
fd=(8*(R**2))/(d**2)*(1/(-ak+sqrt((ak**2)+8*g*(x+L))))
integral=fd.integrate(x)
print("\nHasil Integral=",integral)

from scipy import integrate
hasilIntegral=integrate.quad(integrateRichardson,5,50)
print("Hasil Integral Eksak",hasilIntegral)

er=abs(Ij[0]-hasilIntegral[0])
erTrape=abs(hasil-hasilIntegral[0])
print('Nilai Eror metode Richardson =', er)
print('Nilai Eror metode Trapezoid biasa =',erTrape)
```

Berikut adalah hasil dari *command window* :



```
Run - ch8
Run: Intregates Extrapolation Richardson & Romberg
"C:\Users\Thoriqul Aziz\AppData\Local\Programs\Python\Python37\python.exe" "D:/Tugas/Coding/Komputasi Biomedis/Tugas/ch8/Intregates Extrapolation Richardson & Ro

######## Program Extrapolasi Richardson Integral Metode Trapesium ########

Masukan Jumlah pias = 8
nilai xi = [5, 10.625, 16.25, 21.875, 27.5, 33.125, 38.75, 44.375, 50.0]
jumlah layer =  3

lapisan ke = 1
panjang fxi = 3
nilai I pada layer pertama = [50796.98830119738, 55634.19589037124, 65415.37222126937]

lapisan ke = 2
Nilai Perkalian = 1
Nilai Ij = [45959.78071202352, 45853.019559473105]

lapisan ke = 3
Nilai Perkalian = 2
Nilai Ij = [45995.36776287366]

Nilai x = [5, 10.625, 16.25, 21.875, 27.5, 33.125, 38.75, 44.375, 50.0]
Nilai hasil fungsi = [1243.9409475322584, 1175.7574332004665, 1114.6965913703282, 1059.6977058673556, 1009.9007172664743, 964.6009174606328, 923.2153890506987,
sigma = 7133.126538756259
Hasil Trapezoid = 46013.94323069142

Hasil Integral= -0.271383826647709*x + 20.3873598369011*sqrt(7848*x + 34965397.6685568) + 119310.091539246*log(0.000170877078157257*sqrt(7848*x + 34965397.668556
Hasil Integral Eksak (45995.853308962076, 5.10656553808909e-10)
Nilai Eror metode Richardson = 0.48554608841368463
Nilai Eror metode Trapezoid biasa = 18.08992172934086

Process finished with exit code 0
```

Dari hasil penyusunan tersebut dapat diamati bahwa nilai nilai hasil intgrasi dengan jumlah pias 8 pada metode ekstrapolasi Richardson, metode trapezoid biasa, dan nilai eksaknya secara berturut turut adalah 45995.36776287366 ; 46013.94323069142 ; dan 45995.853308962076. Dari hasil data tersebut deiperoleh selisih eror metode ekstrapolasi dan metode trapeszoid terhadap nilai eksaknya berturut turut adalah 0.48554608841368463 dan 18.08992172934086.

Dari selisih eror yang dihasilkan, dapat diamati bahwa hasil ekstrapolasi Richardson memiliki nilai eror lebih kecil dibandingkan metode trapezoid biasa. Hal ini diakibatkan metode ekstrpolasi menggunakan lebih dari satu macam pias dalam membandingkan nilai hasil integrasi. Pada metode pembentukan lapisan/ layer pertama digunakan lebar pias h, 2h, 4h, 8h, dan seterusnya tergantung jumlaah piasnya. Kemudian antar nilainya dibandingkan lagi satu sama lain dengan metode perulangan Romberg untuk menentukan nilai yang paling baik yaitu pada lapisan terakhir. Sehingga, semakin banyak pias yang digunakan, maka jumlah layer akan semakin banyak. Akibatnya perulangan aritmatika yang terjadi akan semakin detail dan menghasilkan nilai dengan eror lebih kecil. Berbeda dengan metode trapezoid biasa. Metode trapezoid biasa hanya menggunakan satu kali penhitungan dengan lebaran pias selalu sama yaitu h. Akibatnya nilai hasil akhrinya tidak terjadi koreksi seperti metode ekstrapolasi Richardson, sehingga hasil eror yang dibandingkan dengan nilai eksanya cenderung bernilai lebih besar dibanding eror metode Richardson.

E. KESIMPULAN

Dari hasil percobaan yang dilakukan, dapat diketahui bahwa metode ekstrapolasi Richardson menununjukan nilai eror yang lebih kecil dibandingkan dengan metode trapezoid biasa. Beberapa faktor yang menyababkan adalah metode ekstrapolasi menggunakan pengkoreksian hasil integrasi sehingga nilai yang dihasilkan semakin baik.

F. DAFTAR PUSTAKA

Capra, Steven C and Canale.1991. “**Numerical Methods for Engineers with Personal Computers Applications**”. MacGraw-Hill Book Company.

King M.R and Mody N.A .2010. “**Numerical and Statical Methods for Bioengineering**”.Cambridge University Press. New York.

Munir, Rinaldi.2003.”**Metode Numerik**”. Didownload dari https://kupdf.net/download/metode-numerik-rinaldi-munir-pdf_58eca95edc0d60f81ada9811_pdf