LAPORAN

PRAKTIKUM KOMPUTASI BIOMEDIS

Chapter 10 : Richardson Extrapolation: Derivatives

Pelaksanaan Praktikum:

Hari: Selasa　　Tanggal: 12 November 2019　　Jam ke: 9-10

Oleh:

Nama : M. Thoriqul Aziz E

NIM : 081711733002

Dosen Pembimbing : Osmalina Nur Rahma S.T., M.Si

LABORATORIUM KOMPUTER

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS AIRLANGGA

SURABAYA

2019

A. TUJUAN

Mahasiswa dapat menentukan diferensial numerik menggunakan metode ekstrapolasi Richardson dan mengetahui kelebihan dan kekurangan jika dibandingkan dengan metode diferensial numerik lainnya.

B. DASAR TEORI

Metode turunan numerik seperti metode pendekatan nilai turunan *forward*, *backward* ,dan, *center* ternyata jika dibandingkan dengan nilai turunan aslinya masih relative memiliki nilai eror yang besar. Hal ini diakibatkan oleh beberapa faktor diantaranya jumlah perhitungan yang hanya sekali dan besar nilai h / nilai selisihnya. Sehingga dibutuhkan sebuah metode yang bisa menghasilkan nilai yang lebih presisi dalam perhitungan turunan numerik yang salah satunya adalah metode ekstrapolasi Richardson

Metode ekstrapolasi Richardson ini menggunakan teknik ekstrapolasi yang mana nilai penentuan hasil turunan tidak hanya didasarkan pada satu nilai h saja melainkan 2h, 4h, 8h dan seterusnya. Bergantung pada titik penentuan nilai tersebut dalam batas batas ekstrapolasi. Metode ini menggabungkan salah satu dari 3 metode turunan numerik sebelumnya yang kemudian dilakukan oprasi aritmatika lagi antara satu sama lain hingga jumlah lapisan terakhir. Semakin tinggi lapisan yang bentuk, maka nilai hasil turunan akan semakin presisi. Oprasi aritmatika terus menerus ini dikembangkan oleh Romberg, mengevaluasi metode Richardson yang sebelumnya. Berikut adalah rumusan metode ekstrapolasi yang digunakan:

$$f_0' = D(h) + \frac{1}{2^{n-1}}[D(h) - D(2h)]$$

C. TUGAS

Let assume $D(2h)$ and $D(4h)$ are the approximate derivation of $f'(x_0)$ with the interval 2h and 4h using the formula of the order of center-order $O(h^4)$. By using the Richardson extrapolation, calculate the better estimate of $f'(x_0)$:

$$f_0' = D(2h) + \frac{[D(2h) - D(4h)]}{15}$$

Determine the approximate derivation of $f'(1.2)$ if the function is $f(x) = e^x$ in the interval [0.8, 1.6] with $h = 0.1$.

D. PEMBAHASAN

Dari persoalan tersebut diatas, maka dapat disusun aloritma pemrograman yang berfungsi sebagai algoritma metode ekstrapolasi Richardson. Susunan sederhana dari algortima pemrograman yang digunakan adalah pertama mendefinisikan nama fungsi matematika dan nilai batas awal serta jumlah pembagian titik interval. Setelah itu hitung nilai fungsi terhadap nilai x masukan pada interval tersebut. setelah itu menentukan titik acuan yang kemudian digunakan sebagai perhitungan pada metode ekstrapolasi Richardson. Dari hasil lapisan akhir pada perhitungan adalah nilai tebakan metode ekstrapolasi Richardson. Hasil Richardson tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai eksak dan nilai dengan metode turunan numerik yang lain. Berikut adalah kode pemrograman dalam Pycharm dengan Bahasa pemrograman Python 3.7:

```python
import math as mt
def derivRichardson(x):
    return mt.exp(x)
xi=[]
fxi=[]
a=0.8
b=1.6
h=0.1
hi=h
######
while a<b+h:
    xi.append(a)
    a=a+h
print('nilai x = ',xi)
panjang=len(xi)
####
for i in range(0,panjang):
    fx=derivRichardson(xi[i])
    fxi.append(fx)
#print('Nilai fx=', fxi)
#####
num=eval(input('Masukan nilai x ='))
for i in range (0,panjang):
    if xi[i] >= num:
        urutan=i
        break
print('urutan keberapa = ', urutan)
lapisan=int(mt.log10(urutan)/mt.log10(2))
print('Jumlah Lapisan = ',lapisan)
####
```

```python
Di=[]
print('Lapisan ke 1')
for i in range(0,lapisan+1):
    lapis=2**i
    x0=xi[urutan-lapis]
    x1=xi[urutan+lapis]
    D=(derivRichardson(x1)-derivRichardson(x0))/(2*h*lapis)
    Di.append(D)
print("Nilai semua D",Di)
panjangDi=len(Di)
####
if panjangDi>1:
    n=1
    for j in range(1,lapisan+1):
        print('Lapisan ke ',j+1)
        n=2*j
        Dj=[]
        print('Jumlah perkalian h =',n)
        for i in range (0,panjangDi-1):
            #print(Di[0],Di[1])
            Der=Di[i]+((Di[i]-Di[i+1])/(2**n-1))
            Dj.append(Der)
        Di=Dj #pengubah dalam perhitungan der
        print('Nilai Dj = ',Di)
        panjangDi=len(Di)
######
### Perhitungan dengan Metode Center
Nilaix=num
print('hasil num =', num)
D2h=(derivRichardson(Nilaix+0.2) - derivRichardson(Nilaix-
0.2))/0.4
D4h=(derivRichardson(Nilaix+0.4) - derivRichardson(Nilaix-
0.4))/0.8
center=D2h+(D2h-D4h)/15
print('Hasil metode center =', center)
######
from sympy import *
x=Symbol("x")
fd=exp(x)
dydx=fd.diff(x)
print("turunan pertama =",dydx)
####### Mengetahui Hasil Sebenarnya dari Perhitungan
Turunan Kontinu #########
fx=lambdify(x,dydx)
print("f'(",num,")=",fx(num))
er=abs(fx(num)-Di)
er1=abs(fx(num)-center)
print("Nilai Eror dari hasil perhitungan dengan Metode
```

```
Richardson =", er)
print('Nilai eror dibandingkan dengan metode center =',er1)
```

Hasil pada *command window* :

```
Richardson Extrapolation Derivates
"C:\Users\Thoriqul Aziz\AppData\Local\Programs\Python\Python37\python.exe" "D:/Tugas/Coding/Komputasi Biomedis/Tugas/ch8/Richardson Extrapolation Derivates.py"
nilai x =  [0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2000000000000002, 1.3000000000000003, 1.4000000000000004, 1.5000000000000004, 1.6000000000000005]
Masukan nilai x =1.2
urutan keberapa =  4
Jumlah Lapisan =  2
Lapisan ke 1
Nilai semua D [3.3256532183640597, 3.342295345964078, 3.409364369878312]
Lapisan ke  2
Jumlah perkalian h = 2
Nilai Dj =  [3.320105842497387, 3.319939004659333]
Lapisan ke  3
Jumlah perkalian h = 4
Nilai Dj =  [3.3201169650199236]
hasil num = 1.2
Hasil metode center = 3.3378240777031243
turunan pertama = exp(x)
f'( 1.2 )= 3.3201169227365472
Nilai Eror dari hasil perhitungan dengan Metode Richardson = [4.22833764e-08]
Nilai eror dibandingkan dengan metode center = 0.017707154966577043

Process finished with exit code 0
```

Dari hasil penyusunan tersebut dapat diamati bahwasanya telah ditemuka nilai dari hasil turunan numerik menggunakan metode ekstrapolasi Richardson, metode biasa(yang tertera pada soal) dan nilai eksaknya pada nilai x = 1.2 berturut turut adalah 3.3201169650199236 ; 3.3378240777031243 ; dan 3.3201169227365472. Dari hasil data tersebut kemudian diperoleh selisih eror antara metode eksptrapolasi Richardson dan metode biasa terhadap nilai eksaksnya secara berturut turut adalah $4.228x10^{-8}$ dan 0.0177.

Berdasarkan selisih eror tersebut, dapat diketahui bahwa metode ekstrapolasi Richardson memiliki nilai pendekatan lebih baik dibandingkan dengan metode biasa. Hal ini diakibatkan metode ekstrapolasi Richardson menggunanakan banyak titik dalam perhitungan nilai satu titik angka pada turunan yang diinginkan. Jika pada batas batas nilai ekstrapolasi semakin lebar, jumlah pembagian angka (h), dan pemilihan nilai titik yang digunakan memiliki jarak yang sama dengan titik minimum dan maksimumnya(jika pada penggunaan rumusan menggunakan metode center approximation), maka nilai tebakan turunan numerik akan semakin baik yang dibuktikan dengan eror yang semakin kecil dibandingkan nilai eksaknya. Hal ini diakibatkan karena jumlah variable `lapis` yang menandakan total iterasi perhitungan semakin banyak sehingga perhitungan nilai akan semakin presisi. Berbeda dengan metode biasa yang hanya melakukan satu kali perhitungan saja, sehingga tidak terjadi perubahan yang signifikan akibat iterasi perhitungan, jika dibandingkan dengan metode ekstrapolasi Richardson. Hal ini dibuktikan dengan nilai eror yang dihasilkan relative lebih besar dibandingkan dengan nilai eror hasil metode ekstrapolasi Richardson

E. KESIMPULAN

Dari hasil percobaan yang dilakukan, dapat diketahui bahwa metode ekstrapolasi Richardson lebih baik dalam penentuan nilai turunan numerik dibandingkan dengan metode biasa. Hal ini dibuktikan dengan nilai eror yang dibandingkan dengan nilai eksak pada metode ekstrapolasi Richardson lebih kecil dari metode biasa. Beberapa faktor yang menyebabkan metode ekstrapolasi Richardson lebih baik kerena metode ini menggunakan perhitungan berlapis untuk menentukan hasil turunan numerik sehingga lebih presisi dari metode biasa yang hanya dihitung sekali.

F. DAFTAR PUSTAKA

Capra, Steven C and Canale.1991. "**Numerical Methods for Engineers with Personal Computers Applications**". MacGraw-Hill Book Company.

King M.R and Mody N.A .2010. "**Numerical and Statical Methods for Bioengineering**".Cambridge University Press. New York.

Munir, Rinaldi.2003."**Metode Numerik**". Didownload dari https://kupdf.net/download/metode-numerik-rinaldi-munir-pdf_58eca95edc0d60f81ada9811_pdf