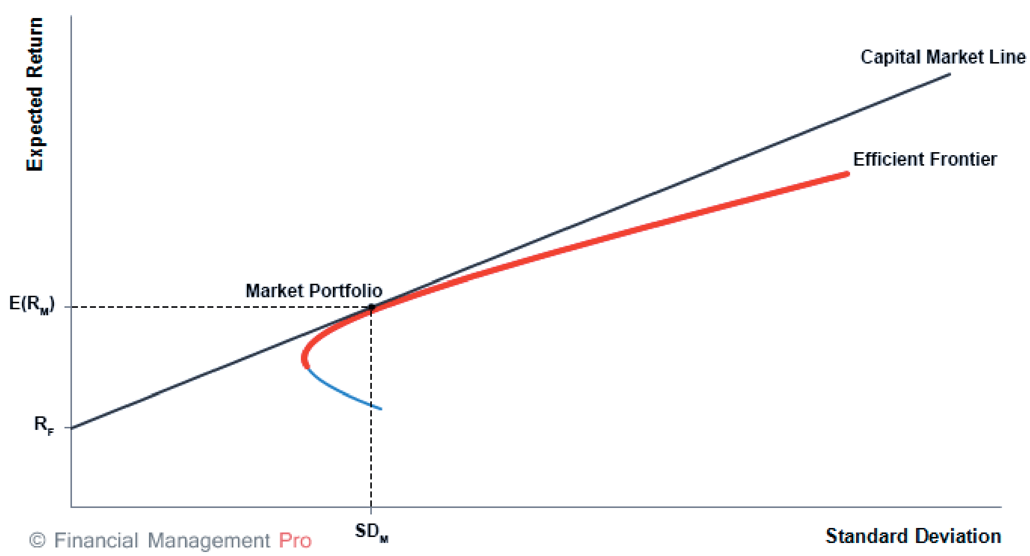
Section 4

Date	
Property	
Weeks	2주차

1. Fund Separation Theorem and the Capital Market Line

▼ CML

자본시장선



개인투자자들이 위험이 내포되어 있는 주식뿐만 아니라 정기예금이나 국공채와 같은 무위험자산도 투자대상에 포함시킬 때, 균형상태의 자본시장에서 효율적 포트폴리오의 기

대수익과 위험의 선형관계를 나타내는 것으로 위험자산만으로 포트폴리오를 구성할 때보다 무위험자산도 포함되면 더 효율적인 포트폴리오를 얻을 수 있게 된다.

[네이버 지식백과] 자본시장선

▼ 19

무 위험 자산(risk-free asset)

- 정의

  일정 비율의 반환을 확실하게 보장하는 자산

- 특징

  전부를 보장하는 경우는 없으며 자산은 없음 일반적으로 3개월 만기 국고 채권와 같이 안정성이 매우 높은 자산들을 무위험 수익률(risk-free rate)이라 함

효율적인 포트폴리오 선과 접하는 단 하나의 선!

위험이 증가하면서 수익이 증가하게 되는데 이 때 efficient frontier와 만나는 점이 M (market portfolio)

단점 : 해당 선상에 존재하지 않는 비효율적인 포트폴리오나 개별 자산들에 대해서는 이러한 위험과 수익률 사이의 상충 관계를 설명하지 못함.

자본시장선의 기울기는 추가적인 위험 한 단위에 대한 자본 시장에서의 보상액

(위험의 균형 가격 : EPR)

→ 수익률을 높이기 위해 이 기울기를 어떻게 최대화 할 것인지 찾아 보자.

→ 그건 바로 효율 선과 접하는 점이 하나가 될 때까지 기울기를 크게 하는 것

→ 그게 바로 자본시장선(CML)

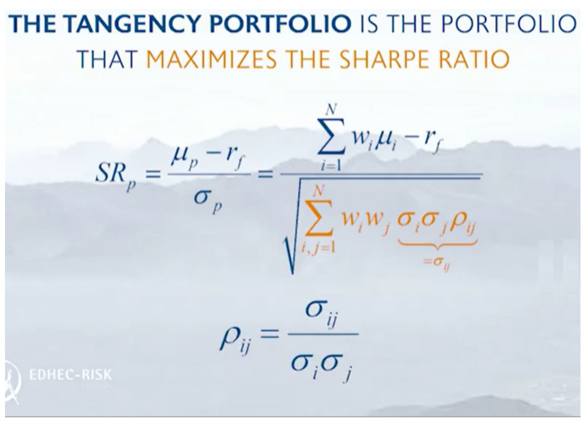
(M은 maximum Sharpe ratio portfolio 라고도 부른다.)

(동영상이 말하는) 장점

specific risk에 대한 노출이 전혀 없다!

specific risk tends not to be rewarded because it can be diversified away.

리워드 받지 못하는 것 (=specific risk)를 다양화하여 risk당 reward를 극대화



mu : 포트폴리오의 예상 수익률

r : 포트폴리오의 무위험률

sigma : 포트폴리오의 변동성

포트폴리오의 예상 수익률은 개별 자산에 가중치를 붙인 것의 합

2. Lab Session-Locating the Max Sharpe Ratio Portfolio

▼ 샤프 비율을 최대화 해봅시다

우린 전에 변동성을 최소화 하는 방법을 찾았다.

샤프 비율을 최대화 하는 것은 여기서 약간의 수정만 하면 된다!

```
from scipy.optimize import minimize
import numpy as np
def minimize_vol(target_retrun,er,cov):      ## er : expected return
    n = er.shape[0]
    init_guess = np.repeat(1/n,n)
    bounds = ((0.0,1.0),)*n
    return_is_target = {
        'type':'eq',
        'args':(er,),
        'fun': lambda weights : target_return - portfolio_return(weights, er)
    }
    weights_sum_to_1 = {
        'type':'eq',
        'fun': lambda weights : np.sum(weights)-1
    }
    results = minimize(portfolio_vol, init_guess,
                       args=(cov,), method="SLSQP",
                       options={'disp':False},
                       constraints=(return_is_target, weights_sum_to_1),
                       bounds=bounds
                       )
    return results.x
```

어떻게 수정할까요?

sharpe ratio : 초과 수익률을 변동성으로 나눈 값

▼ lesson 19

The Sharpe Ratio

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{r_{\text{risky portfolio}} - r_{\text{risky free}}}{\sigma_{\text{excess return}}}$$

▼ 분자 : risk premium(excess return(초과 이익률),differential return(차등 수익률))

안전 자산은 만기에 정해진 수익률을 보장하지만 위험 자산은 그렇지 못하기에 지급하는 이자

위험자산 기대 수익률 = 안전자산 수익률 + 리스크 프리미엄

▼ 분모 : volatility of the excess return(초과 이익률의 변동성)

$$\mathrm{D}_{\text{average}} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathrm{D}_t$$

$$\sigma_{\mathrm{D}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T}(\mathrm{D}_t - \mathrm{D}_{\text{average}})^2}{T-1}}$$

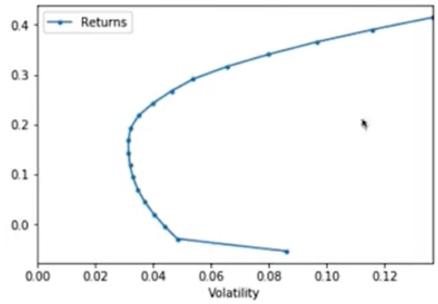
평균 구해서 분산 ㄱㄱ

+ 분산 → 일일, 변동성 → 기간(한달, 일년…)

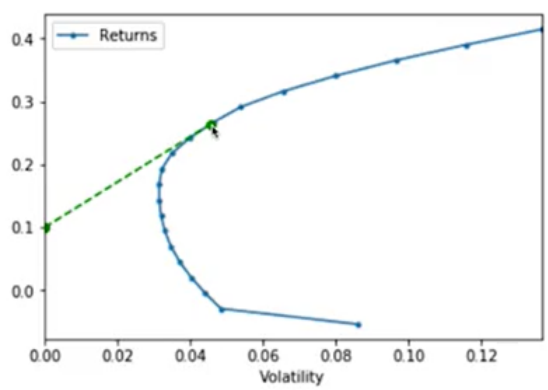
```
import edhec_rist_kit as erk     ## 이거 어디에 있나요 ;ㅁ;

def msr(riskfree_rate,er,cov):
    n = er.shape[0]
    init_guess = np.repeat(1/n,n)
    bounds = ((0.0,1.0),)*n

    weights_sum_to_1 = {
        'type':'eq',
        'fun': lambda weights : np.sum(weights)-1
    }
    def neg_sharpe_ratio(weights,riskfree_rate, er, cov):
        r=erk.portfolio_return(weights,er)
        vol=ekr.portfolio_vol(weights,cov)
        return -(r- riskfree_rate)/vol
    results = minimize(neg_sharpe_ratio, init_guess,
                      args=(riskfree_rate, er, cov,), method="SLSQP",
                      options={'disp':False},
                      constraints=(weights_sum_to_1),
                      bounds=bounds
                      )
    return results.x
```

```
[4]: ax = erk.plot_ef(20, er, cov)
     ax.set_xlim(left = 0)
     rf =0.1
```

```
[4]: (0, 0.1365319455634615)
```




```
ax = erk.plot_ef(20, er, cov)
ax.set_xlim(left = 0)
rf =0.1
w_msr = msr(rf, er, cov)
r_msr = erk.portfolio_return(w_msr, er)
vol_msr = erk.portfolio_vol(w_msr, cov)
# Add CML
cml_x = [0, vol_msr]
cml_y = [rf, r_msr]
ax.plot(cml_x, cml_y, color="green", marker="o", linestyle="dashed")
```



▼ SLSQP

https://blog.naver.com/PostView.nhn?blogId=tmddn3020&logNo=221866839784&redirect=Dlog

3. Lack of robustness of Markowitz analysis

- 문제는, 이 모형이 추정치들에 의존하고, 추정치에는 오차가 있다는 것
- Markowitz 모형이 동작하는 방식은, 오차의 영향을 강화하는 방향으로 감

- 평범하지 않은 값들이 발견되면 이것들을 "매력적" 또는 "버릴카드"라고 생각해서 비중이 확확 변함
    - cf. 이렇게 평범한 값들에서 현저하게 벗어나는 것들을 보정하는 기법들이 있긴 한데, 여기서 가르쳐주는 건 아닌가보네요
    - 대표적으로 ridge-regression...
    - 근데 그렇다고 여기에 넣기도 그렇고
    - 자동매매프로그램도 사실 노이즈 크게 섞인 데이터 때문에 난항을 겪고 있음
- Expected Return은 제대로 된 추정이 어렵지만, Expected Covariance는 그보다는 정확함
- 그래서 Expected Return의 추정치를 사용하지 않는 포트폴리오는 상대적으로 추정오차로부터 robust
- 그것이 Global Minimum Variance Portfolio
    - Global: 제약식이 없는 최적화

4. Lab Session-Applying Quadprog to Draw the Efficient Frontier

세 가지를 방법으로 포트폴리오를 만들어 보았음

1. MSR(Max Sharpe-Ratio)
    - Expected Return은 실제 사용하려는 시점에는 추정치
    - 모든 추정에는 오차가 낌
    - Markowitz Model은 예측이 조금만 틀려도 실제 최적 포트폴리오랑은 많이 벗어난다
    - "error maximising nature of Markowitz model"
    - e.g. 랩에서는 사실 꽤나 잘 찍었는데도 최적포트폴리오 비중이 (1, 0), (0, 1) 이렇게 결과가 나왔음
    - 그리고 이정도로 잘 찍을 수 있으면 그냥 몰빵하는 게 더 현명하지 않나 싶기도...?

2. Naive
    - 단순히 n빵. 추정요소 전혀 없음
    - 그러나 "비효율적" (EPF 안쪽에 위치)
3. GMV(Global Minimum Variance)
    - Covariance추정은 Expected Return추정보다는 정확함
    - 추정요소가 있긴 하지만 MSR만큼 갈팡질팡하지는 않음