

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

TEMA:

DESCUENTOS COMERCIALES

1. Descuentos Comerciales
2. Descuento Único
3. Descuentos en Serie
4. Descuento Único Equivalente a una Serie de Descuentos
5. Descuentos por Pronto Pago
6. Resumen de Fórmulas Relativas a los Descuentos Comerciales

AUTOR:

TULIO A. MATEO DUVAL

**Santo Domingo, D. N.
Rep. Dom.**

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

■ DESCUENTOS COMERCIALES

1. DESCUENTOS COMERCIALES

Los descuentos comerciales son las reducciones de los precios de lista de los artículos, concedidas por los vendedores a los compradores al momento de la venta o en la fecha de pago de sus créditos. Dichas rebajas normalmente se conceden por pedidos grandes de mercancías, liquidación de existencias, campañas de promoción, fidelidad del comprador, pronto pago, o por otros motivos especiales.

Los descuentos comerciales se fijan como porcentajes de los precios de lista de los artículos vendidos o sobre los abonos efectuados en fechas hábiles antes del vencimiento de los créditos. El *precio de lista* o *de catálogo* es el precio que se ha establecido para el artículo, considerando todos los factores que inciden en su costo más la utilidad esperada. El mismo permite efectuar descuentos, garantizando la obtención de un margen comercial adecuado al tipo de actividad que se lleve a cabo.

Por lo general, en las operaciones de compra y venta, algunos clientes pagarán el precio establecido (precio de lista), pero otros pagarán menos porque tendrán acceso a los descuentos comerciales. El precio que realmente paga un cliente por un artículo al cual se le han aplicado (uno o varios) descuentos comerciales se conoce como *precio neto*.

Los descuentos comerciales suelen concederse en las siguientes formas:

a) *descuento único*, b) *descuentos en serie* y c) *descuentos por pronto pago*.

2. DESCUENTO ÚNICO

Se presenta cuando al precio de lista de un artículo se le concede un porcentaje único de descuento. Al valor rebajado se le conoce como *descuento comercial*.

El descuento comercial se calcula con la fórmula:

$$D = S d \quad \text{FÓRMULA DEL DESCUENTO COMERCIAL} \quad [1]$$

En donde cada variable representa lo siguiente:

D : DESCUENTO COMERCIAL. Importe rebajado al precio de lista.

S : PRECIO DE LISTA O DE CATÁLOGO.

d : PORCENTAJE DE DESCUENTO.

A partir de la fórmula $D = S d$, despejando se obtiene a "**S**" y a "**d**", resultando las fórmulas:

$$S = \frac{D}{d} \quad [2]$$

$$d = \frac{D}{S} \quad [3]$$

Cuando al precio de lista (**S**) establecido por el vendedor se le aplica la rebaja o descuento (**D**) se obtiene lo que paga en realidad el comprador. El importe pagado es lo que se conoce como *precio neto* (**P**). Por tanto,

$$P = S - D \quad \text{FÓRMULA DEL PRECIO NETO} \quad [4]$$

Despejando de la fórmula [4] se obtiene a “**D**” y a “**S**”:

$$D = S - P \quad [5]$$

$$S = P + D \quad [6]$$

Otra expresión matemática para calcular el *precio neto* (**P**) se obtiene al sustituir a “**D**” de la fórmula [1] en la fórmula [4] :

$$P = S - Sd$$

Factorizando la expresión anterior se tiene:

$$P = S(1 - d) \quad \text{FÓRMULA DEL PRECIO NETO} \quad [7]$$

En las fórmulas [4] y [7], “**P**” identifica el *precio neto* que realmente paga un cliente por un artículo cuyo precio de lista “**S**” ha sido objeto de un descuento comercial “**D**”, o al que se le ha aplicado un porcentaje de descuento “**d**”.

A partir de la fórmula [7], despejando se obtienen a “**S**” y a “**d**”, resultando las fórmulas:

$$S = \frac{P}{(1 - d)} \quad [8]$$

$$d = 1 - P/S \quad [9]$$

► Ejemplo 1

Si en la compra de un horno microondas que aparece con un precio de lista de \$4,100.00 se obtiene un porcentaje de descuento del 12%, determine:

- ¿A cuánto asciende el descuento comercial?
- ¿Cuál es el precio neto a pagar?

SOLUCIÓN:

$$S = \$4,100.00 \quad d = 12\% = 0.12 \quad D = ? \quad P = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$D = 4,100 * 0.12 = \$492.00$$

El precio neto a pagar se obtiene aplicando la fórmula [4]:

$$P = 4,100 - 492 = \$3,608.00$$

► Ejemplo 2

Determine el precio neto de un escritorio cuyo precio de lista es de \$7,350.00, si el mismo fue vendido a un cliente con un descuento comercial del 18%.

SOLUCIÓN:

$$S = \$7,350.00 \quad d = 18\% = 0.18 \quad P = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [7], se obtiene:

$$P = 7,350(1 - 0.18) = \$6,027.00$$

► Ejemplo 3

Al comprar una lámpara se pagó un precio neto de \$3,348.00, luego de obtener un descuento del 7%. Obtenga el precio de lista de la lámpara.

SOLUCIÓN:

$$P = \$3,348.00 \quad d = 7\% = 0.07 \quad S = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene:

$$S = \frac{3,348}{(1 - 0.07)} = \$3,600.00$$

► Ejemplo 4

Una camisa con un precio de lista de \$1,395.00, se vendió por un valor neto de \$1,116.00. ¿Qué porcentaje de descuento le fue concedido?

SOLUCIÓN:

$$S = \$1,395.00 \quad P = \$1,116.00 \quad d = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [9], se obtiene:

$$d = 1 - 1,116/1,395 = 0.20 = 20\%$$

3. DESCUENTOS EN SERIE

Con mucha frecuencia los descuentos comerciales se presentan en una serie de dos o más, en lugar de un solo porcentaje. Cuando al precio de lista de un artículo o al valor de una factura se le concede varios porcentajes de descuento se dice que se están aplicando *descuentos en serie* o *descuentos sucesivos*.

Para trabajar con los descuentos en serie hay que tomar en cuenta que el orden en que se aplican dichos porcentajes no cambia el resultado y que los mismos no son asociativos (nunca se pueden sumar y utilizar como un solo descuento), o sea, que deben aplicarse uno tras otro.

Partiendo de un escenario con los porcentajes de descuentos $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$, tendremos los valores netos siguientes:

$$P_1 = S(1 - d_1)$$

$$P_2 = P_1 (1 - d_2) = S (1 - d_1) (1 - d_2)$$

$$P_3 = P_2 (1 - d_3) = S (1 - d_1) (1 - d_2) (1 - d_3)$$

.

.

.

$$P_n = P_{n-1} (1 - d_n) = S (1 - d_1) (1 - d_2) (1 - d_3) \dots (1 - d_n)$$

$$P_n = S(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots (1 - d_n) \quad \text{PRECIO NETO CON DESCUENTOS EN SERIE} \quad [10]$$

El descuento total luego de aplicados los descuentos en serie se podría obtener con la fórmula:

$$D_T = S - P_n \quad \text{DESCUENTO TOTAL CON DESCUENTOS EN SERIE} \quad [11]$$

► **Ejemplo 5**

¿Cuál será el precio neto de un artículo cuyo precio de lista es \$2,300.00 si se aplican descuentos por 4%, 8% y 5% a sus compradores? ¿A cuánto asciende el descuento total?

SOLUCIÓN:

$$S = \$2,300.00 \quad d_1 = 4\% = 0.04 \quad d_2 = 8\% = 0.08 \quad d_3 = 5\% = 0.05$$

$$P_3 = ? \quad D_T = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [10] se obtiene:

$$P_3 = 2,300(1 - 0.04)(1 - 0.08)(1 - 0.05) = \$1,929.79$$

El descuento total se calcula con la fórmula [11]:

$$D_T = 2,300 - 1,929.79 = \$370.21$$

4. DESCUENTO ÚNICO EQUIVALENTE A UNA SERIE DE DESCUENTOS

En ocasiones resulta útil, en particular cuando se realizan comparaciones de precios, reducir una serie de descuentos a un descuento único que produzca el mismo resultado que la serie de dos, tres, o más descuentos. Ese descuento único que puede reemplazar a una serie de descuentos se conoce como *tasa o porcentaje único de descuento equivalente a los señalados descuentos*.

Partiendo del escenario anterior con “n” porcentajes de descuentos $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$, y un precio de lista “S”, el *porcentaje único de descuento equivalente a una serie de descuentos* lo podemos obtener de dos formas:

a) Si se conoce el descuento total “ D_T ” y el precio de lista “S”, el porcentaje de descuento equivalente “ d_u ” se determina por el cociente entre ellos:

$$d_u = \frac{D_T}{S} \quad \text{DESCUENTO ÚNICO EQUIVALENTE} \quad [12]$$

b) Si se desconoce el descuento total “ D_T ”, podemos obtener otra fórmula para “ d_u ” partiendo de la sustitución de la fórmula [10] en la fórmula [11]:

$$D_T = S - S(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots (1 - d_n)$$

Factorizando se tiene:

$$D_T = S[1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots (1 - d_n)]$$

Sustituyendo la expresión anterior del descuento total “ D_T ” en la fórmula [12], se obtiene otra fórmula para calcular el *porcentaje de descuento único equivalente a una serie de descuentos*:

$$d_u = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots (1 - d_n) \quad \text{DESCUENTO ÚNICO EQUIVALENTE} \quad [13]$$

► **Ejemplo 6**

Resuelva el **Ejemplo 5** usando un porcentaje único de descuento equivalente a los descuentos dados.

SOLUCIÓN:

$$S = \$2,300.00 \quad d_1 = 4\% = 0.04 \quad d_2 = 8\% = 0.08 \quad d_3 = 5\% = 0.05$$

$$d_u = ? \quad P = ? \quad D_T = ?$$

Sustituyendo los porcentajes de descuentos conocidos en la fórmula [13], se obtiene el % de descuento único equivalente:

$$d_u = 1 - (1 - 0.04)(1 - 0.08)(1 - 0.05) = 0.16096 = 16.096 \%$$

Luego, el precio neto del artículo se obtiene mediante la fórmula [7]:

$$P = 2,300 (1 - 0.16096) = \$1,929.79$$

El descuento total se calcula con la fórmula [11]:

$$D_T = 2,300 - 1,929.79 = \$370.21$$

► Ejemplo 7

Al total de una factura ascendente a \$19,400.00 se le otorgan los siguientes descuentos en serie: 8% por comprar al por mayor, 10% por fidelidad del cliente y 5% por comprar sin empaque. Determine:

- Porcentaje de descuento equivalente a la serie de descuentos otorgados.
- ¿Cuál es el precio neto a pagar?
- ¿A cuánto asciende el descuento total?
- Si se le agrega el ITBIS al precio neto, obtenga la cantidad total a pagar para saldar la factura.

SOLUCIÓN:

$S = \$19,400.00$	$d_1 = 8\% = 0.08$	$d_2 = 10\% = 0.10$	$d_3 = 5\% = 0.05$
$d_u = ?$	$P = ?$	$D_T = ?$	

a) Sustituyendo los porcentajes de descuentos conocidos en la fórmula [13], se obtiene el % de descuento único equivalente:

$$d_u = 1 - (1 - 0.08)(1 - 0.10)(1 - 0.05) = 0.2134 = 21.34\%$$

b) El precio neto del artículo se obtiene mediante la fórmula [7]:

$$P = 19,400 (1 - 0.2134) = \$15,260.04$$

c) El descuento total se calcula con la fórmula [11]:

$$D_T = 19,400 - 15,260.04 = \$4,139.96$$

d) El valor total a pagar se obtiene al adicionarle al precio neto el 16% del ITBIS:

$$Total \ a \ Pagar = 15,260.04(1 + 0.16) = \$17,701.65$$

► Ejemplo 8

Una tienda vende bicicletas de carreras a un precio neto de \$6,732. ¿Cuál es el precio de lista de dichas bicicletas, si el comerciante concede descuentos en serie de un 15% y un 12%?

SOLUCIÓN:

$P = \$6,732.00$	$d_1 = 15\% = 0.15$	$d_2 = 12\% = 0.12$	$d_u = ?$	$S = ?$
------------------	---------------------	---------------------	-----------	---------

Sustituyendo los porcentajes de descuentos conocidos en la fórmula [13], se obtiene el % de descuento único equivalente:

$$d_u = 1 - (1 - 0.15)(1 - 0.12) = 0.252 = 25.2\%$$

Luego, el precio de lista del artículo se obtiene mediante la fórmula [8]:

$$S = \frac{6,732}{(1 - 0.252)} = \$9,000.00$$

► Ejemplo 9

Dos compañías proveedoras ofrecen idénticos artículos al mismo precio de lista. La compañía "A" brinda descuentos comerciales en serie de 20%, 4% y 6%, mientras que la compañía "B" ofrece descuentos en serie de 22% y 8%. ¿Cuál compañía tiene el mejor descuento para el comprador?

SOLUCIÓN:

Se obtiene para cada compañía el % de descuento único equivalente. La que arroje el valor mayor será la elegida.

Compañía "A":

$$d_u = 1 - (1 - 0.20)(1 - 0.04)(1 - 0.06) = 0.27808 = 27.808\%$$

Compañía "B":

$$d_u = 1 - (1 - 0.22)(1 - 0.08) = 0.2824 = 28.24\%$$

Conclusión: La Compañía "B" garantiza un mejor descuento (28.24% > 27.808%).

5. DESCUENTOS POR PRONTO PAGO

En las ventas a crédito, el cliente no tiene obligación de pagar (el artículo comprado o una factura con varios artículos) de inmediato, sino que se le da un plazo específico para que pueda efectuar el pago de la deuda. En esos casos, es posible abonar o pagar la factura antes de su vencimiento, y de paso, obtener un descuento. Ese descuento concedido por los vendedores a los compradores por pagar sus facturas, o al contado o antes de su vencimiento, se conoce como *descuento por pronto pago*. Se trata de un porcentaje de descuento sobre los abonos efectuados a los créditos en fechas hábiles, cuya razón de ser se explica, en la inmediata o rápida obtención de liquidez por parte del vendedor, así como por el menor riesgo asociado al cobro de las deudas con él contraídas.

Estos descuentos se aplican al valor facturado o, en caso de existir descuentos previos, sobre el valor neto de la factura. Los mismos se presentan en forma de fracciones, indicando el numerador la magnitud del porcentaje de descuento, mientras que el denominador se refiere al número de días, contados desde la fecha de la factura, en los cuales el comprador tiene la opción de pagar para tener derecho al % de descuento indicado en el numerador. Por ejemplo, suponga una factura con las siguientes condiciones: n/45, 8/c, 6/10, 2/25. Esto significa que:

- El valor neto debe pagarse en un plazo de 45 días.
- Si se paga al contado, o sea, en la misma fecha de la factura, al cliente le corresponde un 8% de descuento.
- Si se paga en los primeros 10 días, contados a partir de la fecha de la factura, el cliente tiene derecho a un 6% de descuento.
- Si se paga después del décimo día y hasta el día #25, contados a partir de la fecha de la factura, al cliente le corresponde un 2% de descuento.
- No corresponde ningún % de descuento si se efectúa el pago después de los primeros 25 días y hasta el vencimiento de la factura en 45 días.

Hay vendedores que sólo conceden los descuentos por pronto pago si el comprador paga la totalidad de su deuda, mientras que otros además los otorgan sobre los pagos parciales o abonos que se efectúen en aquellas fechas que correspondan tales descuentos.

► **Ejemplo 10**

El 10/5/2009 un comerciante compró mercancías por valor de \$37,000.00 recibiendo un 2.5% y un 4% de descuento sobre el valor facturado, así como las siguientes condiciones de pago: n/60, 12/c, 10/5, 5/20, 2/40. Determine (todas las preguntas son independientes):

- ¿Cuánto pagó si saldó la factura al contado?
- ¿Cuánto debió pagar el 30/5/2009 para saldar la factura? ¿Qué tasa de interés anual se ganó el comerciante al efectuar el pago en esa fecha?
- Si el comerciante pagó \$14,000.00 el 15/5/2009, ¿con cuánto saldó la factura al vencimiento?
- Si el comerciante pagó \$8,000.00 en la misma fecha de la factura y \$12,000.00 el 18/5/2009, ¿qué cantidad debió pagar el 18/6/2009 para saldar la factura?
- Si a los 40 días de recibir la factura al comerciante le ofrecieron un negocio, en el cual, invirtiendo el valor con el que se saldaba la factura en esa fecha y durante 20 días, se ganaría un 30% de interés simple anual, determine qué le resultaba más ventajoso al comerciante: pagar la factura a los 40 días o invertir en el negocio propuesto.

SOLUCIÓN:

$$S = \$37,000.00 \quad d_1 = 2.5\% = 0.025 \quad d_2 = 4\% = 0.04$$

Condiciones pago: n/60, 12/c, 10/5, 5/20, 2/40

El valor neto de la factura aplicando los dos descuentos previos se obtiene mediante la fórmula [10]:

$$P_n = 37,000(1 - 0.025)(1 - 0.04) = \$34,632.00$$

- a) Para pago al contado correspondía un descuento del 12% sobre el valor neto:

$$P = 34,632(1 - 0.12) = \$30,476.16 \quad \text{VALOR PAGADO AL CONTADO}$$

- b) Para el tiempo transcurrido de 20 días correspondía un descuento del 5% sobre el valor neto:

$$P = 34,632(1 - 0.05) = \$32,900.40 \quad \text{VALOR PAGADO EL 30/5/2009}$$

Si se saldó a los 20 días se debió pagar \$32,900.40 y si se saldara a los 60 días se debía pagar \$34,632.00, por tanto, la tasa de interés pedida será la que garantice que \$32,900.40 se capitalicen hasta alcanzar la suma de \$34,632.00 en 40 días.

Aplicando la fórmula $i = \frac{(S/P - 1)}{t}$, se obtiene:

$$i = \frac{(34,632/32,900.40 - 1)}{(40/360)} = 0.4737 = 47.37\% \quad \text{TASA DE INTERÉS ANUAL GANADA}$$

- c) Para el 15/5/2009 habían transcurrido 5 días, por lo cual le correspondía un 10% sobre el pago efectuado (esto le garantizaba que con \$90.00 que pagara, en la cuenta le abonarían \$100.00):

$$\frac{\$90}{\$100} = \frac{\$14,000}{X} \quad \rightarrow \quad X = \frac{100 * 14,000}{90} = \$15,555.56 \quad \text{VALOR ABONADO A LA FACTURA}$$

$$\text{Total Adeudado} = 34,632 - 15,555.56 = \$19,076.44$$

Como al vencimiento no correspondía ningún descuento, la factura se saldó pagando el valor adeudado:

$$\text{Total Pagado} = \$19,076.44$$

- d) En la misma fecha de la factura le correspondía un 12% de descuento sobre el pago efectuado:

$$\frac{\$88}{\$100} = \frac{\$8,000}{X} \quad \rightarrow \quad X = \frac{100 * 8,000}{88} = \$9,090.91 \quad \text{VALOR ABONADO A LA FACTURA}$$

Para el 18/5/2009 habían transcurrido 8 días, por lo cual le correspondía un descuento del 5% sobre el pago efectuado:

$$\frac{\$95}{\$100} = \frac{\$12,000}{X} \quad \rightarrow \quad X = \frac{100 * 12,000}{95} = \$12,631.58 \quad \text{VALOR ABONADO A LA FACTURA}$$

Al rebajarle los dos abonos anteriores al valor neto de la factura, el valor adeudado quedaba en:

$$\text{Total Adeudado} = 34,632 - 9,090.91 - 12,631.58 = \$12,909.51$$

Para el 18/6/2009 habían transcurrido 39 días desde que se originó la factura, luego le correspondía un 2% sobre la suma adeudada:

$$\text{Total pagado} = 12,909.51(1 - 0.02) = \$12,651.32$$

- e) A los 40 días le correspondía un 2% de descuento, por ende, el valor con el que se saldaba la factura en esa fecha era de:

$$\text{Valor a pagar a los 40 días} = 34,632(1 - 0.02) = \$33,939.36$$

Invertir en el negocio sería más ventajoso si al capitalizar los \$33,939.36 con la tasa que se ganaría (30% anual) y el plazo de los 20 días se obtuviera un monto mayor que la suma con la que se saldaría la factura al vencimiento (\$34,632.00). Veamos:

$$S = 33,939.36(1 + 0.30 * 20 / 360) = \$34,505.02$$

Al ser \$34,505.02 una suma menor que los \$34,632.00 que habría que pagar al vencimiento, concluimos en que es preferible descartar el negocio y pagar la factura a los 40 días.

.....

FÓRMULAS RELATIVAS A LOS DESCUENTOS COMERCIALES

DESCUENTOS COMERCIALES

D : Descuento comercial (descuento o rebaja)

S : Precio de lista o de catálogo

d : Tasa o porcentaje de descuento

► % de descuentos en serie: $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$

P : Precio neto

P_n : Precio neto con los descuentos en serie:

$d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$

D_T : Descuento total con los descuentos en serie:

$d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$

d_u : Porcentaje de descuento único equivalente a los descuentos en serie: $d_1, d_2, d_3, \dots, d_n$

$$[1] \quad D = S d$$

$$[6] \quad S = P + D$$

$$[2] \quad S = \frac{D}{d}$$

$$[7] \quad P = S (1 - d)$$

$$[3] \quad d = \frac{D}{S}$$

$$[8] \quad S = \frac{P}{(1 - d)}$$

$$[4] \quad P = S - D$$

$$[9] \quad d = 1 - P/S$$

$$[5] \quad D = S - P$$

$$[10] \quad P_n = S(1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots (1 - d_n)$$

$$[11] \quad D_T = S - P_n$$

$$[12] \quad d_u = \frac{D_T}{S}$$

$$[13] \quad d_u = 1 - (1 - d_1)(1 - d_2)(1 - d_3) \dots (1 - d_n)$$

Tulio A. Mateo Duval