

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

TEMA:

INTERÉS SIMPLE

1. Introducción
2. Concepto de Interés
3. Interés Simple
4. Monto Simple
5. Valor Actual a Interés Simple
6. Cálculo del Tiempo y la Tasa de Interés a partir de la
Fórmula $S = P(1 + it)$
7. Cálculo del Tiempo en Días entre Dos Fechas
8. Interés Simple Ordinario y Exacto
9. Combinaciones de Interés y Tiempos
10. Elección entre varias Opciones de Pago o Alternativas de Inversión
11. Descuentos de Pagarés. Descuento Racional o Matemático
12. Ecuaciones de Valores Equivalentes
13. Pagos Parciales. Reglas Comercial y de los Saldos
14. Ventas a Plazos. Interés Global e Interés sobre Saldos Insolutos
15. Resumen de Fórmulas Relativas al Interés Simple
16. Tabla para el Cálculo del Tiempo Exacto entre Dos Fechas

AUTOR:

TULIO A. MATEO DUVAL

Santo Domingo, D. N.
Rep. Dom.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

■ INTERÉS SIMPLE

1. INTRODUCCIÓN

El concepto de interés, asociado al préstamo de dinero, viene ligado a las relaciones comerciales desde tiempos muy antiguos. Actualmente la existencia de muchos negocios es posible en razón del cobro de interés. El interés es un elemento inseparable a los actos de lícito comercio de la vida moderna.

2. CONCEPTO DE INTERÉS

El INTERÉS es el dinero que paga una persona (prestatario o deudor) por el uso de un capital ajeno a título de préstamo durante un TIEMPO¹ determinado. Viéndolo desde el otro ángulo, podemos decir que el INTERÉS es el fruto, beneficio o rendimiento obtenido por la persona (prestamista, acreedor o inversionista) que presta o invierte en forma productiva una suma de dinero. La cantidad de dinero tomada en préstamo o invertida se le conoce como CAPITAL o PRINCIPAL.

Al día de hoy normalmente se trabaja con dos tipos de interés: INTERÉS SIMPLE e INTERÉS COMPUESTO. El interés es simple cuando se paga al final de un intervalo de tiempo preestablecido, calculándolo siempre sobre el capital original (valor inicial de la deuda o inversión). En este caso el capital y el interés permanecen invariables por unidad de tiempo durante todo el plazo de la transacción. El interés compuesto, por su parte, trata también sobre lo pagado por el uso de un dinero ajeno, pero calculable en esta ocasión sobre un capital que se incrementa periódicamente, debido a que los intereses que se van generando, al no ser pagados, son sumados al capital, formando cada vez un nuevo capital. Aquí, tanto el interés como el capital, varían en cada periodo.

Interés Simple Vs. Interés Compuesto

La diferencia entre el interés simple y el compuesto radica en que en el interés simple sólo genera interés el capital inicial, mientras que en el interés compuesto se considera que los intereses que se van generando en los periodos establecidos, si no son pagados, se le suman al capital formando cada vez un nuevo capital, originando que los intereses adicionados también generen intereses. Observe la diferencia en el ejemplo planteado a continuación:

► Ejemplo 1

Usando el interés simple y el compuesto, determine el interés generado al cabo de 3 años por una deuda ascendente a \$90,000.00 si la tasa de interés aplicada fue del 12% anual.

INTERÉS SIMPLE

INTERÉS COMPUESTO

Periodo	Capital (\$)	Interés/periodo	Intereses Acumulados (\$)	Periodo	Capital (\$)	Interés/periodo	Intereses Acumulados (\$)
1	90,000.00	10,800.00	10,800.00	1	90,000.00	10,800.00	10,800.00
2	90,000.00	10,800.00	21,600.00	2	100,800.00	12,096.00	22,896.00
3	90,000.00	10,800.00	32,400.00	3	112,896.00	13,547.52	36,443.52

Aunque en el interés compuesto se trabaja ordinariamente con una tasa de interés anual (al igual que en el interés simple), la suma de los intereses al capital no siempre se realiza anualmente. También podría efectuarse semestralmente, trimestralmente, mensualmente, diariamente, o según otro intervalo temporal.

¹ TIEMPO: Es el intervalo o plazo durante el cual tiene lugar la operación financiera.

3. INTERÉS SIMPLE

El interés simple es el pago que se efectúa al final de un periodo de tiempo preestablecido por el uso de un capital ajeno a título de préstamo, calculable siempre sobre el valor original de la deuda. Igualmente llamamos interés simple a la utilidad o el beneficio obtenido por el que presta o invierte una suma de dinero a corto plazo². El interés a pagar por una deuda o el que se va a recibir de una inversión, depende directamente de:

- La cantidad de dinero invertida o tomada en préstamo;
- El precio del dinero, es decir, lo que se acuerde pagar por cada unidad prestada o invertida en la unidad de tiempo³;
- El tiempo que dure el préstamo o la inversión.

A partir de lo anterior, concluimos que el interés simple lo podemos calcular con la fórmula:

$$I = P i t \quad \text{FÓRMULA DEL INTERÉS SIMPLE} \quad [1]$$

En donde cada variable representa lo siguiente:

I : INTERÉS SIMPLE. Valor que se paga por el uso de un capital ajeno o se recibe por una inversión.

P : CAPITAL O PRINCIPAL, es decir, la suma de dinero prestada o invertida.

i : TASA DE INTERÉS. Representa el precio del dinero. Es el número de unidades pagadas por cada 100 unidades de la suma prestada o invertida en la unidad de tiempo (generalmente un año).

t : TIEMPO. Es la duración (plazo) del préstamo o la inversión.

A la hora de emplear la fórmula $I = P i t$, debemos tomar en cuenta:

1. Si la tasa de interés no especifica la unidad de tiempo asociada, entonces asumiremos que se trata de una tasa de interés anual.
2. La tasa de interés debe emplearse en su forma decimal; es decir, sin el símbolo de porcentaje.
3. Para la tasa de interés y el plazo deben utilizarse las mismas unidades de tiempo. En caso que sean distintas, se deberá realizar la conversión correspondiente a fin de que ambas coincidan.

► Ejemplo 2

¿Qué interés trimestral produce una deuda por \$120,000.00 contraída al 18% simple anual⁴?

SOLUCIÓN:

$$P = \$120,000.00 \quad i = 18\% \text{ anual} = 18\% / 4 \text{ trimestres} = 4.5\% \text{ trimestral} = 0.045 / \text{trimestre} \quad t = 1 \text{ trimestre} \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$I = 120,000 * 0.045 * 1 = \$5,400.00$$

► Ejemplo 3

Calcule el interés generado por un préstamo de \$90,000.00 al 13¾% simple anual al cabo de 7 meses.

SOLUCIÓN:

$$P = \$90,000.00 \quad i = 13\frac{3}{4}\% \text{ anual} = 0.1375 / \text{año} \quad t = 7 \text{ meses} = 7/12 \text{ año} \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$I = 90,000 * 0.1375 * 7/12 = \$7,218.75$$

² Cuando empleamos la expresión “a corto plazo”, nos referimos a periodos de tiempo iguales o menores a un año.

³ Esta variable queda definida a partir de las condiciones contractuales del préstamo o la inversión.

⁴ Para expresar una tasa de interés anual en periodos que no sean anuales, sólo habría que dividirla entre el número de periodos por año. Por ejemplo, para obtener la tasa de interés trimestral sólo basta dividirla entre 4.

► **Ejemplo 4**

¿Qué rendimiento (intereses) reporta en 5 meses una inversión de \$60,000.00 efectuada al 3% simple bimestral?

SOLUCIÓN:

$$P = \$60,000.00 \quad i = 3\% \text{ bimestral} = 0.03 / \text{bimestre} \quad t = 5 \text{ meses} = 5/2 \text{ bimestres} \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$I = 60,000 * 0.03 * 5 / 2 = \$4,500.00$$

► **Ejemplo 5**

Si una deuda por \$30,000.00 se contrae al 12% cuatrimestral, ¿cuánto se pagaría de interés al cabo de 1 año y 8 meses?

SOLUCIÓN:

$$P = \$30,000.00 \quad i = 12\% \text{ cuatrimestral} = 0.12 / \text{cuatrimestre} \quad t = 20 \text{ meses} = 5 \text{ cuatrimestres} \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$I = 30,000 * 0.12 * 5 = \$18,000.00$$

► **Ejemplo 6**

¿Qué interés genera un préstamo de 70,000.00 al 15% trimestral al cabo de 1½ años?

SOLUCIÓN:

$$P = \$70,000.00 \quad i = 15\% \text{ trimestral} = 0.15 / \text{trimestre} \quad t = 1\frac{1}{2} \text{ años} = 6 \text{ trimestres} \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$I = 70,000 * 0.15 * 6 = \$63,000.00$$

A partir de la fórmula [1], despejando se obtiene a “P”, “i” y a “t”, resultando las fórmulas:

$$P = \frac{I}{it} \quad [2] \quad i = \frac{I}{Pt} \quad [3] \quad t = \frac{I}{Pi} \quad [4]$$

► **Ejemplo 7**

Una inversión efectuada al 9.6% simple anual tiene un rendimiento de \$7,840.00 cada cuatrimestre. Calcule la cuantía de la suma invertida.

SOLUCIÓN:

$$I = \$7,840.00 \quad i = 9.6\% \text{ anual} = 0.096 / \text{año} \quad t = 1 \text{ cuatrimestre} = 4 \text{ meses} = 4/12 \text{ año} \quad P = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [2], se obtiene:

$$P = \frac{7,840}{(0.096 * 4/12)} = \$245,000.00^5$$

⁵ En casos como éste, se insertan entre paréntesis las operaciones que tengan prioridad, a fin de efectuar en forma corrida (con la ayuda de una calculadora científica) la serie mixta de operaciones que envuelve la solución del problema.

► **Ejemplo 8**

Por un préstamo de \$270,000.00 se pagaron \$30,217.50 de intereses al cabo de 8½ meses. ¿Qué tasa de interés simple anual aplicaron al préstamo?

SOLUCIÓN:

$$I = \$30,217.50 \quad P = \$270,000.00 \quad t = 8.5 \text{ meses} = 8.5/12 \text{ años} \quad i = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [3], se obtiene:

$$i = \frac{30,217.50}{(270,000 * 8.5/12)} = 0.158 = 15.8\% \text{ anual}$$

► **Ejemplo 9**

Miguel Lora tomó prestados \$60,000.00 al 14% simple anual. Si dicha deuda fue saldada mediante un pago único, incluyendo intereses ascendentes a \$6,510.00, determine durante cuántos meses se usó dicho crédito.

SOLUCIÓN:

$$I = \$6,825.00 \quad P = \$60,000.00 \quad i = 13\% \text{ anual} = 0.13/12 \text{ meses} \quad t = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [4], se obtiene:

$$t = \frac{6,825}{(60,000 * 0.13/12 \text{ meses})} = 10.5 \text{ meses} = 10\frac{1}{2} \text{ meses}$$

► **Ejemplo 10**

Determine durante qué tiempo (quincenas) ha estado invertido un capital al 21.6% simple anual si el mismo generó un rendimiento ascendente al 18% de su valor.

SOLUCIÓN:

$$P = \$100.00 \text{ (valor asumido)} \quad I = 0.18 * 100 = \$18.00 \quad i = 21.6\% \text{ anual} = 0.216/24 \text{ quincenas} \quad t = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [4], se obtiene:

$$t = \frac{18}{(100 * 0.216/24 \text{ quincenas})} = 20 \text{ quincenas}$$

4. MONTO SIMPLE

A la suma del capital (P) más el interés simple ganado (I) se le llama **monto simple** o únicamente **monto**⁶, y se simboliza mediante la variable S. Por tanto,

$$S = P + I \quad \text{FÓRMULA MONTO SIMPLE} \quad [5]$$

De esta fórmula, despejando se obtiene a “P” y a “I”, resultando:

$$I = S - P \quad [6] \quad P = S - I \quad [7]$$

Otra expresión matemática para obtener el monto simple se obtiene al sustituir a “I” de la fórmula [1] en la [5]:

$$S = P + Pit$$

Factorizando la expresión anterior se tiene:

$$S = P (1 + i t) \quad \text{FÓRMULA MONTO SIMPLE} \quad [8]$$

⁶ Al monto también se le llama VALOR FUTURO.

⁷ Esta fórmula también se le llama LEY DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE, ya que mediante la misma, los intereses generados son sumados al capital. Esto es, determinación en una fecha futura del valor que se obtendrá o en que se convertirá un capital colocado en una fecha anterior.

Las formulas [5] y [8] indican que si un capital (P) se presta o invierte durante un tiempo (t), a una tasa de interés simple (i) por unidad de tiempo, entonces el capital "P" se convertirá en una cantidad "S" al final del referido plazo. Fundado en eso, se dice que el dinero tiene un valor que depende del tiempo (el monto o valor futuro siempre será mayor que el capital o principal).

► Ejemplo 11

Ramón Piña tomó un préstamo de \$35,000.00 al 18% simple anual pagadero en 6 meses. Calcule el interés y la suma a pagar para saldar el préstamo.

SOLUCIÓN:

$$P = \$35,000.00 \quad i = 18\% \text{ anual} = 0.18/\text{año} \quad t = 6 \text{ meses} = 6/12 \text{ año} = 0.5 \text{ año} \quad I = ? \quad S = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [1], se obtiene:

$$I = 35,000 * 0.18 * 0.5 = \$3,150.00$$

Luego, con la fórmula [5], se obtiene:

$$S = 35,000 + 3,150 = \$38,150.00$$

► Ejemplo 12

Una persona contrae una deuda por \$120,000.00 que debe pagar dentro de 9 meses. Si la tasa de interés cargada a la operación es de 14% simple anual, determine qué suma se deberá pagar para cancelar la deuda. Diga cuánto se habrá de pagar por concepto de intereses.

SOLUCIÓN:

$$P = \$120,000.00 \quad i = 14\% \text{ anual} = 0.14/\text{año} \quad t = 9 \text{ meses} = 9/12 \text{ año} \quad S = ? \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene:

$$S = 120,000 (1 + 0.14 * 9/12) = \$132,600.00$$

Luego, con la fórmula [6], se obtiene:

$$I = 132,600 - 120,000 = \$12,600.00$$

► Ejemplo 13

Antonio Sánchez depositó \$136,000.00 en una cuenta de ahorros que abona el 7/8 % mensual. ¿Cuál será el balance de la cuenta al cabo de 7 meses?

SOLUCIÓN:

$$P = \$136,000.00 \quad i = 7/8 \% \text{ mensual} = 0.00875/\text{mes} \quad t = 7 \text{ meses} \quad S = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene:

$$S = 136,000 (1 + 0.00875 * 7) = \$144,330.00$$

5. VALOR ACTUAL A INTERÉS SIMPLE

La actualización o el descuento simple es la operación inversa a la capitalización simple. Consiste en la obtención del valor en la fecha actual o presente de un capital que se recibirá o que vencerá en una fecha futura. Al VALOR ACTUAL también se le conoce como VALOR PRESENTE, CAPITAL O PRINCIPAL y, generalmente, trata sobre el valor que habría que invertir para disponer al cabo de un tiempo de un monto predeterminado. Se refiere también al valor de una deuda, en cualquier fecha anterior a la de su vencimiento.

Para obtener el valor actual de un monto conocido “S”, se procede a despejar a “P” de la fórmula [8], obteniéndose:

$$P = \frac{S}{1 + it} \quad \text{FÓRMULA VALOR ACTUAL} \quad [9]$$

► Ejemplo 14

¿Qué suma se debe invertir hoy al 12% simple anual para poder disponer de \$90,930.00 dentro de 5 meses?

SOLUCIÓN:

$$S = \$90,930.00 \quad i = 12 \% \text{ anual} = 0.12/\text{año} \quad t = 5 \text{ meses} = 5/12 \text{ año} \quad P = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [9], se obtiene:

$$P = \frac{90,930}{(1 + 0.12 * 5/12)} = \$86,600.00 \quad ^9$$

► Ejemplo 15

Ruddy Lugo tomó prestada una suma de dinero al 18½ % simple anual y a los 10 meses la canceló pagando \$363,562.50. Determine la cuantía del préstamo y cuánto pagó por concepto de intereses.

SOLUCIÓN:

$$S = \$363,562.50 \quad i = 18.5 \% \text{ anual} = 0.185/\text{año} \quad t = 10 \text{ meses} = 10/12 \text{ año} \quad P = ? \quad I = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [9], se obtiene:

$$P = \frac{363,562.50}{(1 + 0.185 * 10/12)} = \$315,000.00$$

Luego, con la fórmula [6], se obtiene:

$$I = 363,562.50 - 315,000 = \$48,562.50$$

► Ejemplo 16

Javier Gómez recibe un documento cobrable dentro de 9 meses por un valor final de \$130,610.00. Si para recibir efectivo anticipadamente negocia el documento con una compañía que opera en base a una tasa del 15% simple semestral, determine qué suma recibirá el Sr. Gómez.

SOLUCIÓN:

$$S = \$130,610.00 \quad i = 15 \% \text{ semestral} = 0.15/\text{semestre} \quad t = 9 \text{ meses} = 9/6 \text{ semestre} = 1.5 \text{ semestres} \quad P = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [9], se obtiene:

$$P = \frac{130,610}{(1 + 0.15 * 1.5)} = \$106,620.41$$

⁸ Dado que siempre que se use esta fórmula el denominador será > 1, entonces la cuantía de “P” siempre será menor que la de “S”. Esta fórmula también se le llama LEY DE DESCAPITALIZACIÓN O DESCUENTO SIMPLE, ya que mediante la misma, los intereses son rebajados o descontados a una suma con vencimiento futuro.

⁹ Se colocan entre paréntesis las operaciones que aparecen en el denominador, a fin de efectuar en forma corrida (con la ayuda de una calculadora científica) la serie mixta de operaciones que envuelve la solución del problema.

6. CÁLCULO DEL TIEMPO Y LA TASA DE INTERÉS A PARTIR DE LA FÓRMULA $S = P(1 + it)$

La tasa de interés “i” a la que habría que prestar o invertir un capital “P” para que en un tiempo “t” alcance el monto “S” se obtiene al despejar a “i” de la fórmula [8], resultando:

$$i = \frac{(S/P - 1)}{t} \quad [10]$$

Igualmente para obtener el tiempo requerido para que un capital “P”, colocado a una tasa de interés “i”, alcance un monto “S”, se procede a despejar a “t” de la fórmula [8], resultando:

$$t = \frac{(S/P - 1)}{i} \quad [11]$$

► Ejemplo 17

Si un préstamo por \$260,000.00 se canceló mediante un pago único ascendente a \$279,602.92 al cabo de 5½ meses, calcule qué tasa de interés simple anual le aplicaron al financiamiento.

SOLUCIÓN:

$$P = \$260,000.00 \quad S = \$279,602.92 \quad t = 5.5 \text{ meses} = 5.5/12 \text{ año} \quad i = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [10], se obtiene:

$$i = \frac{(279,602.92/260,000 - 1)}{(5.5/12 \text{ año})} = 0.1645 / \text{año} = 16.45\% \text{ anual}$$

El ejercicio puede resolverse también empleando las fórmulas [6] y [3]:

SOLUCIÓN:

$$P = \$260,000.00 \quad S = \$279,602.92 \quad I = S - P = 279,602.92 - 260,000.00 = \$19,602.92$$

$$t = 5.5 \text{ meses} = 5.5/12 \text{ año} \quad i = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [3], se obtiene:

$$i = \frac{19,602.92}{(260,000 * 5.5/12 \text{ año})} = 0.1645 / \text{año} = 16.45\% \text{ anual}$$

► Ejemplo 18

¿En qué tiempo (meses) una inversión de \$50,000.00 efectuada al 19% simple anual alcanza el monto de \$55,937.50?

SOLUCIÓN:

$$P = \$50,000.00 \quad S = \$55,937.50 \quad i = 19\% \text{ anual} = 0.19/12 \text{ meses} \quad t = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene:

$$t = \frac{(55,937.50/50,000 - 1)}{(0.19/12 \text{ meses})} = 7.5 \text{ meses} = 7\frac{1}{2} \text{ meses}$$

El ejercicio puede resolverse también empleando las fórmulas [6] y [4]:

SOLUCIÓN:

$$P = \$50,000.00 \quad S = \$55,937.50 \quad I = S - P = 55,937.50 - 50,000.00 = \$5,937.50$$

$$i = 19\% \text{ anual} = 0.19/12 \text{ meses} \quad t = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [4], se obtiene:

$$t = \frac{5,937.50}{(50,000 * 0.19/12 \text{ meses})} = 7.5 \text{ meses} = 7\frac{1}{2} \text{ meses}$$

► Ejemplo 19

Calcular en qué tiempo (meses) se aumenta en un 10% una inversión efectuada al 13⅓ % simple anual.

SOLUCIÓN:

P = \$100.00 (PODEMOS ASUMIR CUALQUIER VALOR PARA "P")

S = \$100 (1+0.10) = \$110.00 i = 13.33333... % anual = 0.133333.../12 meses t = ?

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene:

$$t = \frac{(110/100 - 1)}{(0.133333.../12 \text{ meses})} = 9 \text{ meses} = 9 \text{ meses}$$

7. CÁLCULO DEL TIEMPO EN DÍAS ENTRE DOS FECHAS

Cuando el periodo comprendido entre el momento en que se toma un préstamo o se invierte un determinado capital y su correspondiente vencimiento no se expresa mediante un número de meses o años, sino que se establece usando dos fechas, el tiempo entre éstas suele calcularse en días. Eso ordinariamente se efectúa de dos formas: 1. En forma exacta según los días del calendario, o sea en base al año real de 365 o 366 días (tiempo exacto o real), y 2. En forma aproximada, es decir, basado en el año comercial de 360 días (tiempo aproximado).

Tiempo Exacto (te)

Para calcular el tiempo exacto (o tiempo real) se usa un calendario y se procede a contar todos los días que transcurren entre las dos fechas, excluyendo el primer día e incluyendo el último. El tiempo exacto (en días) entre dos fechas también se puede obtener restando los números de orden correspondientes a ambas fechas, tomados de la TABLA PARA EL CÁLCULO DEL TIEMPO EXACTO ENTRE DOS FECHAS, la cual le asigna un número de orden a cada uno de los días de dos años sucesivos (no bisiestos).

► Ejemplo 20

Hallar el tiempo exacto entre el 13 de mayo del 2009 y el 6 de diciembre del 2009.

SOLUCIÓN:

Como las dos fechas se encuentran en el mismo año, se buscan sus números de orden en la TABLA (ambas en el año de la izquierda) y luego se restan.

$$\begin{array}{rcl} 6/12/2009 & : & 340 \\ & - & \\ 13/ 5/2009 & : & 133 \\ \hline t_e & = & 207 \text{ días} \end{array}$$

► Ejemplo 21

Hallar el tiempo exacto entre el 20 de noviembre del 2007 y el 30 de julio del 2008.

SOLUCIÓN:

Como las fechas se encuentran en años sucesivos, los números de orden se obtienen de la TABLA, tomándolos, para la primera fecha en el año de la izquierda y para la segunda fecha en el año de la derecha. Luego dichos valores se restan y se le adiciona un día por ser bisiesto el año 2008 y estar el 29/2/2008 contenido entre las fechas dadas.

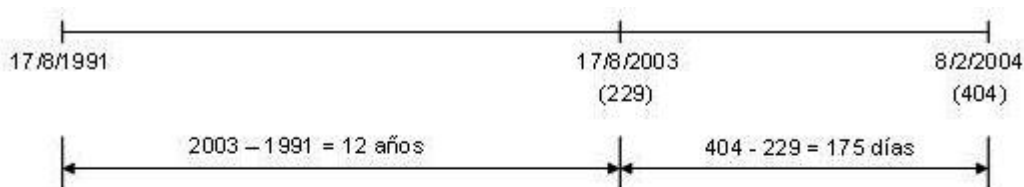
$$\begin{array}{rcl}
 30/7/2008 & : & 576 \\
 & - & \\
 20/11/2007 & : & 324 \\
 \hline
 t_e & = & 252 + 1 = 253 \text{ días}
 \end{array}$$

► Ejemplo 22

Hallar el tiempo exacto entre el 17 de agosto del 1991 y el 8 de febrero del 2004.

SOLUCIÓN:

Como la separación existente entre las fechas va más allá de lo que podemos trabajar con la TABLA, encontraremos el tiempo pedido fraccionando el intervalo dado en 2 subintervalos, considerando para tales fines una fecha intermedia: 17/8/2003¹⁰. Finalmente la respuesta se obtiene al sumar los tiempos correspondientes a ambos subintervalos más los días adicionales de los años bisiestos contenidos entre las fechas dadas.



Tiempo exacto entre 17/8/1991 y 8/2/2004 = $12 * 365 + (404 - 229) + 3 = 4558$ días

Fechas 29 de febrero correspondientes a años bisiestos incluidas en el intervalo: años 1992, 1996 y 2000. → 3 días.

Tiempo Aproximado (t_a)

El tiempo aproximado entre dos fechas se obtiene al sumar los días correspondientes a los años (de 360 días) y a los meses (de 30 días) completos incluidos en el plazo más el número exacto de días correspondientes a los meses incompletos. Una forma práctica empleada frecuentemente para obtener el tiempo aproximado consiste en restar ambas fechas, numerando en orden ascendente los meses de enero a diciembre y considerando los años de 360 días y los meses de 30 días.

► Ejemplo 23

Hallar el tiempo aproximado entre el 20 de mayo del 2003 y el 3 de septiembre del 2004.

SOLUCIÓN:

Para el cálculo del " t_a " trabajaremos con las fechas ordenadas en: Años, Meses y Días.

	Años	Meses	Días
	2004	9	3
-	2003	5	20
	1	4	-17

¹⁰ La elección de esta fecha se efectúa de modo que se cumplan 2 condiciones: a) Que entre la fecha inicial y la fecha intermedia exista un número exacto de años, y b) Que las fechas intermedia y final se encuentren en el mismo año o en años sucesivos.

Como al realizar la resta resulta un valor negativo (lo cual no tiene sentido), se procede entonces a efectuar la resta nuevamente tomando en cuenta que un mes se considera de 30 días, obviando así la situación presentada.

	8	33
2004	9	3
—		
2003	5	20
<hr/>		
1	3	13

$$t_a = 1 * 360 + 3 * 30 + 13 = 463 \text{ días}^{11}$$

► Ejemplo 24

Hallar el tiempo aproximado entre el 8 de octubre del 2005 y el 14 de marzo del 2008.

SOLUCIÓN:

	Años	Meses	Días
	2008	3	14
—			
	2005	10	8
<hr/>			
	3	-7	6

Como al realizar la resta resulta un valor negativo (lo cual no tiene sentido), se procede entonces a efectuar nuevamente la resta tomando en cuenta que un año tiene 12 meses, obviando así la situación presentada.

	2007	15	
	2008	-3	14
—			
	2005	10	8
<hr/>			
	2	5	6

$$t_a = 2 * 360 + 5 * 30 + 6 = 876 \text{ días}$$

8. INTERÉS SIMPLE ORDINARIO Y EXACTO

El plazo de una transacción a efectuarse entre dos fechas se calcula en días, pudiendo realizarse la evaluación de dos maneras: con tiempo exacto o con tiempo aproximado. Ahora bien, si dicho plazo viene expresado en días y la tasa de interés es anual, entonces para aplicar la fórmula básica del interés simple: $I = P i t$ se debe, o expresar los días como fracción del año u obtener una tasa de interés por día¹², lo cual se efectúa considerando el año de 360 o 365 días. Se le llama interés simple ordinario (o comercial), o simplemente INTERÉS ORDINARIO, al que se calcula asumiendo el año de 360 días (año comercial), mientras que se conoce como interés simple exacto (o real), o simplemente INTERÉS EXACTO, al que se calcula en base al año calendario de 365 o 366 días¹³.

Entonces para cuando el tiempo está expresado en días, se trabaja con:

$$\text{a) } I_o = P i \frac{t}{360} \quad \text{INTERÉS ORDINARIO} \qquad \text{b) } I_e = P i \frac{t}{365} \quad \text{INTERÉS EXACTO}$$

¹¹ Al obtener el tiempo aproximado entre dos fechas se obvian los días extras de los años bisiestos, tal como se hizo en este caso con el día 29/02/04.

¹² Eso es válido para todas las fórmulas relativas al interés simple.

¹³ Se emplea el año de 366 días cuando las fechas (inicial y final) de una transacción se hallan ambas dentro de un mismo año bisiesto.

► **Ejemplo 25**

Calcular el interés ordinario y el interés exacto generados por un préstamo de \$130,000.00 acordado al 16% simple anual a un plazo de 90 días.

SOLUCIÓN:

$$a) \quad I_0 = 130,000 * 0.16 * \frac{90}{360} = \$5,200.00$$

$$b) \quad I_e = 130,000 * 0.16 * \frac{90}{365} = \$5,128.77$$

El interés ordinario es más popular entre los prestamistas, ya que el importe que reporta es mayor que el obtenido con la expresión del interés exacto.

9. COMBINACIONES DE INTERÉS Y TIEMPOS

Como es posible trabajar con dos tipos de interés (ordinario y exacto) y con dos tipos de tiempo (exacto y aproximado), entonces serán cuatro las combinaciones disponibles al momento de efectuar los cálculos a interés simple:

- a) Interés Ordinario y Tiempo Exacto (NORMA BANCARIA) : I_o, t_e
- b) Interés Ordinario y Tiempo Aproximado : I_o, t_a
- c) Interés Exacto y Tiempo Exacto : I_e, t_e
- d) Interés Exacto y Tiempo Aproximado : I_e, t_a

► **Ejemplo 26**

El 20/9/2008 una señora solicitó un préstamo por \$90,000.00 en una entidad financiera que trabajaba con una tasa de interés del 14% simple anual. Si el préstamo fue saldado el 14/5/2009, calcule el interés simple generado usando las cuatro combinaciones.

SOLUCIÓN:

$$P = \$90,000.00 \quad i = 14\% \text{ anual}$$

$$t_e : \quad 14/5/2009 \rightarrow 499 \text{ (ver TABLA)}$$

$$20/9/2008 \rightarrow 263 \text{ (ver TABLA)}$$

$$t_e = 236 \text{ días}$$

t_a :

		16	
	2008	4	44
	2009	5	14
—			
	2008	9	20
	<hr/>		
	0	7	24

→ $t_a = 7 * 30 + 24 = 234 \text{ días}$

$$a) \quad I_{0, t_e} : \quad I_0 = Pi \frac{t_e}{360} = 90,000 * 0.14 * \frac{236}{360} = \$8,260.00$$

$$b) \quad I_{0, t_a} : \quad I_0 = Pi \frac{t_a}{360} = 90,000 * 0.14 * \frac{234}{360} = \$8,190.00$$

$$c) \quad I_e, t_e : I_e = Pi \frac{t_e}{365} = 90,000 * 0.14 * \frac{236}{365} = \$8,146.85$$

$$d) \quad I_e, t_a : I_e = Pi \frac{t_a}{365} = 90,000 * 0.14 * \frac{234}{365} = \$8,077.81$$

► Ejemplo 27

El 24/3/2009 un señor contrajo una deuda por \$78,000.00 al 16% simple anual a pagar en 90 días. Determine usando lo, te :

- La fecha en que se saldó la deuda.
- La suma con la que se saldó la deuda.

SOLUCIÓN:

P = \$78,000.00 i = 16% anual t = 90 días Fecha = ? S = ?

a) Como el número de orden para la fecha 24/3/2009 es —» 83 (ver TABLA)
+ 90

173 —» Este es el número de orden de

la fecha buscada. En la TABLA se ubica ese número, obteniéndose la fecha : 22/6/2009

- Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene:

$$S = 78,000 (1 + 0.16 * 90/360) = \$81,120.00$$

► Ejemplo 28

El 19/1/2009 Miguel Luna tomó prestada una suma de dinero por la cual pagaría intereses al 18% simple anual. Si el compromiso fue saldado el 25/5/2009 mediante un único pago de \$119,309.85, determine la cuantía del préstamo. Use lo, ta.

SOLUCIÓN:

S = \$119,309.85 i = 18% anual t = 126 días P = ?

ta :	2009	5	25	
—	2009	1	19	
	0	4	6	—» ta = 4 * 30 + 6 = 126 días

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [9], se obtiene:

$$P = \frac{119,309.85}{(1 + 0.18 * 126/365)} = \$112,330.00$$

► Ejemplo 29

Una deuda por \$34,500.00 contraída el 14/4/2008 fue saldada pagando la suma de \$35,606.30 el 2/7/2008. Calcule qué tasa de interés anual le aplicaron a la deuda. Use lo, ta.

SOLUCIÓN:

P = \$34,500.00 S = \$35,606.30 ta = 78 días i = ?

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 2008 \\
 - \\
 2008 \\
 \hline
 0
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 6 \\
 7 \\
 4 \\
 2
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 32 \\
 2 \\
 14 \\
 18
 \end{array}
 \end{array}
 \rightarrow ta = 2 * 30 + 18 = 78 \text{ días}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [10], se obtiene:

$$i = \frac{(35,606.30/34,500 - 1)}{(78/360)} = 0.148 / \text{año} = 14.8\% \text{ anual}$$

► Ejemplo 30

Nelson Susana tomó un préstamo por \$110,000.00 al 17.75% simple anual y lo saldó efectuando un pago único ascendente a \$117,756.51 en fecha 12/1/2010. Determine en qué fecha obtuvo el préstamo el Sr. Susana. Use le , te .

SOLUCIÓN:

$$P = \$110,000.00 \quad S = \$117,756.51 \quad i = 17.75\% \text{ anual} \quad te = ? \quad \text{Fecha} = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene el tiempo en días que usó el dinero:

$$t_e = \frac{(117,756.51/110,000 - 1)}{(0.1775/365 \text{ días})} = 145 \text{ días}$$

Luego, para determinar la fecha pedida se parte de que el número de orden de la fecha final es:

$$\begin{array}{r}
 12/1/2010 \text{ es } \rightarrow 377 \text{ (ver TABLA)}^{14} \\
 - 145 \\
 \hline
 232 \rightarrow
 \end{array}$$

Este es el número de orden de la fecha buscada. En la TABLA se ubica ese número, obteniéndose la fecha buscada: 20/8/2009

► Ejemplo 31

¿En qué tiempo (a/m/d) se aumenta en un 40% una inversión efectuada al 25% simple anual?

SOLUCIÓN:

$$P = \$100.00 \text{ (valor asumido)} \quad S = \$100(1+0.40) = \$140.00 \quad i = 25\% \text{ anual} \quad t = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [11], se obtiene:

$$\begin{array}{r}
 t = \frac{(140/100 - 1)}{(0.25/\text{año})} = 1.6 \text{ año} \\
 \begin{array}{r}
 -1.0000 \quad \text{año} \\
 0.6 \quad \text{año} \\
 \times 12 \\
 \hline
 7.2 \quad \text{meses} \\
 - 7.0 \quad \text{meses} \\
 \hline
 0.2 \quad \text{meses} \\
 \times 30 \\
 \hline
 6 \quad \text{días}
 \end{array}
 \end{array}$$

RESP.: 1 año 7 meses 6 días

¹⁴ En este caso se ubica la fecha final en el año de la derecha de la TABLA, ya que si se efectúa en el año de la izquierda, su número de orden resultaría ser 12, al que si se le restan los 145 días del plazo arrojaría para la fecha inicial un número de orden igual a -133, lo cual no tendría sentido.

10. ELECCIÓN ENTRE VARIAS OPCIONES DE PAGO O ALTERNATIVAS DE INVERSIÓN

Con mucha frecuencia se presentan situaciones en las que, disponiendo de varias opciones, se debe elegir la forma de pago o la alternativa de inversión que convenga más a los intereses de quien realiza el análisis. Para llevar a cabo la evaluación, el dinero sería la base de comparación. De esta manera, en el caso del pago de una deuda, se obtienen los valores actuales (o valores de contado equivalentes) de los pagos asociados a las diferentes opciones, eligiéndose la que envuelva la menor erogación. Si se tratara de elegir una alternativa de inversión, esto podría hacerse comparando, o las tasas de rendimiento de la inversión o los montos a que ascenderían tales inversiones al cabo de un periodo de tiempo, todo bajo el supuesto de un mismo nivel de riesgo.

En los ejemplos incluidos a continuación que envuelven varias opciones de pago de una deuda, se introducirá el uso de los DIAGRAMAS DE TIEMPO-VALOR O DIAGRAMAS TEMPORALES para visualizar mejor los pagos, las fechas y la(s) incógnita(s) del problema a resolver. Esos diagramas no son más que gráficas que consisten en un segmento de recta horizontal (eje de tiempo) sobre el cual se indican mediante flechas verticales las sumas de dinero o capitales, ubicándolas en sus correspondientes vencimientos.

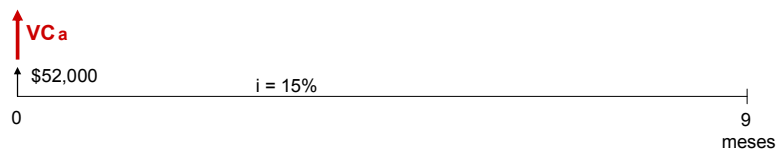
► Ejemplo 32

Una persona dispone de 3 formas de pago para saldar una deuda, a saber: a) \$52,000.00 de contado; b) \$55,120.00 dentro de 5 meses; o c) \$20,000.00 de inicial, \$15,560.00 al cabo de 3 meses y \$19,360.00 dentro de 9 meses. ¿Qué forma de pago le resultaría más ventajosa a dicha persona, si pudiera invertir en forma segura el dinero disponible a un 15% simple anual?

SOLUCIÓN:

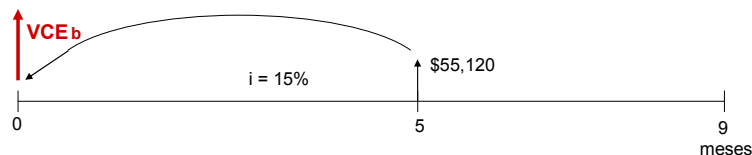
Las 3 opciones de pago no podrían compararse tal como están expresadas, pues los valores envueltos vencen en fechas diferentes. Para poder realizar la comparación referiremos los pagos a la fecha inicial (ya que en ésta es que se debe tomar la decisión) para obtener el Valor de Contado (VC) o Valor de Contado Equivalente (VCE) correspondiente a cada opción, procediéndose luego a seleccionar la que arroje la menor erogación.

1) OPCIÓN “a”



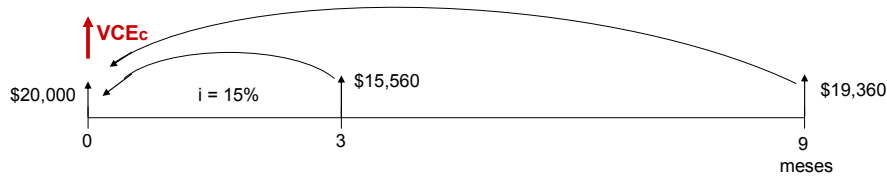
$VC_a = \$52,000.00$ → Este valor permanece igual.

2) OPCIÓN “b”



$$VCE_b = \frac{55,120}{(1 + 0.15 * 5/12)} = \$51,877.65$$

3) OPCIÓN "c"



$$VCE_c = 20,000 + \frac{15,560}{(1 + 0.15 * 3/12)} + \frac{19,360}{(1 + 0.15 * 9/12)} = \$52,399.84$$

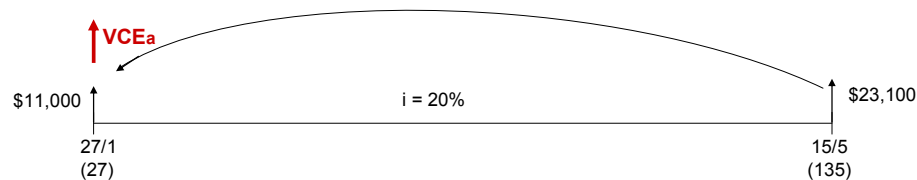
RESPUESTA : Al comparar los valores VCE_a , VCE_b y VCE_c , se concluye en que se debería elegir la OPCIÓN "b" por involucrar la erogación de menor cuantía.

► Ejemplo 33

Tirso Mota resultó ganador en el sorteo de una computadora y como él no pensaba usarla, decide venderla, recibiendo las siguientes ofertas de pago en fecha 27 de enero: a) \$11,000.00 de inicial y \$23,100 el 15 de mayo; y b) \$8,000.00 de inicial, \$12,000.00 el 25 de febrero y \$13,850.00 en 90 días. ¿Cuál oferta le conviene más si el rendimiento promedio del dinero es de un 20% simple anual?

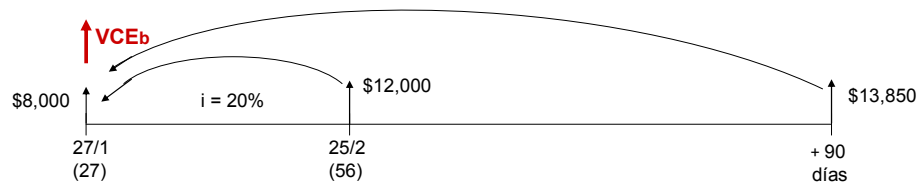
SOLUCIÓN:

1) OPCIÓN "a"



$$VCE_a = 11,000 + \frac{23,100}{(1 + 0.20 * 108/360)} = \$32,792.45$$

2) OPCIÓN "b"



$$VCE_b = 8,000 + \frac{12,000}{(1 + 0.20 * 29/360)} + \frac{13,850}{(1 + 0.20 * 90/360)} = \$33,000.21$$

RESPUESTA : Al comparar los valores VCE_a y VCE_b , se concluye en que se debería elegir la OPCIÓN "b" por involucrar una suma mayor a recibir.

► **Ejemplo 34**

¿Qué es más ventajoso: a) depositar en una cuenta de ahorros que abona el 9.5% simple anual, o b) invertir en una industria láctea que garantiza que lo invertido se aumente en un 31% cada 3 años?

SOLUCIÓN:

La elección se puede efectuar, o comparando tasas de rendimiento o comparando montos. Este ejemplo será resuelto con los 2 criterios.

1) Comparando tasas:

OPCIÓN "a" → $i_a = 9.5\%$ anual

OPCIÓN "b" → La tasa que garantizaría el aumento del 31% en 3 años sería:

$$i_b = \frac{0.31}{3} = 0.1033/\text{año} = 10.33\% \text{ anual}$$

También podría calcularse usando la fórmula [10] :

$P = \$1,000.00$ (valor asumido) $S = \$1,000.00 (1 + 0.31) = \$1,310.00$ $t = 3$ años $i = ?$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [10], se obtiene:

$$i_b = \frac{(1,310/1,000 - 1)}{3} = 0.1033/\text{año} = 10.33\% \text{ anual}$$

RESPUESTA : Al comparar las dos tasas, se concluye en que se debería invertir en la industria láctea, toda vez que en ésta el rendimiento del dinero sería mayor que si se depositara en la cuenta de ahorros ($10.33\% > 9.5\%$).

2) Comparando montos:

Para efectuar la comparación, se trabaja con el tiempo de 3 años y se asume una suma a invertir, por ejemplo de: $P = \$10,000.00$. Luego para:

OPCIÓN "a" → Se sustituyen los valores conocidos en la fórmula [8], resultando:

$$S_a = 10,000(1 + 0.095 * 3) = \$12,850.00$$

OPCIÓN "b" → Como se tiene una tasa de aumento del 31% cada 3 años, el monto resultante sería:

$$S_b = 10,000 (1 + 0.31) = \$13,100.00$$

RESPUESTA : Al comparar los dos montos, se concluye en que se debería invertir en la industria láctea, toda vez que en ésta, el monto alcanzado por la inversión sería mayor que si el dinero se depositara en la cuenta de ahorros ($\$13,100.00 > \$12,850.00$).

11. DESCUENTOS DE PAGARÉS. DESCUENTO RACIONAL O MATEMÁTICO

Un pagaré es una promesa de pago de una cantidad de dinero, con intereses o sin ellos, en una fecha determinada, suscrita por un deudor a favor de un acreedor. Sus elementos principales son: fecha, valor nominal, tasa devengada, plazo y valor de vencimiento.

Descotar un pagaré es la acción de recibir o pagar hoy una cantidad de dinero a cambio de una suma mayor prometida para una fecha futura. Normalmente esto consiste en la presentación de un pagaré en una entidad financiera para que ésta efectúe su pago anticipado y luego proceda a gestionar su cobro (*factoring*). El proceso de pago anticipado de un pagaré se puede realizar de dos formas: usando el *descuento racional* o *matemático* o mediante el *descuento bancario* (se verá posteriormente).

Descuento racional de un pagaré es la disminución que experimenta en su valor como consecuencia de adelantar su disponibilidad. El valor del *descuento racional* " D_r " se obtiene de la diferencia entre la cantidad a pagar en una fecha futura " S " (valor de vencimiento) y su valor presente " P_d " (llamado también valor líquido, valor descontado o valor de venta), o sea:

$$D_r = S - P_d \quad \text{FÓRMULA DEL DESCUENTO RACIONAL [12]}$$

De esta fórmula, despejando a " P_d " y a " S ", se obtiene:

$$P_d = S - D_r \quad [13] \qquad S = P_d + D_r \quad [14]$$

La designación de *descuento racional* se debe a que se lleva a cabo el descuento de los intereses correspondientes al periodo de tiempo que falta para que venza el documento. La tasa de interés aplicable al descuento racional (conocida también como tasa de descuento) puede ser la tasa original, o la tasa de rendimiento esperada por la firma intermediaria, o bien, la tasa de interés vigente en el mercado financiero al momento de llevar a cabo el proceso de descuento.

Otra expresión matemática para calcular el *descuento racional* se obtiene al sustituir a " P " de la fórmula [9] en la fórmula [12]:

$$D_r = S - \frac{S}{1 + it} = S \left(1 - \frac{1}{1 + it} \right) = S \left(\frac{1 + it - 1}{1 + it} \right)$$

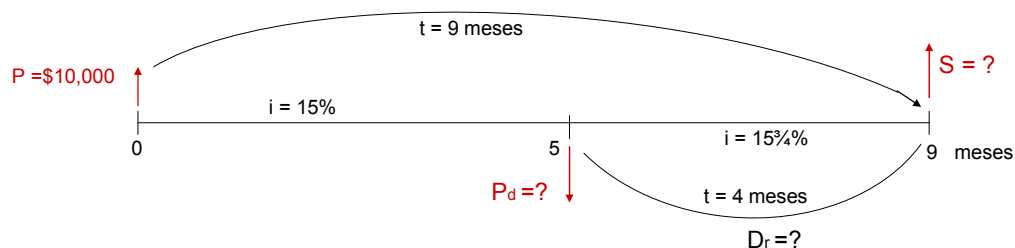
Resultando:

$$D_r = \frac{S i t}{1 + i t} \quad \text{FÓRMULA DEL DESCUENTO RACIONAL [15]}$$

► Ejemplo 35

Nelson Pérez recibe un préstamo de \$10,000 a pagar en 9 meses con un 15% de interés simple anual, por lo cual firma un pagaré a VEFISA, S.A. Faltando 4 meses para el vencimiento del pagaré VEFISA traspasa o vende el pagaré a FINACOM, S.A., descontando su valor de vencimiento con una tasa del 15¼ % de interés anual. Determine: a) el valor de vencimiento del pagaré; b) el valor que recibe VEFISA al traspasar el pagaré (valor líquido o de venta del pagaré) y c) el valor del descuento racional.

SOLUCIÓN:



$$P = \$10,000.00$$

$$i = 15 \% \text{ anual} = 0.15/\text{año}$$

$$t = 9 \text{ meses} = 9/12 \text{ año}$$

$$S = ?$$

$$P_d = ?$$

$$D_r = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene el valor de vencimiento del pagaré:

$$S = 10,000(1 + 0.15 * 9/12) = \$11,125.00 \quad \text{VALOR DE VENCIMIENTO DEL PAGARÉ}$$

Para la operación de venta o descuento del pagaré, se tiene:

$$S = \$11,125.00 \quad i = 15\frac{3}{4} \% \text{ anual} = 0.1575/\text{año} \quad t = 4 \text{ meses} = 4/12 \text{ año}$$

Luego mediante la fórmula [9] se obtiene a " P " o " P_d " :

$$P_d = \frac{11,125}{(1 + 0.1575 * 4/12)} = \$10,570.07 \quad \text{VALOR DE VENTA O VALOR LÍQUIDO}$$

Finalmente, usando la fórmula [12] se obtiene el descuento racional:

$$D_r = 11,125 - 10,570.07 = \$554.93 \quad \text{VALOR DEL DESCUENTO RACIONAL}$$

► Ejemplo 36

Un pagaré cuyo valor de vencimiento es de \$90,000.00 se descuenta 1½ meses antes de vencer. Si la tasa de descuento aplicada es de 16.4% simple anual, determine el descuento racional y el valor líquido o descontado del pagaré.

SOLUCIÓN:

$$S = \$90,000.00 \quad i = 16.4 \% \text{ anual} = 0.164/\text{año} \quad t = 1.5 \text{ meses} = 1.5/12 \text{ año}$$

$$D_r = ? \quad P_d = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [15], se obtiene:

$$D_r = \frac{90,000 * 0.164 * 1.5/12}{(1 + 0.164 * 1.5/12)} = \$1,807.94 \quad \text{VALOR DEL DESCUENTO RACIONAL}$$

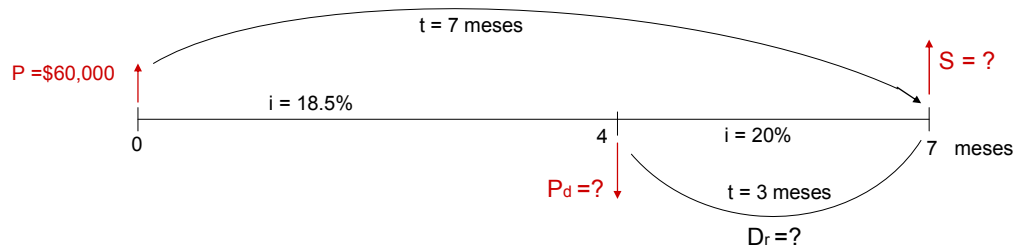
Luego mediante la fórmula [13], se tiene:

$$P_d = 90,000 - 1,807.94 = \$88,192.06 \quad \text{VALOR LÍQUIDO DEL PAGARÉ}$$

► Ejemplo 37

Una compañía aceptó de un cliente un pagaré por \$60,000.00 con un 18.5% de interés simple anual y vencimiento en 7 meses. Faltando 3 meses para el vencimiento del pagaré la compañía lo vendió en base a la tasa del mercado del dinero del 20% simple anual. Determine el valor líquido (valor de venta) del pagaré y el descuento racional.

SOLUCIÓN:



$$P = \$60,000.00 \quad i = 18.5 \% \text{ anual} = 0.185/\text{año} \quad t = 7 \text{ meses} = 7/12 \text{ año}$$

$$P_d = ? \quad D_r = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene el valor de vencimiento del pagaré:

$$S = 60,000(1 + 0.185 * 7/12) = \$66,475.00 \quad \text{VALOR DE VENCIMIENTO DEL PAGARÉ}$$

Para la operación del descuento, tenemos:

$$S = \$66,475.00 \quad i = 20 \% \text{ anual} = 0.20/\text{año} \quad t = 3 \text{ meses} = 3/12 \text{ año}$$

Luego mediante la fórmula [9] se obtiene a " P " o " P_d " :

$$P_d = \frac{66,475}{(1 + 0.20 * 3/12)} = \$63,309.52 \quad \text{VALOR DE VENTA O VALOR LÍQUIDO}$$

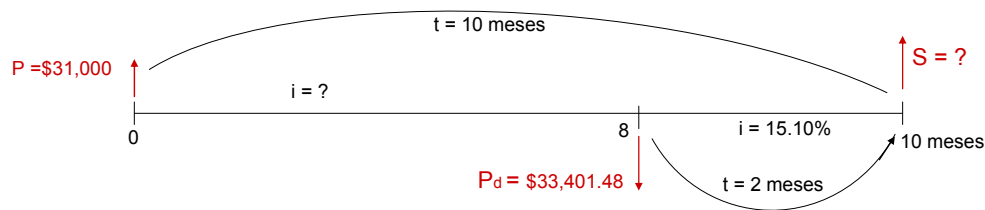
Finalmente, aplicando la fórmula [12] se obtiene el descuento racional:

$$D_r = 66,475 - 63,309.52 = \$3,165.48 \quad \text{VALOR DEL DESCUENTO RACIONAL}$$

► Ejemplo 38

Un pagaré por \$31,000.00 con intereses a una tasa de interés simple anual vence en 10 meses. Dos meses antes del vencimiento el pagaré fue vendido por \$33,401.48, al ser descontado racionalmente con una tasa del 15.10 % anual. Determine la tasa de interés simple anual que devengaba el pagaré.

SOLUCIÓN:



De la operación del descuento, tenemos:

$$P_d = \$33,401.48 \quad i = 15.10 \% \text{ anual} = 0.1510/\text{año} \quad t = 2 \text{ meses} = 2/12 \text{ año}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene el valor de vencimiento del pagaré:

$$S = 33,401.48(1 + 0.1510 * 2/12) = \$34,242.08 \quad \text{VALOR DE VENCIMIENTO DEL PAGARÉ}$$

Para el cálculo de la tasa devengada por el pagaré, se tiene:

$$S = \$34,242.08 \quad P = \$31,000.00 \quad t = 10 \text{ meses} = 10/12 \text{ año} \quad i = ?$$

Luego mediante la fórmula [10] se obtiene a " i " :

$$i = \frac{(34,242.08 / 31,000 - 1)}{(10/12)} = 0.1255 = 12.55\% \text{ anual}$$

12. ECUACIONES DE VALORES EQUIVALENTES

Una ecuación de valores equivalentes (o ecuación de valor) es la equivalencia financiera, planteada en términos algebraicos, entre dos conjuntos de obligaciones o flujos de capitales cuyos vencimientos coinciden o se han hecho coincidir en una fecha de referencia llamada FECHA FOCAL.

El fundamento de una ecuación de valor radica en que el dinero tiene un valor que depende del tiempo, por lo cual, al plantearla se debe respetar la Regla Básica de la Suma Financiera de Capitales que establece que: “*Dos o más capitales financieros no pueden sumarse mientras no coincidan sus vencimientos*”.

Para escribir la equivalencia de los dos conjuntos de obligaciones de que consta una ecuación de valor, se deberá formular en cada caso una suma financiera de los capitales referidos a la fecha focal, tomando en cuenta el aumento o disminución del dinero a través del tiempo.

A la fecha de referencia elegida para hacer coincidir los vencimientos de los flujos de capitales que intervienen en una transacción específica se le llama FECHA FOCAL. En esta fecha se plantea la ecuación de valor que permite la determinación de los capitales de cuantía desconocida.

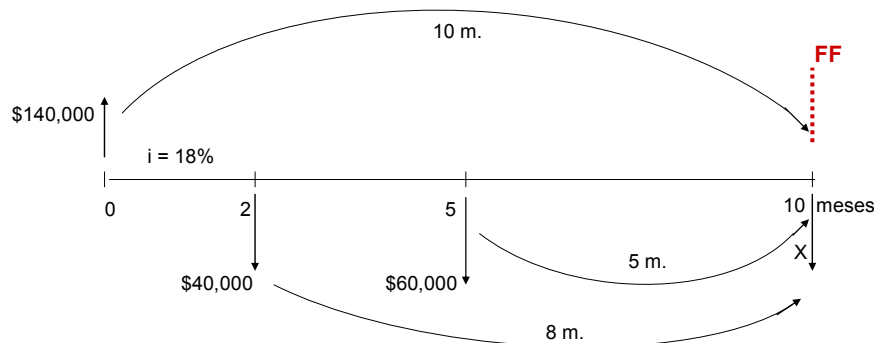
Para facilitar la comprensión de los problemas financieros que se resuelven con este tipo de ecuaciones, es recomendable esquematizarlos, utilizando los DIAGRAMAS TIEMPO-VALOR O DIAGRAMAS TEMPORALES. Esos diagramas consisten en una línea horizontal con una escala de tiempo (en años, meses o días), sobre la cual se indican mediante flechas verticales (hacia arriba y hacia abajo del eje de tiempo) las sumas de dinero de los dos conjuntos de capitales, ubicándolas en sus correspondientes vencimientos.

► Ejemplo 39

Una persona contrae una deuda por \$140,000.00 con intereses al 18% simple anual, la cual se propone saldar mediante 3 pagos: \$40,000.00 a 2 meses, \$60,000.00 a 5 meses, y un pago final para cancelar la deuda al cabo de 10 meses. Determine el importe del último pago situando la fecha focal (FF) a los 10 meses. Calcule el interés total pagado.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF establecida:



Se procede a referir todos los capitales a la fecha focal establecida, tomando en cuenta el aumento o disminución del dinero a través del tiempo. Efectuado eso, se colocan los que corresponden al primer conjunto de capitales (deuda) en el 1er. miembro de la igualdad y los del otro conjunto de capitales (pagos) en el 2do. miembro, estableciéndose la equivalencia conocida como ecuación de valor. Esta ecuación se resuelve despejando la incógnita que en ella aparece, obteniéndose finalmente la solución del problema planteado.

Ecuación de valor:

$$140,000(1 + 0.18 \cdot 10/12) = 40,000(1 + 0.18 \cdot 8/12) + 60,000(1 + 0.18 \cdot 5/12) + X$$

$$161,000 = 44,800 + 64,500 + X$$

$$161,000 = 109,300 + X$$

$$161,000 - 109,300 = X$$

$$X = \$51,700.00 \quad \rightarrow \text{Valor del pago final}$$

Interés total pagado $I = \text{Suma de Pagos} - \text{Deuda}$

$$I = (40,000 + 60,000 + 51,700) - 140,000$$

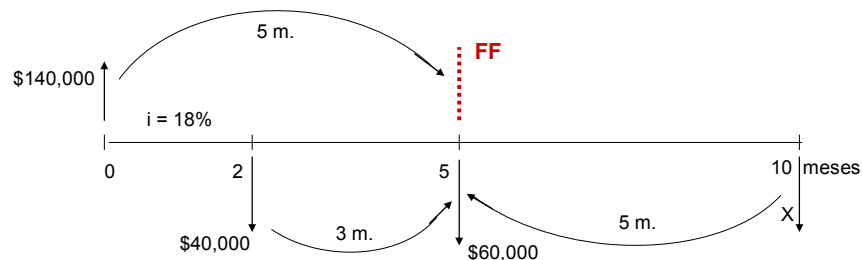
$$I = \$11,700.00 \quad \rightarrow \text{Interés total pagado}$$

► Ejemplo 40

Determine el importe del último pago del **Ejemplo 39** situando la fecha focal (FF) a los 5 meses.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF establecida:



Ecuación de valor¹⁵:

$$140,000(1 + 0.18 * 5/12) = 40,000(1 + 0.18 * 3/12) + 60,000 + \frac{X}{(1 + 0.18 * 5/12)}$$

$$150,500 = 41,800 + 60,000 + \frac{X}{1.075}$$

$$150,500 = 101,800 + \frac{X}{1.075}$$

$$150,500 - 101,800 = \frac{X}{1.075}$$

$$48,700 = \frac{X}{1.075}$$

$$48,700 * 1.075 = X$$

$$X = \$52,352.50 \quad \rightarrow \text{Valor del pago final}$$

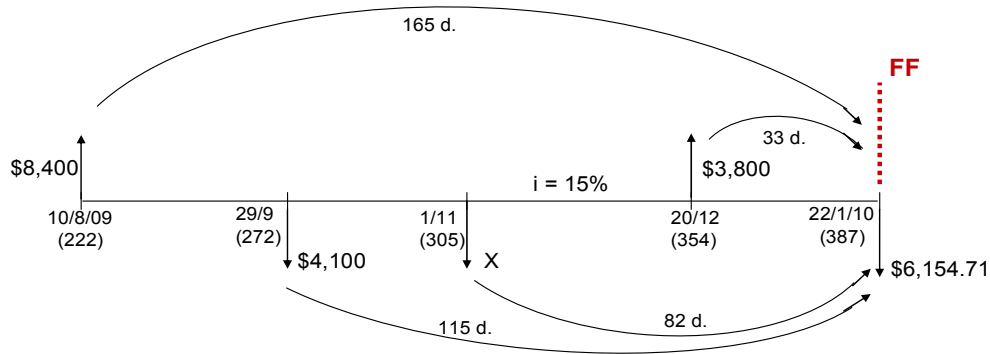
¹⁵ Se puede observar en esta ecuación de valor, así como en la del Ejemplo 39, que si el vencimiento de un capital coincide con la fecha focal, dicho capital aparecerá igual (no se capitaliza ni se descapitaliza) en la ecuación. De igual forma se puede verificar que al variar la FF en los Ejemplos 39 y 40, los valores obtenidos para el pago final difieren un poco. Esta incongruencia del interés simple, ocasionada por la no capitalización de los intereses, lleva a que siempre las partes comprometidas deban fijar de común acuerdo la fecha focal a emplear.

► **Ejemplo 41**

José Melo abrió una cuenta de ahorros en fecha 10/8/2009 con un depósito inicial de \$8,400.00. El 29/9/2009 retiró \$4,100.00, el 1/11/2009 efectuó un 2do. retiro, el 20/12/2009 depositó \$3,800.00 y el 22/1/2010 extrajo el balance total de la cuenta que era de \$6,154.71. Calcular la cuantía del 2do. retiro, sabiendo que la cuenta abonaba intereses al 15% simple anual. Usar lo, te y FF el 22/1/2010.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF establecida:



Ecuación de valor:

$$8,400(1 + 0.15 * 165 / 360) + 3,800(1 + 0.15 * 33 / 360) = 4,100(1 + 0.15 * 115 / 360) + X(1 + 0.15 * 82 / 360) + 6,154.71$$

$$12,829.75 = 4296.46 + 1.034167 X + 6,154.71$$

$$12,829.75 - 4296.46 - 6,154.71 = 1.034167 X$$

$$2,378.58 = 1.034167 X$$

$$\frac{2,378.58}{1.034167} = X$$

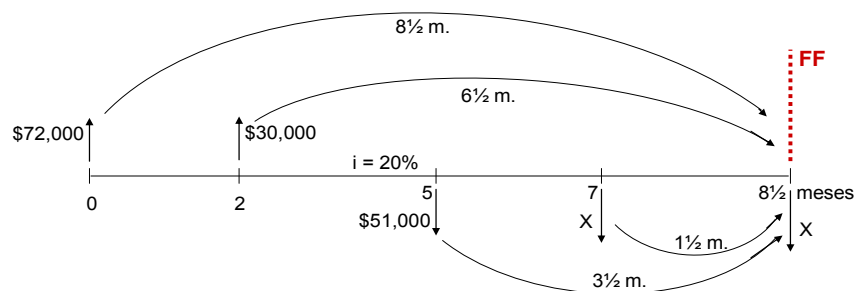
$$X = \$2,300.00 \quad \rightarrow \text{Valor del 2do. retiro}$$

► **Ejemplo 42**

Carlos Santos se había comprometido a pagar hoy la suma de \$72,000.00 y \$30,000.00 dentro de 2 meses. Ante la imposibilidad de honrar dichos compromisos en la forma pactada, el acreedor accedió a un refinanciamiento en base a una tasa del 20% simple anual, aceptando la cancelación de dichas deudas mediante 3 pagos: \$51,000.00 dentro de 5 meses y 2 pagos iguales dentro de 7 y 8½ meses. Determine la cuantía de los 2 últimos pagos. Use FF a los 8½ meses.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF establecida:



Ecuación de valor:

$$72,000(1 + 0.20 * 8.5/12) + 30,000(1 + 0.20 * 6.5/12) = 51,000(1 + 0.20 * 3.5/12) + X(1 + 0.20 * 1.5/12) + X$$

$$115,450 = 53,975 + 1.025X + X$$

$$115,450 - 53,975 = 2.025X$$

$$61,475 = 2.025X$$

$$\frac{61,475}{2.025} = X$$

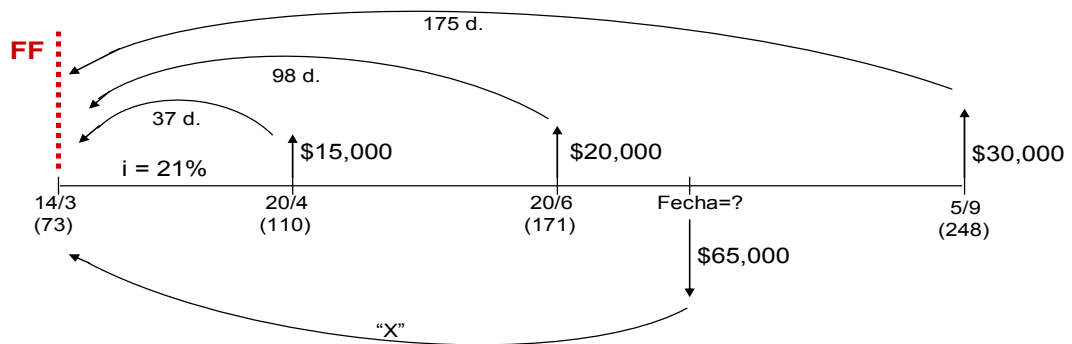
$$X = \$30,358.02 \rightarrow \text{Valor de cada uno de los 2 últimos pagos.}$$

► Ejemplo 43 (Tiempo Medio Equivalente)

Lidia Morillo desea sustituir 3 pagos pendientes, a saber: \$15,000.00 pagaderos el 20 de abril, \$20,000.00 pagaderos el 20 de junio y \$30,000.00 que vencen el 5 de septiembre, por un único pago cuyo valor de vencimiento sea igual a la suma de los valores de los señalados pagos (\$65,000.00). Con una tasa acordada de un 21% simple anual y tomando como fecha actual el 14 de marzo, determine el tiempo medio equivalente y la fecha de vencimiento del nuevo pago. Use le, te y la fecha actual como fecha focal.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF establecida:



Ecuación de valor:

$$\frac{15,000}{(1 + 0.21 * 37/365)} + \frac{20,000}{(1 + 0.21 * 98/365)} + \frac{30,000}{(1 + 0.21 * 175/365)} = \frac{65,000}{(1 + 0.21 * X/365)}$$

$$60,875.61 = \frac{65,000}{(1 + 0.21 * X/365)}$$

$$60,875.61(1 + 0.21 * X/365) = 65,000$$

$$60,875.61 + 35.024324 X = 65,000$$

$$35.024324 X = 65,000 - 60,875.61$$

$$35.024324 X = 4,124.39$$

$$X = \frac{4,124.39}{35.024324}$$

$$X = 117.76 \cong 118 \text{ días} \rightarrow \text{Este es el tiempo medio equivalente}$$

Como el número de orden del 14 de marzo es $\rightarrow 73$ (ver TABLA)

$$+ 118$$

$$191 \rightarrow \text{Este es el número de orden de la fecha}$$

buscada. En la TABLA se ubica ese número, obteniéndose la fecha pedida: 10 de julio.

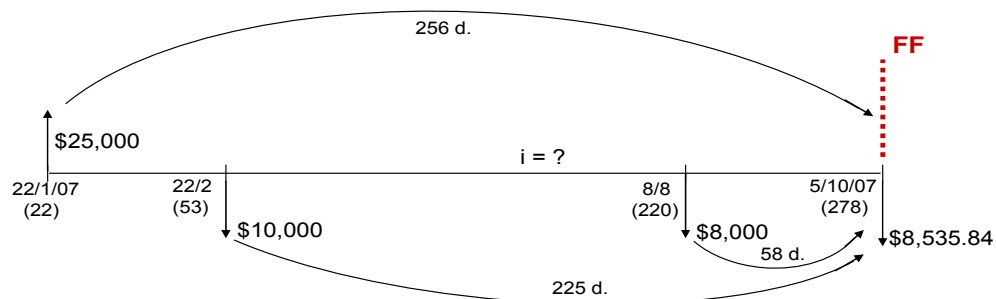
► Ejemplo 44

El 22/1/2007 un señor adquirió una nevera valorada en \$31,250.00, pagando un inicial del 20% de su valor y acordando abonar una tasa de interés simple anual sobre el valor restante. Si pagó \$10,000.00 el 22/2/2007, \$8,000.00 el 8/8/2007 y saldó la deuda con un pago de \$8,535.84 en fecha 5/10/2007, ¿qué tasa de interés simple anual le aplicaron a la deuda? Usar lo, te y FF el 5/10/2007.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF establecida:

Deuda inicial = 80% de \$31,250 = \$25,000.00



Ecuación de valor:

$$25,000(1 + i * 256 / 360) = 10,000(1 + i * 225 / 360) + 8,000(1 + i * 58 / 360) + 8,535.84$$

$$25,000 + 17,777.78i = 10,000 + 6,250i + 8,000 + 1,288.89i + 8,535.84$$

$$17,777.78i - 6,250i - 1,288.89i = 10,000 + 8,000 + 8,535.84 - 25,000$$

$$10,238.89i = 1,535.84$$

$$i = \frac{1,535.84}{10,238.89} = 0.15$$

$$i = 0.15 * 100 = 15\% \rightarrow \text{Tasa de interés buscada.}$$

13. PAGOS PARCIALES. REGLAS COMERCIAL Y DE LOS SALDOS

Cuando se contrae una deuda pagadera al final de un corto plazo, ordinariamente se aceptan abonos o pagos parciales dentro del periodo de la transacción. En tales casos, el deudor tiende a realizar pagos parciales buscando disminuir la cantidad a pagar por concepto de intereses, así como reducir el importe con el que se liquidaría la deuda en su fecha de vencimiento.

Las operaciones que envuelven pagos parciales y en las que interesa calcular la suma con la que se salda la deuda al vencimiento se abordan según diferentes criterios, de los cuales, se presentan a continuación dos de gran uso: REGLA COMERCIAL Y REGLA DE LOS SALDOS.

Regla Comercial

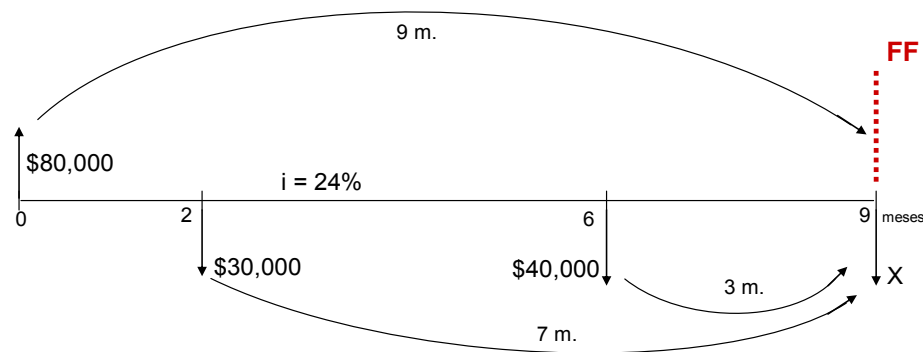
Esta regla establece que la deuda o el capital prestado generan intereses a lo largo de todo el plazo de la transacción y que cada pago parcial produce también intereses por el periodo comprendido entre su fecha de realización y aquella en que la deuda queda saldada. Luego, la cantidad con que se salda la deuda viene dada por la diferencia entre el monto de la deuda y la suma de los montos de los pagos parciales. En resumen, resolver un problema usando la Regla Comercial se reduce a determinar la incógnita partiendo de una ecuación de valor planteada con fecha focal en el momento de cancelación de la deuda.

► Ejemplo 45

Luisa Peña contrajo una deuda por \$80,000.00 a 9 meses de plazo con intereses al 24% simple anual, efectuando los siguientes abonos: \$30,000.00 a los 2 meses y \$40,000.00 a los 6 meses. Determine, aplicando la Regla Comercial, el saldo por pagar en la fecha de vencimiento

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal con la FF situada en la fecha de cancelación de la deuda.



Ecuación de valor:

$$80,000(1 + 0.24 \cdot 9/12) = 30,000(1 + 0.24 \cdot 7/12) + 40,000(1 + 0.24 \cdot 3/12) + X$$

$$94,400 = 34,200 + 42,400 + X$$

$$94,400 = 76,600 + X$$

$$94,400 - 76,600 = X$$

$$X = \$17,800.00 \quad \rightarrow \text{Valor del pago final}$$

Regla de los Saldos

En esta regla también llamada REGLA DE LOS SALDOS INSOLUTOS o REGLA AMERICANA no se trabaja estableciendo una fecha focal como vimos en la Regla Comercial. En este caso se procede a efectuar pausas (paradas) en las fechas en que se realicen los pagos parciales o abonos¹⁶ a los fines de rebajárselos a los montos respectivos de la deuda (capital + intereses), obteniéndose cada vez un *saldo insoluto*. Este procedimiento se repite hasta llegar al último pago parcial. Finalmente, la cantidad que salda la deuda se obtiene al sumarle al saldo insoluto correspondiente a la fecha del último abono, los intereses generados en el periodo comprendido entre esa fecha y la de la cancelación de la deuda.

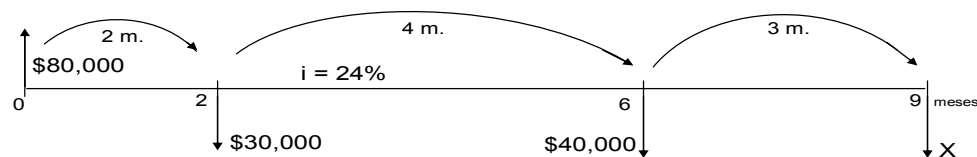
Se entiende por **saldo insoluto** el valor adeudado o el saldo deudor de un convenio de préstamo o crédito en una fecha determinada. Es la diferencia entre la deuda inicial y lo que se haya abonado a la misma. **Amortizar una deuda** es la cancelación o extinción gradual de una deuda y sus intereses mediante pagos periódicos.

► Ejemplo 46

Determine el saldo por pagar en la fecha de vencimiento del **Ejemplo 45** usando la Regla de los Saldos.

SOLUCIÓN:

Diagrama temporal:



$$S_1 = 80,000 (1 + 0.24 * 2/12) = \$83,200.00 \rightarrow \text{VALOR DE LA DEUDA (CAPITAL+INTERÉS) A LOS 2 MESES (JUSTAMENTE ANTES DE EFECTUAR EL 1ER. ABONO)}$$

$$- 30,000.00 \rightarrow \text{1ER. ABONO (PAGO INTERÉS: \$3,200.00; AMORTIZACIÓN: \$26,800.00)}$$

$$S'_1 = \$53,200.00 \rightarrow \text{SALDO INSOLUTO A LOS 2 MESES (VALOR ADEUDADO JUSTAMENTE DESPUÉS DE EFECTUADO EL 1ER. ABONO)}$$

$$S_2 = 53,200 (1 + 0.24 * 4/12) = \$57,456.00 \rightarrow \text{VALOR DE LA DEUDA (CAPITAL+INTERÉS) A LOS 6 MESES (JUSTAMENTE ANTES DE EFECTUAR EL 2DO. ABONO)}$$

$$- 40,000.00 \rightarrow \text{2DO. ABONO (PAGO INTERÉS: \$4,256.00; AMORTIZACIÓN: \$35,744.00)}$$

$$S'_2 = \$17,456.00 \rightarrow \text{SALDO INSOLUTO A LOS 6 MESES (VALOR ADEUDADO JUSTAMENTE DESPUÉS DE EFECTUADO EL 2DO. ABONO)}$$

$$X = 17,456 (1 + 0.24 * 3/12) = \$18,503.36 \rightarrow \text{VALOR DEL PAGO FINAL}$$

Comparando los resultados obtenidos en los Ejemplos 45 y 46 se verifica que el valor del pago final es mayor al usar la Regla de los Saldos, lo cual se debe a que, al aplicar esta regla, la deuda comienza a generar intereses a partir de cada ocasión en que se realizan los pagos parciales.

¹⁶ Se asume que un abono debe tener una cuantía tal que permita saldar primeramente el interés generado en el periodo previo al pago, y luego, con la parte restante, reducir el volumen de la deuda (cuota de amortización).

14. VENTAS A PLAZOS. INTERES GLOBAL E INTERES SOBRE SALDOS INSOLUTOS

Las ventas a plazos a interés simple generalmente se saldan con un pago inicial y una serie de abonos, siendo éstos últimos, de una cuantía tal que permitan liquidar el interés generado en el periodo previo al pago así como reducir en alguna medida el volumen de la deuda. El valor de dichos abonos se acostumbra obtener con **interés global** o con **intereses sobre saldos insolutos**.

Ventas a Plazos con Interés Global

En esta modalidad los intereses se calculan sobre el total de la deuda, obviando los abonos efectuados. Es así como el valor de los abonos periódicos fijos (amortización + interés) se obtiene al dividir el monto de la deuda entre el número de pagos, o sea:

$$A_{pf} = \frac{S}{n} \quad [16]$$

A su vez, el monto de la deuda " S " se puede obtener, o con las fórmulas [5] y [8] del interés simple, o despejándola de la fórmula anterior, resultando:

$$S = n * A_{pf} \quad [17]$$

La determinación del interés global " I_g " se efectúa restando el monto menos la deuda:

$$I_g = S - P = n * A_{pf} - P \quad [18]$$

Donde: P = Valor de la deuda inicial
 S = Monto de la deuda (capital + interés global)
 n = Número de periodos (o de pagos)
 i = Tasa de interés global
 I_g = Interés global
 A_{pf} = Abono periódico fijo

Aún cuando la deuda se reduce periódicamente en función de las amortizaciones efectuadas, esta regla envuelve la incorrecta práctica de cobrar intereses por todo el plazo sobre la totalidad de la deuda. No obstante la injusticia que esto implica, su gran aplicación se debe a la sencillez y facilidad del cálculo y al alto rendimiento que le proporciona a los acreedores.

► Ejemplo 47

Santiago Lapaix contrae una deuda por \$360,000.00 con una tasa de interés global del 24% simple anual pagadera en un año mediante mensualidades iguales. Calcule el valor del abono fijo mensual.

SOLUCIÓN:

$P = \$360,000.00$ $i = 24\% \text{ anual} = 0.24/\text{año}$ $t = 1 \text{ año}$ $n = 12 \text{ pagos}$ $S = ?$ $A_{pf} = ?$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [8], se obtiene el monto de la deuda:

$$S = 360,000 (1 + 0.24 * 1) = \$446,400.00$$

Luego, mediante la fórmula [16] se tiene el valor del abono fijo mensual:

$$A_{pf} = \frac{446,400}{12} = \$37,200.00$$

► **Ejemplo 48**

Un préstamo se saldó mediante 5 pagos bimestrales iguales por valor de \$25,300.00. Si se aplicó una tasa de interés simple global del 18% anual, determine la cuantía del préstamo.

SOLUCIÓN:

$$A_{pf} = \$25,300 \quad i = 18\% \text{ anual} = 0.18 / 6 \text{ bimestres} = 0.03 \text{ bimestral} \quad t = n = 5 \text{ bimestres} \quad S = ? \quad P = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [17], se obtiene el monto de la deuda:

$$S = 5 * 25,300 = \$126,500.00$$

Luego, mediante la fórmula [9] se tiene la cuantía del préstamo:

$$P = \frac{126,500}{(1 + 0.03 * 5)} = \$110,000.00$$

► **Ejemplo 49**

Julio Mora compró un juego de comedor valorado en \$60,000.00 mediante un pago inicial del 20% y 8 pagos mensuales de \$7,080.00 cada uno. Determine la tasa de interés anual global cobrada.

SOLUCIÓN:

$$\begin{array}{llll} \text{Precio Contado} = \$60,000.00 & \text{Inicial} = 20\% \text{ de } \$60,000 = 0.20 * 60,000 = \$12,000.00 & A_{pf} = \$7,080.00 \\ P = 60,000 - 12,000 = \$48,000.00 & t = 8 \text{ meses} = 8 / 12 \text{ año} & n = 8 \text{ pagos} & S = ? \quad i = ? \end{array}$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [17], se obtiene el monto de la deuda:

$$S = 8 * 7,080 = \$56,640.00$$

Luego, mediante la fórmula [10] se tiene la tasa de interés global pedida:

$$i = \frac{(56,640/48,000 - 1)}{(8/12 \text{ año})} = \frac{0.27}{\text{año}} = 27\% \text{ anual}$$

Ventas a Plazos con Intereses sobre Saldos Insolutos. Renta Variable

En este caso se trata de pagar la deuda mediante cuotas (amortizaciones) iguales, a las que periódicamente se le adicionan los intereses cobrados sobre el saldo insoluto, es decir, intereses calculados sobre el saldo deudor. Como el saldo insoluto varía a medida que se efectúan los abonos, asimismo variará la suma a pagar por concepto de intereses. Por tal razón, el conjunto de abonos resultantes vendrá dado por una serie de pagos periódicos variables (renta variable), provenientes de la suma de una cuota de amortización fija más los intereses variables generados en cada periodo. *El hecho de que la cuantía de los abonos varíe en cada periodo hace que esta modalidad de pago no se use tan frecuentemente.*

► **Ejemplo 50**

Guarionex Soto compra un escritorio valorado en \$11,000.00, suma a saldar mediante un pago inicial de \$3,000.00 y 4 pagos mensuales. Tomando en cuenta que los intereses serán calculados sobre saldos insolutos con tasa de interés del 27% simple anual, determine el valor de los abonos mensuales. Elabore la tabla de amortización.

SOLUCIÓN:

VALOR DE LA COMPRA	—»	\$11,000.00	
PAGO INICIAL	—»	— 3,000.00	
		<hr/>	
		\$ 8,000.00	—» VALOR DE LA DEUDA O SALDO INSOLUTO INICIAL

AMORTIZACIÓN PERIODICA → \$ 8,000.00 / 4 pagos = \$2,000.00

INTERÉS MENSUAL: $i = 27 / 12 = 2.25\%$ TABLA DE AMORTIZACIÓN

PERIODO (MES)	AMORTIZACION (\$)	INTERESES (\$)	ABONO (\$)	SALDO INSOLUTO (\$)
0				8,000.00
1	2,000.00	180.00	2,180.00	6,000.00
2	2,000.00	135.00	2,135.00	4,000.00
3	2,000.00	90.00	2,090.00	2,000.00
4	2,000.00	45.00	2,045.00	0.00
TOTALES	8,000.00	450.00	8,450.00	

Ventas a Plazos con Intereses sobre Saldos Insolutos. Renta Fija

En las operaciones de corto y mediano plazos de compra y venta a crédito con intereses sobre saldos insolutos, es práctica común trabajar con un abono que sea igual cada periodo, es decir, con una renta fija.

El valor del abono periódico (renta) fijo se obtiene mediante la suma del saldo insoluto inicial más el interés total generado por los saldos insolutos, dividido todo entre el número de pagos. La determinación del interés total sobre los saldos insolutos se obtiene con la fórmula:

$$I_t = \frac{ni}{2} [2P - R(n-1)] \quad \text{INTERÉS TOTAL SOBRE SALDOS INSOLUTOS} \quad [19]$$

Partiendo de la fórmula anterior se puede obtener la tasa de interés por periodo cargada sobre saldos insolutos:

$$i = \frac{2I_t}{n[2P - R(n-1)]} \quad ^{17} \quad \text{TASA DE INTERES SOBRE SALDOS INSOLUTOS} \quad [20]$$

Obtenido el valor de I_t , entonces el Abono Periódico Fijo (A_{pf}) se obtiene con la fórmula:

$$A_{pf} = \frac{P + I_t}{n} = R + \frac{I_t}{n} \quad \text{FÓRMULA ABONO PERIODICO FIJO} \quad [21]$$

Conocidos el saldo insoluto inicial (P), el número 'n' de periodos (o de pagos) y el abono periódico fijo (A_{pf}), se tiene otra fórmula para calcular el interés total sobre saldos insolutos I_t :

$$I_t = nA_{pf} - P \quad \text{INTERÉS TOTAL SOBRE SALDOS INSOLUTOS} \quad [22]$$

Donde: P = Valor de la deuda o saldo insoluto inicial
 n = Número de periodos (o de pagos)
 i = Tasa de interés por periodo
 R = P/n → Cuota de amortización periódica fija
 I_t = Interés total sobre saldos insolutos
 A_{pf} = Abono periódico fijo

¹⁷ Esta es una fórmula con la cual se efectúa un cálculo aproximado de la tasa de interés sobre saldos insolutos en operaciones de ventas a plazos.

► **Ejemplo 51**

Determine el valor del abono fijo mensual con el cual quedaría saldada la deuda del **Ejemplo 50**.

SOLUCIÓN:

$$P = 11,000 - 3,000 = \$8,000.00 \quad n = 4 \text{ meses} \quad i = 27\% \text{ anual} = 0.27 / 12 \text{ meses} = 0.0225 \text{ mensual}$$

$$R = 8,000 / 4 = \$2,000.00 \quad I_t = ? \quad A_{pf} = ?$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [19], se obtiene el interés total sobre saldos insolutos (I_t):

$$I_t = \frac{4 * 0.0225}{2} [2 * 8,000 - 2,000 (4 - 1)] = \$450.00$$

Luego, el abono mensual fijo se obtiene a partir de la fórmula [21] :

$$A_{pf} = 2,000 + \frac{450}{4} = \$2,112.50 \quad \rightarrow \text{Valor del abono mensual fijo}$$

► **Ejemplo 52**

Basilio Bueno compró a crédito una lavadora valorada en \$32,000.00, pagando un 20% del valor por concepto de inicial y 8 pagos quincenales iguales. Si la tasa de interés es del 1.6% quincenal sobre saldos insolutos, calcule el interés total que se paga por el crédito y el valor del pago quincenal.

SOLUCIÓN:

$$\text{Precio Contado} = \$32,000.00 \quad \text{Inicial} = 20\% \text{ de } \$32,000 = 0.20 * 32,000 = \$6,400.00$$

$$P = 32,000 - 6,400 = \$25,600.00 \quad n = 8 \text{ quincenas} \quad i = 1.6\% \text{ quincenal} \quad R = 25,600 / 8 = \$3,200.00$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [19], se obtiene el interés total sobre saldos insolutos (I_t):

$$I_t = \frac{8 * 0.016}{2} [2 * 25,600 - 3,200 (8 - 1)] = \$1,843.20$$

Luego, el abono quincenal fijo se obtiene a partir de la fórmula [21] :

$$A_{pf} = 3,200 + \frac{1,843.20}{8} = \$3,430.40$$

► **Ejemplo 53**

Un préstamo con intereses al 32.94% simple anual sobre saldos insolutos deberá liquidarse mediante el pago de 18 mensualidades de \$3,025.86 cada una. Determine la cuantía del préstamo.

SOLUCIÓN:

$$i = 32.94 / 12 = 2.745\% \text{ mensual} \quad n = 18 \text{ meses} \quad A_{pf} = \$3,025.86 \quad R = P / 18$$

$$P = ? \quad (\text{valor de la deuda o del préstamo})$$

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [19], se obtiene el interés total sobre saldos insolutos (I_t) en función del valor de " P " :

$$I_t = \frac{18 * 0.02745}{2} \left[2P - \frac{P}{18} (18 - 1) \right] = 0.260775 P$$

Luego, se sustituye la expresión anterior de " I_t " en la fórmula [21], procediéndose a obtener el valor del préstamo al despejar a " P " de la ecuación resultante:

$$A_{pf} = \frac{P + I_t}{18} = \$3,025.86$$

$$\frac{P + 0.260775 P}{18} = \$3,025.86$$

$$1.260775 P = \$54,465.48$$

$$P = \frac{\$54,465.48}{1.260775}$$

$$P = \$43,200.00 \quad \rightarrow \quad \text{Cuantía del préstamo}$$

► Ejemplo 54

Nelson Gómez compró a crédito una computadora valorada en \$34,000.00. Si pagó 25% del valor por concepto de inicial y 12 mensualidades de \$2,373.63 cada una, obtenga la tasa de interés simple anual cargada sobre saldos insolutos.

SOLUCIÓN:

Precio Contado = \$34,000.00

Inicial = 25% de \$34,000 = $0.25 * 34,000 = \$8,500.00$

P = $34,000 - 8,500 = \$25,500.00$

n = 12 meses

R = $25,500 / 12 = \$2,125.00$

A_{pf} = \$2,373.63

i = ?

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [22], se obtiene el interés total sobre saldos insolutos (I_t):

$$I_t = 12 * 2,373.63 - 25,500 = \$2,983.56$$

Luego, la tasa de interés pedida se obtiene a partir de la fórmula [20] :

$$i = \frac{2 * 2,983.56}{12[2 * 25,500 - 2,125(12 - 1)]} = 0.018 \text{ mensual} = 1.8 \% \text{ mensual}$$

$$\text{Tasa Pedida} = 1.8 * 12 = 21.6 \% \text{ anual}$$

► Ejemplo 55

Gomas Maguana, S.R.L. vende un juego de 4 gomas para automóviles por \$22,500.00. El comprador paga un inicial del 20% del valor y el resto lo saldará mediante pagos quincenales iguales por valor de \$1,310.40, incluidos los intereses. Si la tasa de interés simple es del 27.6% anual sobre saldos insolutos, encuentre el número de pagos quincenales que liquidan la deuda.

SOLUCIÓN:

Precio Contado = \$22,500.00

Inicial = 20% de \$22,500 = $0.20 * 22,500 = \$4,500.00$

P = $22,500 - 4,500 = \$18,000.00$

A_{pf} = \$1,310.40

i = 27.6% anual = $27.6\% / 24 = 1.15\%$ quincenal

n = ?

Sustituyendo los valores conocidos en la fórmula [19], se obtiene el interés total sobre saldos insolutos (I_t) en función del valor de "n" :

$$I_t = \frac{n * 0.0115}{2} \left[2 * 18,000 - \frac{18,000}{n} (n - 1) \right]$$

Luego, se sustituye la expresión anterior de "I_t" en la fórmula [21], procediéndose a obtener la cantidad de pagos quincenales al despejar a "n" de la ecuación resultante:

$$A_{pf} = \frac{P + I_t}{n} = \$1,310.40$$

$$\frac{18,000 + \frac{n * 0.0115}{2} \left[2 * 18,000 - \frac{18,000}{n} (n-1) \right]}{n} = \$1,310.40$$

$$18,000 + 207n - 103.5(n-1) = 1,310.40n$$

$$18,000 + 207n - 103.5n + 103.5 = 1,310.40n$$

$$18,103.5 = 1,206.9n$$

$$n = \frac{18,103.5}{1,206.9} = 15 \quad \rightarrow \quad \text{Cantidad de pagos requeridos}$$

.....

FÓRMULAS RELATIVAS AL INTERÉS SIMPLE

INTERÉS SIMPLE

P : Capital o principal / Valor actual
i : Tasa de interés
t : Tiempo (plazo) del préstamo o la inversión
I : Interés simple
S : Monto simple/Valor con vencimiento futuro

$$[1] \quad I = P i t$$

$$[7] \quad P = S - I$$

$$[2] \quad P = \frac{I}{i t}$$

$$[8] \quad P = S (1 + i t)$$

$$[3] \quad i = \frac{I}{P t}$$

$$[9] \quad P = \frac{S}{1 + i t}$$

$$[4] \quad t = \frac{I}{P i}$$

$$[10] \quad i = \frac{(S/P - 1)}{t}$$

$$[5] \quad S = P + I$$

$$[11] \quad t = \frac{(S/P - 1)}{i}$$

$$[6] \quad I = S - P$$

DESCUENTO RACIONAL O MATEMÁTICO

D_r : Descuento racional o matemático
S : Monto o valor con vencimiento futuro
P_d : Valor presente / Valor efectivo o líquido
i : Tasa de interés aplicable al descuento
t : Tiempo (plazo) del descuento

$$[12] \quad D_r = S - P_d$$

$$[14] \quad S = P_d + D_r$$

$$[13] \quad P_d = S - D_r$$

$$[15] \quad D_r = \frac{S i t}{1 + i t}$$

VENTAS A PLAZOS CON INTERES GLOBAL Y ABONOS PERIODICOS FIJOS

P : Valor de la deuda inicial
S : Monto de la deuda (capital + interés global)
n : Número de periodos (o de pagos)
i : Tasa de interés global
I_g : Interés global
A_{pf} : Abono periódico fijo

$$[16] \quad A_{pf} = S / n$$

$$[17] \quad S = n A_{pf}$$

$$[18] \quad I_g = S - P = n A_{pf} - P$$

VENTAS A PLAZOS CON INTERESES SOBRE SALDOS INSOLUTOS Y ABONOS PERIODICOS FIJOS

P : Valor de la deuda o saldo insoluto inicial
n : Número de periodos (o de pagos)
i : Tasa de interés por periodo
R : P/n = Cuota de amortización periódica fija
I_t : Interés total sobre saldos insolutos
A_{pf} : Abono periódico fijo

$$[19] \quad I_t = \frac{n i}{2} [2P - R(n - 1)]$$

$$[21] \quad A_{pf} = \frac{P + I_t}{n} = R + \frac{I_t}{n}$$

$$[20] \quad i = \frac{2 I_t}{n [2P - R(n - 1)]}$$

$$[22] \quad I_t = n A_{pf} - P$$

Tulio A. Mateo Duval

TABLA PARA EL CÁLCULO DEL TIEMPO EXACTO ENTRE DOS FECHAS

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sept	Oct	Nov	Dic		Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Aug	Sept	Oct	Nov	Dic
1	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335	1	366	397	425	456	486	517	547	578	609	639	670	700
2	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336	2	367	398	426	457	487	518	548	579	610	640	671	701
3	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337	3	368	399	427	458	488	519	549	580	611	641	672	702
4	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338	4	369	400	428	459	489	520	550	581	612	642	673	703
5	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339	5	370	401	429	460	490	521	551	582	613	643	674	704
6	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340	6	371	402	430	461	491	522	552	583	614	644	675	705
7	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341	7	372	403	431	462	492	523	553	584	615	645	676	706
8	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342	8	373	404	432	463	493	524	554	585	616	646	677	707
9	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343	9	374	405	433	464	494	525	555	586	617	647	678	708
10	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344	10	375	406	434	465	495	526	556	587	618	648	679	709
11	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345	11	376	407	435	466	496	527	557	588	619	649	680	710
12	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346	12	377	408	436	467	497	528	558	589	620	650	681	711
13	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347	13	378	409	437	468	498	529	559	590	621	651	682	712
14	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348	14	379	410	438	469	499	530	560	591	622	652	683	713
15	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349	15	380	411	439	470	500	531	561	592	623	653	684	714
16	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350	16	381	412	440	471	501	532	562	593	624	654	685	715
17	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351	17	382	413	441	472	502	533	563	594	625	655	686	716
18	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352	18	383	414	442	473	503	534	564	595	626	656	687	717
19	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353	19	384	415	443	474	504	535	565	596	627	657	688	718
20	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354	20	385	416	444	475	505	536	566	597	628	658	689	719
21	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355	21	386	417	445	476	506	537	567	598	629	659	690	720
22	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356	22	387	418	446	477	507	538	568	599	630	660	691	721
23	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357	23	388	419	447	478	508	539	569	600	631	661	692	722
24	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358	24	389	420	448	479	509	540	570	601	632	662	693	723
25	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359	25	390	421	449	480	510	541	571	602	633	663	694	724
26	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360	26	391	422	450	481	511	542	572	603	634	664	695	725
27	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361	27	392	423	451	482	512	543	573	604	635	665	696	726
28	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362	28	393	424	452	483	513	544	574	605	636	666	697	727
29	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363	29	394		453	484	514	545	575	606	637	667	698	728
30	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364	30	395		454	485	515	546	576	607	638	668	699	729
31	31		90		151		212	243		304		365	31	396		455		516		577	608	669		730	

Tuho A. Mateo Duval