

FINDING AND PROVING AN IDENTITY FOR $K^{\wedge}(C)[p,m]$ where $p=19$ and $m=1$ (quadratic non-residue case)

This worksheet has **Startup Code**

```
> myseeds:=[ [39, -5, -5, -4, -5, -4, -5, -3, -5, -1],  
             [39, -3, -5, -5, -5, -3, -2, -4, -5, -5],  
             [39, -4, -5, -4, -3, -3, -4, -5, -5, -4]];
```

```
myseeds := [[39, -5, -5, -4, -5, -4, -5, -3, -5, -1], [39, -3, -5, -5, -5, -3, -2, -4, -5, -5],  
            [-4, -5, -5], [39, -4, -5, -4, -3, -3, -4, -5, -5, -4]] (1)
```

NOTE 1 : myseeds generates $3*9 = 27$ functions. For $m=1$ we need these 27 functions. Also we need to multiply by $(\eta(19*\tau)/\eta(\tau))^{(4*k)}$, $k=-1,1$. Thus the list $[-4,4]$ in the plantseeds function is needed.

```
> BIGBAS:=plantseeds(myseeds, [-4,4], 19):
```

NOTE 2 : Now to finish getting the basis for $m=1$ we need to multiply all the functions by $f[19,8]/f[19,9]$. This is achieved using the **mult_nv_by_fp_quot** function.

```
> nvLA:=BIGBAS:
```

```
> BIGBAS:
```

```
[[39, -5, -5, -4, -5, -4, -5, -3, -5, -1], [39, -1, -5, -5, -5, -3, -4, -5, -5, -4], [39, -5, -3, -5, -4, -5, -5, -5, -1, -4], [39, -4, -1, -5, -5, -5, -5, -5, -4, -5, -3], [39, -5, -5, -3, -4, -5, -4, -1, -5, -5], [39, -4, -5, -1, -3, -5, -5, -5, -4, -5], [39, -5, -4, -4, -5, -5, -1, -5, -3, -5], [39, -3, -4, -5, -1, -4, -5, -5, -5, -5], [39, -5, -5, -5, -5, -1, -3, -4, -4, -5], [39, -3, -5, -5, -5, -3, -2, -4, -5, -5], [39, -5, -3, -5, -5, -4, -5, -2, -5, -3], [39, -2, -4, -3, -3, -5, -5, -5, -5, -5], [39, -3, -5, -5, -3, -2, -5, -5, -5, -4], [39, -5, -5, -4, -5, -3, -3, -5, -2, -5], [39, -5, -2, -5, -4, -5, -3, -5, -3, -5], [39, -5, -5, -3, -2, -5, -5, -3, -4, -5], [39, -4, -3, -5, -5, -5, -5, -3, -2], [39, -5, -5, -2, -5, -5, -4, -3, -5, -3], [39, -4, -5, -4, -3, -3, -4, -5, -5, -4], [39, -4, -4, -5, -5, -5, -4, -4, -3, -3], [39, -4, -5, -4, -3, -5, -5, -3, -4, -4], [39, -3, -4, -3, -4, -4, -5, -4, -5, -5], [39, -3, -5, -5, -4, -4, -3, -4, -4, -5], [39, -4, -4, -4, -5, -3, -4, -5, -3, -5], [39, -5, -4, -3, -4, -5, -4, -4, -5, -3], [39, -5, -3, -5, -4, -4, -3, -5, -4, -4], [39, -5, -3, -4, -5, -4, -5, -3, -4, -4], [3, -1, -1, 0, -1, 0, -1, 1, -1, 3], [3, 3, -1, -1, -1, 1, 0, -1, -1, 0], [3, -1, 1, -1, 0, -1, -1, -1, 3, 0], [3, 0, 3, -1, -1, -1, -1, 0, -1, 1], [3, -1, -1, 1, 0, -1, 0, 3, -1, -1], [3, 0, -1, 3, 1, -1, -1, -1, 0, -1], [3, -1, 0, 0, -1, -1, 3, -1, 1, -1], [3, 1, 0, -1, 3, 0, -1, -1, -1, -1], [3, -1, -1, -1, -1, 3, 1, 0, 0, -1], [3, 1, -1, -1, -1, 1, 2, 0, -1, -1], [3, -1, 1, -1, -1, 0, -1, 2, -1, 1], [3, 2, 0, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1], [3, 1, -1, -1, 1, 2, -1, -1, -1, 0], [3, -1, -1, 0, -1, 1, 1, -1, 2, -1], [3, -1, 2, -1, 0, -1, 1, -1, 1, -1], [3, -1, -1, 1, 2, -1, -1, 1, 0, -1], [3, 0, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 1, 2], [3, -1, -1, 2, -1, -1, 0, 1, -1, 1], [3, 0, -1, 0, 1, 1, 0, -1, -1, 0], [3, 0, 0, -1, -1, -1, 0, 0, 1, 1], [3, 0, -1, 0, 1, -1, -1, 1, 0, 0], [3, 1, 0, 1, 0, 0, -1, 0, -1, -1], [3,
```

```

1, -1, -1, 0, 0, 1, 0, 0, -1], [3, 0, 0, 0, -1, 1, 0, -1, 1, -1], [3, -1, 0, 1, 0, -1, 0, 0,
-1, 1], [3, -1, 1, -1, 0, 0, 1, -1, 0, 0], [3, -1, 1, 0, -1, 0, -1, 1, 0, 0], [75, -9, -9,
-8, -9, -8, -9, -7, -9, -5], [75, -5, -9, -9, -9, -7, -8, -9, -9, -8], [75,
-9, -7, -9, -8, -9, -9, -9, -5, -8], [75, -8, -5, -9, -9, -9, -9, -8, -9,
-7], [75, -9, -9, -7, -8, -9, -8, -5, -9, -9], [75, -8, -9, -5, -7, -9, -9,
-9, -8, -9], [75, -9, -8, -8, -9, -9, -5, -9, -7, -9], [75, -7, -8, -9, -5,
-8, -9, -9, -9, -9], [75, -9, -9, -9, -9, -5, -7, -8, -8, -9], [75, -7, -9,
-9, -9, -7, -6, -8, -9, -9], [75, -9, -7, -9, -9, -8, -9, -6, -9, -7], [75,
-6, -8, -7, -7, -9, -9, -9, -9, -9], [75, -7, -9, -9, -7, -6, -9, -9, -9,
-8], [75, -9, -9, -8, -9, -7, -7, -9, -6, -9], [75, -9, -6, -9, -8, -9, -7,
-9, -7, -9], [75, -9, -9, -7, -6, -9, -9, -7, -8, -9], [75, -8, -7, -9, -9,
-9, -9, -9, -7, -6], [75, -9, -9, -6, -9, -9, -8, -7, -9, -7], [75, -8, -9,
-8, -7, -7, -8, -9, -9, -8], [75, -8, -8, -9, -9, -9, -8, -8, -7, -7], [75,
-8, -9, -8, -7, -9, -9, -7, -8, -8], [75, -7, -8, -7, -8, -8, -9, -8, -9,
-9], [75, -7, -9, -9, -8, -8, -7, -8, -8, -9], [75, -8, -8, -8, -9, -7, -8,
-9, -7, -9], [75, -9, -8, -7, -8, -9, -8, -8, -9, -7], [75, -9, -7, -9, -8,
-8, -7, -9, -8, -8], [75, -9, -7, -8, -9, -8, -9, -7, -8, -8]]

```

```

> nvL:=map(nv->mult_nv_by_fp_quot(nv,19,8,9),nvLA):
> nops(nvL);

```

81

(3)

We now have a list of 81 functions in our basis list and we are ready to find and prove the identity for $m=1$.

```

> nvLq:=nvL2q(nvL,19,100):
> nvLq2:=map(f->series(f/q^(1/19),q,100),nvLq):
> findhom(nvLq2,q,1,0);

```

$\{\emptyset\}$

(4)

```

> do_alg_steps(19,1,nvL);

```

```

-----
STEP 1: check modularity
      modularity checks
-----

```

```

STEP 2: find k0 and divide by j0
      k0 = 28
-----

```

```

STEP 3: Compute table of ORDS at all cusps for each func

```

```

"CUSPS: ", [[1, 0], [0, 1], [1, 2], [1, 3], [1, 4], [1, 5], [1, 6], [1, 7], [1, 8], [1, 9], [2, 19], [3, 19],
[4, 19], [5, 19], [6, 19], [7, 19], [8, 19], [9, 19]]

```

"TABLE of ords"

```

      3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3
    10, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 2, 7, 4, 2, -1, 3, -2, 2
      5, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 2, 2, -1, 7, -3, 8, -2, 9

```

9, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 3, 3, -1, 1, -1, 2, 2, 9
 5, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 7, -3, 7, 4, 3, 3, 4
 9, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -2, 1, -1, 8, 4, 7, -3, 4
 5, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -2, 8, -2, 3, 3, 8, -4, 8
 10, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -2, 3, 3, 8, -2, 1, -2, 8
 4, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -4, 8, 4, 3, -1, 7, 2, 4
 7, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -2, 10, 2, 2, 1, 4, -1, 4
 5, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 1, 5, 0, 3, 0, 2, 5, 6
 12, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 0, 3, 0, 6, 1, 3, -3, 5
 8, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -1, 4, 6, 5, -2, 3, 0, 4
 4, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -2, 6, 1, 5, 0, 10, -2, 5
 7, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -1, 5, -2, 4, -1, 6, -2, 11
 6, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 3, -1, 10, 2, 4, 0, 6
 6, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 5, 2, 1, 3, -1, 5, -1, 7
 5, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 0, 4, -1, 4, 6, 5, 1, 3
 7, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -2, 4, 4, 5, 1, 4, -1, 5
 5, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 3, 5, 0, 4, 0, 5, -1, 6
 6, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 0, 4, 0, 8, 1, 3, 0, 5
 10, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -1, 4, 0, 5, 1, 4, 0, 4
 7, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -1, 8, 1, 5, 0, 4, -2, 5
 7, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -1, 5, 1, 4, -1, 8, -1, 5
 6, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 0, 3, 0, 4, 4, 4, 0, 6
 6, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -1, 5, 1, 3, 0, 5, -1, 9
 6, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, -3, 0, 4, -1, 4, 0, 5, 3, 6
 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, 4, 1, -1, -4, 0, -5, -1
 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1, -1, -4, 4, -6, 5, -5, 6
 6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, -2, -4, -1, -1, 6
 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -6, 4, -6, 4, 1, 0, 0, 1
 6, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5, -2, -4, 5, 1, 4, -6, 1
 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5, 5, -5, 0, 0, 5, -7, 5
 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5, 0, 0, 5, -5, -2, -5, 5
 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -7, 5, 1, 0, -4, 4, -1, 1
 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5, 7, -1, -1, -2, 1, -4, 1
 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -2, 2, -3, 0, -3, -1, 2, 3
 9, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -3, 0, -3, 3, -2, 0, -6, 2
 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 1, 3, 2, -5, 0, -3, 1
 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5, 3, -2, 2, -3, 7, -5, 2

4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 2, -5, 1, -4, 3, -5, 8
3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -6, 0, -4, 7, -1, 1, -3, 3
3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, -1, -2, 0, -4, 2, -4, 4
2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -3, 1, -4, 1, 3, 2, -2, 0
4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -5, 1, 1, 2, -2, 1, -4, 2
2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 2, -3, 1, -3, 2, -4, 3
3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -3, 1, -3, 5, -2, 0, -3, 2
7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 1, -3, 2, -2, 1, -3, 1
4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 5, -2, 2, -3, 1, -5, 2
4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 2, -2, 1, -4, 5, -4, 2
3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -3, 0, -3, 1, 1, 1, -3, 3
3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -4, 2, -2, 0, -3, 2, -4, 6
3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -3, 1, -4, 1, -3, 2, 0, 3
6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6
13, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 5, 10, 7, 5, 2, 6, 1, 5
8, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 5, 5, 2, 10, 0, 11, 1, 12
12, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 6, 6, 2, 4, 2, 5, 5, 12
8, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 0, 10, 0, 10, 7, 6, 6, 7
12, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 1, 4, 2, 11, 7, 10, 0, 7
8, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 1, 11, 1, 6, 6, 11, -1, 11
13, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 1, 6, 6, 11, 1, 4, 1, 11
7, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -1, 11, 7, 6, 2, 10, 5, 7
10, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 1, 13, 5, 5, 4, 7, 2, 7
8, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 4, 8, 3, 6, 3, 5, 8, 9
15, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 3, 6, 3, 9, 4, 6, 0, 8
11, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 2, 7, 9, 8, 1, 6, 3, 7
7, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 1, 9, 4, 8, 3, 13, 1, 8
10, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 2, 8, 1, 7, 2, 9, 1, 14
9, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 0, 6, 2, 13, 5, 7, 3, 9
9, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 8, 5, 4, 6, 2, 8, 2, 10
8, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 3, 7, 2, 7, 9, 8, 4, 6
10, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 1, 7, 7, 8, 4, 7, 2, 8
8, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 6, 8, 3, 7, 3, 8, 2, 9
9, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 3, 7, 3, 11, 4, 6, 3, 8
13, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 2, 7, 3, 8, 4, 7, 3, 7
10, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 2, 11, 4, 8, 3, 7, 1, 8
10, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 2, 8, 4, 7, 2, 11, 2, 8
9, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 3, 6, 3, 7, 7, 7, 3, 9

9, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 2, 8, 4, 6, 3, 8, 2, 12
 9, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, -6, 3, 7, 2, 7, 3, 8, 6, 9

 STEP 4: Compute LOWER BOUND for ORD of $\frac{K_{pm}}{j_0}$ at each cusp

"TABLE :"

$_cusp, _LOWER_BOUND_of_ORD, \frac{K_{pm}}{j_0}, _at_cusp$

$$_cusp=0, _LOWER_BOUND=-6$$

$$_cusp=\frac{1}{2}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{3}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{4}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{5}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{6}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{7}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{8}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{1}{9}, _LOWER_BOUND=0$$

$$_cusp=\frac{2}{19}, _LOWER_BOUND=-\frac{65}{19}$$

$$_cusp=\frac{3}{19}, _LOWER_BOUND=\frac{6}{19}$$

$$_cusp=\frac{4}{19}, _LOWER_BOUND=-\frac{39}{19}$$

$$_cusp=\frac{5}{19}, _LOWER_BOUND=-\frac{10}{19}$$

$$_cusp=\frac{6}{19}, _LOWER_BOUND=-\frac{40}{19}$$

$$_cusp=\frac{7}{19}, _LOWER_BOUND=-\frac{15}{19}$$

$$_cusp=\frac{8}{19}, _LOWER_BOUND=-\frac{68}{19}$$

$$_cusp=\frac{9}{19}, _LOWER_BOUND=\frac{29}{19}$$

STEP 5: Compile LHS vs RHS ORD table at cusps and find constant B

"TABLE ORD lower bounds"

_cusp, _width, _ORD_LHS, _ORD_RHS, _ORD_LHS_minus_RHS

0, 19, -6, -6, -6

$\frac{1}{2}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{3}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{4}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{5}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{6}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{7}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{8}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{1}{9}$, 19, 0, -6, -6

$\frac{2}{19}$, 1, -3, -7, -7

$\frac{3}{19}$, 1, 1, -2, -2

$\frac{4}{19}$, 1, -2, -6, -6

$\frac{5}{19}$, 1, 0, -2, -2

$\frac{6}{19}$, 1, -2, -6, -6

$\frac{7}{19}$, 1, 0, -2, -2

$\frac{8}{19}$, 1, -3, -7, -7

$\frac{9}{19}$, 1, 2, -1, -1

This implies that B = -87

STEP 6: Prove and check identity

"Coefficients in CKpm identity"

$$\begin{aligned} _k=1, & 15 \zeta^{17} + 25 \zeta^{16} - 13 \zeta^{15} + 24 \zeta^{14} + 21 \zeta^{13} - 9 \zeta^{12} + 23 \zeta^{11} + 8 \zeta^{10} + 8 \zeta^9 + 23 \zeta^8 - 9 \zeta^7 \\ & + 21 \zeta^6 + 24 \zeta^5 - 13 \zeta^4 + 25 \zeta^3 + 15 \zeta^2 + 24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=2, & -2 \zeta^{17} + 28 \zeta^{16} - 17 \zeta^{15} + 21 \zeta^{14} + 8 \zeta^{13} - 8 \zeta^{12} + 23 \zeta^{11} + 23 \zeta^8 - 8 \zeta^7 + 8 \zeta^6 + 21 \zeta^5 \\ & - 17 \zeta^4 + 28 \zeta^3 - 2 \zeta^2 + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=3, & 5 \zeta^{17} - 3 \zeta^{16} - 6 \zeta^{15} + \zeta^{14} + 4 \zeta^{13} - 4 \zeta^{12} - 6 \zeta^{11} + 3 \zeta^{10} + 3 \zeta^9 - 6 \zeta^8 - 4 \zeta^7 + 4 \zeta^6 + \zeta^5 \\ & - 6 \zeta^4 - 3 \zeta^3 + 5 \zeta^2 - 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=4, & 116 \zeta^{17} - 41 \zeta^{16} - 133 \zeta^{15} + 42 \zeta^{14} + 103 \zeta^{13} - 82 \zeta^{12} - 110 \zeta^{11} + 76 \zeta^{10} + 76 \zeta^9 - 110 \zeta^8 \\ & - 82 \zeta^7 + 103 \zeta^6 + 42 \zeta^5 - 133 \zeta^4 - 41 \zeta^3 + 116 \zeta^2 - 138 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=5, & 11 \zeta^{17} + 28 \zeta^{16} - 6 \zeta^{15} + 23 \zeta^{14} + 18 \zeta^{13} - 4 \zeta^{12} + 30 \zeta^{11} + 6 \zeta^{10} + 6 \zeta^9 + 30 \zeta^8 - 4 \zeta^7 \\ & + 18 \zeta^6 + 23 \zeta^5 - 6 \zeta^4 + 28 \zeta^3 + 11 \zeta^2 + 32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=6, & -16 \zeta^{17} - 38 \zeta^{16} - 2 \zeta^{15} - 24 \zeta^{14} - 15 \zeta^{13} + 7 \zeta^{12} - 34 \zeta^{11} - 15 \zeta^{10} - 15 \zeta^9 - 34 \zeta^8 + 7 \zeta^7 \\ & - 15 \zeta^6 - 24 \zeta^5 - 2 \zeta^4 - 38 \zeta^3 - 16 \zeta^2 - 28 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=7, & -5 \zeta^{17} + 3 \zeta^{16} + 6 \zeta^{15} - \zeta^{14} - 4 \zeta^{13} + 4 \zeta^{12} + 6 \zeta^{11} - 3 \zeta^{10} - 3 \zeta^9 + 6 \zeta^8 + 4 \zeta^7 - 4 \zeta^6 - \zeta^5 \\ & + 6 \zeta^4 + 3 \zeta^3 - 5 \zeta^2 + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=8, & 192 \zeta^{17} + 472 \zeta^{16} - 101 \zeta^{15} + 396 \zeta^{14} + 297 \zeta^{13} - 67 \zeta^{12} + 525 \zeta^{11} + 88 \zeta^{10} + 88 \zeta^9 \\ & + 525 \zeta^8 - 67 \zeta^7 + 297 \zeta^6 + 396 \zeta^5 - 101 \zeta^4 + 472 \zeta^3 + 192 \zeta^2 + 540 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=9, & -5 \zeta^{17} + 3 \zeta^{16} + 6 \zeta^{15} - \zeta^{14} - 4 \zeta^{13} + 4 \zeta^{12} + 6 \zeta^{11} - 3 \zeta^{10} - 3 \zeta^9 + 6 \zeta^8 + 4 \zeta^7 - 4 \zeta^6 - \zeta^5 \\ & + 6 \zeta^4 + 3 \zeta^3 - 5 \zeta^2 + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=10, & -534 \zeta^{17} + 233 \zeta^{16} + 583 \zeta^{15} - 158 \zeta^{14} - 454 \zeta^{13} + 355 \zeta^{12} + 554 \zeta^{11} - 352 \zeta^{10} - 352 \zeta^9 \\ & + 554 \zeta^8 + 355 \zeta^7 - 454 \zeta^6 - 158 \zeta^5 + 583 \zeta^4 + 233 \zeta^3 - 534 \zeta^2 + 670 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=11, & 882 \zeta^{17} + 1848 \zeta^{16} - 530 \zeta^{15} + 1607 \zeta^{14} + 1299 \zeta^{13} - 335 \zeta^{12} + 1958 \zeta^{11} + 440 \zeta^{10} \\ & + 440 \zeta^9 + 1958 \zeta^8 - 335 \zeta^7 + 1299 \zeta^6 + 1607 \zeta^5 - 530 \zeta^4 + 1848 \zeta^3 + 882 \zeta^2 + 2016 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=12, & -33 \zeta^{17} - 47 \zeta^{16} + 33 \zeta^{15} - 35 \zeta^{14} - 50 \zeta^{13} + 44 \zeta^{12} - 38 \zeta^{11} - 22 \zeta^{10} - 22 \zeta^9 - 38 \zeta^8 \\ & + 44 \zeta^7 - 50 \zeta^6 - 35 \zeta^5 + 33 \zeta^4 - 47 \zeta^3 - 33 \zeta^2 - 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=13, & 223 \zeta^{17} + 487 \zeta^{16} - 131 \zeta^{15} + 423 \zeta^{14} + 330 \zeta^{13} - 88 \zeta^{12} + 532 \zeta^{11} + 105 \zeta^{10} + 105 \zeta^9 \\ & + 532 \zeta^8 - 88 \zeta^7 + 330 \zeta^6 + 423 \zeta^5 - 131 \zeta^4 + 487 \zeta^3 + 223 \zeta^2 + 539 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=14, & -65 \zeta^{17} - 136 \zeta^{16} + 45 \zeta^{15} - 132 \zeta^{14} - 114 \zeta^{13} + 15 \zeta^{12} - 152 \zeta^{11} - 60 \zeta^{10} - 60 \zeta^9 \\ & - 152 \zeta^8 + 15 \zeta^7 - 114 \zeta^6 - 132 \zeta^5 + 45 \zeta^4 - 136 \zeta^3 - 65 \zeta^2 - 132 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=15, & 34 \zeta^{17} + 117 \zeta^{16} - 12 \zeta^{15} + 90 \zeta^{14} + 64 \zeta^{13} - 9 \zeta^{12} + 132 \zeta^{11} + 18 \zeta^{10} + 18 \zeta^9 + 132 \zeta^8 \end{aligned}$$

$$-9\zeta^7 + 64\zeta^6 + 90\zeta^5 - 12\zeta^4 + 117\zeta^3 + 34\zeta^2 + 144$$

$$\begin{aligned} _k=16, & -46\zeta^{17} - 39\zeta^{16} + 45\zeta^{15} - 48\zeta^{14} - 54\zeta^{13} + 30\zeta^{12} - 30\zeta^{11} - 27\zeta^{10} - 27\zeta^9 - 30\zeta^8 \\ & + 30\zeta^7 - 54\zeta^6 - 48\zeta^5 + 45\zeta^4 - 39\zeta^3 - 46\zeta^2 - 25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=17, & -60\zeta^{17} - 22\zeta^{16} - 123\zeta^{15} + 55\zeta^{14} + 98\zeta^{13} + 4\zeta^{12} + 74\zeta^{11} - 114\zeta^{10} - 114\zeta^9 + 74\zeta^8 \\ & + 4\zeta^7 + 98\zeta^6 + 55\zeta^5 - 123\zeta^4 - 22\zeta^3 - 60\zeta^2 + 176 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=18, & 257\zeta^{17} + 104\zeta^{16} + 205\zeta^{15} + 105\zeta^{14} + 233\zeta^{13} + 63\zeta^{12} + 250\zeta^{11} + 123\zeta^{10} + 123\zeta^9 \\ & + 250\zeta^8 + 63\zeta^7 + 233\zeta^6 + 105\zeta^5 + 205\zeta^4 + 104\zeta^3 + 257\zeta^2 + 347 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=19, & 326\zeta^{17} - 696\zeta^{16} - 518\zeta^{15} - 261\zeta^{14} + 125\zeta^{13} - 295\zeta^{12} - 1023\zeta^{11} + 301\zeta^{10} + 301\zeta^9 \\ & - 1023\zeta^8 - 295\zeta^7 + 125\zeta^6 - 261\zeta^5 - 518\zeta^4 - 696\zeta^3 + 326\zeta^2 - 1167 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=20, & -1121\zeta^{17} - 1851\zeta^{16} + 213\zeta^{15} - 1691\zeta^{14} - 1581\zeta^{13} + 97\zeta^{12} - 2231\zeta^{11} - 718\zeta^{10} \\ & - 718\zeta^9 - 2231\zeta^8 + 97\zeta^7 - 1581\zeta^6 - 1691\zeta^5 + 213\zeta^4 - 1851\zeta^3 - 1121\zeta^2 - 2221 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=21, & -3558\zeta^{17} - 8714\zeta^{16} + 1819\zeta^{15} - 7335\zeta^{14} - 5463\zeta^{13} + 1193\zeta^{12} - 9735\zeta^{11} - 1610\zeta^{10} \\ & - 1610\zeta^9 - 9735\zeta^8 + 1193\zeta^7 - 5463\zeta^6 - 7335\zeta^5 + 1819\zeta^4 - 8714\zeta^3 - 3558\zeta^2 - 10033 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=22, & -2242\zeta^{17} - 341\zeta^{16} - 645\zeta^{15} - 818\zeta^{14} - 1956\zeta^{13} + 2\zeta^{12} - 918\zeta^{11} - 1158\zeta^{10} \\ & - 1158\zeta^9 - 918\zeta^8 + 2\zeta^7 - 1956\zeta^6 - 818\zeta^5 - 645\zeta^4 - 341\zeta^3 - 2242\zeta^2 - 1377 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=23, & -108\zeta^{17} + 137\zeta^{16} - 81\zeta^{15} - 46\zeta^{14} + 147\zeta^{13} - 297\zeta^{12} + 273\zeta^{11} - 151\zeta^{10} - 151\zeta^9 \\ & + 273\zeta^8 - 297\zeta^7 + 147\zeta^6 - 46\zeta^5 - 81\zeta^4 + 137\zeta^3 - 108\zeta^2 + 69 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=24, & -18\zeta^{17} - 353\zeta^{16} - 252\zeta^{15} - 64\zeta^{14} + 9\zeta^{13} - 86\zeta^{12} - 279\zeta^{11} - 123\zeta^{10} - 123\zeta^9 \\ & - 279\zeta^8 - 86\zeta^7 + 9\zeta^6 - 64\zeta^5 - 252\zeta^4 - 353\zeta^3 - 18\zeta^2 - 314 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=25, & -322\zeta^{17} - 253\zeta^{16} - 644\zeta^{15} + 272\zeta^{14} + 446\zeta^{13} + 148\zeta^{12} + 299\zeta^{11} - 664\zeta^{10} - 664\zeta^9 \\ & + 299\zeta^8 + 148\zeta^7 + 446\zeta^6 + 272\zeta^5 - 644\zeta^4 - 253\zeta^3 - 322\zeta^2 + 931 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=26, & -3185\zeta^{17} - 992\zeta^{16} + 3352\zeta^{15} - 2511\zeta^{14} - 3500\zeta^{13} + 1993\zeta^{12} + 212\zeta^{11} - 1879\zeta^{10} \\ & - 1879\zeta^9 + 212\zeta^8 + 1993\zeta^7 - 3500\zeta^6 - 2511\zeta^5 + 3352\zeta^4 - 992\zeta^3 - 3185\zeta^2 + 614 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=27, & -194\zeta^{17} - 208\zeta^{16} - 300\zeta^{15} - 85\zeta^{14} - 180\zeta^{13} - 165\zeta^{12} - 429\zeta^{11} - 37\zeta^{10} - 37\zeta^9 \\ & - 429\zeta^8 - 165\zeta^7 - 180\zeta^6 - 85\zeta^5 - 300\zeta^4 - 208\zeta^3 - 194\zeta^2 - 525 \end{aligned}$$

$$_k=28, 0$$

$$_k=29, 0$$

$$_k=30, 0$$

$$_k=31, 0$$

$$_k=32, 0$$

$$_k=33, 0$$

$$_k=34, 0$$

$$_k=35, 0$$

$$_k=36, 0$$

$$_k=37, 0$$

$$_k=38, 0$$

$$_k=39, 0$$

$$_k=40, 0$$

$$_k=41, 0$$

$$_k=42, 0$$

$$_k=43, 0$$

$$_k=44, 0$$

$$_k=45, 0$$

$$_k=46, 0$$

$$_k=47, 0$$

$$_k=48, -11 \zeta^{17} - 28 \zeta^{16} + 6 \zeta^{15} - 23 \zeta^{14} - 18 \zeta^{13} + 4 \zeta^{12} - 30 \zeta^{11} - 6 \zeta^{10} - 6 \zeta^9 - 30 \zeta^8 + 4 \zeta^7 \\ - 18 \zeta^6 - 23 \zeta^5 + 6 \zeta^4 - 28 \zeta^3 - 11 \zeta^2 - 32$$

$$_k=49, 0$$

$$_k=50, 0$$

$$_k=51, 0$$

$$_k=52, 0$$

$$_k=53, -5 \zeta^{17} + 3 \zeta^{16} + 6 \zeta^{15} - \zeta^{14} - 4 \zeta^{13} + 4 \zeta^{12} + 6 \zeta^{11} - 3 \zeta^{10} - 3 \zeta^9 + 6 \zeta^8 + 4 \zeta^7 - 4 \zeta^6 \\ - \zeta^5 + 6 \zeta^4 + 3 \zeta^3 - 5 \zeta^2 + 8$$

$$_k=54, 0$$

$$_k=55, 6384 \zeta^{17} + 8341 \zeta^{16} - 4313 \zeta^{15} + 7714 \zeta^{14} + 6745 \zeta^{13} - 3838 \zeta^{12} + 6745 \zeta^{11} + 2945 \zeta^{10} \\ + 2945 \zeta^9 + 6745 \zeta^8 - 3838 \zeta^7 + 6745 \zeta^6 + 7714 \zeta^5 - 4313 \zeta^4 + 8341 \zeta^3 + 6384 \zeta^2 + 6783$$

$$_k=56, -4503 \zeta^{17} + 7771 \zeta^{16} - 9329 \zeta^{15} + 5700 \zeta^{14} - 741 \zeta^{13} - 3933 \zeta^{12} + 4446 \zeta^{11} - 2280 \zeta^{10} \\ - 2280 \zeta^9 + 4446 \zeta^8 - 3933 \zeta^7 - 741 \zeta^6 + 5700 \zeta^5 - 9329 \zeta^4 + 7771 \zeta^3 - 4503 \zeta^2 + 1406$$

$$_k=57, 3116 \zeta^{17} + 1520 \zeta^{16} - 2945 \zeta^{15} + 2204 \zeta^{14} + 3496 \zeta^{13} - 1482 \zeta^{12} - 684 \zeta^{11} + 2185 \zeta^{10} \\ + 2185 \zeta^9 - 684 \zeta^8 - 1482 \zeta^7 + 3496 \zeta^6 + 2204 \zeta^5 - 2945 \zeta^4 + 1520 \zeta^3 + 3116 \zeta^2 - 19$$

$$_k=58, 10963 \zeta^{17} - 3553 \zeta^{16} - 12008 \zeta^{15} + 3477 \zeta^{14} + 8930 \zeta^{13} - 7885 \zeta^{12} - 10944 \zeta^{11} \\ + 7543 \zeta^{10} + 7543 \zeta^9 - 10944 \zeta^8 - 7885 \zeta^7 + 8930 \zeta^6 + 3477 \zeta^5 - 12008 \zeta^4 - 3553 \zeta^3 \\ + 10963 \zeta^2 - 13984$$

$$_k=59, 2033 \zeta^{17} + 9386 \zeta^{16} - 2033 \zeta^{15} + 6384 \zeta^{14} + 3306 \zeta^{13} - 1235 \zeta^{12} + 9158 \zeta^{11} + 855 \zeta^{10} \\ + 855 \zeta^9 + 9158 \zeta^8 - 1235 \zeta^7 + 3306 \zeta^6 + 6384 \zeta^5 - 2033 \zeta^4 + 9386 \zeta^3 + 2033 \zeta^2 + 8189$$

$$\begin{aligned}
_k=60, & -4351 \zeta^{17} - 12122 \zeta^{16} - 7448 \zeta^{14} - 2964 \zeta^{13} + 2166 \zeta^{12} - 9918 \zeta^{11} - 4541 \zeta^{10} - 4541 \zeta^9 \\
& - 9918 \zeta^8 + 2166 \zeta^7 - 2964 \zeta^6 - 7448 \zeta^5 - 12122 \zeta^3 - 4351 \zeta^2 - 6840 \\
_k=61, & -3648 \zeta^{17} - 190 \zeta^{16} + 2318 \zeta^{15} - 2527 \zeta^{14} - 1748 \zeta^{13} - 19 \zeta^{12} + 2261 \zeta^{11} - 2565 \zeta^{10} \\
& - 2565 \zeta^9 + 2261 \zeta^8 - 19 \zeta^7 - 1748 \zeta^6 - 2527 \zeta^5 + 2318 \zeta^4 - 190 \zeta^3 - 3648 \zeta^2 + 1045 \\
_k=62, & 14003 \zeta^{17} + 39520 \zeta^{16} - 8474 \zeta^{15} + 31787 \zeta^{14} + 22610 \zeta^{13} - 5890 \zeta^{12} + 42731 \zeta^{11} \\
& + 6859 \zeta^{10} + 6859 \zeta^9 + 42731 \zeta^8 - 5890 \zeta^7 + 22610 \zeta^6 + 31787 \zeta^5 - 8474 \zeta^4 + 39520 \zeta^3 \\
& + 14003 \zeta^2 + 42940 \\
_k=63, & -5054 \zeta^{17} - 1710 \zeta^{16} + 1387 \zeta^{15} - 3420 \zeta^{14} - 4997 \zeta^{13} + 1045 \zeta^{12} - 931 \zeta^{11} - 2850 \zeta^{10} \\
& - 2850 \zeta^9 - 931 \zeta^8 + 1045 \zeta^7 - 4997 \zeta^6 - 3420 \zeta^5 + 1387 \zeta^4 - 1710 \zeta^3 - 5054 \zeta^2 - 1235 \\
_k=64, & 8284 \zeta^{17} + 1710 \zeta^{16} - 25194 \zeta^{15} + 6859 \zeta^{14} + 6707 \zeta^{13} - 16074 \zeta^{12} - 15295 \zeta^{11} \\
& + 8284 \zeta^{10} + 8284 \zeta^9 - 15295 \zeta^8 - 16074 \zeta^7 + 6707 \zeta^6 + 6859 \zeta^5 - 25194 \zeta^4 + 1710 \zeta^3 \\
& + 8284 \zeta^2 - 25289 \\
_k=65, & -1330 \zeta^{17} - 60648 \zeta^{16} - 2641 \zeta^{15} - 37601 \zeta^{14} - 15675 \zeta^{13} - 76 \zeta^{12} - 71592 \zeta^{11} \\
& + 608 \zeta^{10} + 608 \zeta^9 - 71592 \zeta^8 - 76 \zeta^7 - 15675 \zeta^6 - 37601 \zeta^5 - 2641 \zeta^4 - 60648 \zeta^3 - 1330 \zeta^2 \\
& - 72257 \\
_k=66, & -14896 \zeta^{17} - 17062 \zeta^{16} + 13509 \zeta^{15} - 16568 \zeta^{14} - 12806 \zeta^{13} + 10811 \zeta^{12} - 6555 \zeta^{11} \\
& - 11495 \zeta^{10} - 11495 \zeta^9 - 6555 \zeta^8 + 10811 \zeta^7 - 12806 \zeta^6 - 16568 \zeta^5 + 13509 \zeta^4 - 17062 \zeta^3 \\
& - 14896 \zeta^2 - 1064 \\
_k=67, & 28519 \zeta^{17} + 51851 \zeta^{16} - 23313 \zeta^{15} + 48108 \zeta^{14} + 38475 \zeta^{13} - 14098 \zeta^{12} + 50255 \zeta^{11} \\
& + 14459 \zeta^{10} + 14459 \zeta^9 + 50255 \zeta^8 - 14098 \zeta^7 + 38475 \zeta^6 + 48108 \zeta^5 - 23313 \zeta^4 + 51851 \zeta^3 \\
& + 28519 \zeta^2 + 49742 \\
_k=68, & -23712 \zeta^{17} - 38950 \zeta^{16} + 16036 \zeta^{15} - 34637 \zeta^{14} - 28576 \zeta^{13} + 12977 \zeta^{12} - 36803 \zeta^{11} \\
& - 13167 \zeta^{10} - 13167 \zeta^9 - 36803 \zeta^8 + 12977 \zeta^7 - 28576 \zeta^6 - 34637 \zeta^5 + 16036 \zeta^4 - 38950 \zeta^3 \\
& - 23712 \zeta^2 - 33763 \\
_k=69, & -1330 \zeta^{17} + 36974 \zeta^{16} - 3382 \zeta^{15} + 22268 \zeta^{14} + 7448 \zeta^{13} - 4902 \zeta^{12} + 40128 \zeta^{11} \\
& - 1425 \zeta^{10} - 1425 \zeta^9 + 40128 \zeta^8 - 4902 \zeta^7 + 7448 \zeta^6 + 22268 \zeta^5 - 3382 \zeta^4 + 36974 \zeta^3 \\
& - 1330 \zeta^2 + 36594 \\
_k=70, & -28481 \zeta^{17} - 25897 \zeta^{16} + 12901 \zeta^{15} - 28348 \zeta^{14} - 30438 \zeta^{13} + 9082 \zeta^{12} - 22990 \zeta^{11} \\
& - 16245 \zeta^{10} - 16245 \zeta^9 - 22990 \zeta^8 + 9082 \zeta^7 - 30438 \zeta^6 - 28348 \zeta^5 + 12901 \zeta^4 - 25897 \zeta^3 \\
& - 28481 \zeta^2 - 22914
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=71, & 4750 \zeta^{17} + 34276 \zeta^{16} - 3439 \zeta^{15} + 23218 \zeta^{14} + 8360 \zeta^{13} - 3496 \zeta^{12} + 35435 \zeta^{11} \\ & + 4123 \zeta^{10} + 4123 \zeta^9 + 35435 \zeta^8 - 3496 \zeta^7 + 8360 \zeta^6 + 23218 \zeta^5 - 3439 \zeta^4 + 34276 \zeta^3 \\ & + 4750 \zeta^2 + 30723 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=72, & -912 \zeta^{17} + 22819 \zeta^{16} - 12996 \zeta^{15} + 19019 \zeta^{14} + 9709 \zeta^{13} - 5054 \zeta^{12} + 25004 \zeta^{11} \\ & - 1368 \zeta^{10} - 1368 \zeta^9 + 25004 \zeta^8 - 5054 \zeta^7 + 9709 \zeta^6 + 19019 \zeta^5 - 12996 \zeta^4 + 22819 \zeta^3 \\ & - 912 \zeta^2 + 22211 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=73, & -26410 \zeta^{17} - 42731 \zeta^{16} + 38114 \zeta^{15} - 43016 \zeta^{14} - 39064 \zeta^{13} + 23845 \zeta^{12} - 32357 \zeta^{11} \\ & - 16530 \zeta^{10} - 16530 \zeta^9 - 32357 \zeta^8 + 23845 \zeta^7 - 39064 \zeta^6 - 43016 \zeta^5 + 38114 \zeta^4 - 42731 \zeta^3 \\ & - 26410 \zeta^2 - 22971 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=74, & 19437 \zeta^{17} + 70167 \zeta^{16} + 12179 \zeta^{15} + 48488 \zeta^{14} + 29830 \zeta^{13} + 2223 \zeta^{12} + 87704 \zeta^{11} \\ & + 10146 \zeta^{10} + 10146 \zeta^9 + 87704 \zeta^8 + 2223 \zeta^7 + 29830 \zeta^6 + 48488 \zeta^5 + 12179 \zeta^4 + 70167 \zeta^3 \\ & + 19437 \zeta^2 + 90896 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=75, & 25612 \zeta^{17} + 56696 \zeta^{16} - 31255 \zeta^{15} + 51129 \zeta^{14} + 33706 \zeta^{13} - 18791 \zeta^{12} + 46835 \zeta^{11} \\ & + 16055 \zeta^{10} + 16055 \zeta^9 + 46835 \zeta^8 - 18791 \zeta^7 + 33706 \zeta^6 + 51129 \zeta^5 - 31255 \zeta^4 + 56696 \zeta^3 \\ & + 25612 \zeta^2 + 38209 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=76, & -1862 \zeta^{17} - 58577 \zeta^{16} + 836 \zeta^{15} - 36803 \zeta^{14} - 10450 \zeta^{13} + 798 \zeta^{12} - 62909 \zeta^{11} \\ & - 1064 \zeta^{10} - 1064 \zeta^9 - 62909 \zeta^8 + 798 \zeta^7 - 10450 \zeta^6 - 36803 \zeta^5 + 836 \zeta^4 - 58577 \zeta^3 \\ & - 1862 \zeta^2 - 63175 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=77, & -14193 \zeta^{17} - 11970 \zeta^{16} + 27151 \zeta^{15} - 17024 \zeta^{14} - 13528 \zeta^{13} + 18221 \zeta^{12} + 1178 \zeta^{11} \\ & - 9728 \zeta^{10} - 9728 \zeta^9 + 1178 \zeta^8 + 18221 \zeta^7 - 13528 \zeta^6 - 17024 \zeta^5 + 27151 \zeta^4 - 11970 \zeta^3 \\ & - 14193 \zeta^2 + 10906 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=78, & 10735 \zeta^{17} - 40603 \zeta^{16} - 8322 \zeta^{15} - 20691 \zeta^{14} - 5054 \zeta^{13} - 4826 \zeta^{12} - 57000 \zeta^{11} \\ & + 12084 \zeta^{10} + 12084 \zeta^9 - 57000 \zeta^8 - 4826 \zeta^7 - 5054 \zeta^6 - 20691 \zeta^5 - 8322 \zeta^4 - 40603 \zeta^3 \\ & + 10735 \zeta^2 - 63612 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=79, & 44270 \zeta^{17} + 74461 \zeta^{16} - 8588 \zeta^{15} + 61085 \zeta^{14} + 53903 \zeta^{13} - 12464 \zeta^{12} + 80066 \zeta^{11} \\ & + 23275 \zeta^{10} + 23275 \zeta^9 + 80066 \zeta^8 - 12464 \zeta^7 + 53903 \zeta^6 + 61085 \zeta^5 - 8588 \zeta^4 + 74461 \zeta^3 \\ & + 44270 \zeta^2 + 81320 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} _k=80, & 39235 \zeta^{17} + 37468 \zeta^{16} - 26049 \zeta^{15} + 45391 \zeta^{14} + 49780 \zeta^{13} - 13756 \zeta^{12} + 36670 \zeta^{11} \\ & + 17917 \zeta^{10} + 17917 \zeta^9 + 36670 \zeta^8 - 13756 \zeta^7 + 49780 \zeta^6 + 45391 \zeta^5 - 26049 \zeta^4 + 37468 \zeta^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 39235 \zeta^2 + 45448 \\
 &_{-k=81, 6213 \zeta^{17} - 51395 \zeta^{16} + 9101 \zeta^{15} - 36404 \zeta^{14} - 16378 \zeta^{13} - 190 \zeta^{12} - 64619 \zeta^{11} \\
 &+ 8968 \zeta^{10} + 8968 \zeta^9 - 64619 \zeta^8 - 190 \zeta^7 - 16378 \zeta^6 - 36404 \zeta^5 + 9101 \zeta^4 - 51395 \zeta^3 \\
 &+ 6213 \zeta^2 - 67982
 \end{aligned}$$

"Proving and checking identity"

"IDENTITY CHECKED AND PROVEN"

"IDENTITY checked for ", $_O(q^{-topq + 1}) = _O(q^{106})$

and $_topq + 1 > -_B = 87$
