প্রশ্নমালা–9(2)

1(i). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = 8x - x^2 \cdots (1)$; $[0, 6]$

$$f'(x) = 8 - 2x = 2(4 - x)$$

যেহেতু $f(x)$ ফাংশন x এর একটি বহুপদী, কাজেই $f(x)$ সর্বত্র অবিচ্ছিন্ন। অতএব $[0, 6]$ ব্যবধিতে f এর গরিষ্ঠমান এবং লঘিষ্ঠমান আছে।

সন্ধিবিন্দুর জন্য ধরি, $f'(x) = 0$

$\therefore 2(4 - x) = 0 \Rightarrow x = 4$

f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিমান $x = 4$ এবং প্রান্তবিন্দু $x = 0, 6$ স্থাপন করিয়া পাই,

$$f(0) = 0$$

$$f(4) = 8(4) - 4^2 = 32 - 16 = 16$$

$$f(6) = 8(6) - 6^2 = 48 - 36 = 12$$

উপরের মান সমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে

f এর পরম গরিষ্ঠমান $= 16$, যাহা ঘটে $x = 4$ বিন্দুতে

f এর পরম লঘিষ্ঠমান $= 0$, যাহা ঘটে $x = 0$ বিন্দুতে।

1(ii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = (x - 2)^3 \cdots (1)$, $[1, 4]$

$$f'(x) = 3(x - 2)^2$$

যেহেতু $f(x)$ ফাংশন x এর একটি বহুপদী, কাজেই $f(x)$ সর্বত্র অবিচ্ছিন্ন। অতএব $[1, 4]$ ব্যবধিতে f এর গরিষ্ঠমান ও লঘিষ্ঠমান আছে।

সন্ধিবিন্দুর জন্য ধরি $f'(x) = 0$

$\therefore 3(x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিমান $x = 2$ এবং প্রান্তবিন্দু $x = 1, 4$ স্থাপন করিয়া পাই

$$f(1) = (1 - 2)^3 = (-1)^3 = -1$$

$$f(2) = 0^3 = 0$$

$$f(4) = (4 - 2)^3 = 2^3 = 8$$

উপরের মানসমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে,

f এর গরিষ্ঠমান 8, যাহা ঘটে $x = 4$ বিন্দুতে,

f এর লঘিষ্ঠমান -1, যাহা ঘটে $x = 1$ বিন্দুতে।

1(iii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x \cdots (1)$; $[-3, 2]$

$$\therefore f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 6(x^2 + x - 2)$$

যেহেতু f(x) ফাংশন x এর একটি বহুপদী, কাজেই f(x) সর্বত্র অবিচ্ছিন্ন। অতএব [– 3, 2] ব্যবধিতে f এর গরিষ্ঠমান ও লঘিষ্ঠমান আছে।

সন্ধিবিন্দুর জন্য ধরি $f'(x) = 0$

$$\text{or } 6(x+2).(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, 1$$

f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিমান $x = -2, 1$ এবং প্রান্তবিন্দু $x = -3, 2$ স্থাপন করিয়া পাই,

$$f(-3) = 2(-3)^3 + 3)(-3)^2 - 12(-3) = -54 + 27 + 36 = 9$$

$$f(-2) = 2(-2)^3 + 3(-2)^2 - 12(-2) = -16 + 12 + 24 = 20$$

$$f(1) = 2(1)^3 + 3(1)^2 - 12(1) = 5 - 12 = -7$$

$$f(2) = 2(2)^3 + 3(2)^2 - 12(2) = 16 + 12 - 24 = 4$$

উপরের মানসমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে,

f এর গরিষ্ঠমান 20, যাহা ঘটে $x = -2$ বিন্দুতে,

f এর লঘিষ্ঠমান – 7, যাহা ঘটে $x = 1$ বিন্দুতে।

1(iv). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = 6x^{4/3} - 3x^{1/3} \cdots (1), \quad [-1, 1]$

$$f'(x) = 8x^{1/3} - x^{-2/3} = 8x^{1/3} - \frac{1}{x^{2/3}}$$

$$= \frac{8x-1}{x^{2/3}}$$

যেহেতু f(x) ফাংশন সর্বত্র অবিচ্ছিন্ন, কাজেই [– 1, 1] ব্যবধিতে f(x) এর গরিষ্টমান এবং লঘিষ্ঠমান আছে।

$x = \frac{1}{8}$ এর জন্য $f'(x) = 0$ হয় এবং $x = 0$ বিন্দুতে f' অসংজ্ঞায়িত।

এখন f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিমান $x = 0, 1/8$ এবং প্রাপ্ত বিন্দু $x = -1, 1$ স্থাপন করিয়া পাই,

$$f(0) = 0,$$

$$f\left(\frac{1}{8}\right) = 6\left(\frac{1}{2^3}\right)^{4/3} - 3\left(\frac{1}{2^3}\right)^{1/3} = 6\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 3\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{6}{16} - \frac{3}{2} = \frac{3}{8} - \frac{3}{2} = \frac{3-12}{8} = \frac{-9}{8}$$

$$f(-1) = 6(-1)^{4/3} - 3(-1)^{1/3} = 6 + 3 = 9$$

$$f(1) = 6(1)^{4/3} - 3(1)^{1/3} = 6 - 3 = 3$$

উপরের মান সমুহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে,

f এর পরম গরিষ্ঠমান 9, যাহা ঘটে $x = -1$ বিন্দুতে

f এর পরম লঘিষ্ঠমান $-\frac{9}{8}$, যাহা ঘটে $x = \frac{1}{8}$ বিন্দুতে।

1(v). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{4x^2+1}} \cdots (1), \quad [-1, 1]$

$$\therefore f'(x) = \frac{\sqrt{4x^2+1} \cdot (3) - 2x \cdot \frac{8x}{2\sqrt{4x^2+1}}}{4x^2+1}$$

$$= \frac{1}{4x^2+1}\left[3\sqrt{4x^2+1} - \frac{12x^2}{\sqrt{4x^2+1}}\right]$$

$$= \frac{1}{4x^2+1}\left[\frac{3(4x^2+1) - 12x^2}{\sqrt{4x^2+1}}\right] = \frac{3}{(4x^2+1)^{3/2}}$$

যেহেতু x এর সকল মানের জন্য $f'(x) \neq 0$ এবং $f'(x)$ বিদ্যমান আছে, কাজেই f এর সন্ধিমান নাই। অতএব f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ প্রান্তবিন্দু $x = -1, 1$ স্থাপন করিয়া পাই,

$$f(-1) = \frac{3(-1)}{\sqrt{4+1}} = \frac{-3}{\sqrt{5}}$$

$$f(1) = \frac{3(1)}{\sqrt{4+1}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$\therefore$ f এর পরম গরিষ্ঠমান $\frac{3}{\sqrt{5}}$, যাহা ঘটে $x = 1$ বিন্দুতে

f এর পরম লঘিষ্ঠমান $\frac{-3}{\sqrt{5}}$, যাহা ঘটে $x = -1$ বিন্দুতে।

1(vi). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = (x^2+x)^{2/3} \cdots (1); \quad [-2, 3]$

$$f'(x) = \frac{2}{3}(x^2+x)^{-1/3}(2x+1)$$

$$f'(x) = \frac{2(2x+1)}{3(x^2+x)^{1/3}}$$

$f'(x) = 0$ ধরি, or $2(2x+1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$। $x = 0$ এর জন্য $f'(x)$ বিদ্যমান নহে।

এখন f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিবিন্দু $x = -\frac{1}{2}$, 0 এবং প্রান্তবিন্দু $x = -2, 3$ স্থাপন করিয়া পাই,

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)^{2/3} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{2/3} = \left(\left(-\frac{1}{4}\right)^2\right)^{1/3} = \left(\frac{1}{2^2}\right)^{2/3} = \frac{1}{2^{4/3}}$$

$f(0) = 0$

$f(-2) = (4-2)^{2/3} = (2)^{2/3} = 2^{4/3}$

$f(3) = (9+3)^{2/3} = (12)^{2/3}$

উপরের মানসমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে

f এর পরম গরিষ্ঠমান $(12)^{2/3}$, যাহা ঘটে $x = 3$ বিন্দুতে।

f এর পরম লঘিষ্ঠমান 0, যাহা ঘটে $x = 0$ বিন্দুতে।

1(vii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = x^{2/3}(20-x) \cdots (1);\ [-1, 20]$

$$\therefore f'(x) = x^{2/3}(-1) + \frac{2}{3}x^{-1/3}(20-x)$$

$$= -x^{2/3} + \frac{2(20-x)}{3x^{1/3}} = \frac{-3x+40-2x}{3x^{1/3}}$$

$$= \frac{40-5x}{3x^{1/3}} = \frac{5(8-x)}{3x^{1/3}}$$

ধরি $f'(x) = 0$, or, $5(8-x) = 0 \Rightarrow x = 8$। $x = 0$ এর জন্য f(x) অসজ্ঞায়িত।

f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিমান $x = 0, 8$ এবং প্রান্তবিন্দু $x = -1, 20$ স্থাপন করিয়া পাই,

$f(0) = 0$

$f(-1) = (-1)^{2/3}(20+1) = 1(21) = 21$

$f(8) = (2^3)^{2/3}(20-8) = 2^2(12) = 48$

$f(20) = (20)^{2/3}(0) = 0.$

উপরের মানসমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে,

f এর পরম গরিষ্ঠমান 48, যাহা ঘটে $x = 8$ বিন্দুতে,

f এর পরম লঘিষ্ঠমান 0, যাহা ঘটে $x = 0, 20$ বিন্দুতে।

1(viii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = \sin x + \cos x \cdots (1);\ [0, \pi]$

$$f'(x) = \cos x - \sin x$$

$f'(x) = 0$ ধরি। $\cos x - \sin x = 0$, or $\sin x = \cos x$

or $\tan x = 1 = \tan\frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \in [0, \pi]$

f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিবিন্দু $x = \frac{\pi}{4}$ এবং প্রান্তবিন্দু $x = 0, \pi$ স্থাপন করিয়া পাই,

$f(0) = \sin 0 + \cos 0 = 1$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} + \cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$f(\pi) = \sin\pi + \cos\pi = 0 - 1 = -1$

উপরের মানসমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে,

f এর পরম গরিষ্ঠমান $\sqrt{2}$, যাহা ঘটে $x = \frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে,

f এর পরম লঘিষ্ঠমান -1, যাহা ঘটে $x = \pi$ বিন্দুতে।

1(ix). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = \tan x - 2x + 1 \cdots (1)$, $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$

$$f'(x) = \sec^2 x - 2.$$

ধরি, $f'(x) = 0$

$\therefore \sec^2 x - 2 = 0$, or $\sec^2 x = 2$

or, $\sec x = \sqrt{2}$, or $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\left(\frac{\pm\pi}{4}\right) \Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{4}$

f নির্ণয়ের জন্য (1) নং এ সন্ধিমান $x = -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$ এবং প্রান্তবিন্দু $x = -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$ স্থাপন করিয়া পাই,

$$f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 2\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 1 = -1 + \frac{\pi}{2} + 1 = \frac{\pi}{2} = 1.57$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \tan\frac{\pi}{4} - 2\left(\frac{\pi}{4}\right) + 1 = 1 - \frac{\pi}{2} + 1 = 2 - \frac{\pi}{2} = 0.43,$$

$$f\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) - 2\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 1 = -\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3} + 1 = 1.36$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \tan\frac{\pi}{3} - 2\left(\frac{\pi}{3}\right) + 1 = \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3} + 1 = 0.64$$

উপরের মানসমূহ হইতে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে,

f এর পরম গরিষ্ঠমান 1.57, যাহা ঘটে $x = -\frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে

f এর পরম লঘিষ্ঠমান 0.43, যাহা ঘটে $x = \frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে।

2(i). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = x^2 - x - 2$; $(-\infty, \infty)$

যেহেতু f(x) এর ঘাত জোড় এবং প্রথম পদের চিহ্ন পজিটিভ, কাজেই

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (x^2 - x - 2) = \lim_{x \to -\infty} x^2\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)$$

$$= \infty(1 - 0 - 0) = \infty$$

এবং $\lim_{x \to \infty} f(x) = \lim_{x \to \infty} (x^2 - x - 2) = \lim_{x \to \infty} x^2\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)$

$$= \infty(1 - 0 - 0) = \infty$$

সুতরাং f এর পরম লঘিষ্ঠমান আছে। কিন্তু গরিষ্ঠমান নাই।

এখন আমরা পাই $f'(x) = 2x - 1$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} - 2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2 = -\frac{1}{4} - 2 = \frac{-9}{4}$

ইহাই নির্ণেয় লঘিষ্ঠমান।

2(ii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = x^4 + 4x;\quad (-\infty, \infty)$

যেহেতু f(x) এর ঘাত জোড় এবং প্রথম পদের চিহ্ন পজিটিভ, কাজেই

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^4 + 4x) = \lim_{x\to-\infty} x^4\left(1 + \frac{4}{x^3}\right)$$

$$= \infty(1 + 0) = \infty$$

এবং $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (x^4 + 4x) = \lim_{x\to\infty} x^4\left(1 + \frac{4}{x^3}\right)$

$$= \infty(1 + 0) = \infty$$

সুতরাং f এর পরম লঘিষ্ঠমান আছে কিন্তু গরিষ্ঠমান নাই।

এখন আমরা পাই $f'(x) = 4x^3 + 4 = 4(x^3 + 1)$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow 4(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$

$\Rightarrow x = -1$, যেহেতু $x^2 - x + 1 = 0$ এর বাস্তব সমাধান নাই।

$\therefore f(-1) = (-1)^4 + 4(-1) = 1 - 4 = -3$.

ইহাই নির্ণেয় লঘিষ্ঠমান।

2(iii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = (x^2 - 1)^2;\ (-\infty, \infty)$

যেহেতু f(x) এর ঘাত জোড় এবং প্রথম পদের চিহ্ন পজিটিভ, কাজেই

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (x^2 - 1)^2 = \lim_{x\to-\infty} x^4\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2$$

$$= \infty(1 - 0)^2 = \infty$$

এবং $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (x^2 - 1)^2 = \lim_{x\to\infty} x^4\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2$

$$= \infty(1 - 0)^2 = \infty$$

সুতরাং f এর লঘিষ্ঠমান আছে কিন্তু গরিষ্ঠমান নাই।

এখন আমরা পাই, $f'(x) = 2(x^2 - 1)\,2x$

$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow 4x(x + 1)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1, 1.$

$\therefore f(0) = (0-1)^2 = 1$

$f(-1) = (1-1)^2 = 0$

$f(1) = (1-1)^2 = 0$

$\therefore$ সুতরাং $x = \pm 1$ বিন্দুতে f এর লঘিষ্ঠমান 0.

2(iv). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = 2x^3 - 6x + 2;\ (-\infty, \infty)$

যেহেতু f(x) এর ঘাত বিজোড় এবং প্রথম পদের চিহ্ন পজিটিভ, কাজেই

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2x^3 - 6x + 2) = \lim_{x\to-\infty} x^3\left(2 - \frac{6}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)$$

$$= -\infty(2 - 0 + 0) = -\infty$$

এবং $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(x^3 - 6x + 2)$

$$= \lim_{x\to\infty} x^3\left(2 - \frac{6}{x^2} + \frac{2}{x^3}\right)$$

$$= \infty(2 - 0 + 0) = \infty$$

সুতরাং f(x) এর না গরিষ্ঠমান আছে, না লঘিষ্ঠমান আছে।

2(v). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = x^3 - 9x + 1;\ (-\infty, \infty)$

যেহেতু f(x) ফাংশনের ঘাত বিজোড় এবং প্রথম পদের চিহ্ন ধণাত্মক, কাজেই

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x^3 - 9x + 1) = -\infty$$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(x^3 - 9x + 1) = \infty$$

সুতরাং f(x) ফাংশনের না গরিষ্ঠমান আছে, না লঘিষ্ঠমান আছে।

3(i). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = \frac{x-2}{x+1};\ (-1, 5)$

যেহেতু (– 1, 5) ব্যবধির সকল x এর জন্য f(x) ফাংশন সংজ্ঞায়িতি, কাজেই f(x) ফাংশন (– 1, 5) ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন।

$$\lim_{x\to-1+} f(x) = \lim_{x\to-1+}\frac{x-2}{x+1} = \frac{-3}{0} = -\infty$$

এবং $\lim_{x\to5-} f(x) = \lim_{x\to5-}\frac{x-2}{x+1} = \frac{5-2}{5+1} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

যেহেতু দ্বিতীয় সীমামান সসীম এবং প্রথমটি বলে যে (– 1, 5) ব্যবধিতে f এর কোন লঘিষ্ঠমান নাই। তবে সেখানে দুইটি সম্ভাবনা আছে, হয় (– 1, 5) ব্যবধিতে f এর কোন চরমমান নাই, অথবা উক্ত ব্যবধিতে f এর একটি গরিষ্ঠমান আছে। সন্ধিবিন্দুর জন্য পাই

$$f'(x) = \frac{(x+1)\,1 - (x-2)1}{(x+1)^2} = \frac{x+1-x+2}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2}$$

এখানে $f'(x)$ বিদ্যমান আছে কিন্তু x এর কোন মানের জন্যই $f'(x) \neq 0$.
সুতরাং $(-1, 5)$ ব্যবধিতে f এর কোন চরমমান নাই।

2(vi). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = 3x^4 + 4x^3$; $(-\infty, \infty)$

যেহেতু $f(x)$ ফাংশনের ঘাত জোড় এবং প্রথম পদের চিহ্ন ধনাত্মক, কাজেই

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (3x^4 + 4x^3) = \lim_{x\to-\infty} x^4\left(3 + \frac{4}{x}\right)$$

$$= \infty(3 + 0) = \infty$$

এবং $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (3x^4 + 4x^3) = \lim_{x\to\infty} x^4\left(3 + \frac{4}{x}\right)$

$$= \infty(3 + 0) = \infty.$$

সুতরাং $f(x)$ এর পরম লঘিষ্ঠমান আছে কিন্তু গরিষ্টমান নাই।

এখন আমরা পাই $f'(x) = 12x^3 + 12x^2 = 12x^2(x + 1)$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 12x^2(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1$$

$\therefore f(-1) = 3(-1)^4 + 4(-1)^3 = 3 - 4 = -1$ এবং $f(0) = 0$.

$\therefore x = -1$ বিন্দুতে লঘিষ্ঠমান -1.

3(ii). প্রদত্ত ফাংশন $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x}$; $(0, 1)$

যেহেতু $(0, 1)$ ব্যবধির x এর সকল মানের জন্য $f(x)$ ফাংশন সংজ্ঞায়িত, কাজেই $f(x)$ ফাংশন $(0, 1)$ ব্যবধিতে অবিচ্ছিন্ন।

$$\lim_{x\to0+} f(x) = \lim_{x\to0+} \frac{1}{x^2 - x} = \lim_{x\to0+} \frac{1}{x(x-1)} = -\infty$$

এবং $\lim_{x\to1-} f(x) = \lim_{x\to1-} \dfrac{1}{x^2 - x} = \lim_{x\to1-} \dfrac{1}{x(x-1)} = -\infty$

সুতরাং $f(x)$ ফাংশনের পরম গরিষ্ঠমান আছে, কিন্তু লঘিষ্ঠমান নাই। সন্ধিবিন্দুর জন্য পাই

$$f'(x) = \frac{-(2x - 1)}{(x^2 - x)^2}$$

$$\therefore f'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

এবং $x = 0$ এবং $x = 1$ এর জন্য $f'(x)$ অসংজ্ঞায়িত।

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}} = \frac{1}{-1/4} = -4$$

$\therefore f$ এর গরিষ্ঠমান -4, যাহা ঘটে $x = -\dfrac{1}{2}$ বিন্দুতে।