

Laboratorio N°2

Oscilaciones forzadas

Integrantes: Cristopher Gómez
Grupo 2

Profesor: Karim Pichara

Auxiliar: Tomás Nahum

Ayudantes: Javier Videla

Maximiliano Barra

Nicolás Gajardo

Pablo Pogorelow

Fecha de entrega: 29 de noviembre de 2018

Santiago, Chile

1. Introducción

Las vibraciones mecánicas que se encuentran normalmente en la industria provienen de un sistema que se encuentra forzado a oscilar por una fuerza externa. El ejemplo común es el de una máquina con un elemento rotatorio que genera vibraciones producto de un desbalance en su distribución de masa. Debido a que el mecanismo ubicuo de transformación de energía eléctrica o química a energía mecánica es a través de elementos rotatorios, este fenómeno de oscilaciones forzadas afecta a un gran número de industrias. Un punto importante es la existencia del fenómeno de resonancia que ocurre cuando la fuerza externa tiene una frecuencia cercana a la frecuencia natural del sistema donde actúa. En resonancia, el sistema oscila con amplitud máxima. Esto puede causar una falla mecánica rápidamente por lo que es de suma importancia mantener controlado el sistema para evitar que entre en resonancia.

2. Descripción del problema

El sistema experimental (Figura 1) consiste en una barra sólida anclada con un pivote a una estructura inmóvil. En el otro extremo la barra se une a un resorte. Adicionalmente, una masa se encuentra anclada al extremo derecho de la barra. Un motor desbalanceado está montado en el punto central de la barra.

Los parámetros del sistema se encuentran en la Tabla 1.

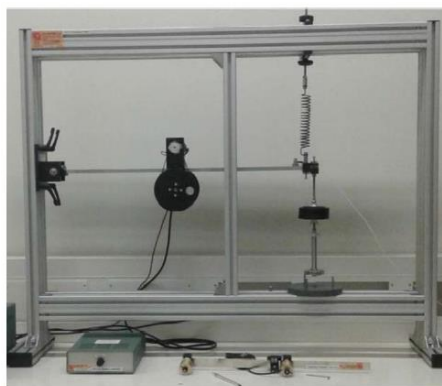


Figura 1: Sistema mecánico a estudiar.

La velocidad del motor puede ser controlada para estudiar la respuesta del sistema. Se realizan 9 experiencias variando la velocidad del motor. En cada experiencia se mide el tiempo y la aceleración en la punta de la barra a través de un acelerómetro.

3. Antecedentes

La respuesta del sistema se obtiene a través del método de Lagrange asumiendo pequeñas oscilaciones. Se agrega un coeficiente de roce viscoso para modelar el roce que existe por la existencia de aire y por roces entre los elementos del sistema. El resultado del motor desbalanceado es una fuerza armónica como elemento forzante en el sistema. La solución en régimen estacionario corresponde

Tabla 1: Propiedades del sistema experimental.

Largo de la barra $[m]$	0,85
Sección viga $[mm^2]$	$25,5 \cdot 12,7$
Módulo de Young $[Pa]$	$2,1 \cdot 10^{11}$
Densidad $[\frac{kg}{m^3}]$	7800
Rigidez del resorte $[\frac{N}{m}]$	2500
Masa del motor $[kg]$	5,105
Masa de desbalance $[kg]$	0,058
Radio de desbalance $[m]$	$4,5 \cdot 10^{-2}$
Masa extra $[kg]$	0,473

a la Ecuación 3. La variable X corresponde a la amplitud de la oscilación. La Ecuación 4 entrega una relación entre la amplitud de la oscilación y la amplitud de la aceleración del sistema. Para los cálculos se va a considerar $c = 0$ y por lo tanto $\xi = 0$ ya que no existe una fuente considerable de roce viscoso. La Ecuación 5 permite calcular la amplitud de oscilación que es la variable a analizar en este trabajo. Se define $r = \frac{w_n}{w_r}$.

$$M_{total} = \left(\frac{1}{3} M_{barra} + \frac{1}{4} M_{motor} + m \right) \quad (1)$$

$$M_{total} \ddot{x} + k\dot{x} + c\dot{x} = m_0 e \omega_r^2 \sin(\omega_r t) \quad (2)$$

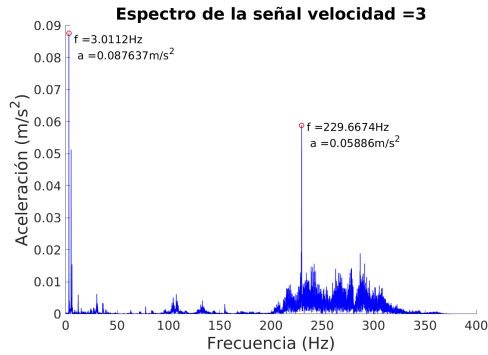
$$x_p(t) = X \sin(\omega_r t - \theta) \quad (3)$$

$$\ddot{x} = -X \omega_r^2 \sin(\omega_r t - \theta) \quad (4)$$

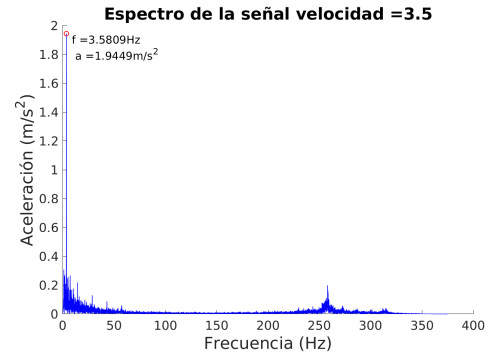
$$X = \frac{m_0 e}{M_{total}} \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} \quad (5)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi r}{1 - r^2} \right) \quad (6)$$

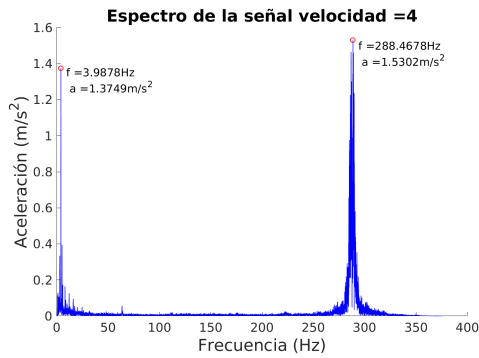
4. Resultados



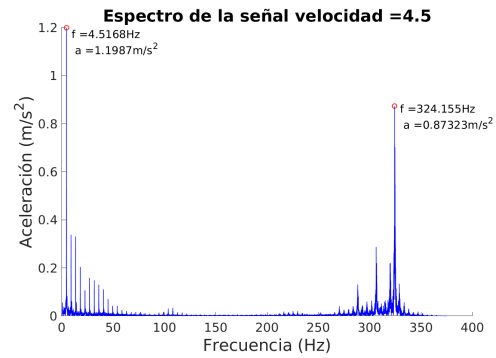
(a) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 3 Hz



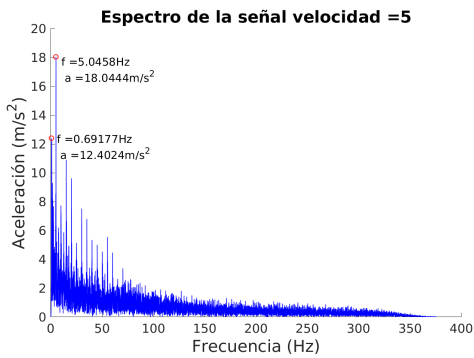
(b) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 3,5 Hz



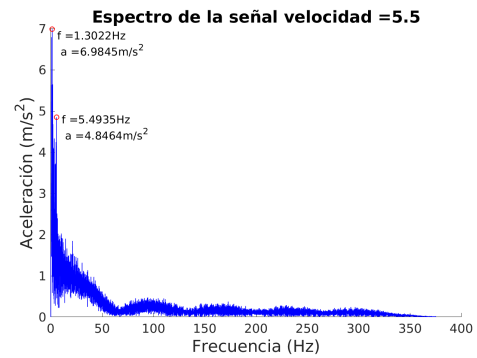
(c) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 4 Hz



(d) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 4,5 Hz

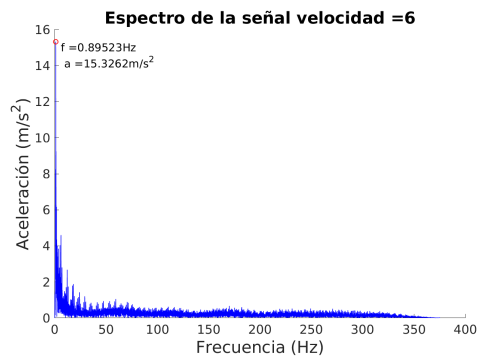


(e) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 5 Hz

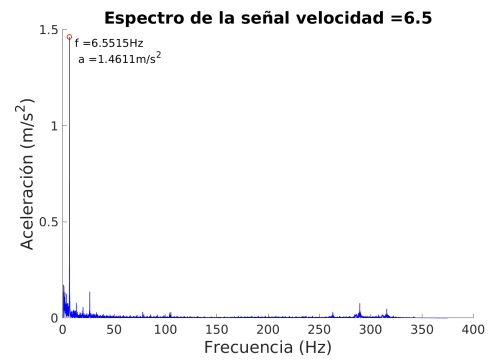


(f) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 5,5 Hz

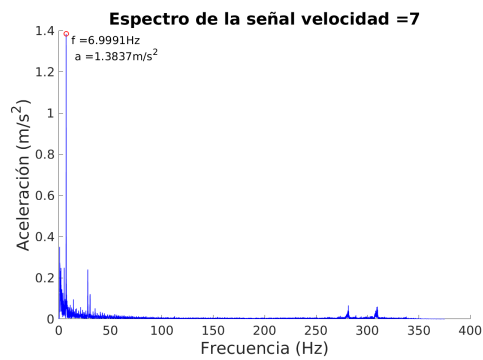
Figura 2: Análisis en frecuencia de respuesta del sistema.



(a) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 6 Hz

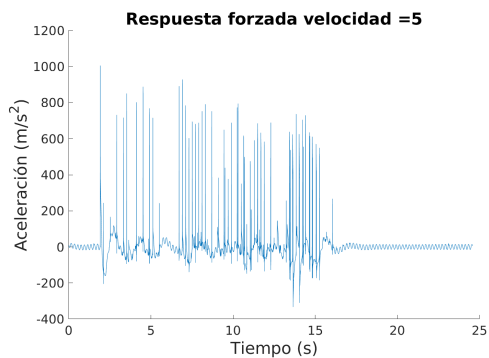


(b) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 6,5 Hz

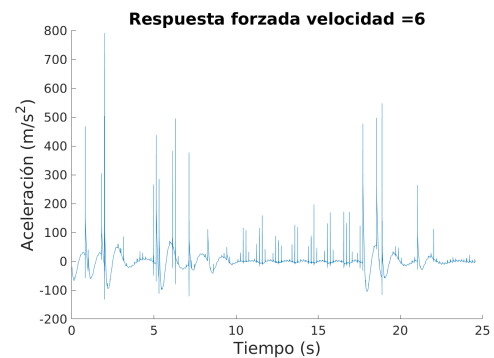


(c) Transformada de Fourier para experimento con velocidad de motor 7 Hz

Figura 3: Análisis en frecuencia de respuesta del sistema.



(a) Transformada de Fourier para experimento 3



(b) Transformada de Fourier para experimento 3

Figura 4: Respuestas para casos especiales.

Tabla 2: Amplitud de aceleraciones $[\frac{m}{s^2}]$ teóricas y experimentales para cada velocidad de motor.

Vel.	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
Exp.	0,088	1,95	1.38	1.20	18.04	4.85	-	1.46	1.38
Teo.	0,203	0,467	1,10	3,15	37,8	8,39	4,51	5,25	4,31

5. Análisis de resultados y conclusiones

En la Tabla 2 se aprecia que los resultados experimentales son cercanos a los predichos por la teoría. Sin embargo, se observa que para las velocidades bajas el error de predicción es menor que para las velocidades altas.

Se observa que la resonancia ocurre cerca de los $5Hz$ lo que se corresponde al cálculo teórico de la frecuencia natural del sistema $w_n = 31,8468 \frac{rad}{s}$ lo que es equivalente a $5,0686Hz$. Sin embargo, la aceleración predicha es casi el doble a la obtenida experimentalmente. Esto se explica por varios factores: la existencia de errores en el montaje del sistema, la existencia de roce que disipa energía, errores del acelerómetro y el hecho de que en el modelo teórico se asume que el sistema se encuentra en régimen permanente.

En el gráfico de la Figura 3 (a) se aprecia que no fue posible obtener la amplitud para el experimento realizado con una frecuencia de revolución de motor igual a $6 Hz$. Esto se puede entender si es que se revisa la Figura 4 (b) en donde se presenta la respuesta temporal. Este gráfico muestra una señal ruidosa en donde no es posible observar un periodo. Tal suceso puede explicarse por un defecto en el sensor o un consumo irregular del motor eléctrico del elemento forzante.

Un resultado interesante se puede ver en los gráficos de las Figuras 2 (a)(c) y (d). Existe un *peak* claro con una frecuencia mayor a $250Hz$, valor que claramente se aleja de la velocidad del motor. Esta aceleración puede corresponder a uno de los modos de vibración de la barra rígida que en la realidad no es perfectamente rígida por lo que sufre deformaciones elásticas. Un golpe pudo haber provocado que la barra vibrara a una alta frecuencia que pudo ser registrada por el acelerómetro.