



STRUKTURE PODATAKA

LETNJI SEMESTAR

STABLA (TREES)

Prof. Dr Leonid Stoimenov
Katedra za računarstvo
Elektronski fakultet u Nišu

SADRŽAJ

Danas:

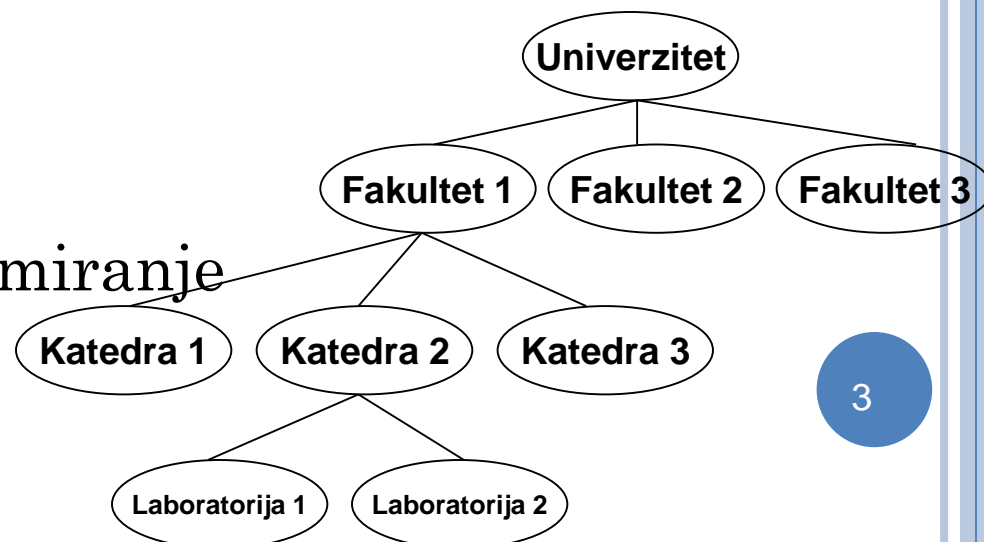
- Uvod
- Definicija
- Termini

Naredna predavanja:

- Binarna stabla
- Opšta stabla
- N-arna stabla

UVOD

- U računarstvu, **stablo** je apstraktni model za hijerarhijsku strukturu
 - To je najznačajnija nelinearna struktura podataka
- Sastoji se od **čvorova** koji su u **relaciji roditelj-dete**
- Primene:
 - Organizacione karte (npr. organizacija univerziteta – desno)
 - Fajl sistemi
 - Baze podataka
 - GUI
 - Web sajtovi
 - Okruženja za programiranje



FORMALNA DEFINICIJA STABLA

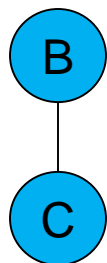
- **Stablo (engl. root)** T je konačan, neprazan skup čvorova sa sledećim svojstvima:
 1. Jedan čvor je **koren (engl. root)** stabla
 2. Ostali čvorovi su podeljeni u $n \geq 0$ podskupova od kojih je svaki stablo
- Ova definicija je **rekurzivna**
- Svi čvorovi su isti, jedino se koren “razlikuje”
- Svaki čvor predstavlja koren **podstabla**
- Stablo ima bar jedan čvor – to je koren

PRIMERI STABLA

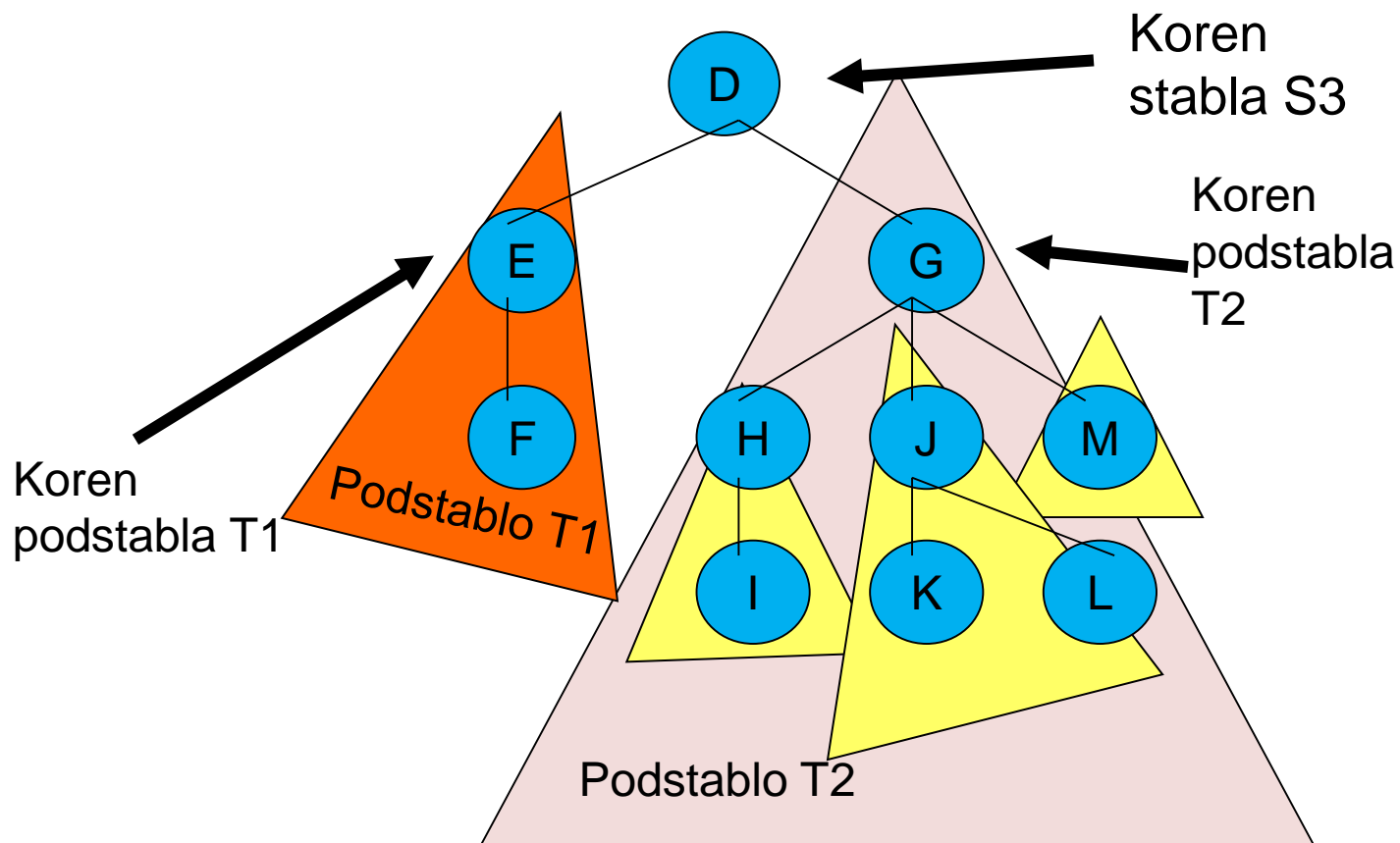
Stablo S1



Stablo S2



Stablo S3

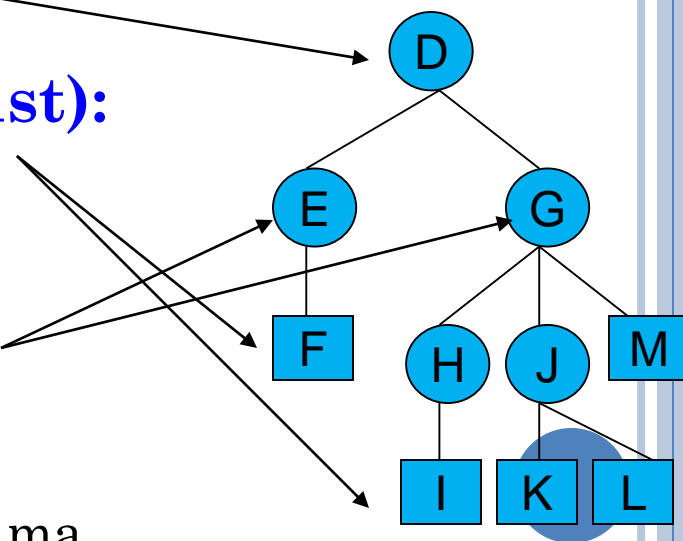
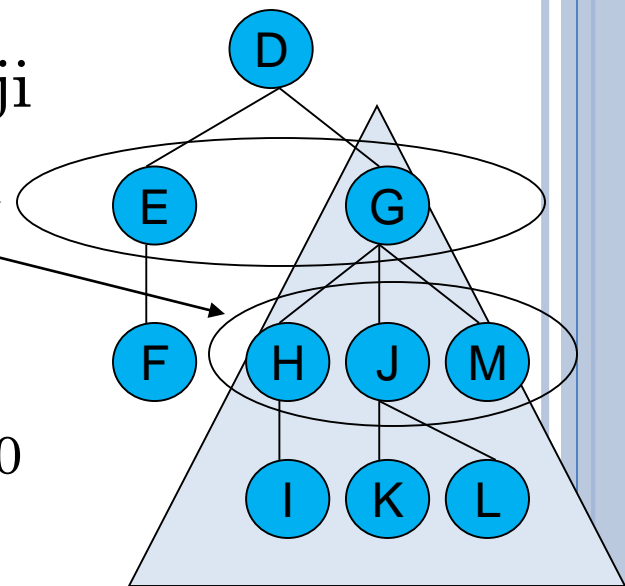


TERMINI (1)

- **Stablo** T je skup čvorova koji memorišu elemente u relaciji **roditelj-dete** sa sledećim svojstvima:
 - T ima specijalan čvor r , koji se naziva **koren** stabla T , koji nema roditeljski čvor
 - Svaki čvor v ($v \neq r$) stabla T ima jedinstven **roditeljski čvor** u
- Prema ovoj definiciji **stablo ne može biti prazno**, pošto mora imati bar jedan čvor (koren)

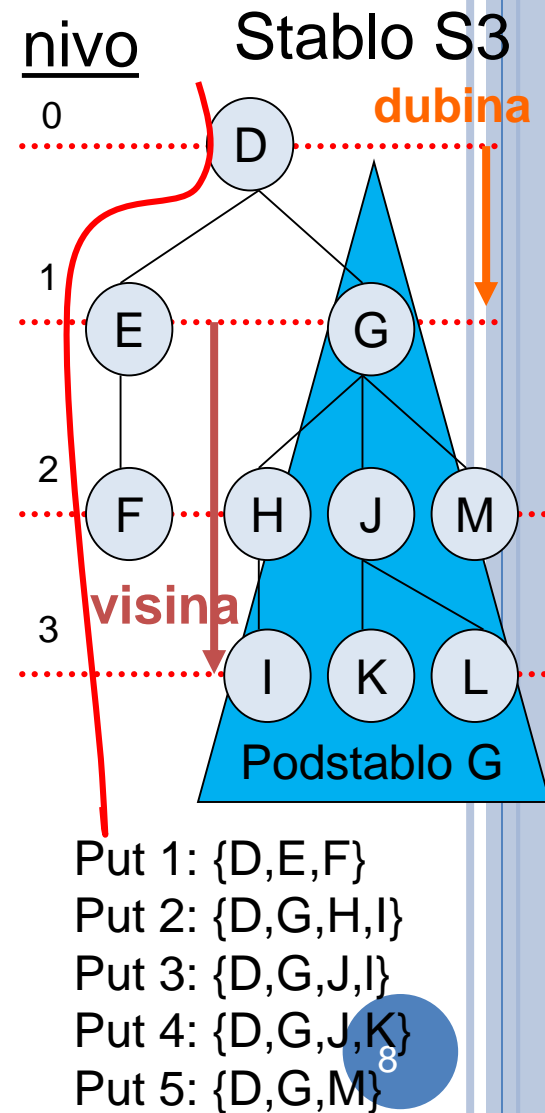
TERMINI (2)

- **Braća ili sestre (siblings):** Čvorovi koji imaju istog roditelja
 - (H,J,M), (K,L), (E,G) su sestre
- **Stepen čvora:** broj podstabala pridruženih čvoru ili broj dece čvora
 - stepen čvora G je 3, čvora J je 2, a čvora F je 0
- **Koren:** čvor bez roditelja
 - za stablo desno je D
- **Eksterni čvor (terminalni čvor, list):** Čvor stepena 0 ili čvor bez dece
 - čvorovi F,I,K,L,M
- **Interni čvor:** Čvor bar sa 1 detetom
 - čvorovi D,E,G,H,J,M
- Na slici desno dole eksterni čvorovi su predstavljeni kvadratićima, a interni kružićima



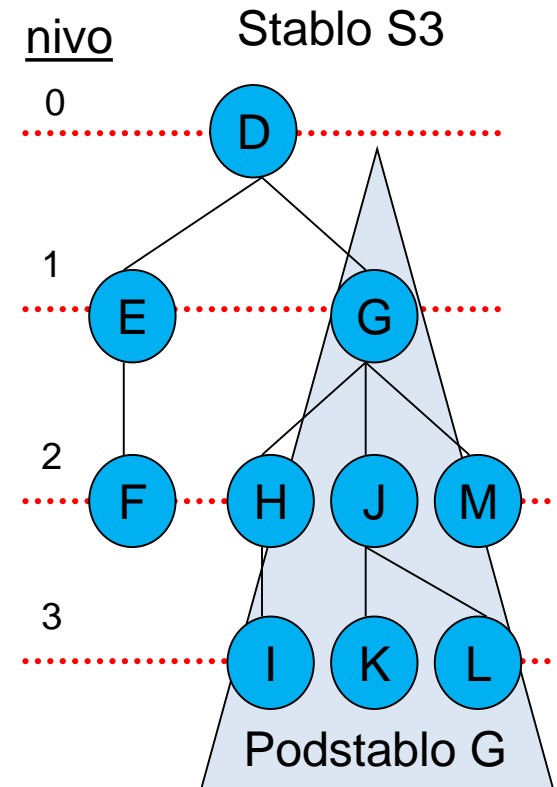
TERMINI (3)

- **Put** u stablu T je neprazna sekvenca čvorova $P = \{c_1, c_2, \dots, c_k\}$ gde je i -ti čvor u sekvenci roditelj $(i+1)$ -vog čvora
- **Dužina puta** P je $k-1$, tj. broj grana na putu
 - $P_1 = \{D, G, H, I\}$ je put dužine 3
 - $P_2 = \{H, I\}$ je put dužine 1
- **Dubina** ili **nivo čvora v** je dužina jedinstvenog puta od korena do čvora v
 - dubina čvora D je 0; čvorova E i G je 1; čvorova F, H, J, M je 2; čvorova I, K, L je 3
- **Visina čvora v** je dužina najdužeg puta od čvora v do lista
 - čvorovi F, I, K, L, M su listovi i imaju visinu 0
 - čvorovi E, H, J su na visini 1, G na visini 2, a D na visini 3
- **Visina stabla** je visina korena stabla, odnosno dužina najdužeg puta od korena do bilo kog lista, odnosno max dubina čvorova stabla
 - Visina stabla S_3 je 3



TERMINI (4)

- **Predak čvora:** Čvor u je predak čvora v u stablu T ako u T postoji put od u do v
 - J je predak čvorova K i L
 - G je takođe predak čvorova K i L
 - H nije predak čvorova K i L
- **Potomak čvora:** Čvor u je potomak čvora v u stablu T ako u T postoji put od v do u
- **u predak v** - postoji put od u do v
- **u potomak v** - postoji put od v do u



TERMINI (5)

- Stablo može biti
 - uređeno i
 - neuređeno
- Stablo je **uređeno** ako postoji linearno uređenje definisano za decu svakog čvora
 - bitno je relativno uređenje podstabala u svakom čvoru
 - deca svakog čvora uređenog stabla se identifikuju kao **prvo, drugo, treće**, itd.

DUBINA (DEPTH)

- **Dubina čvora v** je dužina jedinstvenog puta od korena do čvora v
 - obeležimo je sa $\text{dubina}(v)$

Algoritam $\text{dubina}(T, v)$

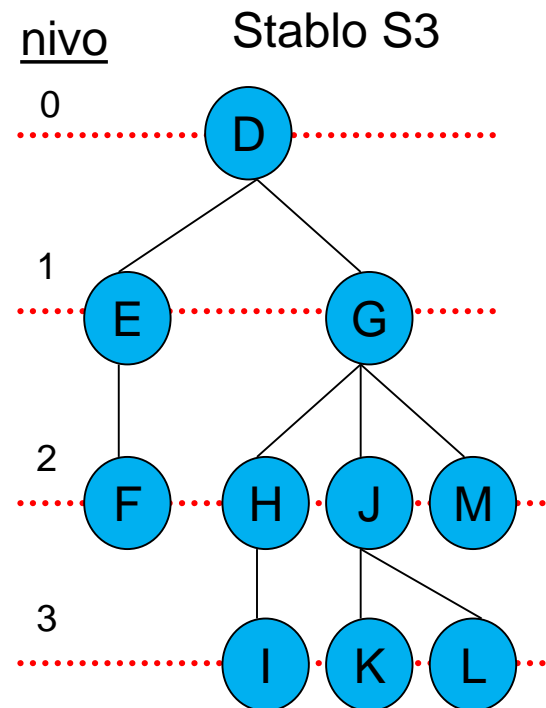
```
if (jeKoren( $T, v$ ))  
  then return(0)  
  else  
    return(1+dubina( $T, \text{roditelj}(T, v)$ ))
```

- Rekurzivna definicija

Složenost: $O(1+dv)$,

dv – dubina čvora
 $v \in T$,

Najgori slučaj $O(n)$,
 n – broj čvorova
u T



VISINA (HEIGHT)

- **Visina čvora v** je dužina najdužeg puta od čvora v do lista
 - obeležimo je sa **visina(v)**
- Rekurzivna definicija
- **Visina stabla T** je visina korena stabla T
- **Svojstvo: Visina stabla T** jednaka je max dubini njegovih eksternih čvorova

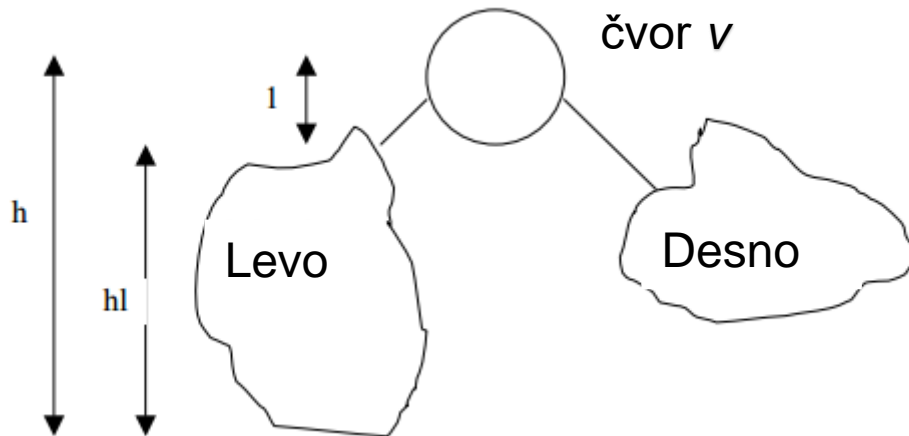
```
Algoritam visinaStabla( $T, v$ )  
if (jeEksterni( $T, v$ ))  
then return 0  
else  
     $h = 0$   
    for svako dete  $v$  iz  $T$  do  
         $h = 1 + \max(h, \text{visinaStabla}(T, \text{dete } v))$   
    return ( $h$ )
```

Složenost: $O(n + \sum_{v \in E} (1 + d_v))$

- n - broj čvorova stabla T
- E - broj eksternih čvorova
- d_v - dubina čvora v u stablu T
- Najgori slučaj $O(n^2)$

VISINA (HEIGHT) ZA BINARNO STABLO

- Visina čvora v za binarno stablo



```
Algoritam visinaSt (T,v)
if (jeEksterni(T,v))
then return 0
else
    h=0
    hl = visinaSt ( Levo od v)
    hd = visinaSt ( Desno od v)
    h = 1 +
        max( hl, hr)
return (h)
```

STABLA KOJA ĆEMO PROUČAVATI

- Binarna stabla
 - Knutovo
 - Striktno
 - Kompletno
 - Gotovo kompletno
 - Gomila
 - Stablo binarnog traženja
- Opšta stabla

PITANJA, IDEJE, KOMENTARI

