OTPORNICI STALNE OTPORNOSTI

$R\ [\Omega]$

Zadatak 1. Odrediti maksimalnu struju kroz otpornik nominalne otpornosti 3.3 kΩ, nominalne snage 1/4 W. U kom opsegu se kreće otpornost ovog otpornika tolerancije 20%?

Rešenje:

$$P = R \cdot I^2 \ \ \rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 3.3 \cdot 10^3}} = 0.0087\ \mathrm{A}$$

$$3000\ \Omega\ \pm 20\% = \{2640\ \Omega, 3960\ \Omega\}$$

Zadatak 2. SMD otpornik pravougaonog oblika, dužine $a = 2$ mm, širine $b = 0.5$ mm i visine h, zalemljen je na štampanoj ploči. Otpornik je realizovan od oksida kalaja čija je slojna otpornost $R_s = 250\ {}^{\Omega}/_{\boxdot}$.

a) Odrediti vrednost ovog otpornika,
b) Ako je maksimalna snaga ovog otpornika 1/8 W odrediti maksimalni napon na koji se on sme priključiti.

Rešenje:

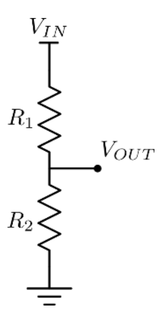
a)

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = \rho \cdot \frac{a}{b \cdot h} = \frac{\rho}{h} \cdot \frac{a}{b} = R_s \cdot n = 250 \cdot 4 = 1000\ \Omega = 1\ \mathrm{k\Omega}$$

b)

$$P = \frac{V^2}{R} \ \ \rightarrow \ \ V = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 1000} = 11.8\ \mathrm{V}$$

RAZDELNIK NAPONA

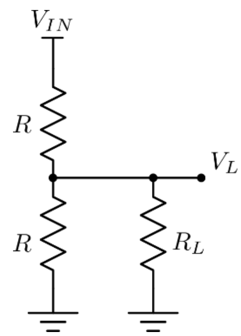


$$V_{OUT} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{IN}$$

Masa (- kraj generatora) – referentna tačka, tačka nultog potencijala
Naći napon u nekoj tački – spustiti se do mase!

Zadatak 3. U kolu na slici 1 odrediti napon V_L kada je:

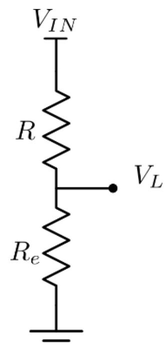
a) $R_L = R \cdot 10^6$,
b) $R_L = R$,
c) Kada se otpornik R_L isključi iz kola odrediti minimalnu vrednost R koja garantuje da se mogu upotrebiti otpornici nazivne snage 0.25 W.



Slika 1.

Rešenje:

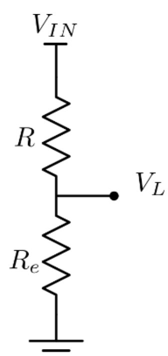
a)



$$R_e = \frac{R_L \cdot R}{R_L + R} = \frac{R \cdot R \cdot 10^6}{R + R \cdot 10^6} = \frac{R^2 \cdot 10^6}{R \cdot (1 + 10^6)} \approx R$$

$$V_L = \frac{R_e}{R_e + R} \cdot V_{IN} = \frac{R}{R + R} \cdot V_{IN} = \frac{R}{2R} \cdot 12 = 6 \text{ V}$$

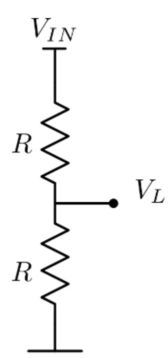
b)



$$R_e = \frac{R \cdot R}{R + R} = \frac{R}{2}$$

$$V_L = \frac{R_e}{R_e + R} \cdot V_{IN} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{R}{2} + R} \cdot V_{IN} = \frac{\frac{R}{2}}{\frac{3R}{2}} \cdot 12 = 4 \text{ V}$$

c)

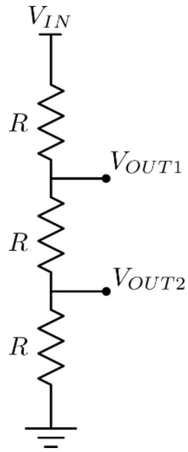


$$P = \frac{{V_L}^2}{R} \rightarrow \quad R = \frac{{V_L}^2}{P}$$

$$V_L = \frac{R}{R + R} \cdot V_{IN} = 6 \text{ V}$$

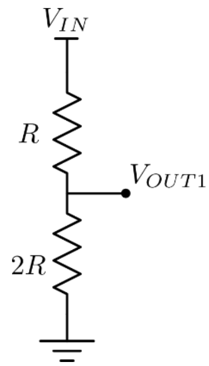
$$R = \frac{{V_L}^2}{P} = \frac{36}{0.25} = 144 \ \Omega$$

Zadatak 4. Ako je vrednost napajanja $V_{IN} = 12$ V odrediti vrednost izlaznog napona V_{OUT1} i V_{OUT2} u kolu sa slike 2.

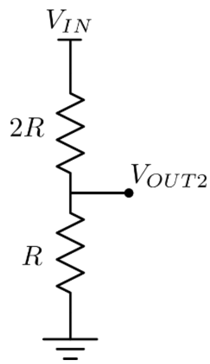


Slika 2.

Rešenje:

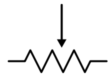


$$V_{OUT1} = \frac{2R}{2R + R} \cdot V_{IN} = \frac{2R}{3R} \cdot 12 = 8 \text{ V}$$

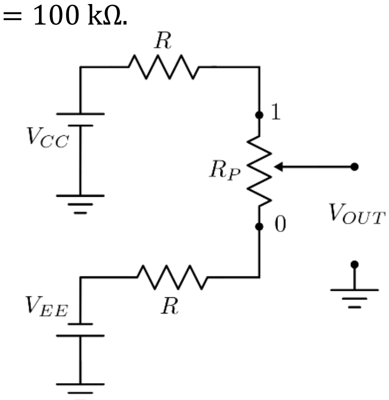


$$V_{OUT2} = \frac{R}{R + 2R} \cdot V_{IN} = \frac{R}{3R} \cdot 12 = 4 \text{ V}$$

OTPORNICI PROMENLJIVE OTPORNOSTI - POTENCIOMETRI



Zadatak 5. U kolu na slici 3 položaj klizača potenciometra se menja linearno između pozicija 0 i 1. Skicirati oblik promene napona V_{OUT} u funkciji promene položaja klizača potenciometra. Poznato je $V_{CC} = V_{EE} = 15$ V, $R = 25$ kΩ, $R_P = 100$ kΩ.



Slika 3.

Rešenje:

$$V_{CC} = R \cdot I + R_P \cdot I + R \cdot I - V_{EE}$$

$$I = \frac{V_{CC} + V_{EE}}{2 \cdot R + R_P} = \frac{15 + 15}{(2 \cdot 25 + 100) \cdot 10^3} = 0.2 \text{ mA}$$

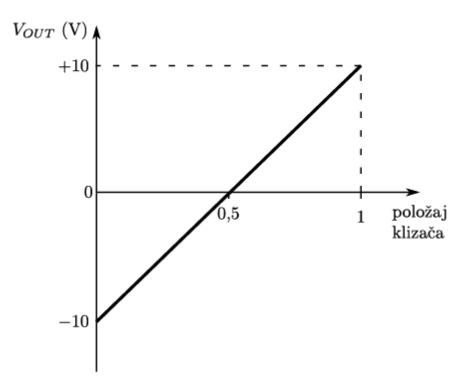
Kada je klizač u poziciji 0:

$$V_{OUT0} = R \cdot I - V_{EE} = 25 \cdot 10^3 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3} - 15 = -10 \text{ V}$$

Kada je klizač u poziciji 1:

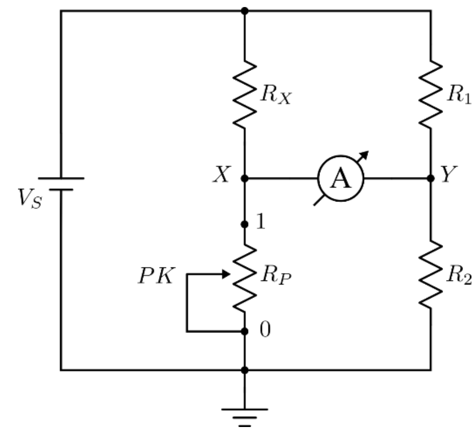
$$V_{OUT1} = -R \cdot I + V_{CC} = -25 \cdot 10^3 \cdot 0.2 \cdot 10^{-3} + 15 = 10 \text{ V}$$

Zavisnost izlaznog napona od položaja klizača potenciometra prikazana je na slici 4.



Slika 4.

Zadatak 6. U kolu na slici 5 ukupna otpornost linearnog potenciometra (između položaja klizača 0 i 1) je $R_P = 10$ kΩ. Kada je klizač u položaju PK=0.43, ampermetar u kolu meri struju od 0 A. Izračunati vrednost otpornosti R_X. Poznato je: $V_S = 10$ V, $R_1 = 1$ kΩ, $R_2 = 10$ kΩ.



Slika 5.

Rešenje:

$$V_Y = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_S = \frac{10 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3} \cdot 10 = 9.1 \text{ V}$$

S obzirom da je Vistonov most u ravnoteži, struja kroz ampermetar je 0 A, pa sledi da je:

$$V_X = V_Y = 9.1 \text{ V}$$

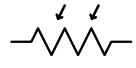
$$V_X = \frac{R_{PX}}{R_{PX} + R_X} \cdot V_S \quad \rightarrow \quad R_X = \frac{R_{PX} \cdot (V_S - V_X)}{V_X}$$

$$R_{PX} = (1 - 0.43) \cdot R_P = 0.57 \cdot 10 \cdot 10^3 = 5.7 \text{ k}\Omega$$

$$R_X = \frac{R_{PX} \cdot (V_S - V_X)}{V_X} = \frac{5.7 \cdot 10^3 \ \cdot (10 - 9.1)}{9.1} = 0.56 \text{ k}\Omega$$

NELINEARNI OTPORNICI

FOTOOTPORNICI



Zadatak 7. Stuja kroz neosvetljeni fotootpornik pri naponu $V = 10$ V, iznosi 400 µA. Kada se pri tom istom naponu fotootpornik izloži osvetljaju $E_1 = 500$ lx, struja kroz njega je 2 mA, a pri osvetljaju $E_2 = 1500$ lx stuja je 6 mA. Odrediti otpornost fotootpornika pri osvetljaju od $E_3 = 2000$ lx.

Rešenje:

$$\text{Za } E_1 = 500 \text{ lx},$$
$$I_1 = 2000\ \mu\text{A} = I_t + I_{f1} \ \rightarrow \ I_{f1} = I_1 - I_t = 2000\ \mu\text{A} - 400\ \mu\text{A} = 1600\ \mu\text{A} = C \cdot {E_1}^{\chi}$$

$$\text{Za } E_2 = 1500 \text{ lx},$$
$$I_2 = 6000\ \mu\text{A} = I_t + I_{f2} \ \rightarrow \ I_{f2} = I_2 - I_t = 6000\ \mu\text{A} - 400\ \mu\text{A} = 5600\ \mu\text{A} = C \cdot {E_2}^{\chi}$$

$$\frac{I_{f2}}{I_{f1}} = \frac{C \cdot {E_2}^{\chi}}{C \cdot {E_1}^{\chi}} = \left(\frac{E_2}{E_1}\right)^{\chi} \quad / \, log$$

$$\log\left(\frac{I_{f2}}{I_{f1}}\right) = \chi \cdot \log\left(\frac{E_2}{E_1}\right) \quad \rightarrow \quad \chi = \frac{\log\left(\frac{I_{f2}}{I_{f1}}\right)}{\log\left(\frac{E_2}{E_1}\right)} = 1.1403$$

$$I_{f1} = C \cdot {E_1}^{\chi} \quad \rightarrow \quad C = \frac{I_{f1}}{{E_1}^{\chi}} = 1.3381 \cdot 10^{-6}\ \text{A}$$
$$R_3 = \frac{V}{I_3} = \frac{V}{I_t + I_{f3}} = \frac{V}{I_t + C \cdot {E_3}^{\chi}} = \frac{10}{400 \cdot 10^{-6} + 7774.153 \ \cdot 10^{-6}} = 1223.37\ \Omega$$

Zadatak 8. Fotootpornik priključen na napon $V = 1$ V u potpunom mraku ima otpornost $R_0 = 100$ kΩ. Kada se upali tačkast izvor svetlosti, koji je na rastojanju 1.2 m od ovog fotootpornika, njegova otpornost padne na $R_1 = 4$ kΩ, a kada se izvor približi na 75 cm, otpornost fotootpornika padne na $R_2 = 1.46$ kΩ. Odrediti kolika će biti otpornost ovog fotootpornika ako se tačkasti izvor svetlosti približi na 50 cm od fotootpornika.

Rešenje:

$$I_t = \frac{V}{R_0} = 10\ \mu\text{A}$$

$$\text{Za } r_1 = 1.2\text{ m}, \ I_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{1}{4 \cdot 10^3} = 250\ \mu\text{A} = I_t + I_{f1} \ \rightarrow \ I_{f1} = I_1 - I_t = 240\ \mu\text{A}$$
$$\text{Za } r_2 = 0.75\text{ m}, \ I_2 = \frac{V}{R_2} = \frac{1}{1.46 \cdot 10^3} = 685\ \mu\text{A} = I_t + I_{f2} \ \rightarrow \ I_{f2} = I_2 - I_t = 675\ \mu\text{A}$$

Zavisnost osvetljaja od rastojanja $E \sim \frac{1}{{r_1}^2}$, pa onda važi:

$$I_{f1} = C \cdot {E_1}^{\chi} \sim C \cdot \left(\frac{1}{{r_1}^2}\right)^{\chi}$$
$$I_{f2} = C \cdot {E_2}^{\chi} \sim C \cdot \left(\frac{1}{{r_2}^2}\right)^{\chi}$$

$$\frac{I_{f2}}{I_{f1}} = \frac{C \cdot \left(\frac{1}{{r_2}^2}\right)^{\chi}}{C \cdot \left(\frac{1}{{r_1}^2}\right)^{\chi}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{2 \cdot \chi} \quad / \, log$$

$$\log\left(\frac{I_{f2}}{I_{f1}}\right) = 2\cdot\chi\cdot\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \quad \rightarrow \quad \chi = \frac{1}{2}\cdot\frac{\log\left(\frac{I_{f2}}{I_{f1}}\right)}{\log\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} = 1.1$$

$$R_3 = \frac{V}{I_3} = \frac{V}{I_t + I_{f3}}$$

$$\frac{I_{f3}}{I_{f1}} = \frac{C\cdot\left(\frac{1}{{r_3}^2}\right)^{\chi}}{C\cdot\left(\frac{1}{{r_1}^2}\right)^{\chi}} = \left(\frac{r_1}{r_3}\right)^{2\cdot\chi} = 6.8622$$

$$I_{f3} = 6.8622\cdot I_{f1} = 1647\ \mu\text{A}$$

$$R_3 = \frac{V}{I_t + I_{f3}} = \frac{1}{1657\cdot 10^{-6}} = 603.5\ \Omega$$

DOMAĆI 1: Ukoliko otpornost neosvetljenog fotootpornika iznosi $R_0 = 50$ kΩ, pri naponu od $V = 1$ V, popuniti tabelu:

E	200 lx	600 lx	1000 lx	?
R	4.5 kΩ	650 Ω	?	433.65 Ω

ŽIČANI OTPORNICI – LINEARNI OTPORNICI

Zadatak 9. Otpornost žičanog otpornika na temperaturi $T_1 = 70$ °C iznosi $120\ \Omega$, a na temperaturi $T_1 = 100$ °C iznosi $126\ \Omega$. Izračunati vrednost ovog otpornika na $T_3 = 45$ °C.

Rešenje:

$$\text{Na } T_1 = 70\ °\text{C}, \quad R_1 = R_0\cdot[1 + \alpha\cdot(T_1 - T_0)] = 120\ \Omega$$
$$\text{Na } T_2 = 100\ °\text{C}, \quad R_2 = R_0\cdot[1 + \alpha\cdot(T_2 - T_0)] = 126\ \Omega$$

$$R_2 - R_1 = R_0 + R_0\cdot\alpha\cdot(T_2 - T_0) - R_0 - R_0\cdot\alpha\cdot(T_1 - T_0) = 6\ \Omega$$
$$R_0\cdot\alpha(T_2 - T_0 - T_1 + T_0) = R_2 - R_1 = 6\ \Omega$$
$$R_0\cdot\alpha = \frac{R_2 - R_1}{T_2 - T_1} = 0.2\ \frac{\Omega}{°\text{C}}$$

$$R_2 - R_3 = R_0\cdot\alpha(T_2 - T_3) = 0.2\cdot(55) = 11\ \Omega$$
$$R_3 = R_2 - 11 = 115\ \Omega$$

Zadatak 10. Izvesti uslove za temperaturnu kompenzaciju otpornosti kod:

a) Redne veze otpornika,

b) Paralelne veze otpornika.

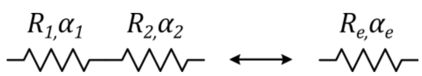
Rešenje:

Temperaturni koeficijent se može izraziti na sledeći način:

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT}$$

Temperaturna kompenzacija podrazumeva da **nema uticaja temperature** na kolo, odnosno da je $\boldsymbol{\alpha_e = 0}$.

a) Posmatrati dva redno vezana otpornika R_1 i R_2 odgovarajućih temperaturnih koeficijenata α_1 i α_2.



$$R_e = R_1 + R_2 \ \ / \frac{d}{dT}$$

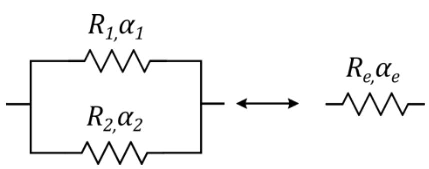
$$\frac{dR_e}{dT} = \frac{dR_1}{dT} + \frac{dR_2}{dT}$$

$$\frac{R_e}{R_e} \cdot \frac{dR_e}{dT} = \frac{R_1}{R_1} \cdot \frac{dR_1}{dT} + \frac{R_2}{R_2} \cdot \frac{dR_2}{dT}$$

$$R_e \cdot \alpha_e = R_1 \cdot \alpha_1 + R_2 \cdot \alpha_2$$

$$\alpha_e = 0 \ \ \rightarrow \ \ \boldsymbol{R_1 \cdot \alpha_1 = -R_2 \cdot \alpha_2}$$

b) Posmatrati dva paralelno vezana otpornika R_1 i R_2 odgovarajućih temperaturnih koeficijenata α_1 i α_2.



$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \ \ / \frac{d}{dT}$$

$$-\frac{1}{{R_e}^2} \cdot \frac{dR_e}{dT} = -\frac{1}{{R_1}^2} \cdot \frac{dR_1}{dT} - \frac{1}{{R_2}^2} \cdot \frac{dR_2}{dT}$$

$$-\frac{\alpha_e}{R_e} = -\frac{\alpha_1}{R_1} - \frac{\alpha_2}{R_2}$$

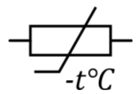
$$\alpha_e = 0 \ \ \rightarrow \ \ -\frac{\alpha_1}{R_1} = \frac{\alpha_2}{R_2} \ \ \rightarrow \ \ \boldsymbol{R_1 \cdot \alpha_2 = -R_2 \cdot \alpha_1}$$

TERMISTORI

Termistori su nelinearni otpornici kod kojih se otpornost menja sa temperaturom. Dele se na:

- NTC otpornike (Negative Temperature Coefficient) – otpornost opada sa porastom temperature,
- PTC otpornike (Positive Temperature Coefficient) – otpornost raste sa porastom temperature.

NTC OTPORNICI



Zadatak 11. NTC otpornik na temperaturi $T_1 = 45\ ℃$ ima otpornost $R_1 = 4$ kΩ, a na temperaturi $T_2 = 70$ ℃, $R_2 = 1.25$ kΩ. Odrediti:

a) Parametre u izrazu za temperaturnu zavisnost otpornosti NTC otpornika,

b) Vrednost otpornosti i temperaturni koeficijent na temperaturama 90 ℃ i 110 ℃.

Rešenje:

$$\text{Na } T_1 = 45\ ℃ = 45 + 273 = 318\ \text{K}, \quad R_1 = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_1}} = 4\ \text{k}\Omega$$

$$\text{Na } T_2 = 70\ ℃ = 70 + 273 = 343\ \text{K}, \quad R_2 = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_2}} = 1.25\ \text{k}\Omega$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_1}}}{R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_2}}} = e^{\frac{\beta}{T_1} - \frac{\beta}{T_2}} = e^{\frac{\beta(T_2 - T_1)}{T_1 \cdot T_2}} \quad / \ln$$

$$\ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = \frac{\beta(T_2 - T_1)}{T_1 \cdot T_2}$$

$$\beta = \frac{T_1 \cdot T_2}{T_2 - T_1} \cdot \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) = 5074.8\ \text{K}$$

$$R_1 = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_1}} \quad \rightarrow \quad R_\infty = \frac{R_1}{e^{\frac{\beta}{T_1}}} = 0.469 \cdot 10^{-3}\ \Omega$$

Za $T_3 = 90 + 273 = 363$ K važi:

$$R_3 = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_3}}$$

$$R_3 = 0.469 \cdot 10^{-3} \cdot e^{\frac{3074.8}{363}} = 553.2\ \Omega$$

$$\alpha = -\frac{\beta}{{T_3}^2} = -38.5 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{K}}$$

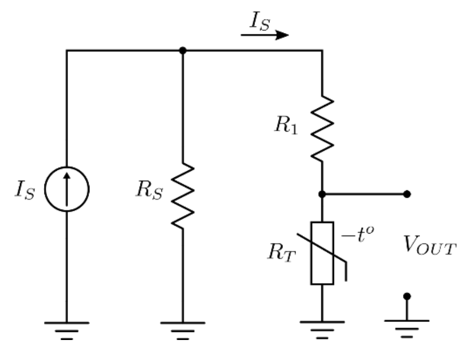
Za $T_4 = 110 + 273 = 383$ K važi:

$$R_4 = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_4}},$$

$$R_4 = 0.469 \cdot 10^{-3} \cdot e^{\frac{3074.8}{383}} = 266.6\ \Omega$$

$$\alpha = -\frac{\beta}{{T_4}^2} = -34.6 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{\text{K}}$$

Zadatak 12. U kolu na slici 6 izmerena vrednost napona na termistoru R_T je $V_{OUT} = 3.4$ V na temperaturi $T = 0$ °C (273 K). Zavisnost otpornosti termistora od temperature se može opisati relacijom $R_T = R_{T0} \cdot e^{\beta\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)}$, pri čemu su temperature u K, β je konstanta, a R_{T0} otpornost termistora na temperaturi T_0.
Poznato je: $R_{T0} = 10$ kΩ, $T_0 = 25$ °C, $\beta = 3977$ K, $R_1 = 10$ kΩ, $R_S \gg (R_1 + R_T)$.



Slika 6.

a) Izracunati otpornost termistora na $T = 0$ °C,
b) Koji tip (vrsta) termistora je upotrebljen u ovom kolu?
c) Kolika je struja I_S?
d) Kolika se snaga disipira na otporniku R_1?

Rešenje:

a) Pošto je $T_0 = 25$ °C $= 25 + 273 = 298$ K, otpornost termistora na $T = 0$ °C $= 273$ K je:

$$R_T = R_{T0} \cdot e^{\beta\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T_0}\right)} = 10 \cdot 10^3 \cdot e^{3977\left(\frac{1}{273}-\frac{1}{298}\right)} = 34 \text{ k}\Omega$$

b)

$T = 0$ °C	$T_0 = 25$ °C	$T \nearrow, R(T) \searrow \;\Rightarrow\;$ **NTC otpornik**
$R_T = 34$ kΩ	$R_{T0} = 10$ kΩ	

c) S obzirom da je $R_S \gg (R_1 + R_T)$, može se smatrati da struja I_S teče samo kroz granu kola u kojoj su termistor i otpornik R_1. Prema tome:

$$I_S = \frac{V_{OUT}}{R_T} = \frac{3.4}{34 \text{ k}\Omega} = 0.1 \text{ mA}$$

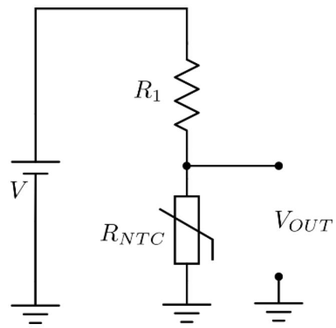
d) Disipacija snage na otporniku R_1 je:

$$P_{R1} = R_1 \cdot {I_S}^2 = 10 \cdot 10^3 \cdot (0.1 \cdot 10^{-3})^2 = 0.1 \text{ mW}$$

Zadatak 13. U kolu prikazanom na slici 7 upotrebljen je NTC otpornik čiji je koeficijent temeraturne osetljivosti $\beta = 5000$ K. Na 30 °C izmerena je vrednost napona $V_{OUT} = 5.4$ V.

a) Kolika je vrednost V_{OUT} na 45 °C?
b) Pri kojoj temperaturi se razvija maksimalna snaga na NTC otporniku? Kolika je ta snaga?

Poznato je: $V = 9$ V, $R_1 = 4.7$ kΩ.



Slika 7.

Rešenje:

Na temperaturi 30 °C = 303 K važi da je:

$$V_{OUT} = \frac{R_{NTC}}{R_{NTC} + R_1} \cdot V = 5.4 \text{ V}$$

pa se dobija da je odgovarajuća otpornost:

$$R_{NTC} = \frac{V_{OUT}}{V - V_{OUT}} \cdot R_1 = 7.05 \text{ k}\Omega$$

Iz izraza:

$$R_{NTC} = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T}} \quad \longrightarrow \quad R_\infty = \frac{R_{NTC}}{e^{\frac{\beta}{T}}} = 0.48 \text{ m}\Omega$$

a) Na $T_1 = 45$ °C $= 318$ K otpornost R_{NTC1} iznosi:

$$R_{NTC1} = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_1}} = 3234 \ \Omega$$

pa je:

$$V_{OUT1} = \frac{R_{NTC1}}{R_{NTC1} + R_1} \cdot V = 3.67 \text{ V}$$

b) Da bi se razvila maksimalna snaga na NTC otporniku, potrebno je da su vrednosti otpornika R_1 i termistora R_{NTC2} jednake – prilagođenje impedanse. Vrednost termistora će biti $R_{NTC2} = 4.7$ kΩ, na temperaturi T_2:

$$R_{NTC2} = R_\infty \cdot e^{\frac{\beta}{T_2}} \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{\beta}{\ln \frac{R_{NTC2}}{R_\infty}} = 310.6 \text{ K} = 37.6 \text{ °C}$$

Maksimalna snaga će biti:

$$P_{max} = \frac{V^2}{R_{NTC2}}$$

gde je napon V:

$$V = \frac{R_{NTC2}}{R_{NTC2} + R_1} \cdot V = 4.5 \text{ V}$$

a snaga:

$$P_{max} = \frac{V^2}{R_{NTC2}} = 4.3 \text{ mW}$$

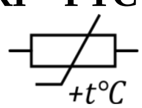
DOMAĆI 1: Polazeći od teorijskih karakteristika NTC otpornika, kompletirati tabelu. Prikazati postupak.

T [°C]	30	70	
R [Ω]	$4.2 \cdot 10^3$		329
α [K^{-1}]		$-4.08 \cdot 10^{-2}$	

DOMAĆI 2: Izmerene otpornosti NTC otpornika su 28.5 kΩ i 1.3 kΩ na temperaturama 30 ℃ i 100 ℃, respektivno.

a) Odrediti koeficijente temperaturne zavisnosti NTC otpornika.
b) Odrediti na kojoj temperaturi je temperaturni koeficijent NTC otpornika $\alpha_{NTC} - 0.04237\ \mathrm{K}^{-1}$. Odrediti otpornost NTC otpornika na toj temperaturi.
c) Ako se ovaj NTC otpornik redno veže sa otpornikom čiji je temperaturni koeficijent $\alpha_{NTC} = 2.6 \cdot 10^{-3} \mathrm{K}^{-1}$, odrediti vrednost tog otpornika tako da ova veza bude temperaturno stabilna na 70 ℃.

TERMISTORI – PTC OTPORNICI



Zadatak 14. Jedan PTC otpornik ima otpornosti $60\ \Omega$, $70\ \Omega$ i $84\ \Omega$ na temperaturama 60 ℃, 70 ℃ i 80 ℃, respektivno.

a) Izračunati parametre temperaturne zavisnosti PTC otpornika,
b) Na osnovu dobijenih rezultata izračunati temperaturni koeficijent PTC otpornika na temperaturi $T_2 = 70$ ℃,
c) Ako se ovaj otpornik paralelno veže sa žičanim otpornikom koji na $T_{20} = 20$ ℃ ima otpornost $R_{20} = 200\ \Omega$ i temperaturni koeficijent otpornosti $\alpha_R = -2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$, izračunati ekvivalentni temperaturni koeficijent ove paralelne veze na $T_2 = 70$ ℃.

Rešenje:

a) Na $T_1 = 60\ ℃ = 333$ K, $\quad R_1 = A + C \cdot e^{\beta \cdot T_1} = 60\ \Omega$
Na $T_2 = 70\ ℃ = 343$ K, $\quad R_2 = A + C \cdot e^{\beta \cdot T_2} = 70\ \Omega$
Na $T_3 = 80\ ℃ = 353$ K, $\quad R_3 = A + C \cdot e^{\beta \cdot T_3} = 84\ \Omega$

Eliminacija parametra A se vrši oduzimanjem jednačina:

$$R_3 - R_2 = C \cdot \left(e^{\beta \cdot T_3} - e^{\beta \cdot T_2}\right)$$
$$R_2 - R_1 = C \cdot \left(e^{\beta \cdot T_2} - e^{\beta \cdot T_1}\right)$$

Deljenjem ove dve jednačine se eliminiše i parameter C:

$$\frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1} = \frac{e^{\beta \cdot T_3} - e^{\beta \cdot T_2}}{e^{\beta \cdot T_2} - e^{\beta \cdot T_1}} = \frac{e^{\beta \cdot T_2}\left(e^{\beta \cdot (T_3 - T_2)} - 1\right)}{e^{\beta \cdot T_1}\left(e^{\beta \cdot (T_2 - T_1)} - 1\right)}$$

Temperaturna razlika $T_3 - T_2$ je ista kao i $T_2 - T_1$, pa se nakon skraćivanja može naći parametar β, a potom i parametri C i A.

$$\frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1} = \frac{e^{\beta \cdot T_2}}{e^{\beta \cdot T_1}} = e^{\beta \cdot (T_2 - T_1)}$$

$$\beta = \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \ln\left(\frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1}\right) = 33.647 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$$

$$C = \frac{R_2 - R_1}{e^{\beta \cdot T_2} - e^{\beta \cdot T_1}} = 340.31 \cdot 10^{-6}\ \Omega$$

$$A = R_1 - C \cdot e^{\beta \cdot T_1} = 35\ \Omega$$

b) Po definiciji, temperaturni koeficijent otpornosti je:

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT}$$

Za PTC otpornik će biti:

$$\alpha_{PTC} = \frac{C \cdot e^{\beta \cdot T} \cdot \beta}{R_{PTC}}$$

Pa za temperaturu od $T_2 = 70\ ^\circ\mathrm{C} = 343\ \mathrm{K}$ iznosi $\alpha_{PTC} = 16.823 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$.

c) Ekvivalentni temperaturni koeficijent paralelne veze dva otpornika je:

$$\alpha_e = \frac{\alpha_{PTC} \cdot R_X + \alpha_R \cdot R_{PTC}}{R_{PTC} + R_X}$$

	PTC	R_2
$T = 70\ ^\circ\mathrm{C}$	$\alpha_{PTC} = 16.823 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$	$\alpha_R = -2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$
	$R_{PTC} = 70\ \Omega$	R_X

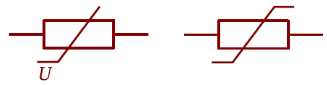
Na temperaturi $70\ ^\circ\mathrm{C}$ otpornik koji se paralelno vezuje PTC otporniku ima otpornost:

$$R_X = R_{20} \cdot (1 + \alpha_R \cdot \Delta T) = R_{20} \cdot \big(1 + \alpha_R \cdot (T_2 - T_{20})\big) = 180\ \Omega$$

pa ekvivalentni temperaturni koeficijent iznosi:

$$\alpha_e = \frac{16.823 \cdot 10^{-3} \cdot 180 - 2 \cdot 10^{-3} \cdot 70}{70 + 180} = 11.552 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{K}^{-1}$$

VARISTORI (Voltage Dependent Resistor)



Zadatak 15. Struja varistora pri naponu na njemu $V_1 = 100$ V iznosi $I_1 = 1$ mA, a pri naponu $V_2 = 120$ V je $I_2 = 1$ A. Kolike su statičke i dinamičke otpornosti varistora pri tim naponima?

Rešenje:

$$R_{S1} = \frac{V_1}{I_1} = 100\ \mathrm{k\Omega}$$

$$R_{S2} = \frac{V_2}{I_2} = 120\ \Omega$$

$$r_d = \frac{dV}{dI} = \frac{1}{\frac{dI}{dV}} = \frac{1}{\frac{d(k \cdot V^\beta)}{dV}} = \frac{1}{k \cdot \beta \cdot V^{\beta-1}} = \frac{1}{k \cdot \beta \cdot \frac{V^\beta}{V}} = \frac{V}{\underbrace{k \cdot V^\beta}_{I} \cdot \beta} = \frac{V}{I \cdot \beta} = \frac{R_s}{\beta}$$

$$r_{d1} = \frac{R_{s1}}{\beta}$$

Za $V_1 = 100$ V, $\quad I_1 = k \cdot V_1^\beta = 1$ mA

Za $V_2 = 120$ V, $\quad I_2 = k \cdot V_2^\beta = 1$ A

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{k \cdot V_2^\beta}{k \cdot V_1^\beta} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^\beta \quad / \, log$$

$$\log\frac{I_2}{I_1} = \beta \cdot \log\frac{V_2}{V_1} \quad \longrightarrow \quad \beta = \frac{\log\frac{I_2}{I_1}}{\log\frac{V_2}{V_1}} = 37.89$$

$$r_{d1} = \frac{R_{s1}}{\beta} = 2.64\ \mathrm{k\Omega}$$

$$r_{d2} = \frac{R_{s2}}{\beta} = 3.167\ \mathrm{k\Omega}$$

KONDENZATORI

Zadatak 1. Ravni kondenzator kružnog oblika kapacitivnosti $C = 100$ µF, napravljen je od izolatorskog materijala debljine 1 nm, dielektrične konstante $\varepsilon_r = 200$. Odrediti prečnik obloga kondenzatora.

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{\frac{D^2}{2} \cdot \pi}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4 \cdot d} \quad \rightarrow \quad D = \sqrt{\frac{C \cdot 4 \cdot d}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \pi}} = 8.5\ \mathrm{mm}$$

Zadatak 2. Obloge pločastog ravnog kondezatora su kružnog oblika. Tolerancije prečnika obloga D prilikom proizvodnje iznose $\pm 2\%$, a tolerancije u debljini dielektrika d iznose $\pm 10\%$. Kolike će biti (u procentima) tolerancije kapacitivnosti kondenzatora u odnosu na njegovu nominalnu vrednost? Smatrati da je prečnik dielektrika uvek jednak prečniku obloga.

Rešenje:

$D \pm 2\% \;\rightarrow\; D_{min} = 0.98 \cdot D, \quad D_{max} = 1.02 \cdot D$
$d \pm 10\% \;\rightarrow\; d_{min} = 0.9 \cdot d, \quad d_{max} = 1.1 \cdot d$

Nominalna kapacitivnost iznosi:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4 \cdot d}$$

Kapacitivnost je maksimalna za maksimalni prečnik obloga kondenzatora i minimalnu debljinu dielektrika.

$$C_{max} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{{D_{max}}^2 \cdot \pi}{4 \cdot d_{min}} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4 \cdot d} \cdot \frac{1.02^2}{0.9} = 1.156 \cdot C \quad \rightarrow \quad \delta C_{max} = +15.6\%$$

Kapacitivnost je mimimalna za mimimalni prečnik obloga kondenzatora i maksimalnu debljinu dielektrika.

$$C_{min} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{{D_{min}}^2 \cdot \pi}{4 \cdot d_{max}} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{D^2 \cdot \pi}{4 \cdot d} \cdot \frac{0.98^2}{1.1} = 0.873 \cdot C \quad \rightarrow \quad \delta C_{min} = -12.7\%$$

Zadatak 3. Kolika je kapacitivnost kondenzatora kod kojeg je otpornost izolacije $R = 8.85$ GΩ, specifična otpornost dielektrika 10^{10} Ωm i dielektrična konstanta 1000?

Rešenje:

$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d}$$
$$R = \rho \cdot \frac{d}{S} \quad \rightarrow \quad \frac{S}{d} = \frac{\rho}{R}$$
$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{\rho}{R} = 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 \cdot \frac{10^{10}}{8.85 \cdot 10^{9}} = 10 \text{ nF}$$

Zadatak 4. Odrediti dimenzije MOS kondenzatora u integrisanom kolu, kapacitivnosti 340 pF, ako je maksimalni napona $V_{max} = 40$ V. Kritično električno polje za dielektrik kondenzatora je 4 MV/cm, a relativna dielektrična konstanta 3.9.

Rešenje:

$$E_{kr} = \frac{V_{max}}{d} \quad \rightarrow \quad d = \frac{V_{max}}{E_{kr}} = 100 \text{ nm}$$
$$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{S}{d} \quad \rightarrow \quad S = \frac{C \cdot S}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = 0.01 \text{ cm}^2$$

Zadatak 5. Izračunati vremensku konstantu kondenzatora kapacitivnosti $C = 33$ μF ako se on nalazi u kolu redno vezan sa otpornikom otpornosti $R = 1.2$ kΩ. U kom opsegu će se kretati vrednost vremenske konstante ako je tolerancija vrednosti kapacitivnosti $\pm 20\%$?

Rešenje:

$$C \pm 20\% \;\rightarrow\; C_{min} = 26.4\ \mu\text{F}, \quad C_{max} = 39.6\ \mu\text{F}$$

$$\tau_{min} = R \cdot C_{min} = 31.68\ \text{ms}$$
$$\tau_{max} = R \cdot C_{max} = 47.52\ \text{ms}$$

Zadatak 6. Koliku vrednost otpornosti treba redno vezati sa kondenzatorom kapacitivnosti $C = 100$ μF, da bi se on napunio/ispraznio za 1 minut?

Rešenje:

$$5 \cdot \tau = 60\ \text{s} \quad \rightarrow \quad \tau = 12\ \text{s}$$
$$\tau = R \cdot C \quad \rightarrow \quad R = \frac{\tau}{C} = 0.12\ \text{M}\Omega = 120\ \text{k}\Omega$$

Zadatak 7. Trenutna vrednost napona na kondenzatoru može se opisati pomoću izraza:

$$v_c(t) = V_2 + (V_1 - V_2) \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}$$

gde su V_1 i V_2 početna i krajnja vrednost napona na kondenzatoru, respektivno. Ako je u trenutku $t = \tau$, napon na kondenzatoru $v_c(t = \tau) = 4$ V, a u trenutku $t = 2\tau$, napon na kondenzatoru $v_c(t = 2\tau) =$ 5.45 V, odrediti vrednost napona na kondenzatoru u trenutku $t = \tau/2$.

Rešenje:

Za $t = \tau$, $\qquad v_c(\tau) = V_2 + (V_1 - V_2) \cdot e^{-\left(\frac{\tau}{\tau}\right)} = 4\ \text{V}$

Za $t = 2\tau$, $\qquad v_c(2\tau) = V_2 + (V_1 - V_2) \cdot e^{-\left(\frac{2\tau}{\tau}\right)} = 5.45\ \text{V}$

Oduzimanjem jednačina nalazimo parametre V_1 i V_2:

$$v_c(2\tau) - v_c(\tau) = V_2 + (V_1 - V_2) \cdot e^{-2} - V_2 - (V_1 - V_2) \cdot e^{-1} = 1.45\ \text{V}$$

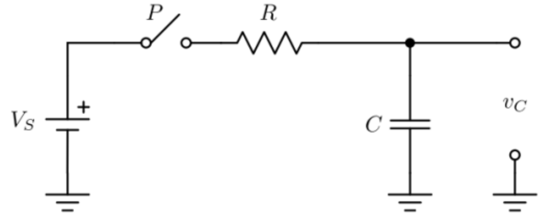
$$(V_1 - V_2) \cdot (e^{-2} - e^{-1}) = 1.45\ \text{V}$$
$$V_1 - V_2 = \frac{1.45\ \text{V}}{e^{-2} - e^{-1}} = -6.2312\ \text{V}$$

$$V_2 = 4 - (V_1 - V_2) \cdot e^{-1} = 6.29\ \text{V}$$
$$V_1 = 0.0588\ \text{V}$$

Nakon određivanja svih parametara, trenutna vrednost napona na kondenzatoru za $t = \tau/2$ iznosi

$$v_c(\tau/2) = V_2 + (V_1 - V_2) \cdot e^{-\left(\frac{\tau}{2\tau}\right)} = 2.51\ \text{V}$$

Zadatak 8. U kolu na slici 1 kondenzator kapacitivnosti $C = 100$ nF je pre zatvaranja prekidača P bio prazan. Nakon zatvaranja prekidača kondenzator počinje da se puni.



Slika 1.

a) Ako je $R = 100$ kΩ odrediti za koje vreme t će napon na kondenzatoru v_c dostići vrednost $V_S/2$,
b) Kolika treba da bude vrednost otpornosti R da bi vreme za koje vrednost napona na kondenzatoru dostigne $V_S/2$ bilo 125 µs?

Proces punjenja kondenzatora može se opisati izrazom: $v_c = V_S\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}\right)$

Rešenje:

a) Prema datoj relaciji i uslovu zadatka važi:

$$\frac{V_S}{2} = V_S\left(1 - e^{-\left(\frac{t}{R\cdot C}\right)}\right)$$

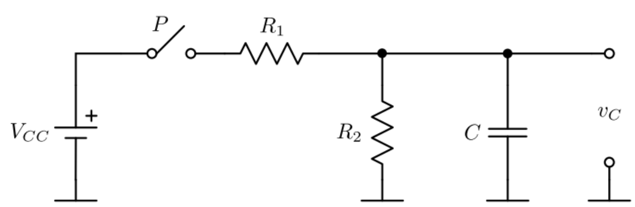
$$e^{-\left(\frac{t}{R\cdot C}\right)} = \frac{1}{2} \quad / \, ln$$

$$t = -R\cdot C\cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -10\cdot 10^{-3}\cdot(-0.693) = 6.93 \text{ ms}$$

b)

$$t = -R\cdot C\cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \rightarrow \quad R = -\frac{1}{C}\cdot\frac{t}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{100\cdot 10^{-9}}\cdot\frac{125\cdot 10^{-6}}{-0.693} = 1.8 \text{ k}\Omega$$

Zadatak 9. U kolu na slici 2 prekidač P je bio zatvoren dovoljno dugo da bi se kondenzator kapacitivnosti $C = 100$ µF u potpunosti napunio. Nakon otvaranja prekidača kondenzator počinje da se prazni. Ako je $R_1 = 3.3$ kΩ i $R_2 = 2.2$ kΩ, odrediti vreme za koje će napon na kondenzatoru v_c opasti na vrednost $v_c = 0.1\,V_{CC}$.



Slika 2.

Proces pražnjenja kondenzatora može se opisati izrazom: $v_c = V_S\cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)}$

Rešenje:

Napon na kondenzatoru kada je on potpuno napunjen je isti kao napon na otporniku R_2, a preko naponskog razdelnika može se naći njegova vrednost.

$$v_c = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{CC} = 0.4 \cdot V_{CC}$$

Ova vrednost napona je vrednost od koje kondenzator počinje da se prazni. Nakon otvaranja prekidača, kondenzator se prazni isključivo preko otpornika R_2, jer otpornik R_1 visi u vazduhu.

$$v_c = V_S \cdot e^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)} \quad \rightarrow \quad 0.1 \cdot V_{CC} = 0.4 \cdot V_{CC} \cdot e^{-\left(\frac{t}{R_2 \cdot C}\right)}$$

$$e^{-\left(\frac{t}{R_2 \cdot C}\right)} = 0.25 \quad / \, ln$$

$$t = -R_2 \cdot C \cdot \ln 0.25 = 0.3 \text{ s}$$

Zadatak 10. Tubasti kondenzator dobijen je namotavanjem metalnih folija debljine $\delta = 10\,\mu\text{m}$ i dielektričnih folija sledećih karakteristika:

	Debljina [μm]	ρ [Ωm]	ε_r
I folija	15	$2 \cdot 10^{14}$	3.6
II folija	20	10^{14}	2.5

Folije su motane na cilindrično telo prečnika 4 mm i dužine 2.5 cm, tako da formirani kondenzator ima prečnik 1.5 cm. Ako je kondenzator bio priključen na napon 6 V i ostavljen da se slobodno prazni, odrediti posle kog vremena će količina naelektrisanja na njemu biti 1 μC?

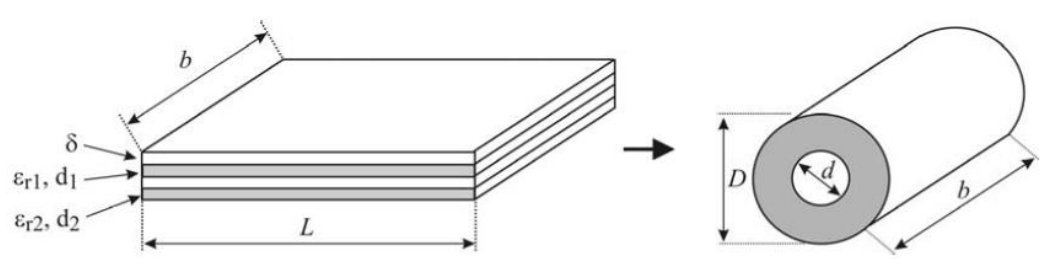
Rešenje:

Ako je kondenzator bio priključen na napon V, na njegovim oblogama biće početno naelektrisanje $Q_0 = C \cdot V$, koje će se u toku spontanog pražnjenja smanjivati po eksponencijalnom zakonu sa vremenskom konstantom τ.

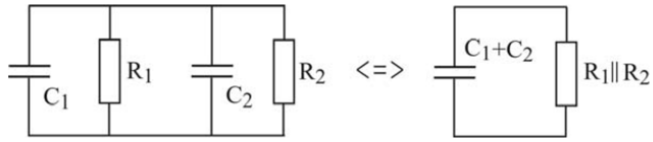
$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = C \cdot V \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = C \cdot V \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

Za izračunavanje traženog vremena, potrebno je odrediti vrednosti ekvivalentne kapacitivnosti C i ekvivalentne otpornosti R.

Poznato je da se motaju dve metalne folije (dve elektrode kondenzatora) i dve dielektrične folije, kao što je prikazano na slici. Pri tome, usled namotavanja folija prečnik cilindra *d* naraste na vrednost *D*.



Ekvivalentna šema ovog kondenzatora može se predstaviti kao na slici:



Ekvivalentna kapacitivnost i otpornost ovog kondenzatora se dobijaju kao:

$$C_1 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r1} \cdot \frac{b \cdot L}{d_1}, \qquad C_2 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{r2} \cdot \frac{b \cdot L}{d_2}, \qquad C = \varepsilon_0 \cdot b \cdot L \cdot \left(\frac{\varepsilon_{r1}}{d_1} + \frac{\varepsilon_{r2}}{d_2}\right)$$
$$R_1 = \rho_1 \cdot \frac{d_1}{b \cdot L}, \qquad R_2 = \rho_2 \cdot \frac{d_2}{b \cdot L}, \qquad R = \frac{\rho_1 \cdot d_1 \cdot \rho_2 \cdot d_2}{b \cdot L \cdot (\rho_1 \cdot d_1 + \rho_2 \cdot d_2)}$$

Neophodno je naći parametar L, a to se postiže izjednačavanjem zapremina folija i umotanog kondenzatora sa prve slike.

$$L \cdot b \cdot (\delta + d_1 + \delta + d_2) = \left(\left(\frac{D}{2}\right)^2 \cdot \pi - \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi\right) b$$
$$L = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4 \cdot (2 \cdot \delta + d_1 + d_2)} = 298.5 \text{ cm}$$

Pa se za kapacitivnost i otpornost dobija:

$$C = 241.12 \text{ nF}$$
$$R = 16.086 \text{ M}\Omega$$

Sada se zamenom u prvu formulu može odrediti vreme potrebno da količina naelektrisanja na oblogama bude 1 μC :

$$Q(t) = C \cdot V \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad \rightarrow \quad t = -R \cdot C \cdot \ln\frac{Q(t)}{C \cdot V} = 1432 \text{ s} \approx 24 \text{ min}$$

Zadatak 11. Odrediti reaktanse keramičkog kondenzatora kapacitivnosti $C = 47$ nF na učestanostima $f_1 = 125$ Hz i $f_1 = 3.4$ MHz.

Rešenje:

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 125 \cdot 47 \cdot 10^{-9}} = 27.1 \text{ k}\Omega$$
$$X_{C2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 3.4 \cdot 10^6 \cdot 47 \cdot 10^{-9}} = 1 \ \Omega$$

Zadatak 12. Kolika je kapacitivnost potrebna da bi reaktansa kondenzatora bila $500\ \Omega$ na frekvenciji 100 MHz?

Rešenje:

$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot C} \quad \rightarrow \quad C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot X_C} = \frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 100 \cdot 10^6 \cdot 500} = 31.83 \text{ pF}$$

Zadatak 13. Tangens ugla gubitaka kondenzatora definisan je kao $\tan\delta = \frac{R_S}{X_C}$. Izračunati $\tan\delta$ ako se na kondenzator kapacitivnosti $C = 220$ µF dovodi naizmenični signal učestanosti $f = 120$ Hz. Ekvivalentna serijska otpornost kondenzatora je 1.69 Ω.

Rešenje:

$$\tan\delta = \frac{R_S}{X_C} = \frac{R_S}{\frac{1}{2\cdot\pi\cdot f\cdot C}} = R_S\cdot 2\cdot\pi\cdot f\cdot C = 1.69\cdot 2\cdot 3.14\cdot 120\cdot 220\cdot 10^{-6} = 0.28$$

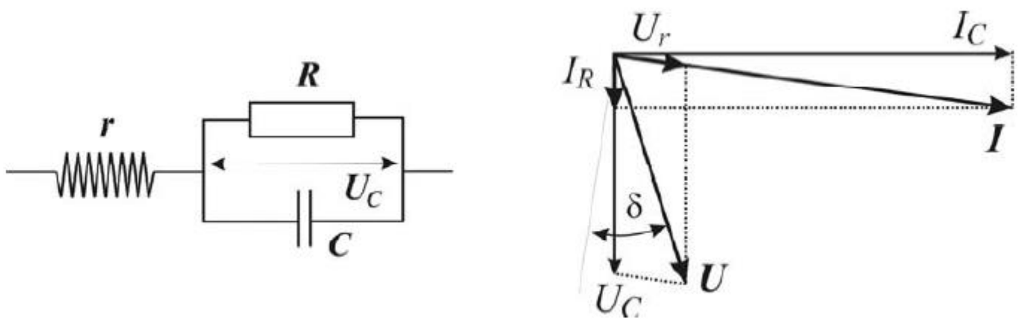
Zadatak 14. Dat je realni kondenzator:

a) Nacrtati ekvivalentnu šemu, fazorski dijagram napona i struja i izvesti izraz za tgδ,

b) Ako su donja i gornja granična frekvencija kondenzatora $f_{1g} = 10$ Hz i $f_{2g} = 10$ MHz, odrediti koliko iznosi frekvencija na kojoj $\tan\delta$ ima minimalnu vrednost i odrediti kolika je ta vrednost.

Rešenje:

Realni kondenzator ima dielektrik koji i pored velike otpornosti ipak neznatno provodi struju, tako da dolazi do oticanja naelektrisanja sa obloga kondenzatora kroz ovaj dielektrik. U ekvivalentnoj šemi neidealnost dielektrika se predstavlja velikim paralelnim otpornikom R (reda MΩ ili više). Pored toga, na vrlo visokim učestanostima impedansa kondenzatora nije jednaka nuli zbog redne otpornosti kontakata i izvoda, što se u ekvivalentnoj šemi predstavlja malim rednim otpornikom r (reda Ω ili manje). Ova se otpornost često naziva ESR (*Equivalent Serial Resistance*). Dakle, idealno je $r = 0, R \to \infty$, a realno je $r > 0, R < \infty$. U zavisnosti od toga kako se otpornik r vezuje, razlikujemo dve ekvivalentne šeme. Razmotrimo sledeću šemu:



Nakon nalaženja ekvivalente impedanse, tangens ugla gubitaka se može naći kao $\tan\delta = \frac{R_e\{Z\}}{-I_m\{Z\}}$, a u ovom konkretnom slučaju to postaje:

$$\tan\delta = \frac{r}{\omega\cdot R^2\cdot C} + \omega\cdot r\cdot C + \frac{1}{\omega\cdot R\cdot C}$$

Kako je redna otpornost r obično mala, a paralelna otpornost R velika, to se prvi član može zanemariti, pa se za $\tan\delta$ dobija približan izraz:

$$\tan\delta = \omega\cdot r\cdot C + \frac{1}{\omega\cdot R\cdot C}$$

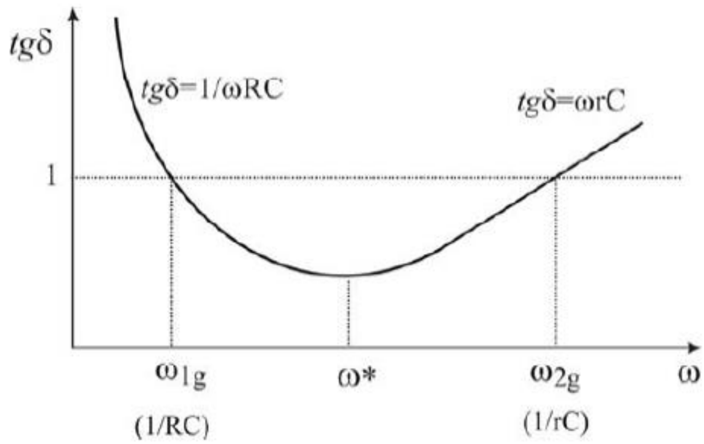
Na niskim učestanostima je impedansa kondenzatora velika, te se mali otpornik r „ne vidi“ i može se zanemariti, pa je tada:

$$\tan\delta \approx \frac{1}{\omega \cdot R \cdot C}$$

S druge strane, na vrlo visokim učestanostima mala impedansa kondenzatora „premošćava“ otpornik R, te se on „izbacuje“ iz šeme i tada je:

$$\tan\delta \approx \omega \cdot r \cdot C$$

Zavisnost $\tan\delta$ od učestanosti prikazana je na sledećoj slici:



Granične učestanosti se dobijaju za slučaj kada je $\tan\delta = 1$. Za vrednosti $\tan\delta$ veće od 1 impedansa sve manje ima kapacitivni, a sve više otporni karakter. Dakle, za granične učestanosti dobija se:

$$\frac{1}{\omega_{1g} \cdot R \cdot C} = 1 \;\rightarrow\; \omega_{1g} = \frac{1}{R \cdot C}, \qquad f_{1g} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

$$\omega_{2g} \cdot r \cdot C = 1 \;\rightarrow\; \omega_{2g} = \frac{1}{r \cdot C}, \qquad f_{2g} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot C}$$

Diferenciranjem izraza za $\tan\delta$ po učestanosti, i izjednačavanjem sa nulom, dobija se učestanost na kojoj $\tan\delta$ ima minimum vrednosti:

$$\frac{d\tan\delta}{d\omega} = r \cdot C - \frac{1}{\omega^2 \cdot R \cdot C} = 0 \quad \rightarrow \quad \omega^* = \frac{1}{C\sqrt{r \cdot R}}$$

i ubacivanjem ove vrednosti u izraz za $\tan\delta$ može se odrediti minimalna vrednost :

$$\tan\delta_{min} = \omega^* \cdot r \cdot C + \frac{1}{\omega^* \cdot R \cdot C} = 2 \cdot \sqrt{\frac{r}{R}}$$

Na osnovu svih izraza može se doći do sledećih formula:

$$\omega^* = \sqrt{\omega_{1g} \cdot \omega_{2g}} \quad \rightarrow \quad f^* = \sqrt{f_{1g} \cdot f_{2g}}$$

$$\tan\delta_{min} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\omega_{1g}}{\omega_{2g}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{f_{1g}}{f_{2g}}}$$

U konkretnom slučaju na osnovu graničnih frekvencija dobija se:

$$f^* = \sqrt{f_{1g} \cdot f_{2g}} = \sqrt{10 \cdot 10 \cdot 10^6} = 10 \text{ kHz}$$

$$\tan \delta_{min} = 2 \cdot \sqrt{\frac{10}{10 \cdot 10^6}} = 2 \cdot 10^{-3}$$

KALEMOVI

Zadatak 1. Kalem je namotan na tanko torusno jezgro koje zatvara linije magnetnog polja, tako da nema gubitaka magnetnog fluksa. Površina preseka jezgra je $S = 1\text{ cm}^2$, srednja dužina linija magnetnog polja $l = 30$ cm, a relativna magnetna propustljivost jezgra $\mu_r = 400$. Magnetna propustljivost vakuuma je $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\ \frac{\text{H}}{\text{m}}$. Odrediti:

a) Induktivnost kalema ako je na jezgru namotano: 100, 200 i 300 namotaja,

b) Faktor induktivnosti A_L torusnog jezgra ,

c) Koeficijent međusobne induktivnosti između kalema L_1 (namotanog sa 100 navojaka) i kalema L_2 (namotanog sa 200 navojaka), ako se oni nalaze na istom jezgru.

Rešenje:

a)

$$L_1 = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{S \cdot {N_1}^2}{l} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot 100^2}{30 \cdot 10^{-2}} = 1.6755 \text{ mH}$$

$$L_2 = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{S \cdot {N_2}^2}{l} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot 200^2}{30 \cdot 10^{-2}} = 6.702 \text{ mH}$$

$$L_3 = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{S \cdot {N_3}^2}{l} = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-4} \cdot 300^2}{30 \cdot 10^{-2}} = 15.079 \text{ mH}$$

Odavde se mogu izvesti dva vrlo važna zaključka:

1) Induktivnosti rastu sa kvadratom broja navojaka $L \sim N^2$.

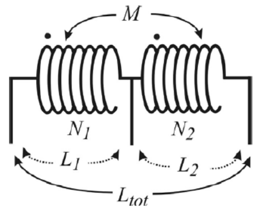
2) Rednim vezivanjem dva kalema ($N_3 = N_2 + N_1$) dobija se induktivnost koja je veća od zbira induktivnosti $L_1 + L_2$. Ovo se dešava kada su kalemovi spregnuti preko fluksa i tada između njih postoji i međusobna induktivnost njihove sprege M. Kalemovi bez jezgra osim što imaju manju induktivnost, imaju veće rasipanje magnetnog fluksa i osetljiviji su na spoljašnje uticaje (metalni predmeti u njihovoj blizini).

b)

$$A_L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{S}{l} = 167.55 \text{ nH}$$

A_L - kada je dat kao parametar, uvek u nH!!!!

c)



$$L_{tot} = L_1 + M + L_2 + M$$

$$M = \frac{L_{tot} - L_1 - L_2}{2} = 3.35075\ \text{mH}$$

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad \rightarrow \quad k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} = 1$$

$k = 1$ - nema gubitaka magnetnog fluksa (idealni kalem)
$k < 1$ - kod realnih kalemova

Zadatak 2. Dva kalema induktivnosti $L_1 = 100$ mH i $L_2 = 150$ mH imaju koeficijent sprege $k = 0.35$. Odrediti međusobnu induktivnost. Izračunati ukupnu induktivnost redne veze ova dva kalema motanih u istom smeru, i motanih u suprotnim smerovima.

Rešenje:

$$M = k \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2} = 42.86\ \text{mH}$$

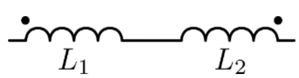
Kada su motani u istm smeru:

$$L_{tot} = L_1 + M + L_2 + M = 335.75\ \text{mH}$$

Kada su motani u suprotnom smeru:

$$L_{tot} = L_1 - M + L_2 - M = 164.27\ \text{mH}$$

Zadatak 3. Dva kalema vezana su redno, tačke na simbolima označavaju smer struje. Naći ekvivalentnu induktivnost. Poznato je: $L_1 = 6$ mH, $L_2 = 8$ mH, $M = 4$ mH.



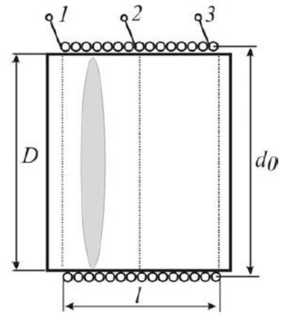
Rešenje:

$$L_{tot} = L_1 - M + L_2 - M = 6\ \text{mH}$$

Zadatak 4. Na cilindrično kalemsko telo od nemagnetnog materijala prečnika $D = 4$ cm namotan je tankom žicom debljine 0.1 mm sloj namotaja ukupne dužine $l = 2$ cm, pri čemu je tačno na sredini između krajeva namotaja izvučen srednji izvod. Primenom empirijskog izraza za induktivnost kratkih cilindričnih jednoslojnih kalemova odrediti koeficijent sprege između ove dve polovine kalema. Parametri d_0, l su u cm, pa se induktivnost dobija u μH.

$$L = 2.26 \cdot 10^{-2} \frac{d_0 \cdot N^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{l}{d_0}}\ [\mu\text{H}]$$

Rešenje:



$$L_{13} = L_{12} + M + L_{23} + M \quad \rightarrow \quad M = \frac{L_{13} - L_{12} - L_{23}}{2}$$

$$d_0 = D + 2 \cdot \frac{d_ž}{2} \approx D$$

$$N_{13} = \frac{l}{d_ž} = 200 \quad \rightarrow \quad N_{12} = N_{23} = \frac{N_{13}}{2} = 100$$

$$L_{12} = 2.26 \cdot 10^{-2} \frac{d_0 \cdot {N_{12}}^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{\frac{l}{2}}{d_0}} = 579\ \mu\text{H}$$

$$L_{23} = L_{12} = 579\ \mu\text{H}$$

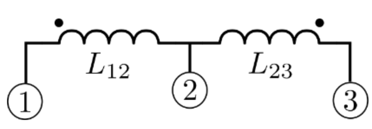
$$L_{13} = 2.26 \cdot 10^{-2} \frac{d_0 \cdot {N_{13}}^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{l}{d_0}} = 1702\ \mu\text{H}$$

$$M = \frac{L_{13} - L_{12} - L_{23}}{2} = 272\ \mu\text{H}$$

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_{12} \cdot L_{23}}} = 0.47$$

Zadatak 5. Korišćenjem empirijskog izraza za induktivnost kratkih cilindričnih jednoslojnih kalemova gde su srednji prečnik d_0 i dužina kalema l u cm, odrediti induktivnost kalema namotanog tankom žicom debljine $d_ž = 0.1$ mm na kalemsko telo od nemagnetnog materijala prečnika $D = 3$ cm, ako sloj namotaja čini 40 zavojaka motanih u jednom smeru, a zatim 60 zavojaka motanih u suprotnom smeru.

Rešenje:
Empirijski izraz isključivo važi za slučaj kada je kalem motan u istom smeru. Iz tog razloga se do međusobne induktivnosti mora doći kao da su kalemovi motani u istom smeru, a zatim iskoristiti tu vrednost za slučaj kada su motani u suprotnom.



$$L_{tot} = L_{12} - M + L_{23} - M$$

$$L_{13} = L_{tot} = L_{12} + M + L_{23} + M$$

$$L_{12} = 2.26 \cdot 10^{-2} \frac{3 \cdot 40^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{0.4}{3}} = 83.45\ \mu\text{H}$$

$$d_0 = D + 2 \cdot \frac{d_ž}{2} \approx D \approx 3\ \text{cm}$$

$$l_1 = N_1 \cdot d_ž = 0.4\ cm$$

$$L_{23} = 2.26 \cdot 10^{-2} \frac{3 \cdot 60^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{0.6}{3}} = 168.33\ \mu\text{H}$$

$$d_0 = D + 2 \cdot \frac{d_ž}{2} \approx D \approx 3\ \text{cm}$$

$$l_2 = N_2 \cdot d_ž = 0.6\ cm$$

$$L_{13} = 2.26 \cdot 10^{-2} \frac{3 \cdot 100^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{1}{3}} = 387.43\ \mu\text{H}$$

$$N = N_1 + N_2 = 100$$

$$L_{13} = L_{12} + M + L_{23} + M$$
$$2M = L_{13} - L_{12} - L_{23} = 135.65\ \mu\text{H}$$

$$L_{tot} = L_{12} - M + L_{23} - M = L_{12} + L_{23} - 2M$$
$$L_{tot} = 116.13\ \mu\text{H}$$

Zadatak 6. Ako je induktivnost kalema sa $N = 100$ navojaka bez jezgra $L = 33$ µH, odrediti koliko puta se promeni induktivnost kalema ako se on ubaci u torusno jezgro faktora induktivnosti $A_L = 330$.

Rešenje:

$$N = 100$$
$$L = 33\ \mu\text{H}$$
$$A_L = 330$$
$$L_j = A_L \cdot N^2 = 330 \cdot 10^{-9} \cdot 100^2 = 3300\ \mu\text{H}$$
$$\frac{L_j}{L} = 100\ \text{puta}$$

Zadatak 7. Ako je induktivnost kalema sa jezgrom $L = 10$ mH, a faktor induktivnosti jezgra $A_L = 250$ nH, izračunati broj navojaka kalema N.

Rešenje:

$$L = A_L \cdot N^2 \quad \rightarrow \quad N = \sqrt{\frac{L}{A_L}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10^{-3}}{250 \cdot 10^{-9}}} = 200$$

Zadatak 8. Odrediti promenu vremenske konstante kola redne veze kalema induktivnosti $L = 3.3$ mH i otpornika otpornosti 1 kΩ, ako je tolerancija otpornika $\pm 5\%$.

Rešenje:

$$\tau_{min} = \frac{L}{R_{max}} = \frac{3.3 \cdot 10^{-3}}{(1 + 0.05) \cdot 10^{3}} = 3.14\ \mu\text{s}$$
$$\tau_{max} = \frac{L}{R_{min}} = \frac{3.3 \cdot 10^{-3}}{(1 - 0.05) \cdot 10^{3}} = 3.47\ \mu\text{s}$$

Zadatak 9. Odrediti reaktansu kalema induktivnosti $L = 82$ µH na frekvenciji $f_1 = 50$ Hz i $f_2 = 200$ kHz.

Rešenje:

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot L = 25.75\ \text{m}\Omega$$
$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot L = 103\ \Omega$$

Zadatak 10. Na kojoj frekvenciji će kalem induktivnost 1 mH imati reaktansu 1 kΩ?

Rešenje:

$$X_L = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad \rightarrow \quad f = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot L} = 0.16\ \text{MHz}$$

Zadatak 11. Na ulaz kola koje je aproksimirano ulaznom otpornošću $R_{IN} = 100\ \Omega$ dovodi se željeni pobudni signal v_{in} učestanosti $f_{in} = 50$ Hz. Na željeni pobudni signal superponira se neželjeni signal (šum) v_n učestanosti $f_n = 200$ kHz i amplitude koja može biti približno jednaka amplitudi pobudnog signala v_{in}. Potrebno je minimizovati uticaj šuma na R_{IN}. U tu svrhu se može upotrebiti kalem L_1, koji se u ovom kontekstu naziva prigušnica (choke). U prvoj aproksimaciji se može uzeti da amplitudu šuma treba oslabiti za red veličine (10 puta) u odnosu na amplitudu pobudnog signala.

Rešenje:
Reaktansa na 200 kHz treba da bude 10 puta veća od R_{IN}, tj. $X_L = 1$ kΩ.

$$X_L = \omega \cdot L_1 \quad \rightarrow \quad L_1 = \frac{X_L}{2 \cdot \pi \cdot f_n} = \frac{1 \cdot 10^{3}}{2 \cdot \pi \cdot 200 \cdot 10^{3}} \approx 800\ \mu\text{H}$$

Na pobudni signal reaktansa će biti:

$$X_L = \omega \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_{in} \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 800 \cdot 10^{-6} = 0.25\ \Omega$$

Zadatak 12. Kalem induktivnosti 200 µH ima Q-faktor 40 na frekvenciji 0.5 MHz, naći efektivnu otpornost kalema.

Rešenje:

$$Q = \frac{\omega \cdot L}{R} \quad \rightarrow \quad R = \frac{\omega \cdot L}{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}{Q} = 15.7\ \Omega$$

Zadatak 13. Namotaj jednoslojnog cilindričnog kalema čine 120 zavojaka tanke bakarne žice (debljine 0.1 mm, specifične otpornosti $\rho = 0.017\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$) tako da je srednji prečnik zavojaka $d_0 = 2$ cm. Korišćenjem empirijskog izraza za induktivnost ovakvih kalemova gde su d_0 i l u cm, odrediti Q-faktor ovog kalema na učestanosti $f = 10$ kHz. Kada se ovaj kalem ubaci u lončasto jezgro čija je A_L vrednost 320, izmerena vrednost Q-faktora takvog kalema na učestanosti $f = 10$ kHz iznosi $Q_j = 4.8$. Odrediti ekvivalentnu otpornost gubitaka u materijalu jezgra.

Rešenje:
$d_ž = 0.1$ mm
$\rho = 0.017\ \Omega\text{mm}^2/\text{m}$
$d_0 = 2$ cm
$N = 120$

Bez jezgra:

$$Q = \frac{\omega \cdot L_1}{R_0} \quad , \qquad R_0 - \text{omska otpornost žice}$$

$$L_1 = 2.26 \cdot 10^{-2}\,\frac{d_0 \cdot N^2}{1 + 2.25 \cdot \frac{l}{d_0}}$$

$l = N \cdot d_ž = 1.2$ cm
$L_1 = 277$ μH

$$R_0 = \rho \cdot \frac{l_{žice}}{S_{žice}}$$

$$l_{žice} = N \cdot 2 \cdot \left(\frac{d_0}{2}\right) \cdot \pi = N \cdot d_0 \cdot \pi$$

$$S_{žice} = \left(\frac{d_ž}{2}\right)^2 \cdot \pi$$

$$R_0 = \rho \cdot \frac{4 \cdot N \cdot d_0 \cdot \pi}{{d_ž}^2 \cdot \pi} = 16.32\ \Omega$$

$$Q = \frac{\omega \cdot L_1}{R_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1}{R_0} = 1.066$$

Sa jezgrom:

$$Q_j = \frac{\omega \cdot L_2}{R_0 + R_j} \quad , \qquad R_j - \text{otpornost gubitaka u jezgru}$$

$$R_0 + R_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2}{Q_j} \qquad \rightarrow \qquad R_j = \frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2}{Q_j} - R_0$$

$L_2 = A_L \cdot N^2 = 4608$ μH

$R_j = 44\ \Omega$

Zadatak 14. U jednom oscilatornom kolu, koje radi na učestanosti $f = 100\ \text{kHz}$, upotrebljen je kondenzator kapacitivnosti $100\ \text{nF}$ i temperaturnog koeficijenta $\alpha_C = -2 \cdot 10^{-4}\ \text{K}^{-1}$. Odrediti induktivnost kalema u ovom kolu i njegov temperaturni koeficijent, ako se zna da je učestanost ovog oscilatornog kola temperaturno stabilna.

Rešenje:
Iz izraza za učestanost oscilatornog kola odrediti vrednost induktivnosti:

$$f = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \qquad \rightarrow \qquad L = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot C} = 25.33\ \mu\text{H}$$

Uslov temperaturne stabilizacije najlakše se izvodi polazeći od logaritma kružne učestanosti:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = (L \cdot C)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\ln \omega = -\frac{1}{2}(\ln L + \ln C)$$

Diferenciranjem leve i desne strane po temperaturi dobija se:

$$\frac{1}{\omega} \cdot \frac{d\omega}{dT} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{L} \cdot \frac{dL}{dT} + \frac{1}{C} \cdot \frac{dC}{dT}\right)$$

$$\alpha_\omega = -\frac{1}{2}(\alpha_L + \alpha_C)$$

Učestanost je temperaturno stabilna kada je $\alpha_\omega = 0$, a to je ispunjeno kada je:

$$\alpha_L = -\alpha_C = 2 \cdot 10^{-4}\ \text{K}^{-1}$$

TRANSFORMATORI

Zadatak 1. Na ulaz transformatora odnosa transformacije $n = 0.2$ dovodi se sinusni signal efektivne vrednosti $V_{pri} = 230\ \text{V}$. Odrediti vrednost izlaznog napona i odnos broja navojaka na primaru i sekundaru.

Rešenje:

$$n = \frac{V_{sec}}{V_{pri}} = \frac{N_{sec}}{N_{pri}}$$

$$V_{sec} = n \cdot V_{pri} = 46\ \text{V}$$

$$\frac{N_{pri}}{N_{sec}} = \frac{1}{n} = 5$$

Zadatak 2. Napon na ulazu transformatora je $120\ \text{V}$. Sekundar ima dva puta više navojaka od primara. Odrediti izlazni napon.

Rešenje:

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$N_2 = 2 \cdot N_1$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = V_1 \cdot \frac{2 \cdot N_1}{N_1} = 240\ \mathrm{V}$$

Zadatak 3. Transformator ima odnos transformacije $n = 0.25$. Otpornost opterećenja je $R_L = 100\ \Omega$. Odrediti reflektovano opterećenje.

Rešenje:

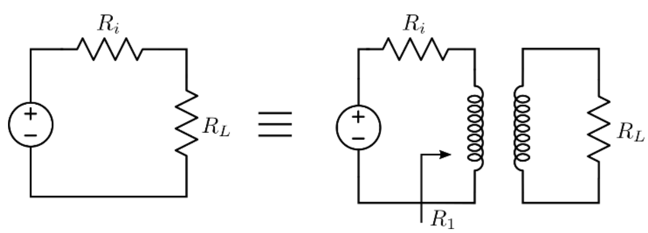
$$R_1 = R_L \cdot \frac{1}{n^2} = 1600\ \Omega$$

Zadatak 4. Odrediti odnos transformacije transformatora za prilagođenje impedanse, ako je:

a) otpornost izvora $75\ \Omega$ (TV koaksijalni kabl), a potrošača $1.2\ \mathrm{k}\Omega$ (TV prijemnik),

b) otpornost izvora $1.6\ \mathrm{k}\Omega$ (pojačavač), a potrošača $4\ \Omega$ (zvučnik).

Rešenje:



a)

$$R_1 = R_L \cdot \frac{1}{n^2} \quad \rightarrow \quad n = \sqrt{\frac{R_L}{R_1}} = 4$$

b)

$$R_1 = R_L \cdot \frac{1}{n^2} \quad \rightarrow \quad n = \sqrt{\frac{R_L}{R_1}} = \frac{1}{20}$$

Zadatak 5. Transformator je deklarisan za $V_{pri} = 230\ \mathrm{V}$, $f = 50\ \mathrm{Hz}$, $V_{sec} = 36\ \mathrm{V}$ i prividnu snagu $P_{app} = 8\ \mathrm{VA}$. Odrediti struju kroz opterećenje, struju kroz primar i odnos transformacije.

Rešenje:

$$n = \frac{V_{sec}}{V_{pri}} = \frac{N_{sec}}{N_{pri}}$$

$$n = \frac{V_{sec}}{V_{pri}} = \frac{36}{230} = 0.156$$

$$I_{pri} = \frac{P_{app}}{V_{pri}} = 35 \text{ mA}$$

$$I_{sec} = \frac{P_{app}}{V_{sec}} = 222 \text{ mA}$$

Zadatak 6. Mrežni transformator ima na primaru $N_1 = 800$ zavojaka, a na sekundaru $N_2 = 60$ zavojaka. Ako je izlazna struja transformatora $I_2 = 2$ A, odrediti ulaznu struju i snagu ovog transformatora pretpostavljajući da je on idealan.

Rešenje:

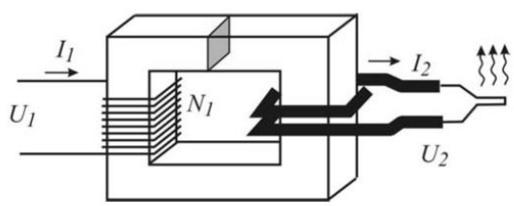
$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 150 \text{ mA}$$

$$P_1 = V_1 \cdot I_1 = 33 \text{ VA}$$

Zadatak 7. Pištoljska lemilica snage 75 W napaja se iz mreže. Sekundar transformatora lemilice ima samo dva zavojka od profilisanog debelog bakarnog provodnika koji su kratkospojeni preko tankog provodnika na vrhu lemilice. Ako u primarnom namotaju ima $N_1 = 1100$ zavojaka, odrediti izlaznu struju koja zagreva vrh lemilice. Gubitke zanemariti.

Rešenje:



$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$V_2 = V_1 \cdot \frac{N_2}{N_1} = 0.4 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{P}{V_2} = 187 \text{ A}$$

REALNI TRANSFORMATOR, GUBICI I EFIKASNOST TRANSFORMATORA

Zadatak 8. Izlazna snaga transformatora opterećenog otpornikom je 100 W. Snaga gubitaka u transformatoru je $P_{loss} = 4.5$ W. Odrediti koeficijent korisnog dejstva.

Rešenje:

$P_2 = 100$ W

$$P_1 = P_{loss} + P_2 = 104.5 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\ \% = 95.7\ \%$$

Zadatak 9. Mrežni transformator ($V_1 = 220$ V) čiji je odnos transformacije napona $n = 0.1$ ima stepen korisnog dejstva 88 %. Izmerena otpornost žice primara je 8 Ω, a sekundara 0.5 Ω. Debljina žice sekundara je takva da je maksimalna struja kroz zavojke sekundara 3 A. Odrediti koliko iznose gubici usled vihornih struja i histerezisa u jezgru ovog transformatora.

Rešenje:

$$n = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

$$V_2 = n \cdot V_1 = 22 \text{ V}$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\ \% \quad \rightarrow \quad P_1 = \frac{P_2}{\eta} \cdot 100\ \% \ = 75 \text{ W}$$

$$P_1 = P_{loss} + P_2 \quad \rightarrow \quad P_{loss} = P_1 - P_2 = 9 \text{ W}$$

$$P_{loss} = P_{Cu} + P_{Fe}$$

$$P_{Cu} = R_1 \cdot {I_1}^2 + R_2 \cdot {I_2}^2$$

$$I_1 = \frac{P_1}{V_1} = 341 \text{ mA}, \ \ I_2 = 3 \text{ A}$$

$$P_{Cu} = 5.43 \text{ W}$$

$$P_{Fe} = P_{loss} - P_{Cu} = 9 \text{ W} - 5.43 \text{ W} = 3.57 \text{ W}$$

DIODE

SILICIJUMSKE (ISPRAVLJAČKE) DIODE

Zadatak 1. Odrediti temperaturu (u Celzijusovim stepenima) silicijumske diode ako pri naponu na njoj $V_D = 0.6$ V struja kroz diodu iznosi $I_D = 1$ mA. Inverzna struja zasićenja diode na toj temperaturi je $I_S = 10^{-11}$ A. Bolcmanova konstanta: $8.62 \cdot 10^{-5}$ eV/K.

Rešenje:

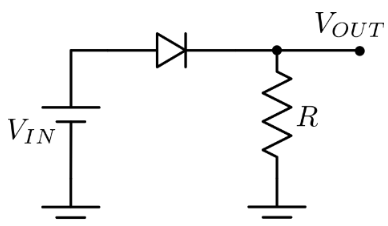
$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}}$$

$$\frac{I_D}{I_S} = e^{\frac{V_D}{V_T}} \ \ / \, ln$$

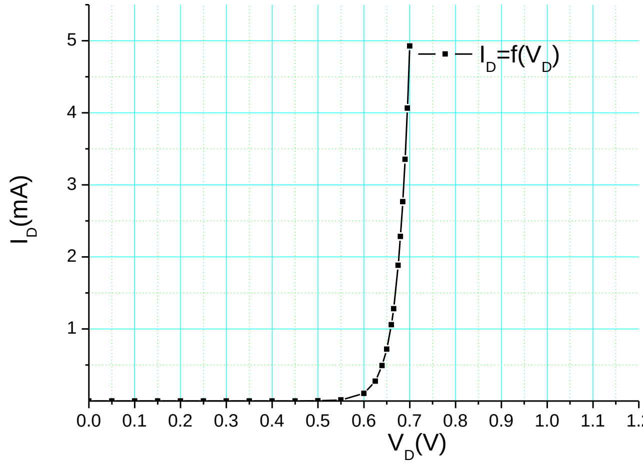
$$\ln \frac{I_D}{I_S} = \frac{V_D}{V_T} \quad \rightarrow \quad V_T = \frac{V_D}{\ln \frac{I_D}{I_S}}$$

$$\frac{k \cdot T}{q} = \frac{V_D}{\ln \frac{I_D}{I_S}} \quad \rightarrow \quad T = \frac{q}{k} \cdot \frac{V_D}{\ln \frac{I_D}{I_S}} = 377.86\ \mathrm{K} = 104.86\ ℃$$

Zadatak 2. Na slici 1a je prikazano osnovno ispravljačko kolo, a na slici 1b njegova strujno naponska karakteristika. Ako je $V_{IN} = 1V$ a inverzna struja zasićenja silicijumske diode $I_S = 10^{-14}$ A, odrediti V_{OUT} ako je: a) $R = R_1 = 0.5$ kΩ i b) $R = R_2 = 200\ \Omega$.



Slika 1a.



Slika 1b.

Rešenje:

$$V_{IN} = V_D + R \cdot I_D$$
$$V_{OUT} = V_{IN} - V_D$$

a)

Za $I_{D1} = 0$ A, $V_{D1} = V_{IN} = 1$ V $\qquad$ (1 V, 0 A)

Za $V_{D1} = 0$ V, $I_{D1} = \frac{V_{IN}}{R_1} = 2$ mA $\qquad$ (0 V, 2 mA)

Na karakteristici ucrtati radnu pravu i očitati radnu tačku. $V_{D1} = 0.65$ V i $I_{D1} = 0.75$ mA

$$V_{OUT1} = 1 - 0.65 = 0.35\ \mathrm{V}$$

b)

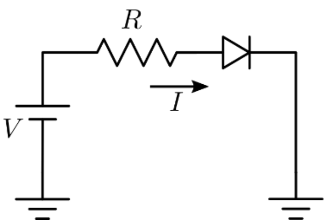
Za $I_{D2} = 0$ A, $V_{D2} = V_{IN} = 1$ V $\qquad$ (1 V, 0 A)

Za $V_{D2} = 0$ V, $I_{D2} = \frac{V_{IN}}{R_2} = 5$ mA $\qquad$ (0 V, 5 mA)

Na karakteristici ucrtati radnu pravu i očitati radnu tačku. $V_{D2} = 0.673$ V

$$V_{OUT2} = 1 - 0.673 = 0.327\ \mathrm{V}$$

Zadatak 3. Kroz kolo na slici 2 protiče struja $I = 10$ mA. Ako je otpornost otpornika $R = 230\ \Omega$ i napon napajanja $V = 3$ V, izračunati inverznu struju zasićenja I_S silicijumske diode na sobnoj temperaturi. Poznato je $V_T = 0.026$ V.



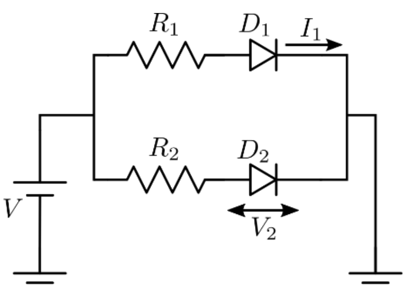
Slika 2.

Rešenje:

$$I_D = I_S \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}} \quad \rightarrow \quad I_S = \frac{I_D}{e^{\frac{V_D}{V_T}}}$$

$$V = R \cdot I + V_D \quad \rightarrow \quad V_D = V - R \cdot I = 0.7\ \mathrm{V}$$
$$I_S = 2 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{A}$$

Zadatak 4. Dato je kolo na slici 3, pri čemu su upotrebljene identične silicijumske diode (imaju jednako I_S). Izmerena struja kroz diodu D_1 iznosi $I_1 = 10$ mA, a izmereni napon na diodi D_2 je $V_2 = 0.68$ V. Izračunati vrednost otpornosti otpornika R_1. Dato je: $R_2 = 1$ kΩ, $V = 3$ V i $V_T = 0.026$ V.



Slika 3.

Rešenje:

$$V = R_1 \cdot I_1 + V_{D1}$$

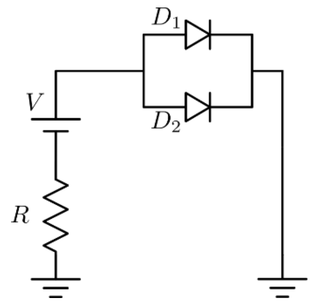
$$V = R_2 \cdot I_2 + V_{D2} \quad \rightarrow \quad I_2 = \frac{V - V_{D2}}{R_2} = 2.32\ \mathrm{mA}$$

$$I_S = \frac{I_2}{e^{\frac{V_{D2}}{V_T}}} = 1.016 \cdot 10^{-14}\ \mathrm{A}$$

$$I_1 = I_S \cdot e^{\frac{V_{D1}}{V_T}} \quad \rightarrow \quad \frac{I_1}{I_S} = e^{\frac{V_{D1}}{V_T}} \quad \rightarrow \quad \ln\frac{I_1}{I_S} = \frac{V_{D1}}{V_T} \quad \rightarrow \quad V_{D1} = V_T \cdot \ln\frac{I_1}{I_S} = 0.718\ \mathrm{V}$$

$$R_1 = \frac{V - V_{D1}}{I_1} = 228\ \Omega$$

Zadatak 5. Dve različite silicijumske diode vezane su paralelno kao na slici 4. Izmerena ukupna struja iznosi $I = 100$ mA. Ako su inverzne struje zasićenja prve i druge diode $I_{S1} = 1$ pA i $I_{S2} = 4$ pA, respektivno, izračunati:
a) Napon na diodama,
b) Struje koje protiču kroz svaku diodu na sobnoj temperaturi.
Poznato je $V_T = 0.026$ V.



Slika 4.

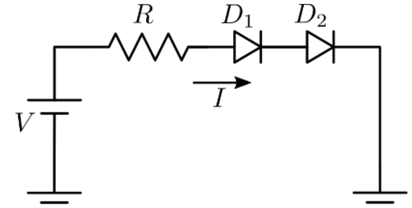
Rešenje:
Diode su paralelno vezane i važi: $V_{D1} = V_{D2} = V_D$

$$I_1 = I_{S1} \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}}$$
$$I_2 = I_{S2} \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}}$$

$$I = I_1 + I_2 = I_{S1} \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}} + I_{S2} \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}} = e^{\frac{V_D}{V_T}} \cdot (I_{S1} + I_{S2}) \;\; \rightarrow$$
$$\frac{I}{I_{S1} + I_{S2}} = e^{\frac{V_D}{V_T}} \quad \rightarrow \quad \ln \frac{I}{I_{S1} + I_{S2}} = \frac{V_D}{V_T} \quad \rightarrow \quad V_D = V_T \cdot \ln \frac{I}{I_{S1} + I_{S2}} = 0.62 \text{ V}$$

$$I_1 = I_{S1} \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}} = 20 \text{ mA}$$
$$I_2 = I_{S2} \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}} = 80 \text{ mA}$$

Zadatak 6. Kroz kolo na slici 5 protiče struja $I = 10$ mA. Ako su silicijumske diode identičnih karakteristika, otpornost otpornika $R = 470\ \Omega$ i napon napajanja $V = 6$ V, izračunati inverznu struju zasićenja dioda I_S na sobnoj temperaturi. Poznato je $V_T = 0.026$ V.



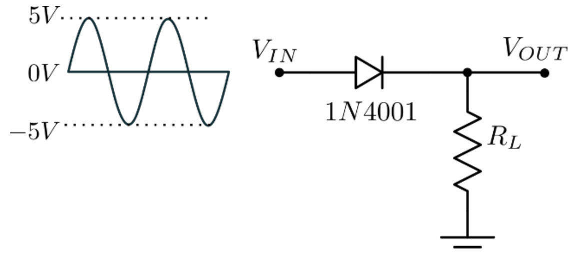
Slika 5.

Rešenje:
Diode su identičnih karakteristika, i još redno vezane pa važi: $I_1 = I_2 = I$ i $V_{D1} = V_{D2} = V_D$.

$$I = I_S \cdot e^{\frac{V_D}{V_T}} \quad \rightarrow \quad I_S = \frac{I}{e^{\frac{V_D}{V_T}}}$$

$$V = R \cdot I + V_D + V_D \quad \rightarrow \quad V_D = \frac{V - R \cdot I}{2} = 0.65 \text{ V}$$
$$I_S = 1.39 \cdot 10^{-13} \text{ A}$$

Zadatak 7. Za dati ulazni napon, nacrtati oblik napona na izlazu kola sa slike 6.

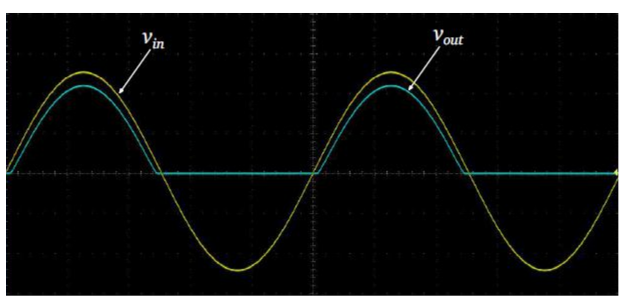


Slika 6.

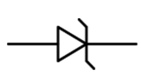
Rešenje:
Ovo kolo se naziva polutalasni ispravljač.
Za pozitivne vrednosti ulaznog napona većih od napona vođenja, dioda je direktno polarisana i vodi, pa se na njoj javlja pad napona V_D. Napon na izlazu prati promenu ulaznog signala i njegova maksimalna vrednost je

$$V_{OUT} = V_{IN} - V_D = 5 - 0.7 = 4.3 \text{ V}.$$

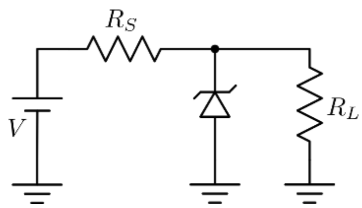
Za negativne vrednosti ulaznog napona, dioda je inverzno polarisana pa ne vodi, i napon na izlazu je preko otpornika R_L povezan na masu, $V_{OUT} = 0$ V.



ZENER DIODE



Zadatak 8. U kolu prikazanom na slici 7 Zener dioda upotrebljena je za regulaciju napona. Ako je pri opterećenju $R_L = 1$ kΩ izmereno $V_Z = 9.1$ V i $I_Z = 1$ mA odrediti vrednost otpornosti otpornika R_S. Poznato je: $V_Z = 12$ V.



Slika 7.

Rešenje:

$$V = R_S \cdot I + V_Z = R_S \cdot (I_Z + I_{R_L}) + V_Z$$

Opterećenje i Zener diode su vezani paralelno, pa je na njima isti napon (Zenerov) i onda je struja kroz R_L:

$$I_{R_L} = \frac{V_Z}{R_L} = 9.1 \text{ mA}$$

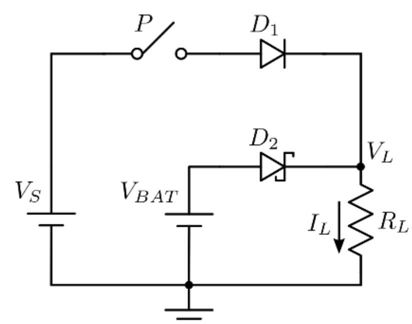
$$V = R_S \cdot \left(I_Z + I_{R_L}\right) + V_Z \quad \rightarrow \quad R_S = \frac{V - V_Z}{I_Z + I_{R_L}} = 287 \ \Omega$$

Zadatak 9. U kolu na slici 8 D_1 je standardna silicijumska dioda.

a) Kolika struja teče kroz potrošac R_L kada je prekidač P zatvoren, a kolika kada je otvoren?

b) Koji tip diode je dioda D_2?

Poznato je: $V_S = 5$ V, $V_{BAT} = 3.3$ V, $R_L = 4.3$ kΩ, $V_{D2} = 0.3$ V.



Slika 8.

Rešenje:

a)

Kada je prekidač P otvoren:

$$I_L = \frac{V_{BAT} - V_{D_2}}{R_L} = 697 \ \mu\text{A}$$

Kada je prekidač P zatvoren, gleda se cela šema:

Napon $V_L = V_S - V_{D_1} = 5 - 0.7 = 4.3$ V i to je napon na katodi diode D_2. Napon na anodi diode D_2 je $V_{BAT} = 3.3$ V, što znači da je dioda D_2 inverzno polarisana, i da neće provesti. Onda se za struju dobija:

$$I_L = \frac{V_S - V_{D_1}}{R_L} = 1 \text{ mA}$$

b)

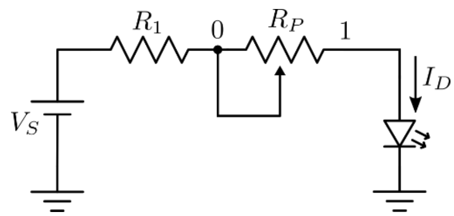
Dioda D_2 je Šotkijeva dioda što se može zaključiti na osnovu električnog simbola ili njenog napona vođenja.

Zadatak 10. U kolu na slici 9 upotrebljena je plava LED dioda sa naponom direktne polarizacije $V_D = 3.5$ V. Ukupna otpornost linearnog potenciometra, između pozicija 0 i 1, je $R_P = 500\ \Omega$.

a) Kolika je maksimalna struja I_{Dmax} koja u ovom kolu može da prođe kroz LED diodu?

b) Odrediti poziciju klizača potenciometra PK tako da struja kroz LED diodu bude $I_D = 15.5$ mA.

Poznato je: $V_S = 12$ V, $R_1 = 300\ \Omega$. Smatrati da je unutrašnja otpornost LED diode pri direktnoj polarizaciji zanemarljiva.



Slika 9.

Rešenje:

a)

Struja je maksimalna kada je otpornost minimalna tj. kada je R_P kratkospojeno ($R_P = 0\ \Omega$) i iznosi:

$$I_{Dmax} = \frac{V_S - V_D}{R_1 + R_P} = 28.33 \text{ mA}$$

b)

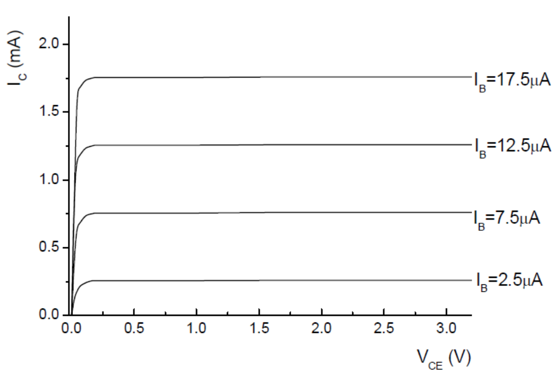
$$I_D = \frac{V_S - V_D}{R_1 + R_P} \quad \rightarrow \quad R_1 + R_P = \frac{V_S - V_D}{I_D} \quad \rightarrow \quad R_P = \frac{V_S - V_D}{I_D} - R_1 = 248\ \Omega$$

Da bi vrednost potenciometra R_P bila $248\ \Omega$, potrebno je kratkospojiti $500 - 248 = 252\ \Omega$

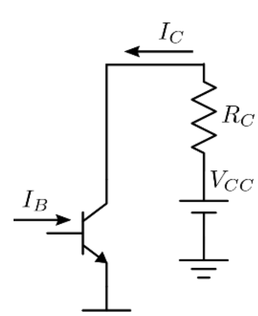
$$PK{:}\,1 = 252{:}\,500 \quad \rightarrow \quad PK = \frac{252}{500} = 0.504$$

BIPOLARNI TRANZISTORI – Bipolar Junction Transistor

Zadatak 1. Na slici 1a su prikazane izlazne karakteristike bipolarnog tranzistora u kolu pojačavača sa zajedničkim emitorom (kolo prikazano na slici 1b) za slučajeve različitih baznih struja. Odrediti radnu tačku i režim rada tranzistora za date različite struje baze ako je vrednost otpornika koji se vezuje u kolo kolektora: a) $R_{C1} = 2$ kΩ, b) $R_{C1} = 5$ kΩ. Poznato je $V_{CC} = 3$ V.



Slika 1. a)



Slika 1. b)

Rešenje:

a) Za $R_{C1} = 2\ \text{k}\Omega$ $\quad V_{CC} = V_{CC} - R_{C1} \cdot I_C$

Za $I_C = 0$ dobija se $V_{CE} = V_{CC} = 3\ \text{V}$ dobija se tačka $T_1(3\ \text{V}, 0\ \text{A})$

Za $V_{CE} = 0\ \text{V}$ dobija se $I_C = \frac{V_{CC}}{R_{C1}} = 1.5\ \text{mA}$ dobija se tačka $T_2(0\ \text{V}, 1.5\ \text{mA})$

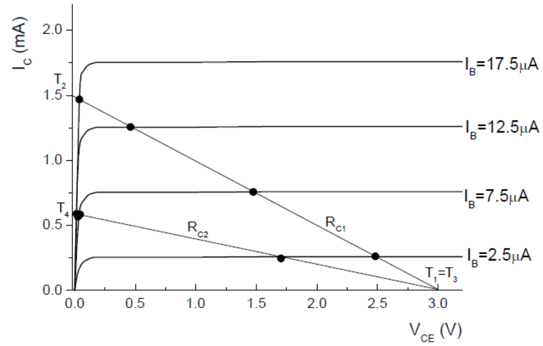
Povezivanjem datih tačaka dobija se radna prava, a u preseku nje i izlaznih karakteristika, dobijaju se radne tačke, prikazane na slici 1c (prava R_{C1}).

b) Za $R_{C2} = 5\ \text{k}\Omega$ $\quad V_{CC} = V_{CC} - R_{C2} \cdot I_C$

Za $I_C = 0$ dobija se $V_{CE} = V_{CC} = 3\ \text{V}$ dobija se tačka $T_1(3\ \text{V}, 0\ \text{A})$

Za $V_{CE} = 0\ \text{V}$ dobija se $I_C = \frac{V_{CC}}{R_{C2}} = 0.6\ \text{mA}$ dobija se tačka $T_2(0\ \text{V}, 0.6\ \text{mA})$

Povezivanjem datih tačaka dobija se radna prava, a u preseku nje i izlaznih karakteristika, dobijaju se radne tačke, prikazane na slici 1c (prava R_{C2}).

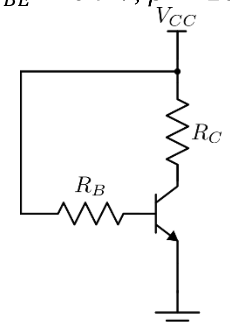


Slika 1. c)

a)	$I_B = 2.5\ \mu\text{A}$	$I_B = 7.5\ \mu\text{A}$	$I_B = 12.5\ \mu\text{A}$	$I_B = 17.5\ \mu\text{A}$
	$V_{CE} = 2.48\ \text{V}$ $I_C = 0.26\ \text{mA}$	$V_{CE} = 1.47\ \text{V}$ $I_C = 0.76\ \text{mA}$	$V_{CE} = 0.46\ \text{V}$ $I_C = 1.26\ \text{mA}$	$V_{CE} = 0.04\ \text{V}$ $I_C = 1.47\ \text{mA}$
	aktivni režim rada			***zasićenje***

b)	$I_B = 2.5\ \mu\text{A}$	$I_B = 7.5\ \mu\text{A}$	$I_B = 12.5\ \mu\text{A}$	$I_B = 17.5\ \mu\text{A}$
	$V_{CE} = 1.73\ \text{V}$ $I_C = 0.26\ \text{mA}$	$V_{CE} = 0.04\ \text{V}$ $I_C = 0.59\ \text{mA}$	$V_{CE} = 0.01\ \text{V}$ $I_C = 0.59\ \text{mA}$	$V_{CE} = 0.01\ \text{V}$ $I_C = 0.59\ \text{mA}$
	aktivni režim rada	***zasićenje***		

Zadatak 2. Odrediti radnu tačku (V_{CE}, I_C) za tranzistorsko kolo prikazano na slici 2. Poznato je: $V_{CC} = 12\ \text{V}$, $R_C = 560\ \Omega$, $R_B = 330\ \text{k}\Omega$, $V_{BE} = 0.7\ \text{V}$, $\beta = 100$.



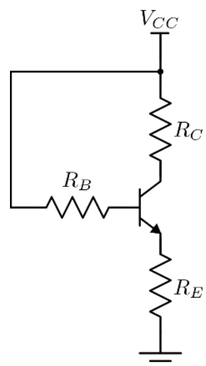
Slika 2.

Rešenje:

$$V_{CC} = R_B \cdot I_B + V_{BE} \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = 34.2\ \mu\text{A}$$
$$I_C = \beta \cdot I_B = 3.42\ \text{mA}$$
$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C = 10.1\ \text{V}$$

Radna tačka je $(V_{CE}, I_C) = (10.1\ \text{V}, 3.42\ \text{mA})$.

Zadatak 3. Odrediti radnu tačku (V_{CE}, I_C) za tranzistorsko kolo prikazano na slici 3. Poznato je: $V_{CC} = 12$ V, $R_C = 560\ \Omega$, $R_B = 330$ kΩ, $R_E = 1$ kΩ, $V_{BE} = 0.7$ V, $\beta = 100$.



Slika 3.

Rešenje:

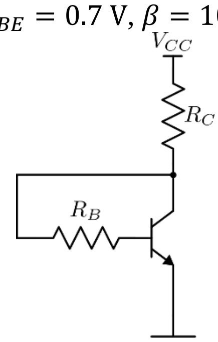
$$V_{CC} = R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot I_E$$
$$I_E = (\beta + 1) \cdot I_B$$

$$V_{CC} = R_B \cdot I_B + V_{BE} + R_E \cdot (\beta + 1) \cdot I_B \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + R_E \cdot (\beta + 1)} = 26.2\ \mu\text{A}$$
$$I_C = \beta \cdot I_B = 2.62\ \text{mA}$$
$$I_E = (\beta + 1) \cdot I_B = 2.65\ \text{mA}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C - R_E \cdot I_E = 7.88\ \text{V}$$

Radna tačka je $(V_{CE}, I_C) = (7.88\ \text{V}, 2.62\ \text{mA})$.

Zadatak 4. Odrediti radnu tačku (V_{CE}, I_C) za tranzistorsko kolo prikazano na slici 4. Poznato je: $V_{CC} = 10$ V, $R_C = 10$ kΩ, $R_B = 180$ kΩ, $V_{BE} = 0.7$ V, $\beta = 100$.



Slika 4.

Rešenje:

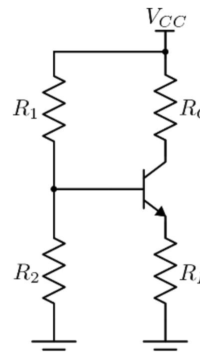
$$V_{CC} = R_C \cdot (I_C + I_B) + R_B \cdot I_B + V_{BE}$$
$$I_C = \beta \cdot I_B$$

$$V_{CC} = (\beta + 1) \cdot R_C \cdot I_B + R_B \cdot I_B + V_{BE} \quad \rightarrow \quad I_B = \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B + R_C \cdot (\beta + 1)} = 7.82\ \mu\text{A}$$
$$I_C = \beta \cdot I_B = 782\ \mu\text{A}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot (I_C + I_B) = 2.1\ \text{V}$$

Radna tačka je $(V_{CE}, I_C) = (2.1\ \text{V}, 782\ \mu\text{A})$.

Zadatak 5. Odrediti radnu tačku (V_{CE}, I_C) za tranzistorsko kolo napajano preko naponskog razdelnika prikazano na slici 5. Poznato je: $V_{CC} = 10$ V, $R_E = 560\ \Omega$, $R_C = 1$ kΩ, $R_1 = 10$ kΩ, $R_2 = 5.6$ kΩ, $V_{BE} = 0.7$ V, $\beta = 100$.



Slika 5.

Rešenje:

Kola napajana preko naponskog razdelnika se realizuju tako da je struja baze mnogo manja od struje koja protiče kroz otpornik R_2 ($I_B \ll I_2$).

$$V_B = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{CC} = 3.59\ \text{V}$$
$$V_E = V_B - V_{BE} = 2.89\ \text{V}$$

$$I_E = \frac{V_E}{R_E} = 5.16\ \text{mA}$$
$$I_C = I_E - I_B = \frac{\beta}{\beta + 1} \cdot I_E = 5.11\ \text{mA}$$

$$V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C - V_E = 2\ \text{V}$$

Radna tačka je $(V_{CE}, I_C) = (2\ \text{V}, 5.11\ \text{mA})$.

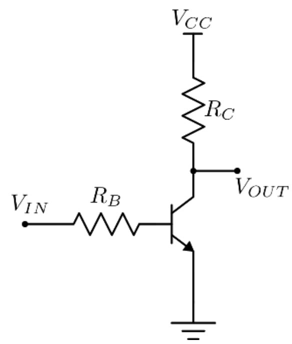
Zadatak 6. Za kolo na slici 6 u kome tranzistor radi kao prekidač odrediti:

a) Napon V_{OUT} kada je $V_{IN} = 0$ V,

b) Najmanju vrednost struje baze za koju će tranzistor ući u zasićenje, ako je $\beta = 125$ i $V_{CE(sat)} = 0.2$ V,

c) Maksimalnu vrednost R_B za koju je obezbeđen uslov zasićenja ako je $V_{IN} = 5$ V.

Poznato je: $V_{CC} = 10$ V, $R_C = 1$ kΩ, $V_{BE} = 0.7$ V.



Slika 6.

Rešenje:

$$V_{OUT} = V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C$$

a)

Kada je $V_{IN} = 0$ V, tranzistor je zakočen, pa je $I_B = 0$ A, a i $I_C = 0$ A, pa sledi da je:

$$V_{OUT} = V_{CC} = 10 \text{ V}$$

b)

Kada je tranzistor u zasićenju važi da je $V_{CE} = V_{CE(sat)}$, pa sledi:

$$V_{CC} = V_{CE(sat)} + R_C \cdot I_C \quad \rightarrow \quad I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE(sat)}}{R_C} = 9.8 \text{ mA}$$

Strujni uslov zasićenja je $I_C < \beta I_B$, odnosno $I_B > \frac{I_C}{\beta}$, pa se za baznu struju dobija:

$$I_{B(\min)} = \frac{I_C}{\beta} = 78.4 \ \mu\text{A}$$

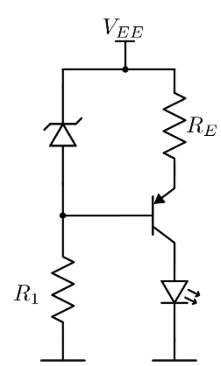
c)

$$V_{IN} = V_{BE} + R_B \cdot I_B$$

Maksimalna dozvoljena vrednost R_B se dobija pri minimalnoj vrednosti struje baze odakle sledi:

$$R_{B(max)} = \frac{V_{IN} - V_{BE}}{I_{B(\min)}} = 54.85 \text{ k}\Omega$$

Zadatak 7. U kolu sa slike 7 poznato je: $V_{EE} = 12$ V, $V_Z = 6.2$ V, $V_{BE} = -0.7$ V, $R_E = 270\ \Omega$, $\beta = 200$, $R_1 = 1$ kΩ. Odrediti struje kroz LED i Zener diodu.



Slika 7.

Rešenje:

$$V_B = V_{EE} - V_Z = 12 - 6.2 = 5.8 \text{ V}$$

$$V_E = V_B - V_{BE} = 5.8 - (-0.7) = 6.5 \text{ V}$$

$$I_E = \frac{V_{EE} - V_E}{R_E} = 20.37 \text{ mA}$$

$$I_B = \frac{I_E}{1+\beta} = 0.1 \text{ mA}$$

Struja kolektora, tj. struja kroz LED diodu iznosi:

$$I_C = \beta I_B = 20 \text{ mA}$$

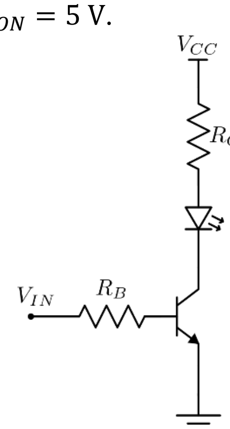
Struja kroz otpornik R_1 je:

$$I_1 = \frac{V_B}{R_1} = 5.8 \text{ mA}$$

I struja kroz Zener diodu:

$$I_Z = I_1 - I_B = 5.7 \text{ mA}$$

Zadatak 8. U kolu sa slike 8 bipolarni tranzistor (u ulozi prekidača) u sprezi sa LED-om radi kao indikator stanja. Za $V_{IN} = V_{OFF} = 0$ V LED ne svetli, dok za $V_{IN} = V_{ON}$ LED daje intenzivnu svetlost. Odrediti vrednosti otpornika R_C i R_B za koje je obezbeđeno funkcionisanje indikatora, ako je struja neophodna da LED daje intenzivnu svetlost 30 mA, pri čemu je napon na njemu $V_{LED} = 1.6$ V. Poznato je: $V_{CC} = 9$ V, $V_{BE} = 0.7$ V, $V_{CE(sat)} = 0.2$ V, $\beta = 50$, $V_{ON} = 5$ V.



Slika 8.

Rešenje:

S obzirom da se koristi kao indikator stanja, znači da radi u zakočenju i u zasićenju, pa važe odgovarajući naponski i strujni zakoni.

$V_{IN} = V_{OFF} = 0 \text{ V} \quad \rightarrow \quad I_B = 0 \text{ A}, \quad I_C = 0 \text{ A} = I_{LED}$ → LED ne svetli
$V_{IN} = V_{ON} = 5 \text{ V}$ → LED svetli

$$V_{IN} = R_B \cdot I_B + V_{BE}$$
$$V_{CC} = R_C \cdot I_C + V_{LED} + V_{CE(sat)}$$
$$I_C < \beta I_B$$

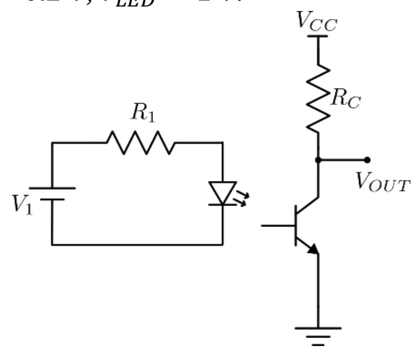
$$R_C = \frac{V_{CC} - V_{LED} - V_{CE(sat)}}{I_C} = 240 \ \Omega$$

$$I_{B(\min)} = \frac{I_C}{\beta} = 600\ \mu\text{A}$$

$$R_{B(max)} = \frac{V_{IN} - V_{BE}}{I_{B(\min)}} = 7.2\ \text{k}\Omega$$

OPTOKAPLER

Zadatak 9. Kolo optokaplera sa slike 9 sadrži LED i fototranzistor. Ako je koeficijent sprege (odnos struje kolektora fototranzistora i struje direktno polarisanog LED-a) $CTR = 8\ \%$, odrediti vrednost napona polarizacije V_1 za koju će na izlazu kola biti naponski nivo logičke nule. Poznato je: $V_{CC} = 5$ V, $R_C = 50$ kΩ, $R_1 = 5$ kΩ, $V_{CE(sat)} = 0.2$ V, $V_{LED} = 1$ V.



Slika 9.

Rešenje:
Napon na izlazu kola je:

$$V_{OUT} = V_{CE} = V_{CC} - R_C \cdot I_C$$

- Kada LED dioda ne vodi, struja $I_C = 0$ A, na je na izlazu napon logičke jedinice tj. $V_{OUT} = V_{CC}$.
- Kada LED diode vodi, na bazno-kolektorski spoj fototranzistora dolazi svetlosni signal, pa se generiše određena struja kolektora I_C proporcionalna osvetljaju, tj. struji kroz LED. Da bi na izlazu kola bio naponski nivo logičke nule, fototranzistor treba da bude u zasićenju $V_{OUT} = V_{CE(sat)}$ i njegova struja kolektora tada iznosi:

$$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C} = 96\ \mu\text{A}$$

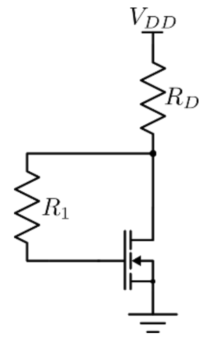
$$CTR = \frac{I_C}{I_1} \cdot 100\ \% \quad \rightarrow \quad I_1 = \frac{I_C}{CTR} \cdot 100\ \% = 1.2\ \text{mA}$$

Za ulazno kolo važi:

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 + V_{LED} = 7\ \text{V}$$

MOS TRANZISTORI (Metal Oxide Semiconductor)
MOSFET – MOS Field Effect Transistor

Zadatak 1. Odrediti radnu tačku (V_{DS}, I_D) za tranzistorsko kolo prikazano na slici 1. Napon praga ovog tranzistora je $V_T = 3$ V. Merenjem je utvrđeno da je napon $V_{GS} = 8.5$ V Poznato je: $V_{DD} = 15$ V, $R_1 = 10$ MΩ, $R_D = 4.7$ kΩ.



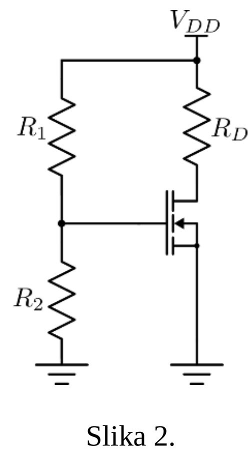
Slika 1.

Rešenje:

$$V_{GS} > V_T \quad \rightarrow \quad \text{kanal je formiran}$$
$$V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_T = 5.5 \text{ V}$$
$$V_{DS} = V_{GS} = 8.5 \text{ V}$$
$$V_{DS} > V_{DS(sat)} \quad \rightarrow \quad \text{tranzistor u zasićenju}$$
$$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{DS} \quad \rightarrow \quad I_D = \frac{V_{DD} - V_{DS}}{R_D} = 1.383 \text{ mA}$$

Radna tačka je $(V_{DS}, I_D) = (8.5 \text{ V}, 1.383 \text{ mA})$.

Zadatak 2. Odrediti radnu tačku (V_{DS}, I_D) za tranzistorsko kolo prikazano na slici 2. Napon praga ovog tranzistora je $V_T = 5$ V, a $k = 2 \cdot 10^{-4}\ \frac{\text{A}}{\text{V}^2}$. Poznato je: $V_{DD} = 10$ V, $R_1 = 4.7$ MΩ, $R_2 = 10$ MΩ i $R_D = 10$ kΩ.



Slika 2.

Rešenje:

$$V_{GS} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{DD} = 6.803 \text{ V}$$
$$V_{GS} > V_T \quad \rightarrow \quad \text{kanal je formiran}$$
$$V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_T = 1.803 \text{ V}$$

Raditi zadatak pod pretpostavkom da tranzistor jeste u zasićenju, a zatim proveriti tačnost pretpostavke.

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2 = 0.65 \text{ mA}$$
$$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{DS} \quad \rightarrow \quad V_{DS} = V_{DD} - R_D \cdot I_D = 3.5 \text{ V}$$

$$V_{DS} = 3.5 \text{ V} > V_{DS(sat)} = 1.803 \text{ V} \quad \rightarrow \text{ pretpostavka tačna, tranzistor u zasićenju}$$

Radna tačka je $(V_{DS}, I_D) = (3.5 \text{ V}, 0.65 \text{ mA})$.

Zadatak 3. Odrediti radnu tačku (V_{DS}, I_D) za tranzistorsko kolo prikazano na slici 2. Napon praga ovog tranzistora je $V_T = 2$ V, dok pri naponu na gejtu $V_{GS} = 4$ V struja drejna u zasićenju iznosi $I_{D(sat)} = 200$ mA. Poznato je: $V_{DD} = 24$ V, $R_1 = 100$ kΩ, $R_2 = 15$ kΩ i $R_D = 200$ Ω.

Rešenje:

$$I_{D(sat)} = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad \rightarrow \quad k = \frac{I_{D(sat)}}{(V_{GS} - V_T)^2} = 5 \cdot 10^{-2} \ \frac{\text{A}}{\text{V}^2}$$
$$V_{GS} = \frac{R_2}{R_2 + R_1} \cdot V_{DD} = 3.13 \text{ V}$$

$$V_{GS} > V_T \quad \rightarrow \quad \text{kanal je formiran}$$
$$V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_T = 1.13 \text{ V}$$

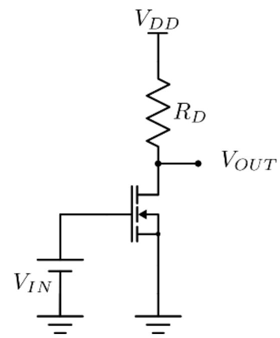
Raditi zadatak pod pretpostavkom da tranzistor jeste u zasićenju, a zatim proveriti tačnost pretpostavke.

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2 = 63.845 \text{ mA}$$
$$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{DS} \quad \rightarrow \quad V_{DS} = V_{DD} - R_D \cdot I_D = 11.231 \text{ V}$$

$$V_{DS} = 11.231 \text{ V} > V_{DS(sat)} = 1.13 \text{ V} \quad \rightarrow \text{ pretpostavka tačna, tranzistor u zasićenju}$$

Radna tačka je $(V_{DS}, I_D) = (11.231 \text{ V}, 63.845 \text{ mA})$.

Zadatak 4. NMOS tranzistor u kolu na slici 3 ima napon praga $V_T = 1.5$ V i $k = 0.4 \ \frac{\text{mA}}{\text{V}^2}$. Ako je napon koji se dovodi na gejt $V_{IN} = 5$ V, odrediti izlazni napon V_{OUT}. Poznato je: $V_{DD} = 10$ V i $R_D = 470$ Ω.



Slika 3.

Rešenje:

$$V_{IN} = 5\text{ V} = V_{GS} > V_T \quad \rightarrow \quad \text{kanal je formiran}$$
$$V_{DS(sat)} = V_{GS} - V_T = 3.5\text{ V}$$

Raditi zadatak pod pretpostavkom da tranzistor jeste u zasićenju, a zatim proveriti tačnost pretpostavke.

$$I_D = k \cdot (V_{GS} - V_T)^2 = 4.9\text{ mA}$$
$$V_{OUT} = V_{DS}$$
$$V_{DD} = R_D \cdot I_D + V_{OUT} \quad \rightarrow \quad V_{OUT} = V_{DD} - R_D \cdot I_D = 7.697\text{ V}$$

$$V_{OUT} = 7.697\text{ V} > V_{DS(sat)} = 3.5\text{ V} \quad \rightarrow \text{ pretpostavka tačna, tranzistor u zasićenju}$$