

Domaći zadatak 4

Numerička integracija

1. zadatak

Odrediti čvorove x_k , težinske koeficijente A_k i ostatak $R(f)$ u Gausovoj kvadraturnoj formuli

$$\int_{-1/2}^{1/2} (1 - 2|x|) f(x) dx = A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + R(f)$$

a zatim primenom ove formule približno izračunati integral

$$\int_0^{1/2} \frac{1 - 2|x|}{x^2 + 1} dx.$$

2. zadatak

Izračunati približnu vrednost određenog integrala

$$I = \int_0^1 \sin\left(\frac{\pi}{2} x^2\right) dx$$

a) primenom uopštene trapezne formule, sa tačnošću $\epsilon = 10^{-2}$;

b) primenom uopštene Simpsonove formule, sa tačnošću $\epsilon = 10^{-3}$.

Koristiti Rungeovu procenu greške.

3. zadatak

a) Odrediti koeficijente u kvadraturnoj formuli

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = A_1 f(-1) + A_2 f(1) + A_3 f'(-1/2) + A_4 f'(1/2) + R(f)$$

tako da ona ima maksimalni algebarski stepen tačnosti.

b) Odrediti algebarski stepen tačnosti dobijene kvadrature formule.

c) Priminiti kvadraturnu formulu za izračunavanje integrala

$$\int_0^3 e^{-x^2} dx.$$