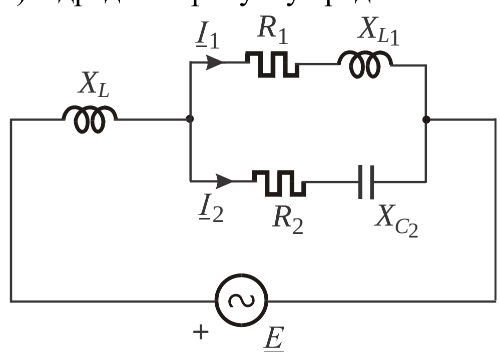
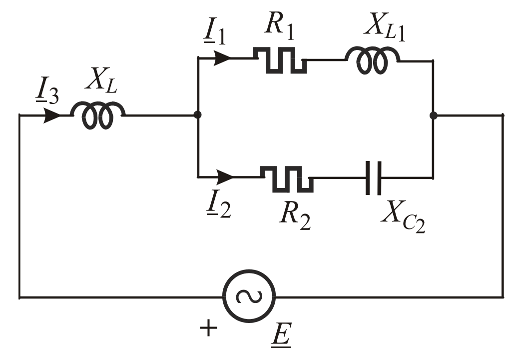
1. У колу приказаном на слици 1 познато је: $R_1 = X_L = 20\Omega$, $X_{L1} = 10\Omega$ и тренутна вредност струје $i_1(t) = 2\sqrt{2}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$ A.

а) Одредити отпорност R_2 и реактансу кондензатора X_{C2} тако да струја кроз отпорник R_2 има исту максималну вредност као и струја $i_1(t)$, а фазно предњачи за $\pi/2$ у односу на њу.

б) Одредити тренутну вредност електромоторне силе генератора $e(t)$.



Слика 1



Слика 1.1

Комплексни представник задате тренутне вредности струје је $\underline{I}_1 = 2\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/4} = 2(1-\mathrm{j})$ A.

а) Према услову задатка, $I_{2\mathrm{m}} = 2\sqrt{2}$ A и $\varphi_{I2} = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4}$ rad, па је струја кроз отпорник R_2 $\underline{I}_2 = 2\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/4} = 2(1+\mathrm{j})$ A.

За коло са слике 1.1 важи да су напони на редној вези отпорника R_1 и калема X_{L1} и редној вези отпорника R_2 и кондензатора X_{C1} међусобно једнаки:

$$(R_1 + \mathrm{j}X_{L1})\underline{I}_1 = (R_2 - \mathrm{j}X_{C2})\underline{I}_2 .$$

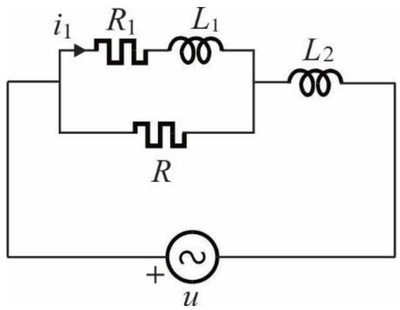
Из ове релације добија се да је $R_2 = 10\Omega$ и $X_{C2} = 20\Omega$.

б) Електромоторна сила је:

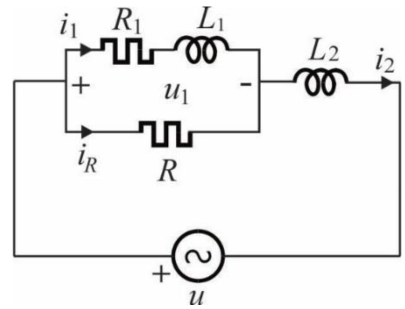
$$\underline{E} = \mathrm{j}X_L\underline{I}_3 + (R_1 + \mathrm{j}X_{L1})\underline{I}_1 = \mathrm{j}X_L(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + (R_1 + \mathrm{j}X_{L1})\underline{I}_1 = 60(1+\mathrm{j})\,\mathrm{V},$$

а њена тренутна вредност $e(t) = 60\sqrt{2}\cos(\omega t + \pi/4)$ V.

2. У колу приказаном на слици 2 познато је: $u(t) = 66\cos\omega t$ V, $R_1 = 1\,\Omega$, $X_{L1} = 2\Omega$ и $X_{L2} = 3\Omega$. Одредити отпорност отпорника R, тако да струја $i_1(t)$ касни за напоном $u(t)$ за $\pi/2$, и њена ефективна вредност износи $I_1 = 6\sqrt{2}$ A



Слика 2



Слика 2.1

Тренутна вреедност струје отпорника је $i_1(t)=12\cos\left(\omega t-\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Комплексни представници простопериодичне струје $i_1(t)$ и електромоторне силе генератора $u(t)$ су $\underline{I}_1 = \mathrm{j}12\ \mathrm{A}$ и $\underline{U} = 66\ \mathrm{V}$.

За коло на слици 2.1 могу се написати следеће једначине:

$\underline{U}_1 = (R_1 + \mathrm{j}X_1)\underline{I}_1 = 12(2-\mathrm{j})\ \mathrm{V}$;

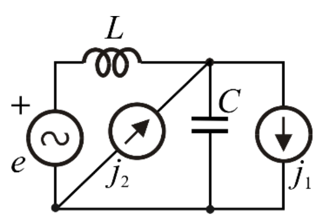
$\underline{I}_2 = \dfrac{\underline{U}-\underline{U}_1}{\mathrm{j}X_{L2}} = (4-\mathrm{j}14)\ \mathrm{A}$;

$\underline{I}_R = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 = 2(2-\mathrm{j})\ \mathrm{A}$.

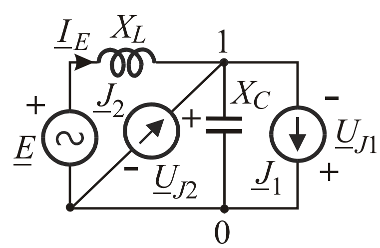
Отпорност отпорника R је

$R = \dfrac{\underline{U}_1}{\underline{I}_R} = 6\ \Omega$.

3. У колу приказаном на слици 3 познато је: $e(t) = 2\sin\omega t\,\mathrm{V}$, $j_1(t) = 2\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi/4)\,\mathrm{A}$, $\underline{J}_2 = (3+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$, $\omega = 10^5\ \mathrm{rad/s}$, $L = 10\,\mu\mathrm{H}$ и $C = 5\,\mu\mathrm{F}$. Одредити комплексне снаге свих генератора.



Слика 3



Слика 3.1

Одредимо најпре комплексне представнике задатих тренутних вредности напона и струја генератора.

С обзиром да је $e(t)=2\sin\omega t=2\cos(\omega t-\pi/2)\,\mathrm{V}$, добија се $\underline{E}=2\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/2}=-\mathrm{j}2\,\mathrm{V}$, док је за $j_1(t)=2\sqrt{2}\cos(\omega t-\pi/4)\,\mathrm{A}$, $\underline{J}_1=2\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/4}=2(1-\mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

Реактансе калема и кондензатора су $X_L=\omega L=1\Omega$ и $X_C=1/\omega C=2\Omega$, респективно.

Коло ћемо решити применом метода потенцијала чворова.

За чворове означене као на слици 3.1, формира се једначина облика:

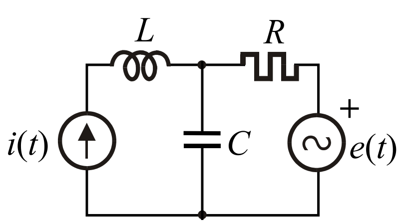
$$\left(\frac{1}{\mathrm{j}X_L}+\frac{1}{-\mathrm{j}X_C}\right)\underline{U}_{10}=\frac{\underline{E}}{\mathrm{j}X_L}+\underline{J}_2-\underline{J}_1.$$

Решење је $\underline{U}_{10}=2(-3-\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

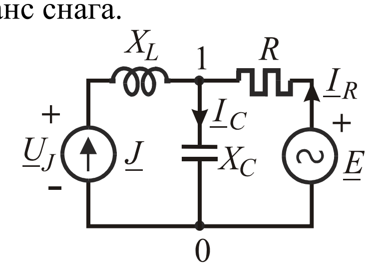
Да би одредили комплексну снагу напонског генератора, потребно је одредити струју кроз генератор $\underline{I}_E=\dfrac{\underline{E}-\underline{U}_{10}}{\mathrm{j}X_L}=-\mathrm{j}6\,\mathrm{A}$, па је $\underline{S}_E=\dfrac{1}{2}\underline{E}\underline{I}_E^*=6\,\mathrm{VA}$.

Напони на крајевима струјних генератора су: $\underline{U}_{J1}=-\underline{U}_{J2}=-\underline{U}_{10}=2(3+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$. Комплексне снаге су: $\underline{S}_{J1}=\dfrac{1}{2}\underline{U}_{J1}\underline{J}_1^*=4(1+\mathrm{j}2)\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{J2}=\dfrac{1}{2}\underline{U}_{J2}\underline{J}_2^*=-10\,\mathrm{VA}$.

4. У колу приказаном на слици 4 познато је: $i(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t+\pi/4)\,\mathrm{A}$, $e(t)=20\cos(\omega t+\pi/2)\,\mathrm{V}$, $\omega=10^4\,\mathrm{rad/s}$, $R=10\Omega$, $L=2\,\mathrm{mH}$ и $C=5\,\mu\mathrm{F}$. Одредити тренутну вредност струје кроз кондензатор и проверити биланс снага.



Слика 4



Слика 4.1

Комплексни представници задатих тренутних вредности струјног и напонског генератора су $\underline{J}=\sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/4}=(1+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$ и $\underline{E}=20\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2}=\mathrm{j}20\,\mathrm{V}$, док су реактансе калема и кондензатора $X_L=\omega L=20\Omega$ и $X_C=1/\omega C=20\Omega$, респективно.

За решавање задатка применићемо метод потенцијала чворова.

Коло има два чвора, па се једначина пише само за један чвор:

$$\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{-\mathrm{j}X_C}\right)\underline{U}_{10}=\frac{\underline{E}}{R}+\underline{J}.$$

Решење једначине је $\underline{U}_{10}=20(1+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

Комплексни представник струје кроз кондензатор је $\underline{I}_C = \dfrac{\underline{U}_{10}}{-\mathrm{j}X_C} = (-1+\mathrm{j})\,\mathrm{A} = \sqrt{2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}3\pi/4}$, а тренутна вредност струје $i_C(t) = \sqrt{2}\cos(\omega t + 3\pi/4)\,\mathrm{A}$.

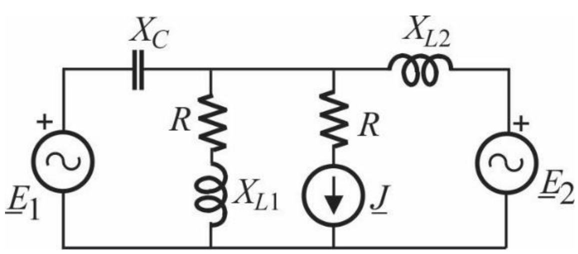
Из првог Кирхофовог закона одређује се струја у грани са отпорником R,
$\underline{I}_R = \underline{I}_C - \underline{J} = -2\,\mathrm{A}$.

Комплексне снаге на потрошачима су: $\underline{S}_R = \dfrac{1}{2}R\left|\underline{I}_R\right|^2 = 20\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_L = \dfrac{1}{2}\mathrm{j}X_L\left|\underline{J}\right|^2 = \mathrm{j}20\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_C = \dfrac{1}{2}(-\mathrm{j}X_C)\left|\underline{I}_C\right|^2 = -\mathrm{j}20\,\mathrm{VA}$, док су комплексне снаге генератора:

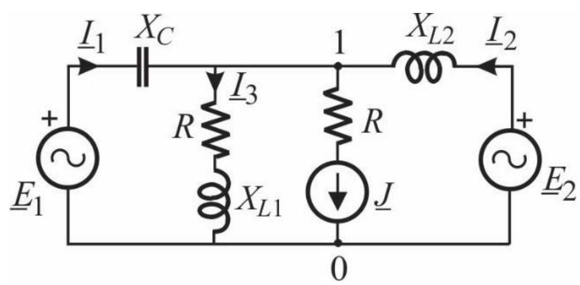
$\underline{S}_E = \dfrac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_R^* = \mathrm{j}20\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_J = \dfrac{1}{2}\underline{U}_J\,\underline{J}^* = 20(1+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$, при чему је напон на крајевима струјног генератора $\underline{U}_J = \mathrm{j}X_L\underline{J} + \underline{U}_{10} = \mathrm{j}40\,\mathrm{V}$.

Биланс снага је задовољен, јер је $\sum \underline{S}_\mathrm{p} = \sum \underline{S}_\mathrm{g} = 20\,\mathrm{VA}$.

5. У електричном колу приказаном шемом на слици 5 познато је: $\underline{E}_1 = 4$ V, $\underline{E}_2 = \mathrm{j}3$ V, $\underline{J} = (1+\mathrm{j})$ A, $R = X_{L1} = X_{L2} = 1\Omega$ и $X_C = 2\Omega$. Одредити тренутне вредности струја у свим гранама кола и комплексне снаге свих генератора у колу.



Слика 5



Слика 5.1

За чворове означене као на слици 5.1, по методу потенцијала чворова, може се написати једначина

$$\left(\frac{1}{\mathrm{j}X_{L2}} + \frac{1}{R+\mathrm{j}X_{L_1}} + \frac{1}{-\mathrm{j}X_C}\right)\underline{U}_{10} = -\underline{J} + \frac{\underline{E}_1}{-\mathrm{j}X_C} + \frac{\underline{E}_2}{\mathrm{j}X_{L_2}}.$$

Решење ове једначине је $\underline{U}_{10} = \mathrm{j}2\,\mathrm{V}$.

Струје у појединим гранама кола су:

$\underline{I}_2 = \dfrac{\underline{E}_2 - \underline{U}_{10}}{\mathrm{j}X_{L_2}} = 1\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \dfrac{\underline{U}_{10}}{R+\mathrm{j}X_{L_1}} = (1+\mathrm{j})\mathrm{A}$ и $\underline{I}_1 = \underline{I}_3 + \underline{J} - \underline{I}_2 = (1+\mathrm{j}2)\mathrm{A}$.

Тренутне вредности струја су:

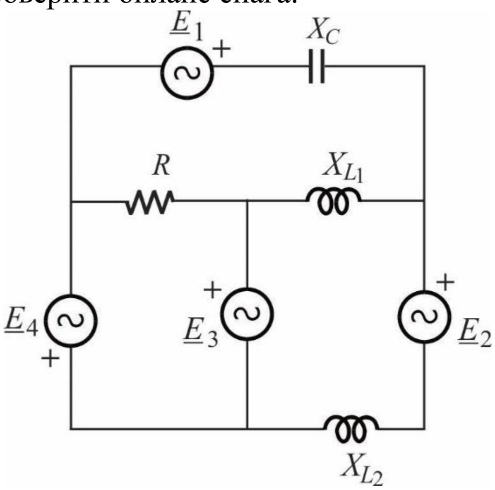
$i_1 = \sqrt{5}\cos(\omega t + \arctan 2)\,\mathrm{A}$, $i_2 = \cos(\omega t)\,\mathrm{A}$ и $i_3 = \sqrt{2}\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{4}\right)\mathrm{A}$.

Напон струјног генератора је: $\underline{U}_J = -\underline{U}_{10} + R\underline{J} = (1 - \mathrm{j})\ \mathrm{V}$,

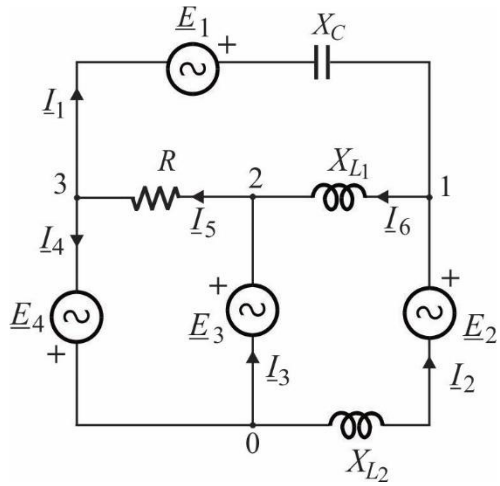
а снаге генератора:

$\underline{S}_J = \dfrac{1}{2}\underline{U}_J\underline{J}^* = -\mathrm{j}\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E1} = \dfrac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_1^* = 2(1 - \mathrm{j}2)\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{E2} = \dfrac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_2^* = \mathrm{j}\dfrac{3}{2}\,\mathrm{VA}$.

6. У електричном колу приказаном шемом на слици 6 познато је: $\underline{E}_1 = \mathrm{j}5\ \mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = (-5 + \mathrm{j}20)\ \mathrm{V}$, $\underline{E}_3 = (10 + \mathrm{j}10)\ \mathrm{V}$, $\underline{E}_4 = -\mathrm{j}10\ \mathrm{V}$, $R = X_C = X_{L_2} = 1\,\Omega$ и $X_{L_1} = 2\,\Omega$. Одредити све струје у колу и проверити биланс снага.



Слика 6



Слика 6.1

Коло ћемо решити применом метода потенцијала чворова.

За чворове означене као на слици 6.1, формира се систем једначина облика:

$\underline{U}_{20} = \underline{E}_3 = (10 + \mathrm{j}10)\ \mathrm{V}$;

$\underline{U}_{30} = -\underline{E}_4 = \mathrm{j}10\ \mathrm{V}$;

$$\left(\frac{1}{\mathrm{j}X_{L1}} + \frac{1}{\mathrm{j}X_{L2}} + \frac{1}{-\mathrm{j}X_C}\right)\underline{U}_{10} - \frac{1}{\mathrm{j}X_{L1}}\underline{U}_{20} - \frac{1}{-\mathrm{j}X_C}\underline{U}_{30} = \frac{\underline{E}_1}{-\mathrm{j}X_C} + \frac{\underline{E}_2}{\mathrm{j}X_{L2}}.$$

Решење овог система једначина је $\underline{U}_{10} = \mathrm{j}20\,\mathrm{V}$.

Струје у појединим гранама кола су:

$\underline{I}_1 = \dfrac{\underline{E}_1 + \underline{U}_{31}}{-\mathrm{j}X_C} = \dfrac{\underline{E}_1 + \underline{U}_{30} - \underline{U}_{10}}{-\mathrm{j}X_C} = 5\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_6 = \dfrac{\underline{U}_{12}}{\mathrm{j}X_{L1}} = \dfrac{\underline{U}_{10} - \underline{U}_{20}}{\mathrm{j}X_{L1}} = 5(1 + \mathrm{j})\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_2 = \underline{I}_6 - \underline{I}_1 = \mathrm{j}5\,\mathrm{A}$,

$\underline{I}_5 = \dfrac{\underline{U}_{23}}{R} = \dfrac{\underline{U}_{20} - \underline{U}_{30}}{R} = 10\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_4 = \underline{I}_5 - \underline{I}_1 = 5\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_3 = \underline{I}_4 - \underline{I}_2 = 5(1 - \mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

Комплексне снаге потрошача су:

$\underline{S}_R = \frac{1}{2}R|\underline{I}_5|^2 = 50\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{L_1} = \frac{1}{2}\,\mathrm{j}X_{L1}|\underline{I}_6|^2 = \mathrm{j}50\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{L_2} = \frac{1}{2}\,\mathrm{j}X_{L2}|\underline{I}_2|^2 = \mathrm{j}\frac{25}{2}\,\mathrm{VA}$ и

$\underline{S}_C = \frac{1}{2}(-\mathrm{j}X_C)|\underline{I}_1|^2 = -\mathrm{j}\frac{25}{2}\,\mathrm{VA}$.

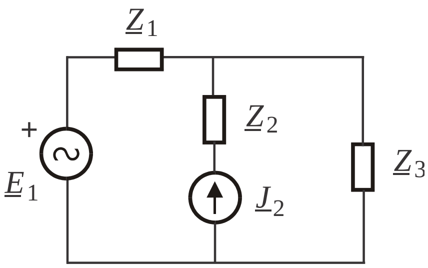
Комплексне снаге генератора су:

$\underline{S}_{E1} = \frac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_1^* = \mathrm{j}\frac{25}{2}\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E2} = \frac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_2^* = (50+\mathrm{j}\frac{25}{2})\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E_3} = \frac{1}{2}\underline{E}_3\underline{I}_3^* = \mathrm{j}50\,\mathrm{VA}$ и

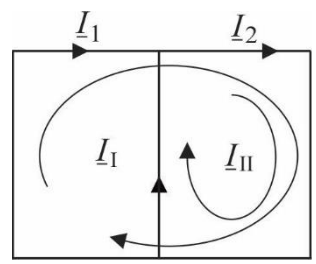
$\underline{S}_{E_4} = \frac{1}{2}\underline{E}_4\underline{I}_4^* = -\mathrm{j}25\,\mathrm{VA}$.

Биланс снага је задовољен, јер је $\sum\underline{S}_\mathrm{p} = \sum\underline{S}_\mathrm{g} = 50(1+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$.

7. У колу приказаном на слици 7 одредити комплексне представнике струја и њихове тренутне вредности у свим гранама кола. Познато је: $\underline{Z}_1 = (1+\mathrm{j})\Omega$, $\underline{Z}_2 = \mathrm{j}\Omega$, $\underline{Z}_3 = (1-\mathrm{j})\Omega$, $\underline{E}_1 = (6+\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$ и $\underline{J}_2 = \mathrm{j}2\,\mathrm{A}$.



Слика 7



Слика 7.1

Овај задатак ћемо решити применом метода контурних струја. У колу постоје две независне контуре и свакој од њих се придружује по једна контурна струја. Пошто коло садржи струјни генератор, независне контуре се не могу бирати произвољно већ се мора водити рачуна о томе да струјни генератор буде у независној грани одговарајуће контуре, слика 7.1.

С обзиром да је једна контурна струја позната, $\underline{I}_\mathrm{II} = \underline{J}_2$,

треба написати једначину само за контуру I

$(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{I}_\mathrm{I} + \underline{Z}_3\underline{I}_\mathrm{II} = \underline{E}_1$.

Из претходних једначина одређује се струја I контуре $\underline{I}_\mathrm{I} = \dfrac{\underline{E}_1 - \underline{Z}_3\underline{J}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} = 2\,\mathrm{A}$.

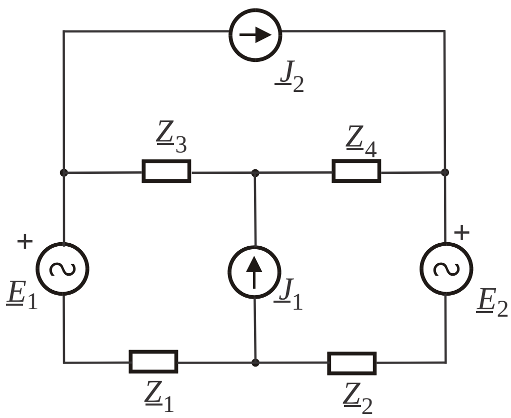
Смерови струја у гранама кола приказани су на слици 7.1, а њихови комплексни представници су:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_\mathrm{I} = 2\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_2 = \underline{I}_\mathrm{I} + \underline{J}_2 = 2(1+\mathrm{j})\,\mathrm{A} = 2\sqrt{2}e^{\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}\,\mathrm{A}$.

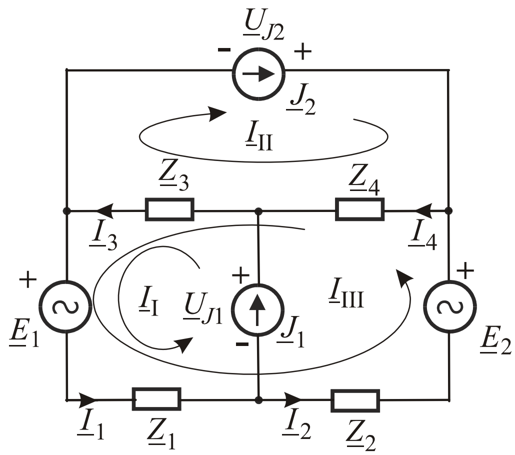
Тренутне вредности струја у гранама кола су:

$i_1 = 2\cos\omega t\ \mathrm{A}$, $i_2 = 2\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)\mathrm{A}$ и $j_2 = 2\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\mathrm{A}$.

8. У колу на слици 8 израчунати струје у свим гранама кола и проверити биланс снага. Познато је: $\underline{Z}_1 = (2 + \mathrm{j}2)\,\Omega$, $\underline{Z}_2 = (1 + \mathrm{j})\,\Omega$, $\underline{Z}_3 = 2\,\Omega$, $\underline{Z}_4 = \mathrm{j}2\,\Omega$, $\underline{J}_1 = -\mathrm{j}\,\mathrm{A}$, $\underline{J}_2 = \mathrm{j}\,\mathrm{A}$, $\underline{E}_1 = 10\,\mathrm{V}$ и $\underline{E}_2 = \mathrm{j}8\,\mathrm{V}$.



Слика 8



Слика 8.1

Коло ћемо решити применом метода контурних струја. За контуре обележене као на слици 8.1, контурне струје прве и друге контуре су: $\underline{I}_{\mathrm{I}} = \underline{J}_1 = -\mathrm{j}\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{J}_2 = \mathrm{j}\,\mathrm{A}$, док је једначина за трећу контуру облика:

$$(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\underline{I}_{\mathrm{III}} + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3)\underline{I}_{\mathrm{I}} + (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{E}_2 - \underline{E}_1 .$$

Решење за непознату контурну струју је $\underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}2\,\mathrm{A}$.

Према ознакама на слици 8.1, струје у гранама кола су:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{\mathrm{I}} + \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_2 = \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}2\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \underline{I}_{\mathrm{I}} + \underline{I}_{\mathrm{II}} + \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}2\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_4 = \underline{I}_{\mathrm{II}} + \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}3\,\mathrm{A}$.

Комплексне снаге на потрошачима су:

$\underline{S}_{Z1} = \frac{1}{2}\underline{Z}_1|\underline{I}_1|^2 = (1 + \mathrm{j})\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{Z2} = \frac{1}{2}\underline{Z}_2|\underline{I}_2|^2 = 2(1 + \mathrm{j})\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{Z3} = \frac{1}{2}\underline{Z}_3|\underline{I}_3|^2 = 4\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{Z4} = \frac{1}{2}\underline{Z}_4|\underline{I}_4|^2 = \mathrm{j}9\,\mathrm{VA}$.

Комплексне снаге напонских генератора су:

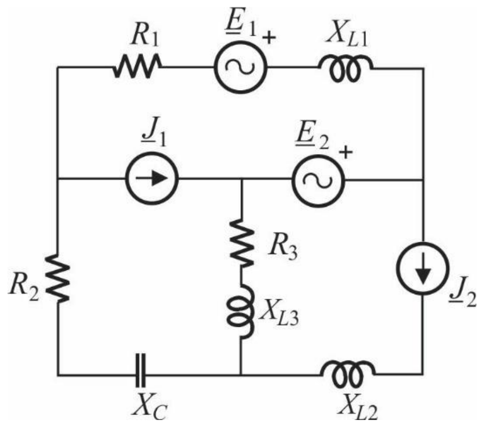
$\underline{S}_{E1} = -\frac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_1^* = \mathrm{j}5\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{E2} = \frac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_2^* = 8\,\mathrm{VA}$.

Напони на крајевима струјних генератора су:

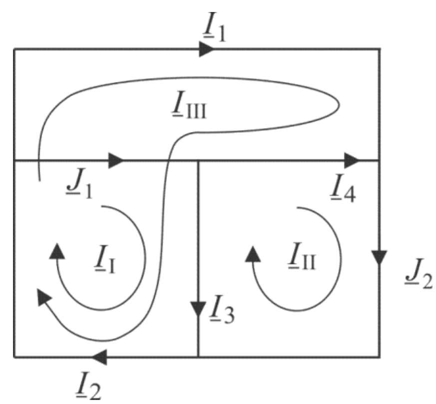
$\underline{U}_{J1} = -\underline{Z}_4\underline{I}_4 + \underline{E}_2 - \underline{Z}_2\underline{I}_2 = (8 + \mathrm{j}6)\,\mathrm{V}$ и $\underline{U}_{J2} = \underline{Z}_4\underline{I}_4 + \underline{Z}_3\underline{I}_3 = (-6 + \mathrm{j}4)\,\mathrm{V}$, па су снаге струјних генератора: $\underline{S}_{J1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J1}\underline{J}_1^* = (-3 + \mathrm{j}4)\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{J2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J2}\underline{J}_2^* = (2 + \mathrm{j}3)\,\mathrm{VA}$.

Биланс снага је задовољен, јер је $\sum \underline{S}_{\mathrm{p}} = \sum \underline{S}_{\mathrm{g}} = (7 + \mathrm{j}12)\,\mathrm{VA}$.

9. У колу приказаном шемом на слици 9 познато је: $R_1 = 2\ \Omega$, $R_2 = R_3 = 1\ \Omega$, $X_{L1} = X_{L2} = 2\Omega$, $X_{L3} = 1\Omega$, $X_C = 1\ \Omega$, $\underline{E}_1 = (2+\mathrm{j})\ \mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = (1-\mathrm{j}2)\ \mathrm{V}$, $\underline{J}_1 = 1\ \mathrm{A}$ и $\underline{J}_2 = \mathrm{j}\ \mathrm{A}$. Одредити све струје у колу и комплексне снаге свих генератора.



Слика 9



Слика 9.1

Користећи метод контурних струја за коло на слици 9.1 може се написати систем једначина:

$\underline{I}_I = \underline{J}_1 = 1\mathrm{A}$;

$\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{J}_2 = \mathrm{j}\mathrm{A}$;

$(R_1 + \mathrm{j}\,X_{L1} + R_3 + \mathrm{j}\,X_{L3} - \mathrm{j}\,X_C + R_2)\underline{I}_{\mathrm{III}} + (R_3 + \mathrm{j}\,X_{L3} - \mathrm{j}\,X_C + R_2)\underline{I}_{\mathrm{I}} - (R_3 + \mathrm{j}\,X_{L3})\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2$,

из кога се одређује струја III контуре

$$\underline{I}_{\mathrm{III}} = \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2 - (R_3 + \mathrm{j}\,X_{L3} - \mathrm{j}\,X_C + R_2)\underline{J}_1 + (R_3 + \mathrm{j}\,X_{L3})\underline{J}_2}{R_1 + \mathrm{j}\,X_{L1} + R_3 + \mathrm{j}\,X_{L3} - \mathrm{j}\,X_C + R_2} = \mathrm{j}\mathrm{A}.$$

Струје у појединим гранама кола за смерове као на слици 9.1 имају вредности:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}\mathrm{A}$, $\underline{I}_2 = \underline{I}_I + \underline{I}_{\mathrm{III}} = (1+\mathrm{j})\mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \underline{I}_2 - \underline{J}_2 = 1\mathrm{A}$ и $\underline{I}_4 = \underline{J}_2 - \underline{I}_1 = 0\,\mathrm{A}$.

Снаге напонских генератора су:

$$\underline{S}_{E1} = \frac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_1^* = \frac{1}{2}(1-\mathrm{j}2)\mathrm{VA} \text{ и } \underline{S}_{E2} = \frac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_2^* = 0\,\mathrm{VA}.$$

Напони на струјним генераторима су:

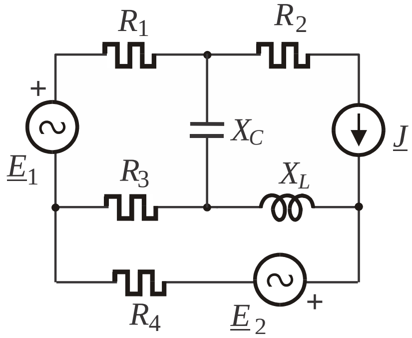
$\underline{U}_{J1} = (R_3 + \mathrm{j}X_{L3})\underline{I}_3 + (R_2 - \mathrm{j}X_C)\underline{I}_2 = (3+\mathrm{j})\ \mathrm{V}$ и

$\underline{U}_{J2} = \mathrm{j}X_{L2}\underline{J}_2 - (R_3 + \mathrm{j}X_{L3})\underline{I}_3 - \underline{E}_2 = (-4+\mathrm{j})\ \mathrm{V}$,

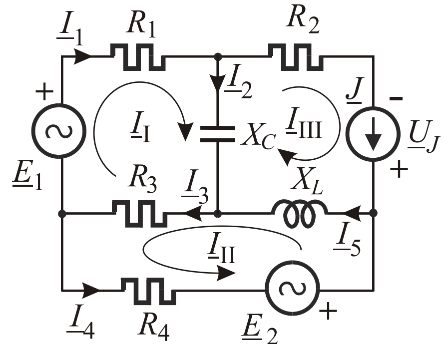
па су снаге струјних генератора:

$$\underline{S}_{J1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J1}\underline{J}_1^* = \frac{1}{2}(3+\mathrm{j})\mathrm{VA} \text{ и } \underline{S}_{J2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J2}\underline{J}_2^* = \frac{1}{2}(1+\mathrm{j}4)\mathrm{VA}.$$

10. У колу на слици 10 одредити струје у свим гранама кола и проверити биланс снага. Познато је: $R_1 = R_3 = R_4 = X_C = X_L = 10\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $e_1(t) = 100\cos\omega t$ V, $e_2(t) = 100\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$ V и $\underline{J} = (-2 - \mathrm{j}6)\,\mathrm{A}$.



Слика 10



Слика 10.1

Одредићемо прво комплексне представнике задатих тренутних вредности напонских генератора.

С обзиром да је $e_1(t) = 100\cos\omega t\,\mathrm{V}$, добија се $\underline{E}_1 = 100\mathrm{e}^{\mathrm{j}0} = 100\,\mathrm{V}$, док је за $e_2(t) = 100\cos(\omega t + \pi/2)\,\mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = 100\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2} = \mathrm{j}100\,\mathrm{V}$.

Коло ћемо решити применом метода контурних струја.

За контуре обележене као на слици 10.1, струја треће контуре је

$$\underline{I}_{\mathrm{III}} = \underline{J} = -2(1 + \mathrm{j}3)\,\mathrm{A},$$

док је систем једначина за преостале контуре облика:

$$(R_1 + R_3 - \mathrm{j}X_C)\underline{I}_{\mathrm{I}} + R_3\underline{I}_{\mathrm{II}} + \mathrm{j}X_C\underline{J} = \underline{E}_1;$$

$$R_3\underline{I}_{\mathrm{I}} + (R_3 + R_4 + \mathrm{j}X_L)\underline{I}_{\mathrm{II}} + \mathrm{j}X_L\underline{J} = \underline{E}_2.$$

Решавањем система једначина добија се: $\underline{I}_{\mathrm{I}} = (3 - \mathrm{j})\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_{\mathrm{II}} = (-1 + \mathrm{j}7)\,\mathrm{A}$.

Према ознакама на слици 10.1, струје у гранама су:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{\mathrm{I}} = (3 - \mathrm{j})\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_2 = \underline{I}_{\mathrm{I}} - \underline{I}_{\mathrm{III}} = 5(1 + \mathrm{j})\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \underline{I}_{\mathrm{I}} + \underline{I}_{\mathrm{II}} = 2(1 + \mathrm{j}3)\,\mathrm{A}$,
$\underline{I}_4 = \underline{I}_{\mathrm{II}} = (-1 + \mathrm{j}7)\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_5 = \underline{I}_{\mathrm{II}} + \underline{I}_{\mathrm{III}} = (-3 + \mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

Комплексне снаге на потрошачима су:

$$\underline{S}_{R1} = \frac{1}{2}R_1|\underline{I}_1|^2 = 50\,\mathrm{VA},\ \underline{S}_{R2} = \frac{1}{2}R_2|\underline{J}|^2 = 100\,\mathrm{VA},\ \underline{S}_{R3} = \frac{1}{2}R_3|\underline{I}_3|^2 = 200\,\mathrm{VA},$$

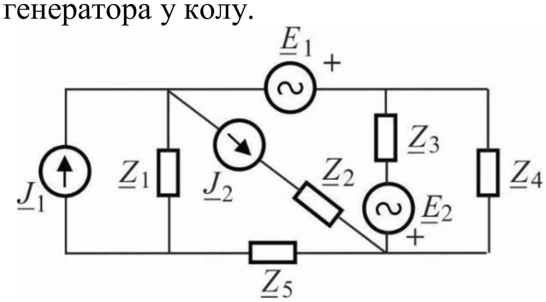
$$\underline{S}_{R4} = \frac{1}{2}R_4|\underline{I}_4|^2 = 250\,\mathrm{VA},\ \underline{S}_L = \frac{1}{2}\mathrm{j}X_L|\underline{I}_5|^2 = \mathrm{j}50\,\mathrm{VA} \text{ и } \underline{S}_C = \frac{1}{2}(-\mathrm{j}X_C)|\underline{I}_2|^2 = -\mathrm{j}250\,\mathrm{VA}.$$

Комплексне снаге генератора су:

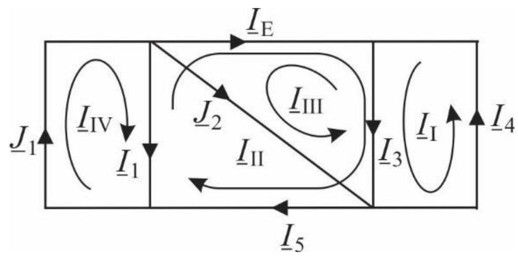
$\underline{S}_{E1} = \dfrac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_1^* = 50(3+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E2} = \dfrac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_4^* = 50(7-\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_J = \dfrac{1}{2}\underline{U}_J\underline{J}^* = 100(1-\mathrm{j}2)\,\mathrm{VA}$, при чему је $\underline{U}_J = \mathrm{j}X_L\underline{I}_5 + \mathrm{j}X_C\underline{I}_2 + R_2\underline{J} = -10(7+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

Биланс снага је задовољен, јер је $\sum\underline{S}_\mathrm{p} = \sum\underline{S}_\mathrm{g} = 200(3-\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$.

11. У колу приказаном на слици 11 познато је: $\underline{Z}_1 = -\mathrm{j}\Omega$, $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_5 = (1+\mathrm{j})\Omega$, $\underline{Z}_3 = 1\Omega$, $\underline{Z}_4 = \mathrm{j}\Omega$, $\underline{E}_1 = 1\mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = (1+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$, $\underline{J}_1 = 2\,\mathrm{A}$ и $\underline{J}_2 = (1-\mathrm{j})\mathrm{A}$. Одредити комплексне снаге свих генератора у колу.



Слика 11



Слика 11.1

За коло на слици се по методу контурних струја може написати следећи систем једначина:

$\underline{I}_\mathrm{III} = \underline{J}_2 = (1-\mathrm{j})\mathrm{A}$;

$\underline{I}_\mathrm{IV} = \underline{J}_1 = 2\,\mathrm{A}$;

$(\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\underline{I}_\mathrm{I} + \underline{Z}_3\underline{I}_\mathrm{II} - \underline{Z}_3\underline{I}_\mathrm{III} = \underline{E}_2$;

$\underline{Z}_3\underline{I}_\mathrm{I} + (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_5)\underline{I}_\mathrm{II} - \underline{Z}_3\underline{I}_\mathrm{III} - \underline{Z}_1\underline{I}_\mathrm{IV} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2$.

Решења овог система једначина су:

$\underline{I}_\mathrm{I} = 1\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_\mathrm{II} = (1-\mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

Струје у појединим гранама кола су:

$\underline{I}_4 = \underline{I}_\mathrm{I} = 1\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_1 = \underline{I}_\mathrm{IV} - \underline{I}_\mathrm{II} = (1+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_5 = \underline{I}_\mathrm{II} = (1-\mathrm{j})\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_\mathrm{E} = \underline{I}_\mathrm{II} - \underline{I}_\mathrm{III} = 0\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_3 = \underline{I}_\mathrm{I} + \underline{I}_\mathrm{II} - \underline{I}_\mathrm{III} = 1\,\mathrm{A}$.

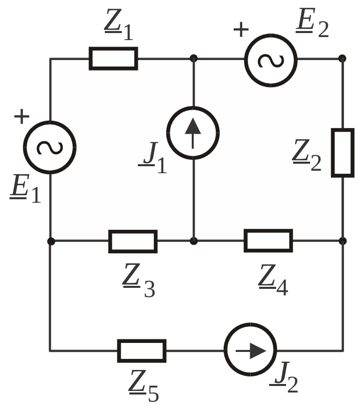
Напони струјних генератора су:

$\underline{U}_{J_1} = \underline{Z}_1\underline{I}_1 = (1-\mathrm{j})\,\mathrm{V}$ и $\underline{U}_{J_2} = \underline{Z}_2\underline{J}_2 + \underline{Z}_5\underline{I}_5 - \underline{Z}_1\underline{I}_1 = (3+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

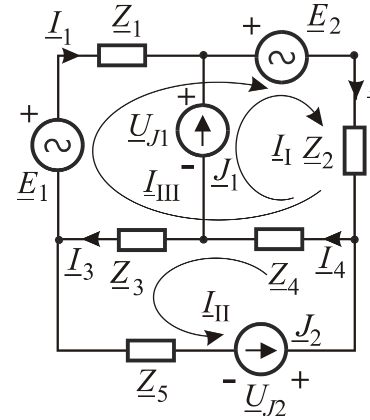
Комплексне снаге генератора су:

$\underline{S}_{J_1} = \dfrac{1}{2}\underline{U}_{J_1}\underline{J}_1^* = (1-\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{J_2} = \dfrac{1}{2}\underline{U}_{J_2}\underline{J}_2^* = (1+\mathrm{j}2)\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E_1} = \dfrac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_E^* = 0\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{E_2} = \dfrac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_3^* = \dfrac{1}{2}(1+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$.

12. У колу на слици 12 одредити струје у свим гранама кола и проверити биланс снага. Познато је: $\underline{Z}_1 = 2(1+\mathrm{j})\,\Omega$, $\underline{Z}_2 = 2(1+\mathrm{j}2)\,\Omega$, $\underline{Z}_3 = (1-\mathrm{j})\,\Omega$, $\underline{Z}_4 = (1+\mathrm{j})\,\Omega$, $\underline{Z}_5 = 5\,\Omega$, $\underline{E}_1 = (2+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = (1-\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$, $\underline{J}_1 = -\mathrm{j}\,\mathrm{A}$ и $\underline{J}_2 = 1\,\mathrm{A}$.



Слика 12



Слика 12.1

Коло ћемо решити применом метода контурних струја.

За контуре обележене као на слици 12.1, контурне струје прве и друге контуре су: $\underline{I}_{\mathrm{I}} = \underline{J}_1 = -\mathrm{j}\,\mathrm{A}$ и

$\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{J}_2 = 1\,\mathrm{A}$,

док је једначина за трећу контуру облика

$$(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + +\underline{Z}_4)\underline{I}_{\mathrm{III}} + (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_4)\underline{I}_{\mathrm{I}} + (\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 .$$

Решавањем добијеног система једначина добија се $\underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}\,\mathrm{A}$.

Према ознакама на слици 12.1, струје у гранама кола су:

$\underline{I}_1 = \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_2 = \underline{I}_{\mathrm{I}} + \underline{I}_{\mathrm{III}} = 0\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \underline{I}_{\mathrm{II}} + \underline{I}_{\mathrm{III}} = (1+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_4 = \underline{I}_3 + \underline{J}_1 = 1\,\mathrm{A}$.

Комплексне снаге на потрошачима су:

$$\underline{S}_{Z1} = \frac{1}{2}\underline{Z}_1\left|\underline{I}_1\right|^2 = (1+\mathrm{j})\,\mathrm{VA},\ \underline{S}_{Z2} = \frac{1}{2}\underline{Z}_2\left|\underline{I}_2\right|^2 = 0\,\mathrm{VA},\ \underline{S}_{Z3} = \frac{1}{2}\underline{Z}_3\left|\underline{I}_3\right|^2 = (1-\mathrm{j})\,\mathrm{VA},$$

$$\underline{S}_{Z4} = \frac{1}{2}\underline{Z}_4\left|\underline{I}_4\right|^2 = \frac{1}{2}(1-\mathrm{j})\,\mathrm{VA} \text{ и } \underline{S}_{Z5} = \frac{1}{2}\underline{Z}_5\left|\underline{I}_5\right|^2 = \frac{5}{2}\,\mathrm{VA}.$$

Комплексне снаге напонских генератора су:

$$\underline{S}_{E1} = \frac{1}{2}\underline{E}_1\underline{I}_1^* = \frac{1}{2}(1-\mathrm{j}2)\,\mathrm{VA} \text{ и } \underline{S}_{E2} = \frac{1}{2}\underline{E}_2\underline{I}_2^* = 0\,\mathrm{VA}.$$

Напони на крајевима струјних генератора су:

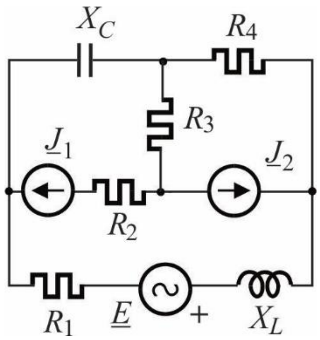
$$\underline{U}_{J1} = \underline{E}_2 + \underline{Z}_2\underline{I}_2 + \underline{Z}_4\underline{I}_4 = (2-\mathrm{j})\,\mathrm{V} \text{ и } \underline{U}_{J2} = \underline{Z}_4\underline{I}_4 + \underline{Z}_3\underline{I}_3 + \underline{Z}_5\underline{J}_2 = (8+\mathrm{j})\,\mathrm{V},$$

па су снаге струјних генератора:

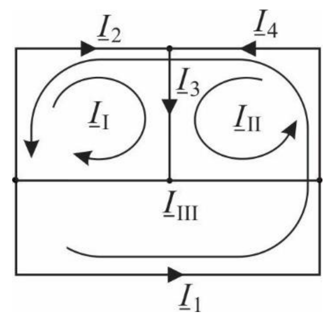
$\underline{S}_{J1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J1}\underline{J}_1^* = \frac{1}{2}(1+\mathrm{j}2)\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{J2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J2}\underline{J}_2^* = \frac{1}{2}(8+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$.

Биланс снага је задовољен, јер је $\sum \underline{S}_\mathrm{p} = \sum \underline{S}_\mathrm{g} = (5+\mathrm{j}0.5)\,\mathrm{VA}$.

13. У колу приказаном шемом на слици 13 одредити комплексне снаге свих генератора и тренутну вредност струје кроз отпорник R_3. Познато је: $R_1 = R_3 = 1\,\Omega$, $X_C = 1\,\Omega$, $R_2 = R_4 = 2\,\Omega$, $X_L = 4\Omega$, $\underline{E} = -\mathrm{j}\,\mathrm{V}$, $\underline{J}_1 = \mathrm{j}\mathrm{A}$ и $j_2 = \sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right)\mathrm{A}$.



Слика 13



Слика 13.1

Комплексни представник задате простопериодичне струје је $\underline{J}_2 = (-1+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

Користећи метод контурних струја може се написати следећи систем једначина:

$\underline{I}_\mathrm{I} = \underline{J}_1$;

$\underline{I}_\mathrm{II} = \underline{J}_2$;

$(R_1 + \mathrm{j}X_L + R_4 - \mathrm{j}X_C)\underline{I}_\mathrm{III} + \mathrm{j}X_C\underline{I}_\mathrm{I} + R_4\underline{I}_\mathrm{II} = \underline{E}$,

из кога се одређује струја

$$\underline{I}_\mathrm{III} = \frac{\underline{E} - \mathrm{j}X_C\underline{J}_1 - R_4\underline{J}_2}{R_1 + R_4 + \mathrm{j}X_L - \mathrm{j}X_C} = -\mathrm{j}\,\mathrm{A}.$$

Струје у појединим гранама кола, смерова као на слици 13.1, су:

$\underline{I}_3 = \underline{J}_1 + \underline{J}_2 = -1 + \mathrm{j}2 = \sqrt{5}e^{\mathrm{j}(\pi - \arctan 2)}$ A, $\underline{I}_1 = \underline{I}_\mathrm{III} = -\mathrm{j}$ A, $\underline{I}_2 = \underline{J}_1 - \underline{I}_\mathrm{III} = \mathrm{j}2$ A и $\underline{I}_4 = \underline{I}_\mathrm{III} + \underline{I}_\mathrm{II} = -1\,\mathrm{A}$.

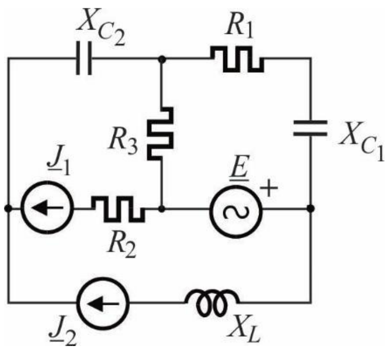
Напони струјних генератора су:

$\underline{U}_{J_1} = -\mathrm{j}X_C\underline{I}_2 + R_3\underline{I}_3 + R_2\underline{J}_1 = (1+\mathrm{j}4)\,\mathrm{V}$ и $\underline{U}_{J_2} = R_4\underline{I}_4 + R_3\underline{I}_3 = (-3+\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$.

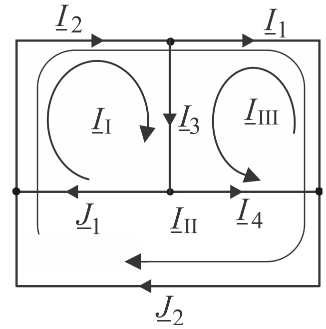
Комплексне снаге генератора су:

$\underline{S}_{J_1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J_1}\underline{J}_1^* = \frac{1}{2}(4-\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{J_2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J_2}\underline{J}_2^* = \frac{1}{2}(5+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_E = \frac{1}{2}\underline{E}\underline{I}_1^* = \frac{1}{2}\,\mathrm{VA}$.

14. У колу приказаном шемом на слици 14 одредити струје у свим гранама кола и комплексне снаге свих генератора. Познато је: $R_1 = R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 1\ \Omega$, $X_{C1} = 3\ \Omega$, $X_{C2} = 1\ \Omega$, $X_L = 2\Omega$, $e(t) = 9\cos(\omega t + \pi/2)\mathrm{V}$, $j_1(t) = 3\cos(\omega t + \pi/2)\mathrm{A}$ и $j_2(t) = 6\cos(\omega t)\mathrm{A}$.



Слика 14



Слика 14.1

Коло се решава у комплексном домену, па је потребно одредити комплексне представнике тренутних вредности напона и струја: $\underline{E} = 9\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} = \mathrm{j}9\,\mathrm{V}$; $\underline{J}_1 = 3\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{2}} = \mathrm{j}3\,\mathrm{A}$; $\underline{J}_2 = 6\mathrm{e}^{\mathrm{j}0} = 6\,\mathrm{A}$.

За коло са слике 14.1 може се по методу контурних струја написати систем једначина:

$\underline{I}_\mathrm{I} = \underline{J}_1 = \mathrm{j}3\,\mathrm{A}$;

$\underline{I}_\mathrm{II} = \underline{J}_2 = 6\,\mathrm{A}$;

$(R_1 + R_3 - \mathrm{j}X_{C1})\underline{I}_\mathrm{III} + R_3\underline{I}_\mathrm{I} - (R_1 - \mathrm{j}X_{C1})\underline{I}_\mathrm{II} = \underline{E}$,

из кога се одређује струја

$$\underline{I}_\mathrm{III} = \frac{\underline{E} - R_3\underline{J}_1 + (R_1 - \mathrm{j}X_{C1})\underline{J}_2}{R_1 + R_3 - \mathrm{j}X_{C1}} = 4\,\mathrm{A}.$$

Струје у појединим гранама кола су:

$\underline{I}_2 = \underline{J}_1 + \underline{J}_2 = (6 + \mathrm{j}3)\mathrm{A}$, $\underline{I}_1 = \underline{I}_\mathrm{II} - \underline{I}_\mathrm{III} = 2\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \underline{I}_2 - \underline{I}_1 = (4 + \mathrm{j}3)\mathrm{A}$ и $\underline{I}_4 = \underline{I}_\mathrm{III} = 4\,\mathrm{A}$.

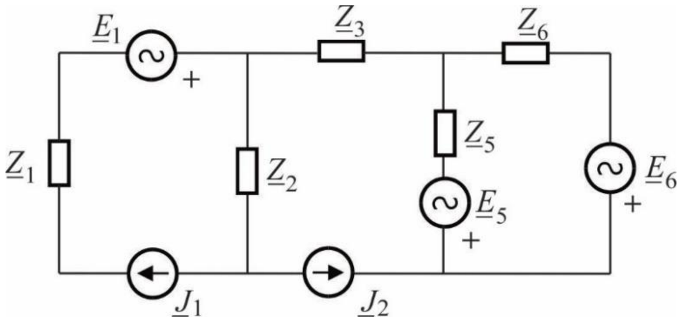
Напони на крајевима струјних генератора су:

$\underline{U}_{J_1} = -\mathrm{j}X_{C2}\underline{I}_2 + R_3\underline{I}_3 + R_2\underline{J}_1 = (7 + \mathrm{j}3)\mathrm{V}$ и $\underline{U}_{J_2} = \underline{U}_{J_1} - R_2\underline{J}_1 - \underline{E} + \mathrm{j}X_L\underline{J}_2 = 7\,\mathrm{V}$.

Комплексне снаге генератора су:

$\underline{S}_E = \frac{1}{2}\underline{E}\underline{I}_4^* = \mathrm{j}18\,\mathrm{VA}$, $\underline{S}_{J_1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J_1}\underline{J}_1^* = \frac{3}{2}(3 - \mathrm{j}7)\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{J_2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J_2}\underline{J}_2^* = 21\,\mathrm{VA}$.

15. У електричном колу приказаном шемом на слици 15 познато је: $\underline{E}_1 = (5 - \mathrm{j}5)\,\mathrm{V}$, $\underline{E}_5 = 10\ \mathrm{V}$, $\underline{E}_6 = \mathrm{j}25\ \mathrm{V}$, $\underline{J}_1 = (1 - \mathrm{j}3)\ \mathrm{A}$, $\underline{J}_2 = (3 + \mathrm{j})\ \mathrm{A}$, $\underline{Z}_1 = 5\ \Omega$, $\underline{Z}_2 = -\mathrm{j}10\ \Omega$, $\underline{Z}_3 = 3(1 + \mathrm{j})\ \Omega$, $\underline{Z}_5 = \mathrm{j}5\ \Omega$ и $\underline{Z}_6 = 10\,\Omega$. Одредити све струје у колу и проверити биланс снага.



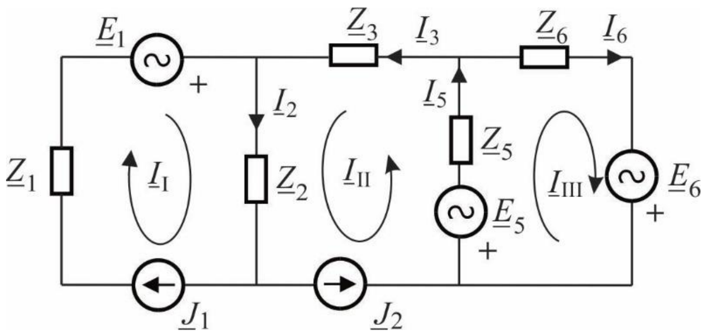
Слика 15

За коло са слике 15.1 могу се по методу контурних струја написати следеће једначине:

$\underline{I}_{\mathrm{I}} = \underline{J}_1 = (1 - \mathrm{j}3)\,\mathrm{A}$;

$\underline{I}_{\mathrm{II}} = \underline{J}_2 = (3 + \mathrm{j})\,\mathrm{A}$;

$\underline{Z}_5 \underline{I}_{\mathrm{II}} + (\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6)\underline{I}_{\mathrm{III}} = \underline{E}_6 - \underline{E}_5$.



Слика 15.1

Решавањем овог система једначина, одређује се струја III контуре

$$\underline{I}_{\mathrm{III}} = \frac{\underline{E}_6 - \underline{E}_5 - \underline{Z}_5 \underline{J}_2}{\underline{Z}_5 + \underline{Z}_6} = \frac{\mathrm{j}25 - 10 - \mathrm{j}15 + 5}{5(2 + \mathrm{j})} = \mathrm{j}\ \mathrm{A} .$$

Струје у појединим гранама кола су:

$\underline{I}_6 = \underline{I}_{\mathrm{III}} = \mathrm{j}\ \mathrm{A}$, $\underline{I}_5 = \underline{J}_2 + \underline{I}_6 = (3 + \mathrm{j}2)\ \mathrm{A}$, $\underline{I}_3 = \underline{I}_{\mathrm{II}} = (3 + \mathrm{j})\ \mathrm{A}$ и $\underline{I}_2 = \underline{J}_1 + \underline{J}_2 = (4 - \mathrm{j}2)\ \mathrm{A}$.

Напони струјних генератора су:

$\underline{U}_{J_1} = \underline{Z}_1 \underline{J}_1 - \underline{E}_1 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = (-20 - \mathrm{j}50)\ \mathrm{V}$ и $\underline{U}_{J_2} = \underline{E}_5 + \underline{Z}_5 \underline{I}_5 + \underline{Z}_3 \underline{I}_3 + \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = (-14 - \mathrm{j}13)\ \mathrm{V}$.

Комплексне снаге генератора су:

$\underline{S}_{J_1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J_1} \underline{J}_1^* = (65 - \mathrm{j}55)\ \mathrm{VA}$, $\underline{S}_{J_2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{J_2} \underline{J}_2^* = \frac{1}{2}(-55 - \mathrm{j}25)\ \mathrm{VA}$,

$\underline{S}_{E_1} = \frac{1}{2}\underline{E}_1 \underline{J}_1^* = (10 + \mathrm{j}5)\ \mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E_5} = -\frac{1}{2}\underline{E}_5 \underline{I}_5^* = (-15 + \mathrm{j}10)\ \mathrm{VA}$, $\underline{S}_{E_6} = \frac{1}{2}\underline{E}_6 \underline{I}_6^* = \frac{25}{2}\ \mathrm{VA}$, па је

$$\sum \underline{S}_{\mathrm{g}} = \frac{90 - \mathrm{j}105}{2}\ \mathrm{VA} .$$

Комплексне снаге потрошача су:

$\underline{S}_{Z_1}=\frac{1}{2}\underline{Z}_1\left|\underline{J}_1\right|^2=25$ VA, $\underline{S}_{Z_2}=\frac{1}{2}\underline{Z}_2\left|\underline{I}_2\right|^2=-\mathrm{j}100$ VA, $\underline{S}_{Z_3}=\frac{1}{2}\underline{Z}_3\left|\underline{I}_3\right|^2=15(1+\mathrm{j})$ VA,

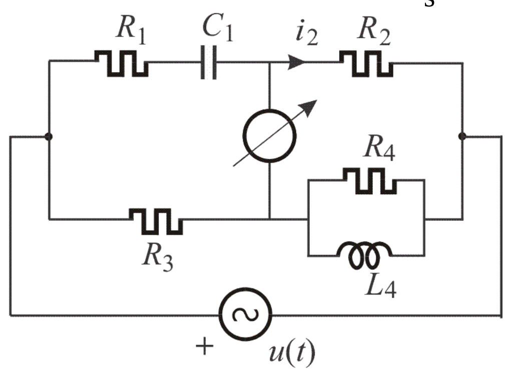
$\underline{S}_{Z_5}=\frac{1}{2}\underline{Z}_5\left|\underline{I}_5\right|^2=\frac{65}{2}\mathrm{j}$ VA, $\underline{S}_{Z_6}=\frac{1}{2}\underline{Z}_6\left|\underline{I}_6\right|^2=5$ VA, па је $\sum\underline{S}_Z=\frac{90-\mathrm{j}105}{2}$ VA.

Биланс снага је задовољен, јер је $\sum\underline{S}_\mathrm{g}=\sum\underline{S}_Z=\frac{90-\mathrm{j}105}{2}$ VA.

16. а) Електрична шема моста наизменичне струје приказана је на слици 16. Одредити непознату отпорност R_4 и индуктивност L_4 да би мост био у равнотежи.

б) За тако израчунате елементе R_4 и L_4 израчунати тренутну вредност струје $i_2(t)$.

Познато је: $R_1=R_2=100\Omega$, $R_3=200\Omega$, $C_1=50\mathrm{nF}$, $\omega=10^5\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ и $u(t)=200\sqrt{2}\cos(\omega t-\pi/4)\mathrm{V}$.



Слика 16.1

а) Да би мост био у равнотежи, потребан услов је: $\underline{Z}_1\underline{Z}_4=\underline{Z}_2\underline{Z}_3$, где су

$\underline{Z}_1=R_1-\mathrm{j}X_{C1}$, $\underline{Z}_2=R_2$, $\underline{Z}_3=R_3$ и $\underline{Z}_4=\frac{R_4\cdot\mathrm{j}X_{L4}}{R_4+\mathrm{j}X_{L4}}$ импедансе у гранама моста.

Заменом израза за импедансе у услов равнотеже моста и сређивањем израза, добија се систем од две једначине:

$X_{C1}X_{L4}=R_2R_3$;

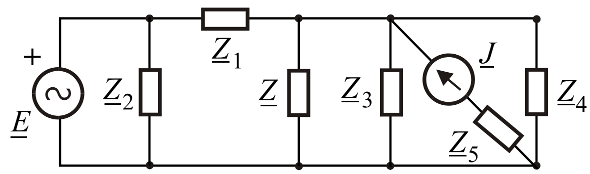
$R_1R_4=R_2R_3$,

из кога се добија да је: $R_4=200\Omega$ и $X_{L4}=100\Omega$, односно $L_4=\frac{X_{L4}}{\omega}=1\mathrm{mH}$.

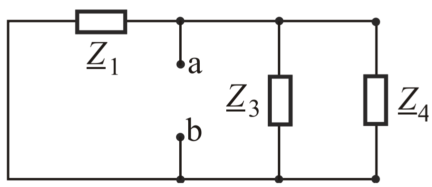
б) Струја кроз отпорник R_2, када је мост у равнотежи, је $\underline{I}_2=\frac{\underline{U}}{R_1-\mathrm{j}X_{C1}+R_2}$.

Комплексни представник напона $u(t)$ је $\underline{U}=200(1-\mathrm{j})\,\mathrm{V}$, па је тражена струја $\underline{I}_2=1\mathrm{A}$, док је њена тренутна вредност $i_2(t)=\cos\omega t\,\mathrm{A}$.

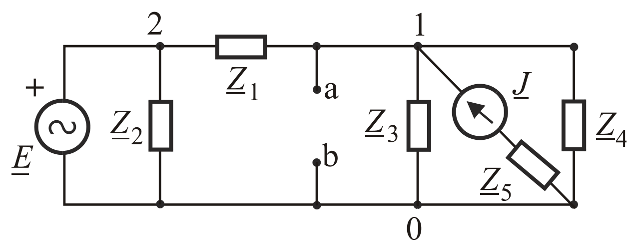
17. За коло на слици 17, одредити импедансу $\underline{Z}$ тако да се на њој развије максимална активна снага и израчунати ту снагу. Познато је: $\underline{E} = 10(1-\mathrm{j})\,\mathrm{V}$, $\underline{J} = 2\,\mathrm{A}$, $\underline{Z}_1 = 5(1-\mathrm{j})\,\Omega$, $\underline{Z}_2 = \dfrac{10(2-\mathrm{j}3)}{13}\,\Omega$, $\underline{Z}_3 = \dfrac{20(1-\mathrm{j}4)}{17}\,\Omega$, $\underline{Z}_4 = 4(1-\mathrm{j}2)\,\Omega$ и $\underline{Z}_5 = 2(3-\mathrm{j})\,\Omega$.



Слика17



Слика 17.1



Слика 17.2

Са крајева импедансе $\underline{Z}$ коло на слици 17 треба заменити Тевененовим генератором. Импеданса Тевененовог генератора одређује се из кола на слици 17.1. Импедансе $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_3$ и $\underline{Z}_4$ везане су паралелно. Еквивалентна адмитанса ове везе је:

$$\underline{Y}_{ab} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_4 = \frac{1}{5(1-\mathrm{j})} + \frac{17}{20(1-\mathrm{j}4)} + \frac{1}{4(1-\mathrm{j}2)} = \frac{4+\mathrm{j}8}{20}\,\mathrm{S}.$$

Према томе, унутрашња импеданса Тевененовог генератора је $\underline{Z}_{ab} = \dfrac{1}{\underline{Y}_{ab}} = (1-\mathrm{j}2)\,\Omega$.

На импеданси $\underline{Z}$ ће се развити максимална активна снага када је $\underline{Z} = \underline{Z}^*_{ab} = (1+\mathrm{j}2)\,\Omega$.

Да би одредили напон празног хода, $(\underline{U}_{ab})_0$, применићемо метод потенцијала чворова за коло на слици 17.2.

Са слике се види да је $\underline{U}_{20} = \underline{E} = 10(1-\mathrm{j})\,\mathrm{V}$, па је потребно написати само једну једначину

$$\left(\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_3} + \frac{1}{\underline{Z}_4}\right)\underline{U}_{10} - \frac{1}{\underline{Z}_1}\underline{U}_{20} = \underline{J}.$$

Решавањем система једначина добија се $\underline{U}_{10} = 4(1-\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$.

Напон празног хода, према ознакама на слици 17.2, је $(\underline{U}_{ab})_0 = \underline{U}_{10} = 4(1-\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$.

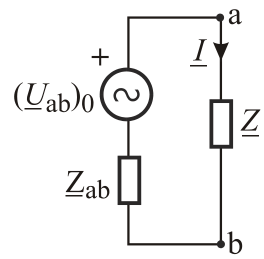
Сада се део кола између тачака a и b може заменити еквивалентним Тевененовим генератором на који се прикључује импедансу $\underline{Z}$, слика 17.3.

Струја кроз импедансу $\underline{Z}$ је: $\underline{I} = \dfrac{(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0}{\underline{Z}+\underline{Z}_{\mathrm{ab}}} = 2(1-\mathrm{j}\,2)\,\mathrm{A}$,

док је комплексна снага импедансе:

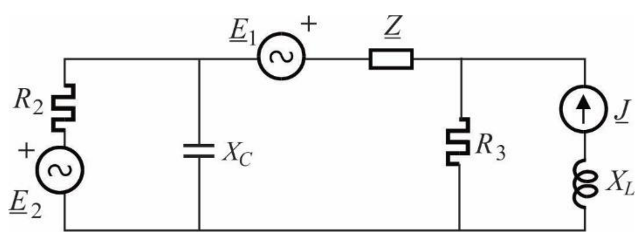
$\underline{S}_Z = \dfrac{1}{2}\underline{Z}\left|\underline{I}\right|^2 = 10(1+\mathrm{j}\,2)\,\mathrm{VA}$.

Максимална активна снага која се развија на импеданси $\underline{Z}$ је $P = \mathrm{Re}\{\underline{S}_Z\} = 10\,\mathrm{W}$.



Слика 17.3

18. У колу које је приказано шемом на слици 18 познато је: $R_2 = X_L = 10\,\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $X_C = 5\Omega$, $\underline{E}_1 = 5\,\mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = 11(1+\mathrm{j}\,2)\,\mathrm{V}$ и $\underline{J} = -\mathrm{j}8\,\mathrm{A}$. Одредити импедансу $\underline{Z}$ тако да се на њој развије максимална активна снага и израчунати ту снагу.

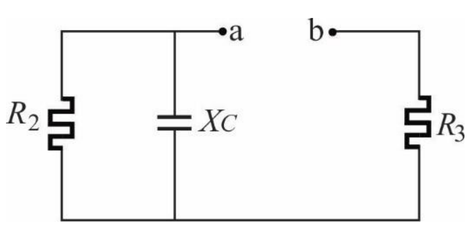


Слика 18

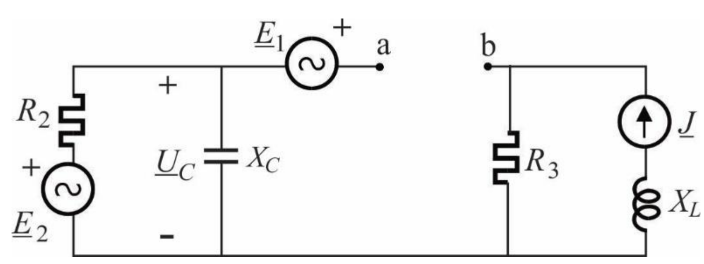
У односу на импедансу $\underline{Z}$, остатак кола између тачака a и b, може се заменити еквивалентним Тевененовим генератором. Елементи Тевененовог генератора су унутрашња импеданса и напон празног хода.

Унутрашња импеданса Тевененовог генератора добија се из кола приказаног на слици 18.1,

$$\underline{Z}_{\mathrm{ab}} = R_3 + \frac{R_2(-\mathrm{j}\,X_C)}{R_2 - \mathrm{j}\,X_C} = 4(1-\mathrm{j})\,\Omega .$$



Слика 18.1



Слика 18.2

Да би се на импеданси $\underline{Z}$ развија максимална активна снага треба да је $\underline{Z} = \underline{Z}_{\mathrm{ab}}^* = 4(1+\mathrm{j})\,\Omega$.

Напон празног хода, према ознакама на слици 18.2, је $(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0 = \underline{E}_1 + \underline{U}_C - R_3\underline{J}$.

Напон на кондензатору може се одредити преко напонског разделника

$\underline{U}_C = \dfrac{-\mathrm{j}X_C}{R_2 - \mathrm{j}X_C}\underline{E}_2 = 11\,\mathrm{V}$, па је

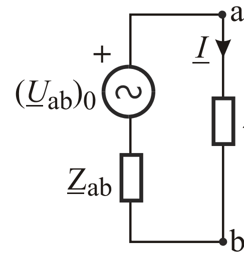
$(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0 = 16(1+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

Струја кроз импедансу $\underline{Z}$ у колу на слици 18.3 је

$\underline{I} = \dfrac{(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\mathrm{ab}}} = 2(1+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$,

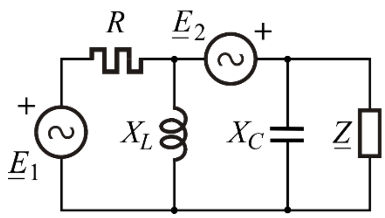
док је комплексна снага импедансе

$\underline{S}_Z = \dfrac{1}{2}\underline{Z}|\underline{I}|^2 = 16(1+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$.



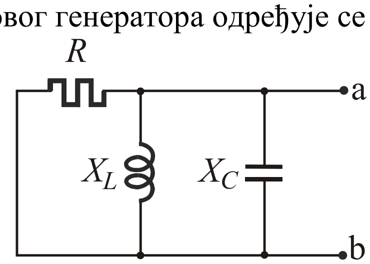
Слика 18.3

19. У колу које је приказано шемом на слици 19 познато је: $R = X_C = 10\,\Omega$, $X_L = 20\,\Omega$, $\underline{E}_1 = 40(-1+\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$ и $\underline{E}_2 = 40(1-\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$. Одредити импедансу $\underline{Z}$ тако да се на њој развије максимална активна снага и израчунати ту снагу.

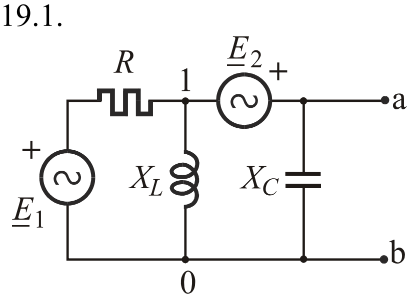


Слика 19

За решавање кола треба применити Тевененову теорему. Унутрашња импеданса Тевененовог генератора одређује се из кола са слике 19.1.



Слика 19.1



Слика 19.2

Еквивалентна адмитанса двопола је

$$\underline{Y}_{\mathrm{ab}} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{\mathrm{j}X_L} + \frac{1}{-\mathrm{j}X_C},$$

па је $\underline{Z}_{\mathrm{ab}} = \dfrac{1}{\underline{Y}_{\mathrm{ab}}} = 4(2-\mathrm{j})\,\Omega$.

На импеданси $\underline{Z}$ ће се развити максимална активна снага када је $\underline{Z} = \underline{Z}_{\mathrm{ab}}^* = 4(2+\mathrm{j})\,\Omega$.

За одређивање напона празног хода, $(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0$, применићемо метод потенцијала чворова за коло на слици 19.2.

Једначина је облика:

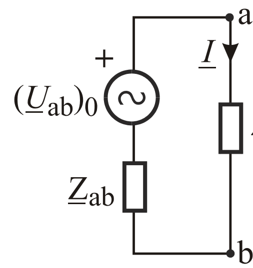
$$\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{\mathrm{j}X_L}+\frac{1}{-\mathrm{j}X_C}\right)\underline{U}_{10}=\frac{\underline{E}_1}{R}-\frac{\underline{E}_2}{-\mathrm{j}X_C},$$

а њено решење је $\underline{U}_{10}=-80(1-\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

Напон празног хода, према ознакама на слици 19.2, је

$(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0=\underline{E}_2+\underline{U}_{10}=-40\,\mathrm{V}$.

На овај начин је део кола између тачака a и b замењен еквивалентним Тевененовим генератором, слика 19.3.



Слика 19.3

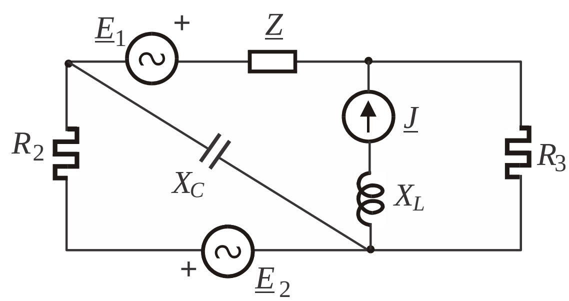
Струја кроз импедансу $\underline{Z}$ је

$$\underline{I}=\frac{(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0}{\underline{Z}+\underline{Z}_{\mathrm{ab}}}=-2.5\,\mathrm{A},$$

док је комплексна снага импедансе

$$\underline{S}_Z=\frac{1}{2}\underline{Z}|\underline{I}|^2=12.5(2+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}.$$

20. У колу које је приказано шемом на слици 20 познато је: $R_2=X_L=10\,\Omega$, $R_3=X_C=5\,\Omega$, $\underline{E}_1=3\,\mathrm{V}$, $\underline{E}_2=11(1+\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$ и $\underline{J}=-\mathrm{j}\frac{14}{5}\,\mathrm{A}$. Одредити импедансу $\underline{Z}$ тако да се на њој развије максимална активна снага и израчунати ту снагу.



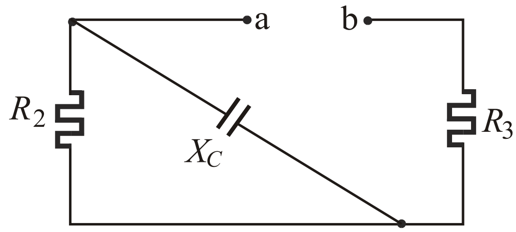
Слика 20

Применићемо Тевененову теорему за решавање кола.

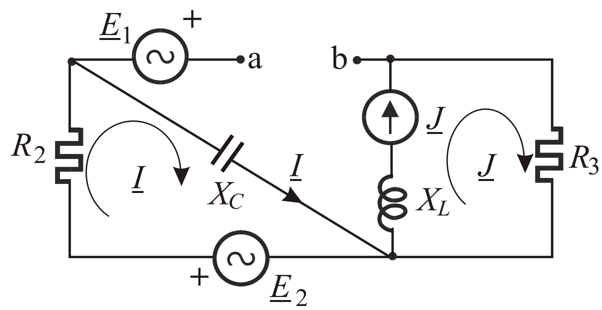
Унутрашња импеданса Тевененовог генератора, слика 20.1, је

$$\underline{Z}_{\mathrm{ab}}=R_3+\frac{R_2(-\mathrm{j}X_C)}{R_2-\mathrm{j}X_C}=(7-\mathrm{j}4)\,\Omega.$$

На импеданси $\underline{Z}$ ће се развити максимална активна снага када је $\underline{Z}=\underline{Z}^*_{\mathrm{ab}}=(7+\mathrm{j}4)\,\Omega$.



Слика 20.1



Слика 20.2

Напон празног хода, према ознакама на слици 20.2, је $(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0 = \underline{E}_1 - \mathrm{j}X_C\underline{I} - R_3\underline{J}$.

Струја $\underline{I}$ се одређује из једначине:

$(R_2 - \mathrm{j}X_C)\underline{I} = \underline{E}_2$,

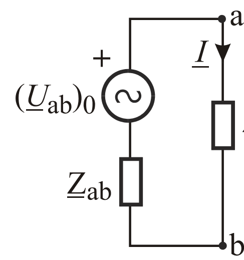
и износи $\underline{I} = \mathrm{j}\dfrac{11}{5}\,\mathrm{A}$, па је

$(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0 = 14(1+\mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

Струја кроз импедансу $\underline{Z}$ на слици 20.3 има вредност:

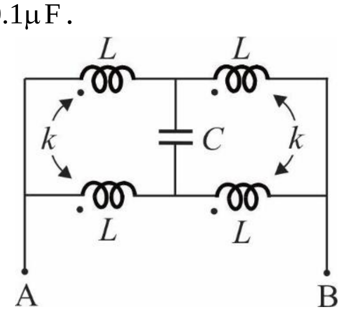
$$\underline{I} = \frac{(\underline{U}_{\mathrm{ab}})_0}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\mathrm{ab}}} = (1+\mathrm{j})\,\mathrm{A},$$

док је комплексна снага: $\underline{S}_Z = \dfrac{1}{2}\underline{Z}|\underline{I}|^2 = (7+\mathrm{j}4)\,\mathrm{VA}$.

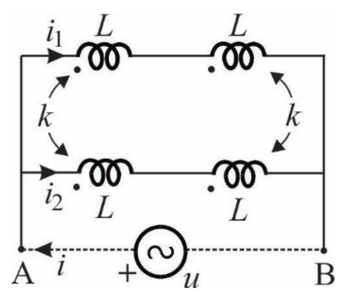


Слика 20.3

21. Ако је мост приказан шемом на слици 21 у равнотежи, израчунати екевивалентну комплексну импедансу између прикључака A и B. Познато је: $L = 1\,\mathrm{mH}$, $\omega = 10^5\,\mathrm{rad/s}$, $k = 1/2$ и $C = 0.1\,\mu\mathrm{F}$.



Слика 21



Слика 21.1

С обзиром да је задат мост који је у равнотежи, струја кроз кондензатор једнака је нули па се посматрано коло своди на коло приказано на слици 21.1.

Вредности појединих параметара кола су:

$M = \kappa\sqrt{L_1L_2} = \kappa L = 0.5\,\mathrm{mH}$

$X_L = \omega L = 100\,\Omega$ и $X_M = \omega M = 50\,\Omega$.

Због симетрије кола струје $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$ у гранама кола су једнаке, тако да је $\underline{I}_1 = \underline{I}_2 = \dfrac{\underline{I}}{2}$.

До исте релације може се доћи решавањем система једначина:

$$\mathrm{j}2X_L\underline{I}_1+\mathrm{j}2X_M\underline{I}_2-\mathrm{j}2X_L\underline{I}_2-\mathrm{j}2X_M\underline{I}_1=0\ \Rightarrow$$

$$(\mathrm{j}2X_L-\mathrm{j}2X_M)\underline{I}_1=(\mathrm{j}2X_L-\mathrm{j}2X_M)\underline{I}_2\ \Rightarrow\ \underline{I}_1=\underline{I}_2=\frac{\underline{I}}{2}.$$

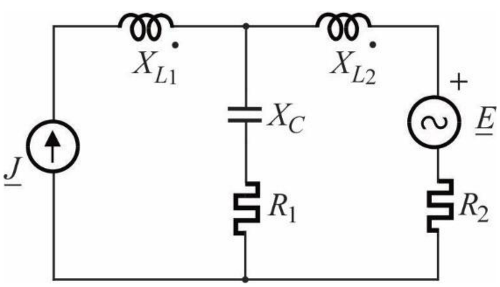
Из једначине $\underline{U}=\mathrm{j}2X_L\underline{I}_1+\mathrm{j}2X_M\underline{I}_2=\mathrm{j}2(X_L+X_M)\frac{\underline{I}}{2}=\mathrm{j}(X_L+X_M)\underline{I}=\mathrm{j}150\underline{I}$

добија се улазна импеданса кола $\underline{Z}_{\mathrm{AB}}=\mathrm{j}150\,\Omega$.

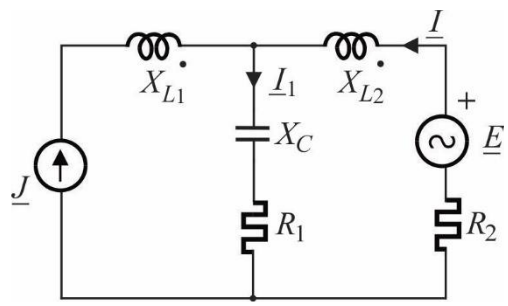
22. У колу приказаном на слици 22 познато је: $X_{L1}=X_{L2}=2\Omega,\quad R_1=R_2=X_C=X_{12}=1\Omega$, $\underline{E}=(3-\mathrm{j})\mathrm{V}$ и $\underline{J}=-\mathrm{j}\mathrm{A}$. Одредити:

а) Тренутне вредности струја у свим гранама кола;

б) Комплексне снаге калемова.



Слика 22



Слика 22.1

За коло на слици 22.1 могу се написати следеће једначине:

$$\underline{I}_1=\underline{J}+\underline{I};$$

$$\underline{E}=\mathrm{j}X_{L2}\underline{I}-\mathrm{j}X_{12}\underline{J}+(R_1-\mathrm{j}X_C)\underline{I}_1+R_2\underline{I}.$$

Сменом прве једначине у другу, добија се

$$\underline{E}=(R_1+R_2+\mathrm{j}X_{L2}-\mathrm{j}X_C)\underline{I}+(R_1-\mathrm{j}X_C-\mathrm{j}X_{12})\underline{J},$$

odakle je:

$$\underline{I}=\frac{\underline{E}-(R_1-\mathrm{j}X_C-\mathrm{j}X_{12})\underline{J}}{R_1+R_2+\mathrm{j}X_{L2}-\mathrm{j}X_C}=(2-\mathrm{j})\ \mathrm{A}=\sqrt{5}e^{-\mathrm{j}\arctan\frac{1}{2}}\ \mathrm{A},\ \text{па je}\ \ i(t)=\sqrt{5}\cos\left(\omega t-\arctan\frac{1}{2}\right)\mathrm{A}$$

и

$$\underline{I}_1=\underline{J}+\underline{I}=2(1-\mathrm{j})=2\sqrt{2}e^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{4}}\ \mathrm{A},\ \text{па je}\ \ i_1(t)=2\sqrt{2}\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right)\mathrm{A},$$

док је

$$j(t)=\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{A}.$$

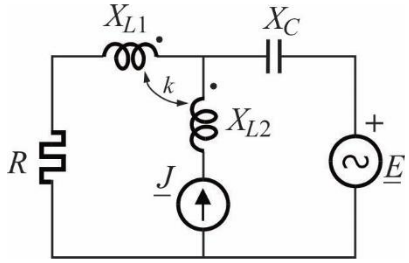
Напони спрегнутих калемова су:

$$\underline{U}_{L_1}=\mathrm{j}X_{L1}\underline{J}-\mathrm{j}X_{12}\underline{I}=(1-\mathrm{j}2)\ \mathrm{V}\ \text{и}\ \underline{U}_{L_2}=\mathrm{j}X_{L2}\underline{I}-\mathrm{j}X_{12}\underline{J}=(1+\mathrm{j}4)\ \mathrm{V}.$$

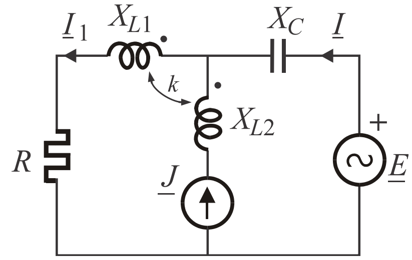
Комплексне снаге калемова су:

$\underline{S}_{L_1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L1}\underline{J}^* = \frac{1}{2}(2+\mathrm{j})\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{L_2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L2}\underline{I}^* = \frac{1}{2}(-2+\mathrm{j}9)\,\mathrm{VA}$.

23. Одредити све струје у колу приказаном на слици 23 и комплексне снаге спрегнутих калемова. Познато је: $R = X_C = X_{12} = 1\Omega$, $X_{L1} = X_{L2} = 2\Omega$, $\underline{J} = \mathrm{j}$ A и $\underline{E} = (-3+\mathrm{j})$ V.



Слика 23



Слика 23.1

За коло на слици 23.1 по првом и другом Кирхофовом закону могу се написати једначине:

$\underline{I}_1 = \underline{I} + \underline{J}$;

$\underline{E} = -\mathrm{j}X_C\underline{I} + \mathrm{j}X_{L1}\underline{I}_1 - \mathrm{j}X_{12}\underline{J} + R\underline{I}_1$.

Из предходне две једначине добија се једначина

$\underline{E} = -\mathrm{j}X_C\underline{I} + \mathrm{j}X_{L1}(\underline{I}+\underline{J}) - \mathrm{j}X_{12}\underline{J} + R(\underline{I}+\underline{J})$,

из које се одређује струја

$$\underline{I} = \frac{\underline{E} - (R + \mathrm{j}X_{L1} - \mathrm{j}X_{12})\underline{J}}{R - \mathrm{j}X_C + \mathrm{j}X_{L1}} = (-1+\mathrm{j})\mathrm{A},$$

па је

$\underline{I}_1 = \underline{I} + \underline{J} = (-1+\mathrm{j}2)\mathrm{A}$.

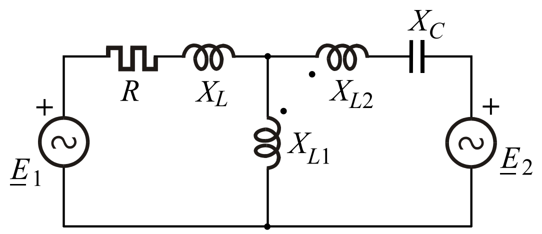
Напони спрегнутих калемова су:

$\underline{U}_{L1} = \mathrm{j}X_{L1}\underline{I}_1 - \mathrm{j}X_{12}\underline{J} = (-3-\mathrm{j}2)\mathrm{V}$ и $\underline{U}_{L2} = \mathrm{j}X_{L2}\underline{J} - \mathrm{j}X_{12}\underline{I}_1 = \mathrm{j}\mathrm{V}$,

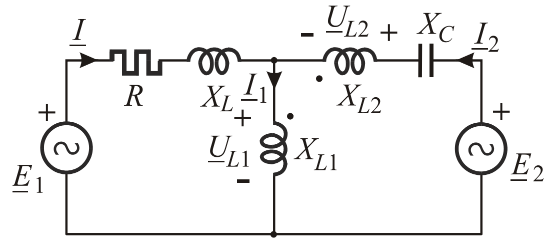
а комплексне снаге калемова су:

$\underline{S}_{L1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L1}\underline{I}_1^* = \frac{1}{2}(-1+\mathrm{j}8)\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{L2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L2}\underline{J}^* = \frac{1}{2}\mathrm{VA}$.

24. У електричном колу приказаном шемом на слици 24 познато је: $R = X_C = X_L = X_{12} = 1\Omega$, $X_{L_1} = X_{L_2} = 2\Omega$, $\underline{E}_1 = \mathrm{j}3\mathrm{V}$ и $\underline{E}_2 = (-1+\mathrm{j})\mathrm{V}$. Одредити комплексну снагу на калему L_1.



Слика 24



Слика 24.1

За означене смерове струја за коло на слици 24.1, могу се написати следеће једначине:

$\underline{E}_1 = (R + \mathrm{j}\,X_L)\underline{I} + \underline{U}_{L1}$;

$\underline{E}_2 = -\mathrm{j}\,X_C\,\underline{I}_2 + \underline{U}_{L1} + \underline{U}_{L2}$;

$\underline{I} = \underline{I}_1 - \underline{I}_2$,

где су напони спрегнутих калемова:

$\underline{U}_{L1} = \mathrm{j}\,X_{L1}\underline{I}_1 - \mathrm{j}\,X_{12}\underline{I}_2$ и $\underline{U}_{L2} = \mathrm{j}\,X_{L2}\underline{I}_2 - \mathrm{j}\,X_{12}\underline{I}_1$.

Решавањем система једначина добија се:

$\underline{I} = 1\,\mathrm{A}$, $\underline{I}_1 = (1+\mathrm{j})\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_2 = \mathrm{j}\,\mathrm{A}$.

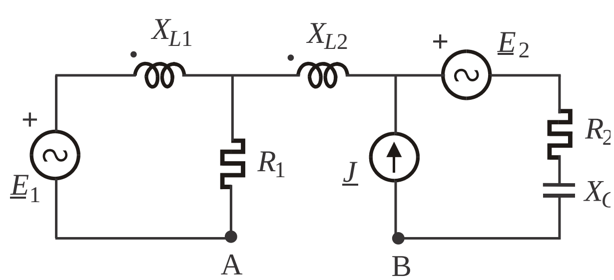
Да би израчунали комплексну снагу калема индуктивности L_1, одредићемо прво напон на његовим крајевима

$\underline{U}_{L1} = \mathrm{j}\,X_{L1}\underline{I}_1 - \mathrm{j}\,X_{12}\underline{I}_2 = (-1+\mathrm{j}2)\,\mathrm{V}$,

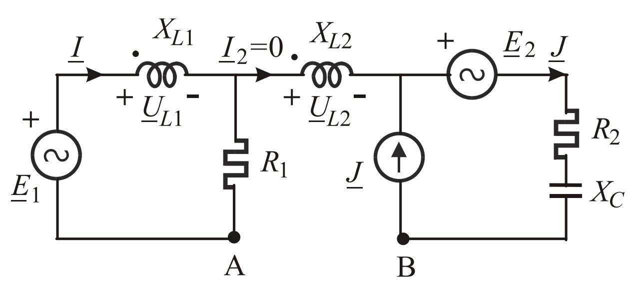
а потом комплексну снагу

$$\underline{S}_{L1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L1}\underline{I}_1^* = \frac{1}{2}(1+\mathrm{j}3)\,\mathrm{VA}.$$

25. У колу које је приказано шемом на слици 25 познато је: $R_1 = R_2 = 2\Omega$, $X_C = 2\Omega$, , $X_{L_1} = X_{L_2} = 2\Omega$, $X_{12} = 1\Omega$ $\underline{E}_1 = 4\,\mathrm{V}$, $\underline{E}_2 = 2\,\mathrm{j}\,\mathrm{V}$ и $\underline{J} = (1-\mathrm{j})\,\mathrm{A}$. Одредити тренутну вредност напона између тачака A и B и израчунати снаге спрегнутих калемова.



Слика 25



Слика 25.1

Струја $\underline{I}_2$, кроз калем реактансе X_{L2} на слици 25.1, једнака је нули јер није затворено струјно коло.

За леви део кола важи једначина

$\underline{E}_1 = \underline{U}_{L1} + R_1 \underline{I}$,

где је

$\underline{U}_{L1} = \mathrm{j} X_{L1} \underline{I} + \mathrm{j} X_{12} \underline{I}_2 = \mathrm{j} X_{L1} \underline{I}$.

Решавањем једначине одређује се струја $\underline{I} = (1 - \mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

Напон између тачака A и B је

$\underline{U}_{\mathrm{AB}} = -R_1 \underline{I} + \mathrm{j} X_{12} \underline{I} + \underline{E}_2 + (R_2 - \mathrm{j} X_C)\underline{J} = (-1 + \mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

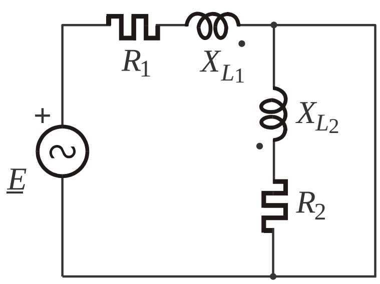
Тренутна вредност овог напона је $u_{\mathrm{AB}}(t) = \sqrt{2}\cos(\omega t + 3\pi/4)\,\mathrm{V}$.

Комплексне снаге на спрегнутим калемовима су:

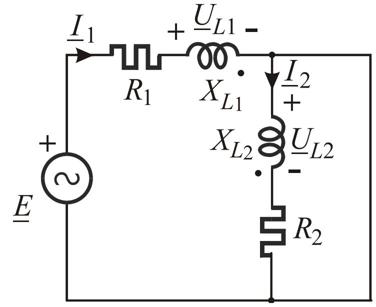
$\underline{S}_{L1} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L1}\underline{I}^* = \mathrm{j}2\,\mathrm{VA}$ и $\underline{S}_{L2} = \frac{1}{2}\underline{U}_{L2}\underline{I}_2^* = 0\,\mathrm{VA}$,

при чему је $\underline{U}_{L2} = \mathrm{j} X_{L2} \underline{I}_2 + \mathrm{j} X_{12} \underline{I} = \mathrm{j} X_{12} \underline{I}$.

26. У колу приказаном на слици 26 одредити комплексне снаге на спрегнутим калемовима ако је познато: $R_1 = R_2 = 10\Omega,\ X_{L1} = X_{L2} = 20\Omega,\ k = 0.5$ и $\underline{E} = 200\ [\mathrm{V}]$.



Слика 26



Слика 26.1

Међусобна реактанса спрегнутих калемова је $X_{12} = k\sqrt{X_{L1} X_{L2}} = 10\Omega$.

За коло на слици 26.1 могу се написати следеће једначине:

$\underline{E} = R_1 \underline{I}_1 + \underline{U}_{L1}$;

$\underline{U}_{L2} + R_2 \underline{I}_2 = 0$,

где је:

$\underline{U}_{L1} = \mathrm{j} X_{L1} \underline{I}_1 + \mathrm{j} X_{12} \underline{I}_2$ и $\underline{U}_{L2} = \mathrm{j} X_{L2} \underline{I}_2 + \mathrm{j} X_{12} \underline{I}_1$.

Решавањем система једначина добија се

$\underline{I}_1 = 2(3 - \mathrm{j}4)\,\mathrm{A}$ и $\underline{I}_2 = 2(-2 + \mathrm{j})\,\mathrm{A}$.

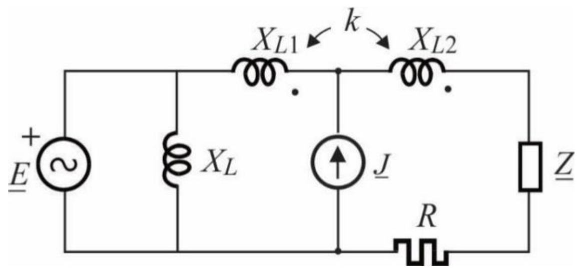
Напони на калемовима су:

$\underline{U}_{L1} = 20(7 + \mathrm{j}4)\,\mathrm{V}$ и $\underline{U}_{L2} = 20(2 - \mathrm{j})\,\mathrm{V}$.

Комплексне снаге на спрегнутим калемовима су:

$$\underline{S}_{L1}=\frac{1}{2}\underline{U}_{L1}\underline{I}_1^*=100(1+\text{j}8)\,\text{VA} \;\text{ и }\; \underline{S}_{L2}=\frac{1}{2}\underline{U}_{L2}\underline{I}_2^*=-100\,\text{VA}\,.$$

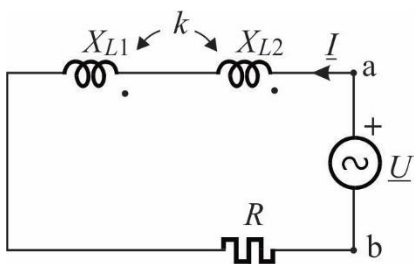
27. У колу приказаном на слици 27 одредити импедансу $\underline{Z}$, тако да се на њој развија максимална активна снага и израчунати ту снагу. Познато је: $\underline{E}=-\text{j}6$ V, $\underline{J}=(1-\text{j})$ A, $R=X_L=5\Omega$, $X_{L_1}=2\Omega$, $X_{L2}=1\Omega$ и $k=\sqrt{2}/2$.



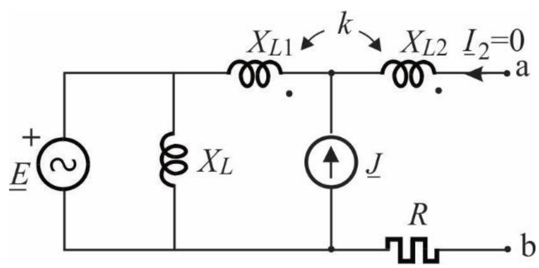
Слика 27

Применићемо Тевененову теорему за решавање кола. У односу на импедансу $\underline{Z}$, остатак кола између тачака a и b, може се заменити еквивалентним Тевененовим генератором.

С обзиром да у колу постоје спрегнути калемови, унутрашња импеданса Тевененовог генератора одређује се тако што се сви генератори у двополу замене својим унутрашњим импедансама и између крајева двопола прикључи генератор који даје струју колу, слика 27.1. Еквивалентна импеданса се затим одређује по дефиницији, као количник напона и струје на приступу.



Слика 27.1



Слика 27.2

Из једначине кола:

$$\underline{U}=\left(\text{j}X_{L_1}+\text{j}X_{L_2}+\text{j}2X_{12}\right)\underline{I}+R\underline{I}\,,$$

добија се унутрашња импеданса генератора

$$\underline{Z}_{\text{ab}}=\frac{\underline{U}}{\underline{I}}=R+\text{j}\left(X_{L_1}+X_{L_2}+2X_{12}\right)=5(1+\text{j})\Omega\,.$$

На импеданси $\underline{Z}$ развија се максимална активна снага када је $\underline{Z}=\underline{Z}_{\text{ab}}^*=5(1-\text{j})\,\Omega$.

Напон празног хода је, према ознакама на слици 27.2,

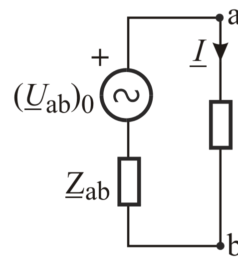
$(\underline{U}_{ab})_0 = \mathrm{j}X_{12}\underline{J} + \mathrm{j}X_{L_1}\underline{J} + \underline{E} = 3(1-\mathrm{j})\ \mathrm{V}$.

Струја кроз импедансу $\underline{Z}$ одређује се из кола на слици 27.3,

$$\underline{I} = \frac{(\underline{U}_{ab})_0}{\underline{Z} + \underline{Z}_{ab}} = \frac{3}{10}(1-\mathrm{j})\ \mathrm{A},$$

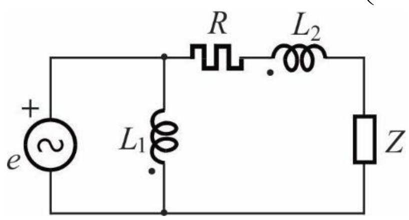
па је комплексна снага импедансе

$$\underline{S}_Z = \frac{1}{2}\underline{Z}|\underline{I}|^2 = \frac{9}{20}(1-\mathrm{j})\ \mathrm{VA}.$$

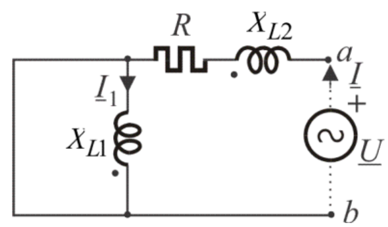


Слика 27.3

28. У колу приказаном шемом на слици 28 одредити импедансу $\underline{Z}$ тако да се на њој развије максимална активна снага и израчунати ту снагу. Познато је: $L_1 = L_2 = 10\,\mathrm{mH}$, $R = 10\Omega$, $\omega = 10^3\ \mathrm{rad/s}$, $k = 0.5$ и $e = 10\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)\mathrm{V}$.



Слика 28



Слика 28.1

$$M = \kappa\sqrt{L_1 L_2} = \kappa L_1 = 5\,\mathrm{mH}$$

$$X_{L1} = X_{L2} = \omega L_1 = 10\Omega,\ X_M = \omega M = 5\Omega.$$

У односу на импедансу $\underline{Z}$ остатак кола између тачака a и b, може се заменити еквивалентним Тевененовим генератором. За одређивање унутрашње импедансе Тевененовог генератора у колима која садрже индуковано спрегнуте калемове, све генераторе треба заменити својим унутрашњим ипедансама, а еквивалентну импедансу кола између крајева a и b одредити као однос напона између крајева a и b, $\underline{U}$ и струје $\underline{I}$.

За коло на слици 28.1 могу се написати следеће једначине:

$$\mathrm{j}X_{L1}\underline{I}_1 + \mathrm{j}X_M\underline{I} = 0\ ;$$

$$\underline{U} = \mathrm{j}X_{L2}\underline{I} + \mathrm{j}X_M\underline{I}_1 + R\underline{I}\ .$$

Када се из прве једначине изрази струја $\underline{I}_1$,

$$\underline{I}_1 = -\frac{X_M}{X_{L1}}\underline{I} = -\frac{1}{2}\underline{I},$$

и замени у другу једначину, добија се једначина

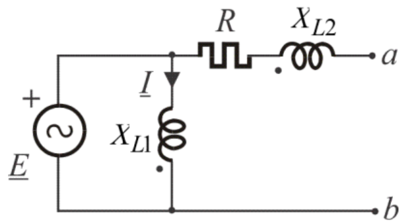
$$\underline{U} = \left(R + \mathrm{j}X_{L2} - \mathrm{j}\frac{1}{2}X_M\right)\underline{I},$$

из које се лако одређује еквивалентна импеданса кола између крајева a и b

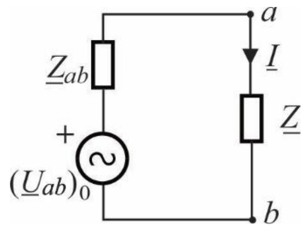
$$\underline{Z}_{\mathrm{ab}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + \mathrm{j}\,X_{L2} - \mathrm{j}\frac{1}{2}X_M = \frac{20+\mathrm{j}15}{2}\,\Omega\,.$$

Да би се на импеданси $\underline{Z}$ развила максимална активна снага мора да буде задовољен услов

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\mathrm{ab}}^{*} = \frac{20-\mathrm{j}15}{2}\,\Omega = \frac{5}{2}\left(4-\mathrm{j}3\right)\Omega\,.$$



Слика 28.2



Слика 28.3

Напон празног хода одређује се за коло приказано на слици 28.2.

$$\underline{E} = \mathrm{j}\,X_{L1}\underline{I} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{E}}{\mathrm{j}\,X_{L1}}\,,$$

па је

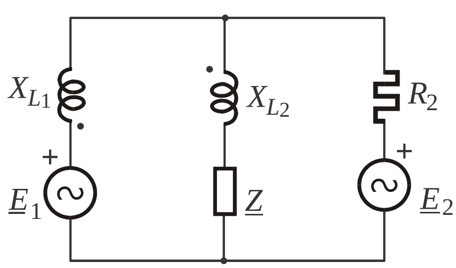
$$\left(\underline{U}_{\mathrm{ab}}\right)_0 = \mathrm{j}\,X_M\,\underline{I} + \underline{E} = \frac{3}{2}\underline{E} = 15\left(1+\mathrm{j}\right)\mathrm{V}\,.$$

Након одређивања елемената Тевененовог генератора, почетно коло се своди на коло приказано на слици 28.3, па је струја кроз импедансу $\underline{Z}$

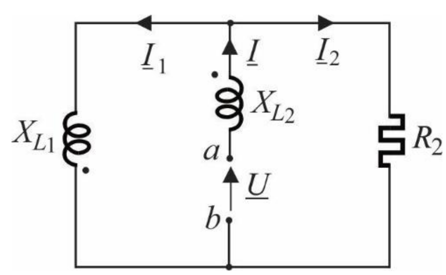
$$\underline{I} = \frac{\left(\underline{U}_{\mathrm{ab}}\right)_0}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\mathrm{ab}}} = \frac{3}{4}\left(1+\mathrm{j}\right)\mathrm{A}\,,$$

а комплексна снага $\underline{S}_Z = \frac{1}{2}\underline{Z}\left|\underline{I}\right|^2 = \frac{45}{32}\left(4-\mathrm{j}3\right)\mathrm{VA}$, где је: $P_Z = \frac{45}{8}\mathrm{W}$.

29. У колу приказаном на слици 29 одредити импедансу $\underline{Z}$ тако да се на њој развије максимална активна снага и израчунати ту снагу.
Познато је: $X_{L1} = 2\Omega, X_{L2} = 8\Omega, X_{12} = 4\Omega, R_2 = 2\Omega,$ $\underline{E}_1 = 14\left(1+\mathrm{j}\right)\mathrm{V}$ и $\underline{E}_2 = 8\mathrm{V}$.



Слика 29



Слика 29.1

У односу на импедансу $\underline{Z}$ остатак кола између тачака а и б, може се заменити еквивалентним Тевененовим генератором. Унутрашња импеданса Тевененовог генератора одређује се као улазна импеданса, између крајева a и b, кола са слике 29.1, за које се могу написати следеће једначине:

$\underline{I}_2 = \underline{I} - \underline{I}_1$;

$$\mathrm{j}X_{L1}\underline{I}_1 + \mathrm{j}X_{12}\underline{I} = R_2\left(\underline{I} - \underline{I}_1\right) \Rightarrow \underline{I}_1 = \frac{R_2 - \mathrm{j}X_{12}}{R_2 + \mathrm{j}X_{L1}}\underline{I};$$

$$\underline{U} = \mathrm{j}X_{L2}\underline{I} + \mathrm{j}X_{12}\underline{I}_1 + R_2\left(\underline{I} - \underline{I}_1\right) = \left(R_2 + \mathrm{j}X_{L2}\right)\underline{I} + \left(-R_2 + \mathrm{j}X_{12}\right)\underline{I}_1.$$

Сменом струје $\underline{I}_1$ у последњу једначину добија се једначина

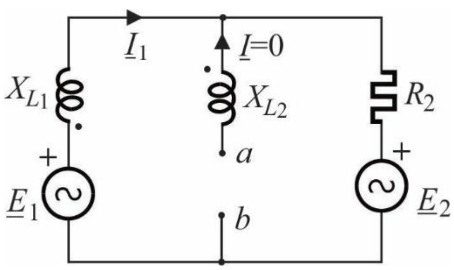
$$\underline{U} = \left(R_2 + \mathrm{j}X_{L2}\right)\underline{I} + \frac{\left(R_2 - \mathrm{j}X_{12}\right)\left(-R_2 + \mathrm{j}X_{12}\right)}{R_2 + \mathrm{j}X_{L1}}\underline{I},$$

из које се одређује еквивалентна импеданса кола између крајева а и б

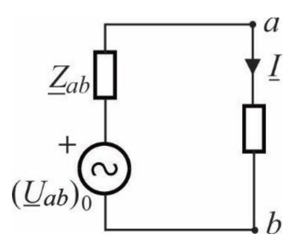
$$\underline{Z}_{\mathrm{ab}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R_2 + \mathrm{j}X_{L2} + \frac{\left(R_2 - \mathrm{j}X_{12}\right)\left(-R_2 + \mathrm{j}X_{12}\right)}{R_2 + \mathrm{j}X_{L1}} = 9(1+\mathrm{j})\,\Omega.$$

Непозната импеданса $\underline{Z}$ добија се из услова

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{\mathrm{ab}}^{*} = 9(1-\mathrm{j})\,\Omega.$$



Слика 29.2



Слика 29.3

Напон празног хода одређује се за коло приказано на слици 29.2.

Из једначине кола

$$\left(R_2 + \mathrm{j}X_{L1}\right)\underline{I}_1 = \underline{E}_1 - \underline{E}_2;$$

добија се

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{E}_1 - \underline{E}_2}{R_2 + \mathrm{j}X_{L1}} = (5+\mathrm{j}2)\,\mathrm{A},$$

па је

$$\left(\underline{U}_{\mathrm{ab}}\right)_0 = -\mathrm{j}X_{12}\underline{I}_1 + R_2\underline{I}_1 + \underline{E}_2 = (26-\mathrm{j}16)\,\mathrm{V}.$$

Комплексна снага импедансе у колу на слици 29.3 је

$$\underline{S}_Z = \frac{1}{2}\underline{Z}\left|\frac{\left(\underline{U}_{\mathrm{ab}}\right)_0}{\underline{Z} + \underline{Z}_{\mathrm{ab}}}\right|^2 = \frac{233}{18}(1-\mathrm{j})\,\mathrm{VA}.$$

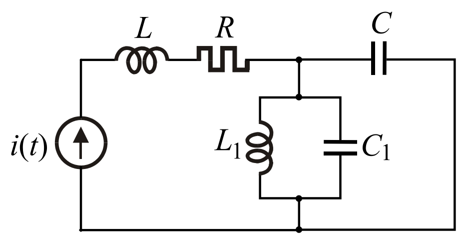
30. Мешовита веза отпорника, калема и кондензатора је прикључена на струјни генератор $i(t)=2\cos(\omega t+\pi/2)$ A, као на слици 30. На учестаности генеартора, ω, паралелна веза калема индуктивности L_1 и кондензатора капацитивности C_1 је у антирезонанси. Одредити:

а) Учестаност генератора ω;

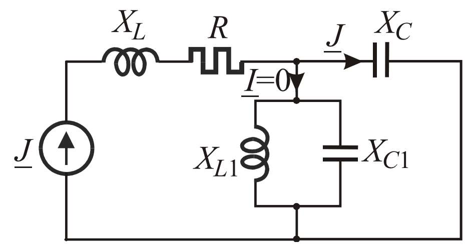
б) Реактансе калема L и кондензатора C;

в) Напоне на отпорнику отпорности R, калему инуктивности L и кондензатору капацитивности C.

Познато је: $R=1\Omega$, $L=20\mu\text{H}$, $L_1=0.5\text{mH}$, $C=10\mu\text{F}$ и $C_1=0.2\mu\text{F}$.



Слика 30



Слика 30.1

Прво ћемо одредити комплексни представник тренутне вредности струје струјног генератора. С обзиром да је $i(t)=2\cos(\omega t+\pi/2)$ A, добија се $\underline{J}=2\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/2}=\mathrm{j}2$ A.

а) Према услову задатка, за учестаност ω паралелна веза калема индуктивности L_1 и кондензатора капацитивности C_1 је у антирезонанси. Еквивалентна импеданса ове паралелне везе је

$$\underline{Z}_{\text{ul}1}=\frac{\mathrm{j}\omega L_1\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}}{\mathrm{j}\omega L_1+\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}}=\frac{\mathrm{j}\omega L_1}{1-\omega^2 L_1 C_1}=\mathrm{j}X_{\text{ul}1}.$$

Из услова да $X_{\text{ul}1}\to\infty$ добија се једначина $1-\omega^2 L_1C_1=0$, одакле је $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=10^5$ rad/s.

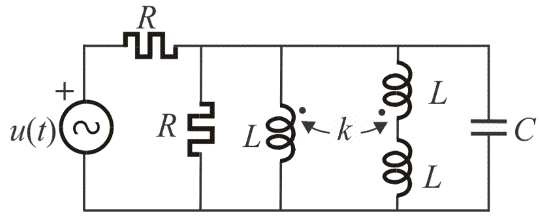
б) Реактанса калема инуктивности L је $X_L=\omega L=2\,\Omega$, а реактанса кондензатора капацитивности C је $X_C=1/\omega C=1\Omega$.

в) Тражени напони на отпорнику, калему и кондензатору у колу на слици 30.1 су:

$\underline{U}_R=R\underline{J}=\mathrm{j}2\,\text{V}$, $\underline{U}_L=\mathrm{j}X_L\underline{J}=-4\,\text{V}$ и $\underline{U}_C=-\mathrm{j}X_C\underline{J}=2\,\text{V}$, респективно.

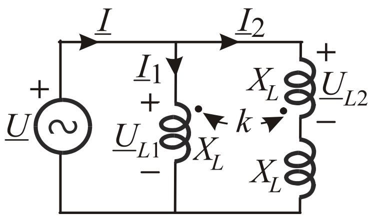
31. У колу на слици 31 одредити вредност капацитивности C тако да генератор остатку кола даје искључиво активну снагу. За тај случај одредити комплексну снагу кондензатора.

Познато је: $L=16\text{mH}$, $R=1\Omega$, $k=0.5$, $\omega=\dfrac{1}{7}10^5\,\dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$ и $U_\text{m}=40\,\text{V}$.

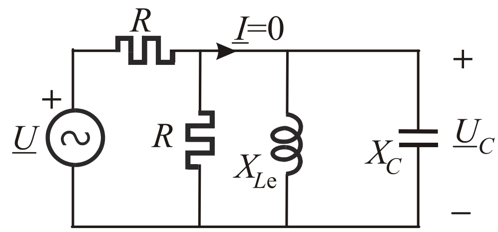


Слика 31

Мешовита веза калемова са слике 31 може се заменити једном еквивалентном индуктивношћу. На крајеве ове везе прикључићемо напонски генератор напона $\underline{U}$, слика 31.1.



Слика 31.1



Слика 31.2

За смерове струја приказане на слици 31.1, напони на спрегнутим калемовима су:

$\underline{U}_{L1} = \mathrm{j}X_L\underline{I}_1 - \mathrm{j}X_M\underline{I}_2$ и $\underline{U}_{L2} = \mathrm{j}X_L\underline{I}_2 - \mathrm{j}X_M\underline{I}_1$,

где је $X_M = k\sqrt{X_L X_L} = kX_L$.

За коло са слике може се написати следећи систем једначина:

$\underline{U}_{L1} = \underline{U}_{L2} + \mathrm{j}X_L\underline{I}_2$;

$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$;

$\underline{U} = \underline{U}_{L1}$.

Заменом израза за $\underline{U}_{L1}$ и $\underline{U}_{L2}$ у прву једначину система добија се релација

$\mathrm{j}X_L\underline{I}_1 - \mathrm{j}X_M\underline{I}_2 = \mathrm{j}X_L\underline{I}_2 - \mathrm{j}X_M\underline{I}_1 + \mathrm{j}X_L\underline{I}_2$,

одакле је

$$\underline{I}_2 = \frac{3}{5}\underline{I}_1.$$

Заменом добијеног израза за струју $\underline{I}_2$ у другу једначину, добија се струја $\underline{I}_1 = \frac{5}{8}\underline{I}$.

Када се изрази добијени за струје $\underline{I}_1$ и $\underline{I}_2$ уврсте у трећу једначину она постаје

$$\underline{U} = \mathrm{j}X_L\underline{I}_1 - \mathrm{j}kX_L\underline{I}_2 = \mathrm{j}X_L\frac{7}{16}\underline{I}.$$

Из задње једначине добија се импеданса индуктивног карактера

$$\underline{Z}_\mathrm{e} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \mathrm{j}X_L\frac{7}{16},$$

чија је реактансеа $X_{L\mathrm{e}} = X_L\frac{7}{16} = 100\,\Omega$.

Упрошћена шема кола приказана је на слици 31.2. Да би генератор колу предавао само активну снагу, треба да су напон и струја кроз генератор у фази. Овај услов је остварен само ако кроз паралелну везу калема и кондензатора не тече струја, односно ако је у том делу кола наступила антирезонанса па је

$$X_{Le} = X_C .$$

Из овог услова добија се вредност капацитивности кондензатора,

$$C = \frac{1}{\omega X_{Le}} = 0.7\,\mu\mathrm{F} .$$

При антирезонанси напон на кондензатору је

$$\underline{U}_C = \frac{R}{R+R}\underline{U} = \frac{\underline{U}}{2} ,$$

па је комплексна снага кондензатора

$$\underline{S}_C = \frac{1}{2}\underline{U}_C \underline{I}_C^* = \frac{1}{2}\frac{\left|\underline{U}_C\right|^2}{\mathrm{j}X_C} = -\mathrm{j}2\,\mathrm{VA} .$$

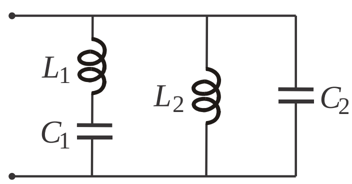
32. За коло приказано шемом на слици 32 одредити:

а) Улазну импедансу у функцији учестаности, $\underline{Z}_{\mathrm{ul}}(\omega)$;

б) Резонантне и антирезонантне учестаности;

в) Нацртати дијаграм улазне реактансе $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$.

Познато је: $L_1 = L_2 = 20\,\mu\mathrm{H}$, $C_1 = 100\,\mathrm{nF}$, $C_2 = 150\,\mathrm{nF}$.



Слика 32

а) Улазна адмитанса кола приказаног на слици је

$$\underline{Y}_{\mathrm{ul}}(\omega) = \mathrm{j}\omega C_2 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L_2} + \frac{1}{\mathrm{j}\omega L_1 + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_1}} ,$$

$$\underline{Y}_{\mathrm{ul}}(\omega) = \frac{L_1C_1L_2C_2\omega^4 - (L_1C_1 + L_2C_2 + L_2C_1)\omega^2 + 1}{\mathrm{j}\omega L_2(1-\omega^2 L_1C_1)} ,$$

а улазна импеданса

$$\underline{Z}_{\mathrm{ul}}(\omega) = \frac{1}{\underline{Y}_{\mathrm{ul}}(\omega)} = \mathrm{j}\frac{\omega L_2(1-\omega^2 L_1C_1)}{L_1C_1L_2C_2\omega^4 - (L_1C_1 + L_2C_2 + L_2C_1)\omega^2 + 1} .$$

б) Улазна реактанса је $\underline{X}_{\mathrm{ul}}(\omega) = \dfrac{\omega L_2(1-\omega^2 L_1C_1)}{L_1C_1L_2C_2\omega^4 - (L_1C_1 + L_2C_2 + L_2C_1)\omega^2 + 1}$.

Резонантне учестаности се одређују из услова да је $X_{\mathrm{ul}}(\omega)=0$,

$$\omega_{\mathrm{r}1}=0,\ \ \omega_{\mathrm{r}2}=\frac{1}{\sqrt{L_1C_1}}=0.707\cdot 10^6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\quad .$$

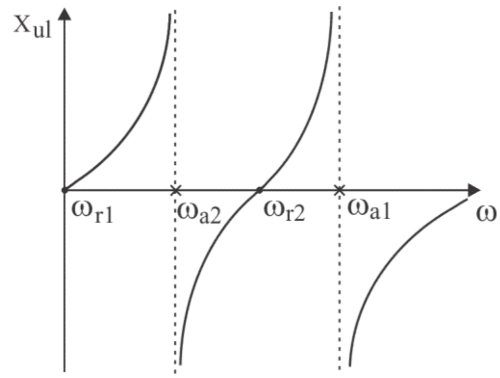
Антирезонантне учестаности се одређују из услова $X_{\mathrm{ul}}(\omega)\rightarrow\infty$, односно кад важи једнакост

$$L_1C_1L_2C_2\omega_{\mathrm{a}}^4-(L_1C_1+L_2C_2+L_2C_1)\omega_{\mathrm{a}}^2+1=0\,.$$

одакле се израчунавају антирезонантне учестаности

$$\omega_{\mathrm{a}1}=10^6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}},\quad \omega_{\mathrm{a}2}=0.408\cdot 10^6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}.$$

в) Дијаграм улазне реактансе $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$ приказан је на слици 32.1.



Слика 32.1

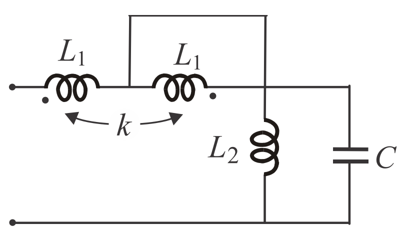
33. За коло приказано шемом на слици 33 одредити:

   а) Улазну реактансу у функцији учестаности, $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$;

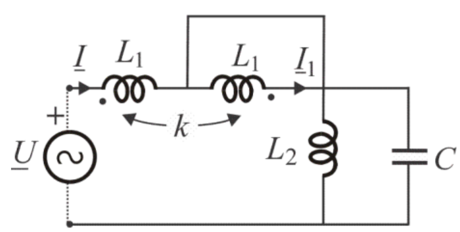
   б) Резонантне и антирезонантне учестаности;

   в) Нацртати дијаграм улазне реактансе $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$.

Познато је: $L_1=0.4\,\mathrm{mH}$, $L_2=0.1\,\mathrm{mH}$, $k=\sqrt{2}/2$, $C=10\,\mathrm{nF}$.



Слика 33



Слика 33.1

а) Улазна импеданса кола које садржи индуковано спрегнуте калемове одређује се као однос напона и струје на улазу кола.

Међусобна индуктивност спрегнутих калемова је $M = k\sqrt{L_1 L_1} = kL_1$.

За кола на слици 33.1 могу се написати једначине

$$\mathrm{j}\omega L_1 \underline{I}_1 - \mathrm{j}\omega k L_1 \underline{I} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_1 = k\underline{I}$$

$$\underline{U} = \mathrm{j}\omega L_1 \underline{I} - \mathrm{j}\omega k L_1 \underline{I}_1 + \frac{\mathrm{j}\omega L_2\left(-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}\right)}{\mathrm{j}\omega L_2 - \mathrm{j}\dfrac{1}{\omega C}}\underline{I}\,.$$

Из предходних једначина одређује се улазна импеданса

$$\underline{Z}_{\mathrm{ul}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \mathrm{j}\omega\left(L_1 - kL_1 + \frac{L_2}{1-\omega^2 L_2 C}\right),$$

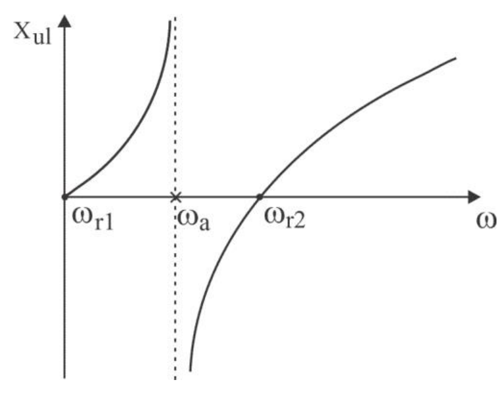
и улазна реактанса $X_{\mathrm{ul}} = \omega\dfrac{L_1 + L_2 - k^2 L_1 - \omega^2 L_1 L_2 C(1-k^2)}{1-\omega^2 L_2 C}$.

б) Из услова да је $X_{\mathrm{ul}}(\omega) = 0$, одређују се резонантне учестаности

$$\omega_{\mathrm{r}1} = 0,\ \omega_{\mathrm{r}2} = \sqrt{\frac{L_1 + L_2 - k^2 L_1}{L_1 L_2 C(1-k^2)}} = 1.225\cdot 10^6\ \frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}},$$

а из услова $X_{\mathrm{ul}}(\omega) \to \infty$, антирезонантна учестаност $\omega_{\mathrm{a}} = \dfrac{1}{\sqrt{L_2 C}} = 10^6\ \dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

в) Дијаграм улазне реактансе $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$ приказан је на слици 33.2.



Слика 33.2

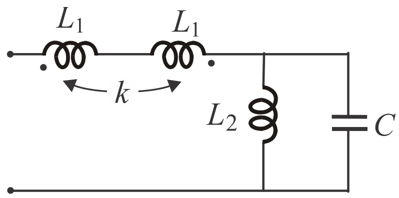
34. За коло приказано шемом на слици 34 одредити:

а) Улазну реактансу у функцији учестаности, $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$;

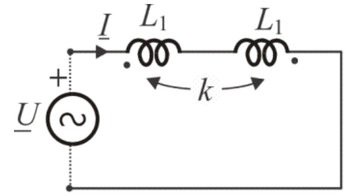
б) Резонантне и антирезонантне учестаности;

в) Нацртати дијаграм улазне реактансе $X_{\mathrm{ul}}(\omega)$.

Познато је: $L_1 = 0.2\,\mathrm{mH}$, $L_2 = 0.1\,\mathrm{mH}$, $k = 1/2$, $C = 10\,\mathrm{nF}$.



Слика 34.



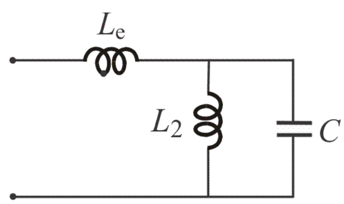
Слика 34.1

а) Одредићемо прво еквивалентну индуктивност спрегнутих калемова (слика 34.1).

$\underline{U} = \mathrm{j}\omega L_1 \underline{I} - \mathrm{j}\omega M \underline{I} + \mathrm{j}\omega L_1 \underline{I} - \mathrm{j}\omega M \underline{I}$;

$\underline{U} = (\mathrm{j}2\omega L_1 - \mathrm{j}2\omega M)\underline{I}$;

$\underline{Z}_\mathrm{e} = \dfrac{\underline{U}}{\underline{I}} = \mathrm{j}2\omega L_1(1-k) = \mathrm{j}\omega L_1 \;\Rightarrow\; L_\mathrm{e} = L_1$.



Слика 34.2

За коло на слици 34 еквиваелентно коло приказано је на слици 34.2, па је улазна импеданса

$$\underline{Z}_\mathrm{ul} = \mathrm{j}\omega L_\mathrm{e} + \frac{\mathrm{j}\omega L_2 \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{\mathrm{j}\omega L_2 + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C}},$$

$$\underline{Z}_\mathrm{ul} = \mathrm{j}\omega \frac{L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C}{1 - \omega^2 L_2 C},$$

а улазна реактанса $X_\mathrm{ul}(\omega) = \omega \dfrac{L_1 + L_2 - \omega^2 L_1 L_2 C}{1 - \omega^2 L_2 C}$.

б) Резонантне учестаности су

$$\omega_{\mathrm{r}1} = 0,\ \omega_{\mathrm{r}2} = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1 L_2 C}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 10^6 \,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}},$$

а антирезонантна учестаност $\omega_\mathrm{a} = \dfrac{1}{\sqrt{L_2 C}} = 10^6 \,\dfrac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

в) Дијаграм улазне реактансе $X_\mathrm{ul}(\omega)$ је идентичан као у претходном задатку (слика 33.2.).