

STRUKTURE PODATAKA

LETNJI SEMESTAR

POLJE (ARRAY)

Prof. Dr Leonid Stoimenov
Katedra za računarstvo
Elektronski fakultet u Nišu

POLJE - PREGLED

- Definicija polja
- Memorijska reprezentacija polja
- Operacije za rad sa poljima



UVOD

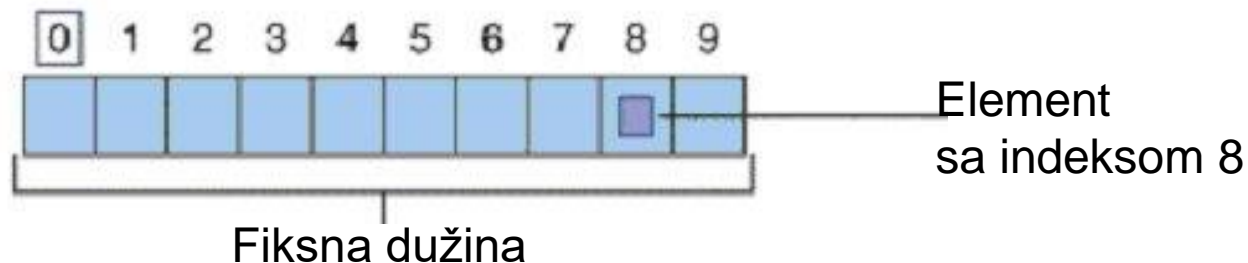
Polje (Array)

- Najjednostavnija struktura podataka
- Mnogi programski jezici imaju ugrađeni *array* tip podatka
- Upotreba
 - Za memorisanje **fiksne količine podataka** kojima se slučajno pristupa
 - Za **formiranje složenijih struktura** – niza, magacina, redova, deкова, tablica, gomila, ...



OSNOVNI POJMOVI

- **Polje** je kolekcija homogenih elemenata podataka kojima se pristupa pomoću **numeričkog indeksa**
- Broj elemenata polja naziva se **veličina, rang** ili **dužina** polja
- Broj indeksa koji su dodeljeni svakom elementu polja naziva se **dimenzionalnost** polja
- Najčešće se koriste:
 - **Jednodimenzionalna (1D)** polja ili **vektori**
 - **Dvodimenzionalna (2D)** polja ili **matrice**
- Polje sa više od 2 indeksa se naziva **višedimenzionalno** ili **multidimenzionalno (MD)** polje



INDEKSI POLJA

- Indeksi polja veličine ***n*** mogu uzimati vrednosti:
 - zero-based array 0,1,...,n-1
 - one-based array 1,2,...,n
 - n-based array d,d+1,d+2,...,g
- d – donja granica indeksa
- g – gornja granica indeksa
 - $d \leq g$
 - d,g bilo koji ceo broj
- broj elemenata polja
$$n = |d| - |g| + 1$$

- C, C++, C#, Java
 - 0,1,2,...
- Basic, Fortran
 - 1,2,...
- Ada, PL/1, Visual Basic, Visual Basic.NET
 - d,d+1,d+2,...,g
 - ako d nije zadato podrazumeva se 1

Primer *int a[100]*

Polje *a* je ranga:

zero-based array

$$n = 99 - 0 + 1 = 100$$

one-based array

$$n = 100 - 1 + 1 = 100$$

VRSTE POLJA

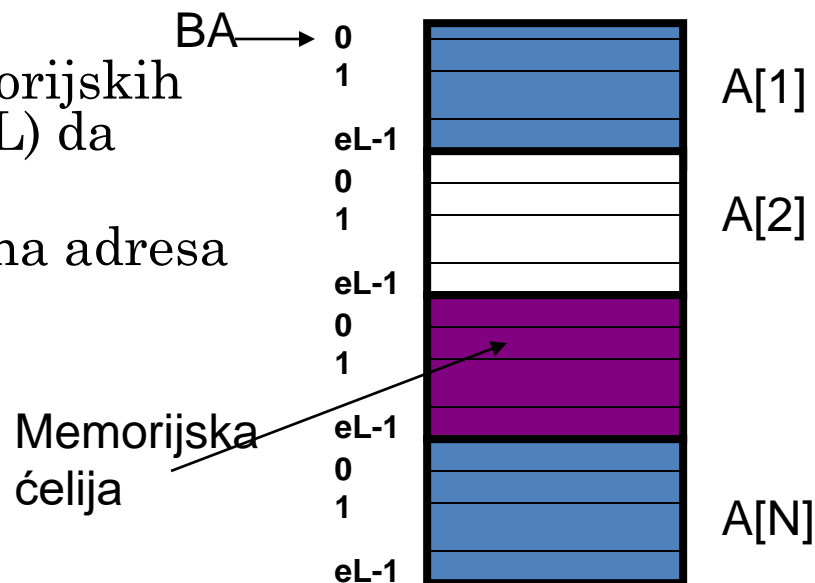
- ◉ **Statičko polje** – polje fiksne veličine, ne menja se ni donja ni gornja granica, pa samim tim ni rang polja
 - npr. U prog. jeziku C *d* je fiksirano na 0, a *g* u vreme pisanja programa
- ◉ **Dinamičko polje** – polje čija se veličina može menjati u vremenu
 - veličina polja se automatski podešava pri dodavanju i brisanju elemenata polja
 - C-jezik *malloc()*
 - Visual Basic *REDIM*
 - U nekim prog. jezicima sva polja su dinamička (*npr. Perl*)



MEMORIJSKA REPREZENTACIJA POLJA

○ 1D polje A dužine N tipa T

- rezerviše se N sukcesivnih memorijskih ćelija, svaka dovoljne veličine (eL) da prihvati podatak zadatog tipa T
- Adresa prve ćelije se naziva bazna adresa polja A (BA)
- Adresa elementa $A[i]$ je
 $BA + i * eL$, ako $i=0,1,\dots$
 $BA + (i-1) * eL$, ako $i=1,2,\dots$
 $BA + (i-d) * eL$, ako $i=d,\dots,g$



○ Deskriptor polja sadrži:

- Baznu adresu BA
- Dužinu polja N ili granice indeksa
- Tip podatka T ili dužinu elementa polja eL

A[1] je memorisan po adresama
 $BA, BA+1, \dots, BA+eL-1$

A[2] je memorisan po adresama
 $BA+eL, BA+eL+1, \dots, BA+2*eL-1$
.....



MEMORIJSKA REPREZENTACIJA POLJA (2)

○ 2D polje A dimenzije N x M tipa T

- rezerviše se $N \times M$ sukcesivnih memorijskih ćelija, svaka dovoljne veličine (eL) da prihvati podatak zadatog tipa T
- Adresa prve ćelije se naziva bazna adresa polja A (BA)
- Adresa elementa $A[i,j]$ je $BA + k \times eL$, $k=0,1,\dots$

$k = N \times (j-1) + i$, smeštanje po kolonama

$k = M \times (i-1) + j$, smeštanje po vrstama

$i, j = 1, 2, \dots, N$

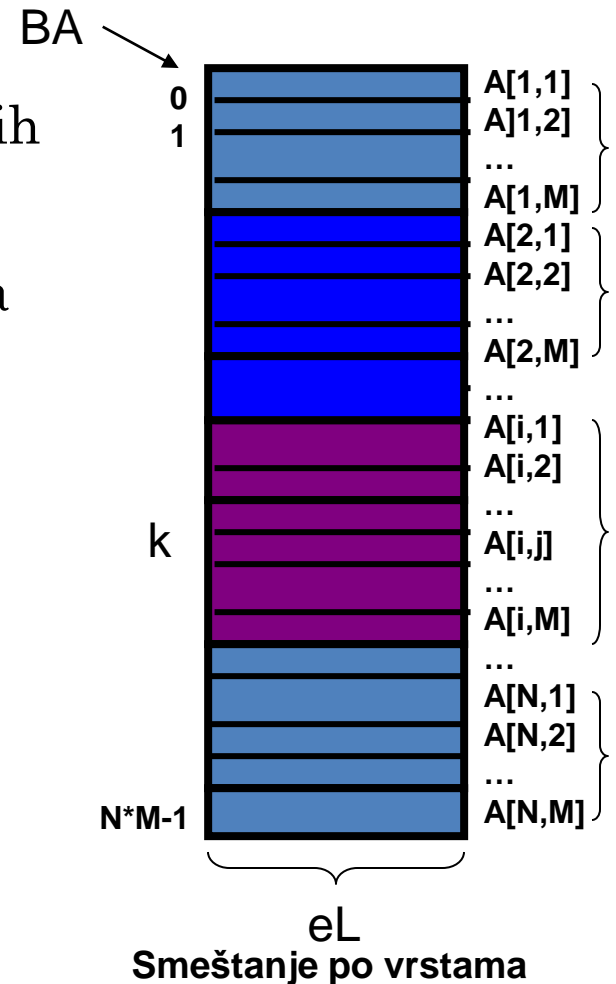
$k = N \times j + i$, smeštanje po kolonama

$k = M \times i + j$, smeštanje po vrstama

$i, j = 0, 1, \dots, N$

○ Deskriptor polja sadrži:

- Baznu adresu BA
- Dužinu polja N, M ili granice oba indeksa
- Tip podatka T ili dužinu elementa polja eL



MEMORIJSKA REPREZENTACIJA SPECIJALNIH POLJA

○ Matrice

- retke (manje od 10% elemenata je $\neq 0$)
- jedinične (elementi matrice su 0 ili 1)
- dijagonalne
- trougaone (donja i gornja)

○ Zahtevaju poseban način memorijske reprezentacije radi efikasnije obrade

○ U ove reprezentacije se ugrađuju inherentna svojstva ovih struktura



OPERACIJE NAD POLJIMA

Proste operacije

- Memorisanje elementa polja (*store*)
 $A[i] \leftarrow E$
- Referenciranje, izdvajanje elementa polja (*extract*)
 $E \leftarrow A[i]$

Kompozitne operacije

- Obilazak polja *arrayTraversal*
- Traženje
 - Linearno *arrayLinearSearch*
 - Binarno *arrayBinarySearch*
- Sortiranje
 - arrayBubbleSort*
 - QuickSort*
 - MergeSort*
 - ...
- Umetanje *arrayInsertAt*
- Brisanje *arrayDeleteAt*

OBILAZAK POLJA

- Podrazumeva obilazak i obradu svih elemenata strukture, u ovom slučaju elemenata polja

Algoritam P.1. Obilazak polja

arrayTraversal(A,d,g)

// 1D polje A[d,g]

// Ovaj algoritam obilazi polje A i nad svakim

// elementom polja primenjuje operaciju OBRADA

1 $k \leftarrow d$ *// indeks prvog elementa polja*

2 **while** ($k \leq g$) *// ili for petlja!* **for** $k=d,g$
3 OBRADA(A[k]) OBRADA(A[k])

4 $k \leftarrow k+1$ *// ažuriranje indeksa polja*

5 **return**

Broj primitivnih operacija: $2+5n$

Veličina polja: $n=g-d+1$

Asimptotska složenost: **$O(n)$, linearna**

LINEARNO (SEKVENCIJALNO) TRAŽENJE

- Traženje je osnovna operacija za sve strukture podataka, uključujući i polje
- Podrazumeva i obilazak polja, pri čemu ne moraju da se obidu svi elementi

Algoritam P.2. Linearno traženje

arrayLinearSeach(A,n,E)

// A je 1D polje od n elemenata

// E je element koji se traži

// LOC je lokacija nađenog elementa

// ili je LOC=NULL

// Ovaj algoritam traži element E u polju

// A i vraća njegovu lokaciju,

// ako je traženje uspešno,

// ili LOC=NULL ako je traženje neuspešno

```
1  for LOC=1,n
2      if(A[LOC]=E) then return// traženje uspešno
4  LOC=NULL // traženje neuspešno
5  return LOC
```

Najgori slučaj: E se ne nalazi u A

broj poređenja: n

Najbolji slučaj: E je prvi element polja

broj poređenja: 1

Prosečan slučaj: Ako je ista verovatnoća da se element nađe na bilo kojoj poziciji, tada je prosečna verovatnoća:

$$1*1/n + 2*1/n + \dots + n*1/n$$

$$=(1+2+\dots+n)/n$$

$$=n(n+1)/2n$$

$$=(n+1)/2$$

Asimptotska složenost:

O(n), linearna



BINARNO TRAŽENJE

- Omogućava **brzu pretragu polja**
- Preduslov: sortirano polje

Algoritam P.3. Binarno traženje

arrayBinarySeach(A,dg,gg,EC)

// A je 1D sortirano polje zadato donjom dg i gornjom gg granicom indeksa

// E je element koji se traži

// LOC je lokacija nađenog elementa ili je LOC=NULL

// Ovaj algoritam traži element E u polju A i vraća njegovu lokaciju kao argument

// LOC ako je traženje uspešno, ili LOC=NULL, ako je traženje neuspešno

```
1  d ← dg, g ← gg, s ← (d+g)/2 //inicijalizacija segmenta koji se pretražuje
2  while (d ≤ g and A[s] ≠ E)
3      if (E < A[s])
4          then g ← s-1
5          else d ← s+1
6      s ← (d+g)/2 //nalaženje sredine segmenta
7  if (A[s] = E) then
8      LOC ← s //uspešno traženje
9  else
10     LOC ← NULL //neuspešno traženje
11  return LOC
```

Najbolji slučaj: E je u
sredini polja

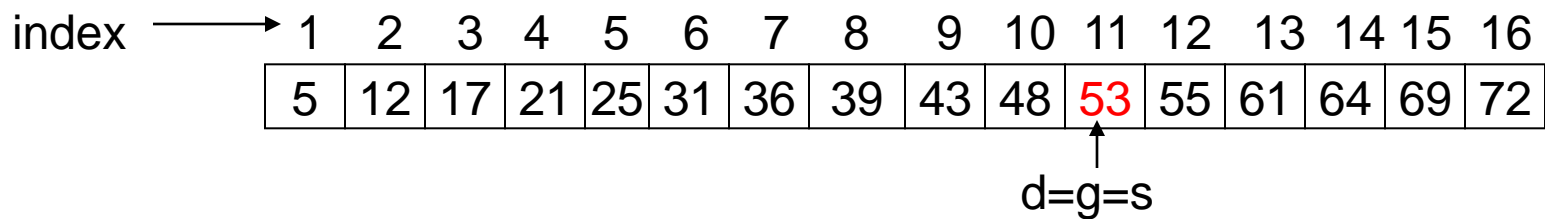
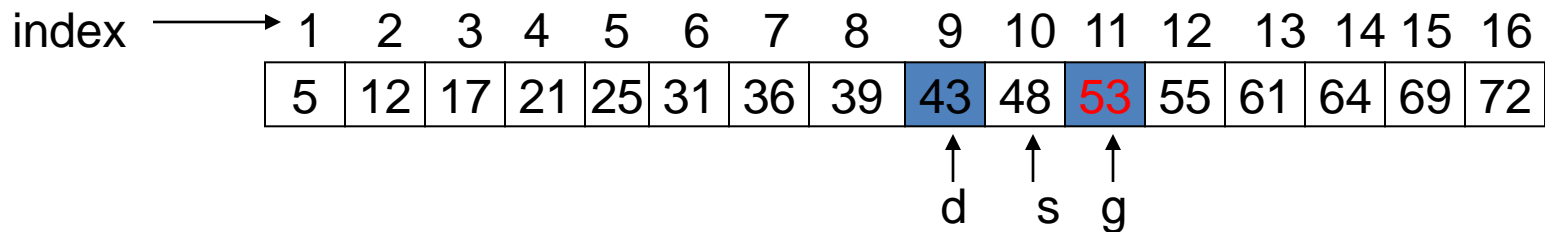
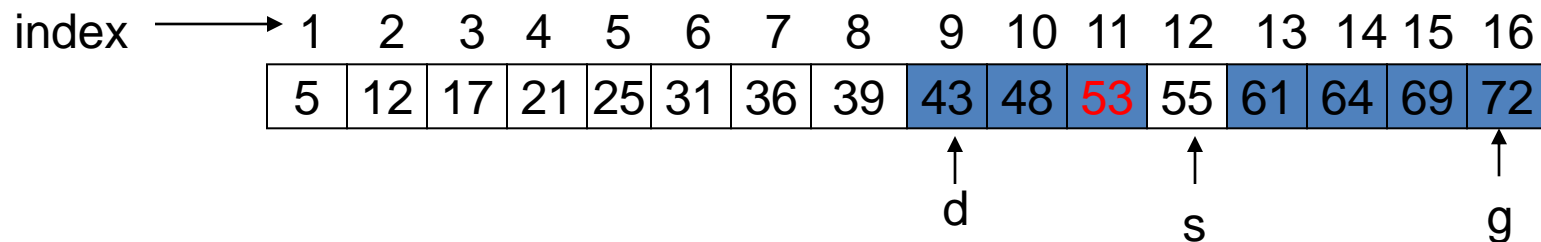
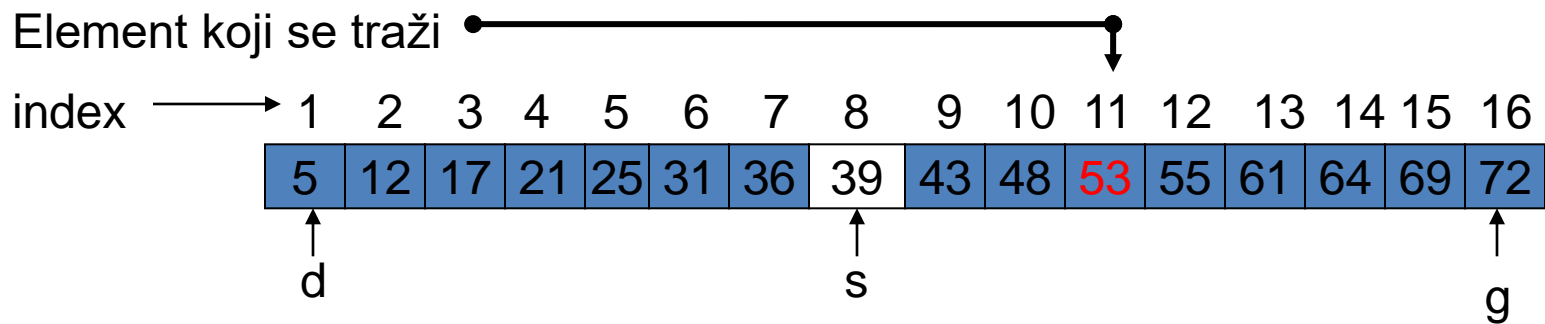
Najgori slučaj: E nije u
polju

Asimptotska složenost:

$O(\log_2 n)$

BINARNO TRAŽENJE – PRIMER

Element koji se traži



BINARNO TRAŽENJE – PRIMER 2

$A=(5,10,15,20,25)$, $E=20$

Inicijalizacija: $d=1, g=5, s=3$

Prva iteracija: $d \leq g$ and $A[3]=15 \neq E=20$, $20 > 15$, $d=4, s=4$

Druga iteracija: $d \leq g$ and $A[4]=20$ izlaz iz petlje, $LOC=4$

Trazenje uspešno!

$A=(5,10,15,20,25)$, $E=8$

Inicijalizacija: $d=1, g=5, s=3$

Prva iteracija: $d \leq g$ and $A[3]=15 \neq E=8$, $8 < 15$, $g=2, s=1$

Druga iteracija: $d \leq g$ and $A[1]=5 \neq E=8$, $8 > 5$, $d=2, s=2$

Treca iteracija: $d \leq g$ and $A[2]=10 \neq E=8$, $8 < 10$, $g=1, s=1$

Četvrta iteracija: $d > g$ izlaz iz petlje, $LOC=NULL$

Trazenje neuspešno!



SORTIRANJE – METODA MEHURA

Algoritam P.4. Sortiranje polja

arrayBuble(A,n)

// Ovaj algoritam sortira elemente polja A od n elemenata

// u rastući redosled korišćenjem metode mehura

```
1  for k=1,n-1
2      p ← 1 //inicijalizacija pokazivača poređenja
3      while (p≤n-k)
4          if(A[p]>A[p+1]) then
                zameni(A[p],A[p+1])
5          p ← p+1
6      endwhile
7  endfor
b    return
```

Složenost algoritma

Meri se brojem
poređenja
da bi se polje sortiralo
(broj prolaza petljom)

$$\begin{aligned} f(n) &= (n-1) + (n-2) + \dots + 2 + 1 \\ &= n(n-1)/2 \end{aligned}$$

Asimptotska složenost:

$O(n^2)$,
kvadratna



SORTIRANJE – METODA MEHURA PRIMER

10 15 3 8 4 17 12

Prolaz 1: 10 15 3 8 4 17 12
10 15 3 8 4 17 12
10 3 15 8 4 17 12
10 3 8 15 4 17 12
10 3 8 4 15 17 12
10 3 8 4 15 17 12
10 3 8 4 15 12 17

Broj poređenja $n-1 = 6$

Prolaz 2: 10 3 8 4 15 12 17
3 10 8 4 15 12 17
3 8 10 4 15 12 17
3 8 4 10 15 12 17
3 8 4 10 15 12 17
3 8 4 10 12 15 17

Broj poređenja $n-2 = 5$

Prolaz 3: 3 8 4 10 12 15 17
3 8 4 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17

Broj poređenja $n-3 = 4$

Prolaz 4: 3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17

Broj poređenja $n-4 = 3$

Prolaz 5: 3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17

Broj poređenja $n-5 = 2$

Prolaz 6: 3 4 8 10 12 15 17
3 4 8 10 12 15 17

Kraj sortiranja

Broj poređenja $n-6 = 1$

PREDNOSTI I MANE POLJA

○ Prednosti

- Efikasan **direktni pristup** elementima polja, $O(1)$
- Pogodna za obradu elemenata u petljama

○ Mane

- Neefikasne operacije umetanja i brisanja, $O(n)$, gde je n veličina polja
- Polje je fiksne veličine, a operacija promene veličine polja je skupa

○ Upotreba

- Za memorisanje fiksne količine podataka kojima se slučajno pristupa
- Za formiranje složenijih struktura – niza, magacina, redova, deкова, tablica, gomila, ...

PITANJA, IDEJE, KOMENTARI

