

RELATÓRIO TRABALHO INDIVIDUAL 1



No âmbito da UC Optimização Heurística|

```
from pulp import LpMaximize, LpMinimize, LpProblem, LpStatus, LpSum, LpVariable
from pulp import GLPK

#
# Create the model
model_1 = LpProblem(name="Custo Ajuda Humanitária", sense=LpMinimize)
#
# Initialize the decision variables
x = {i: LpVariable(name=f"x{i}", lowBound=0) for i in range(1, 4)}
#
# Add the constraints to the model
model_1 += (12 * x[1] + 18 * x[2] + 22 * x[3] <= 10000, "carga_transportada")
model_1 += (3000 * x[1] + 3500 * x[2] + 5400 * x[3] >= 210000, "pessoas_ajudadas")
model_1 += (x[3] >= 30, "minimo_kits_premium")
#
# Add the objective function to the model
obj_func = 30000 * x[1] + 35000 * x[2] + 105000 * x[3]
#
model_1 += obj_func
#
# Formulação (visualização do modelo matemático de forma a conferir os dados)
model_1
```

iscte

INSTITUTO
UNIVERSITÁRIO
DE LISBOA

#OUTPUTS

nome: Rita Guerreiro

número: 112018

turma: CDB2

Introdução ao problema

Uma organização que presta ajuda humanitária a vários países necessitados de todo o mundo, pretende atribuir ajuda, no próximo ano, a um país que foi alvo de uma catástrofe natural.

A organização pretende enviar kits de ajuda humanitária para os cidadãos daquele país. Existem três tipos de kits:

- Kit básico, constituído apenas por alimentos, tais como cereais e leite em pó. Cada centena de kits custa €30000, pesa 12000 quilos e permite ajudar 3000 pessoas.
- Kit avançado, constituído por alimentos e vestuário, tais como cobertores e tecidos. Cada centena de kits custa €35000, pesa 18000 quilos e permite ajudar 3500 pessoas.
- Kit premium, constituído por alimentos, vestuário e medicamentos. Cada centena de kits custa €72000, pesa 22000 quilos e permite ajudar 5400 pessoas.

A organização estabeleceu um protocolo com o governo do país e tem de cumprir as condições seguintes:

- ajudar, pelo menos, 2.1 milhões de habitantes do país;
- enviar, pelo menos, 3000 kits premium.

Devido a restrições de transporte, o total da carga transportada não pode exceder 10000 toneladas. Para além disso, por cada centena de kits premium, há necessidade de enviar um médico a um custo de €33000.

A organização pretende realizar esta campanha humanitária com o menor custo possível e maximizando o número total de kits transportado.

Questão a)

Formule o problema em Programação Linear.

Para a formulação do problema em programação linear foi considerada a variável:

$X_i \rightarrow$ número de kits do tipo i a exportar para o país alvo da catástrofe (em centenas), com $i = 1$ (básico), 2 (avançado) e 3 (premium)

Na seguinte tabela encontram-se o preço, peso e quantia de pessoas ajudadas por cada 100 kits exportados do tipo básico, avançado e premium.

Tipo de kit	Preço (em €)	Peso (em Kg)	Permite ajudar (em pessoas)
Básico	30 000	12 000	3 000
Avançado	35 000	18 000	3 500
Premium	72 000	22 000	5 400



por cada 100 kits

Dado que se trata de um problema de otimização multiobjetivo, as funções objetivo formuladas foram:

F_1 : $\text{Min Custo} = 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 \rightarrow$ função objetivo de minimização do custo total da ajuda humanitária (em €), a qual remete a soma dos preços do envio dos kits (em centenas); 105000 representa o preço dos kits (72000) juntamente com o custo de um médico (33000) ambos por cada 100 kits premium (equivaleria a ter na F.O.: $72000X_3 + 33000X_3$)

F_2 : $\text{Max Kits} = X_1 + X_2 + X_3 \rightarrow$ função objetivo de maximização do total de kits enviados, correspondendo portanto à soma das quantias de cada kit (em centenas) a transportar

As restrições definidas para ambas as funções objetivo definidas previamente foram:

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000 \text{ (em toneladas)}$$

Esta restrição corresponde à carga total de transporte dos kits em toneladas, a qual não pode ultrapassar 10000 toneladas, ou seja, 10000000 Kg.

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000 \text{ (em habitantes/pessoas)}$$

Remete o total de pessoas ajudadas, pretende-se ajudar pelo menos 2100000 habitantes.

$$R_3: X_3 \geq 30 \text{ (em centenas)}$$

Condição do envio de pelo menos 30 centenas de kits premium, i.e., 3000 kits premium.

$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Representa a quantidade de kits a enviar não nulas ou negativas, pois o envio de x kits será sempre do tipo inteiro positivo.

Modelo em Programação Linear MultiObjetivo:

$$F_1: \text{Min } \text{Custo} = 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3$$

$$F_2: \text{Max } \text{Kits} = X_1 + X_2 + X_3$$

s.a.

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000$$

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000$$

$$R_3: X_3 \geq 30$$

$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Questão b)

b) Na tabela seguinte são apresentadas propostas de envio de kits de cada tipo (em centenas):

	<i>kit básicos</i>	<i>kit avançado</i>	<i>kits premium</i>
Proposta 1	184	396	30
Proposta 2	646	0	30
Proposta 3	761	4	30
Proposta 4	765	0	30

Investigue se as propostas são admissíveis e se existem propostas dominadas. Justifique a sua resposta.

Considerando $f_1(x)$ a função objetivo de minimização do custo total da ajuda humanitária (F_1 definida na alínea anterior), e $f_2(x)$ a função de maximização de kits enviados (F_2 definida na alínea anterior), bem como a variável a variável X_i anteriormente criada.

Calculando os valores de cada proposta para cada uma das funções, e verificando seguidamente se são admissíveis:

Proposta 1

Nesta proposta os valores de X são: $X_1 = 184$ (centenas de kits básicos); $X_2 = 396$ (centenas de kits avançados) e $X_3 = 30$ (centenas de kits premium)

1. Valor para cada função objetivo

$$f_1(x) = 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 = 30000(184) + 35000(396) + 105000(30) = 5520000 + 13860000 + 3150000 = \mathbf{22\ 530\ 000}$$

$$f_2(x) = X_1 + X_2 + X_3 = 184 + 396 + 30 = \mathbf{610}$$

Nesta proposta, são enviados 61 000 kits a um custo de 22 530 000 €.

2. Verificação se proposta é admissível

Se todas as condições explícitas nas restrições são verificadas então a solução é admissível.

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000 \Leftrightarrow 12(184) + 18(396) + 22(30) \leq 10000 \Leftrightarrow$$

$$2208 + 7128 + 660 \leq 10000 \Leftrightarrow \mathbf{9996 \leq 10000 \checkmark}$$

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000 \Leftrightarrow 3000(184) + 3500(396) + 5400(30) \geq$$

$$2100000 \Leftrightarrow 552000 + 1386000 + 162000 \geq 2100000 \Leftrightarrow \mathbf{2100000 \geq 2100000 \checkmark}$$

$$R_3: X_3 \geq 30 \checkmark$$

$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0 \checkmark$$

Uma vez que todas as restrições se verificam, a solução da proposta 1 é admissível.

Proposta 2

Nesta proposta os valores de X são: $X_1 = 646$; $X_2 = 0$ e $X_3 = 30$

1. Valor para cada função objetivo

$$f_1(x) = 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 = 30000(646) + 35000(0) + 105000(30) = 5520000 + 0 + 3150000 = \mathbf{8\ 670\ 000}$$

$$f_2(x) = X_1 + X_2 + X_3 = 646 + 0 + 30 = \mathbf{676}$$

Nesta proposta, são enviados 67 600 kits a um custo de 8 670 000 €.

2. Verificação se a proposta é admissível

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000 \Leftrightarrow 12(646) + 18(0) + 22(30) \leq 10000 \Leftrightarrow$$

$$7752 + 0 + 660 \leq 10000 \Leftrightarrow \mathbf{8412} \leq 10000 \checkmark$$

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000 \Leftrightarrow 3000(646) + 3500(0) + 5400(30) \geq$$

$$2100000 \Leftrightarrow 1938000 + 0 + 162000 \geq 2100000 \Leftrightarrow \mathbf{2100000} \geq 2100000 \checkmark$$

$$R_3: X_3 \geq 30 \checkmark$$

$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0 \checkmark$$

A proposta 2 é admissível, pois verifica todas as condições presentes nas restrições.

Proposta 3

Nesta proposta os valores de X são: $X_1 = 761$; $X_2 = 4$ e $X_3 = 30$

1. Valor para cada função objetivo

$$f_1(x) = 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 = 30000(761) + 35000(4) + 105000(30) = 22830000 + 140000 + 3150000 = \mathbf{26\ 120\ 000}$$

$$f_2(x) = X_1 + X_2 + X_3 = 761 + 4 + 30 = \mathbf{795}$$

Nesta proposta, são enviados 79 500 kits a um custo de 26 120 000 €.

2. Verificação se a proposta é admissível

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000 \Leftrightarrow 12(761) + 18(4) + 22(30) \leq 10000 \Leftrightarrow$$

$$9132 + 72 + 660 \leq 10000 \Leftrightarrow \mathbf{9864} \leq 10000 \checkmark$$

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000 \Leftrightarrow 3000(761) + 3500(4) + 5400(30) \geq$$

$$2100000 \Leftrightarrow 2283000 + 14000 + 162000 \geq 2100000 \Leftrightarrow \mathbf{2459000} \geq 2100000 \checkmark$$

$$R_3: X_3 \geq 30 \checkmark$$

$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0 \checkmark$$

A proposta 3 também é admissível dado que todas as condições se verificam.

Proposta 4

Nesta proposta os valores de X são: $X_1 = 765$; $X_2 = 0$ e $X_3 = 30$

1. Valor para cada função objetivo

$$f_1(x) = 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 = 30000(765) + 35000(0) + 105000(30) = 22950000 + 0 + 3150000 = \mathbf{26\ 100\ 000}$$

$$f_2(x) = X_1 + X_2 + X_3 = 765 + 0 + 30 = \mathbf{795}$$

Nesta proposta, são enviados 79 500 kits a um custo de 26 100 000 €.

2. Verificação se a proposta é admissível

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000 \Leftrightarrow 12(765) + 18(0) + 22(30) \leq 10000 \Leftrightarrow$$

$$9180 + 0 + 660 \leq 10000 \Leftrightarrow \mathbf{9840 \leq 10000 \checkmark}$$

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000 \Leftrightarrow 3000(765) + 3500(0) + 5400(30) \geq$$

$$2100000 \Leftrightarrow 2295000 + 0 + 162000 \geq 2100000 \Leftrightarrow \mathbf{2457000 \geq 2100000 \checkmark}$$

$$R_3: X_3 \geq 30 \checkmark$$

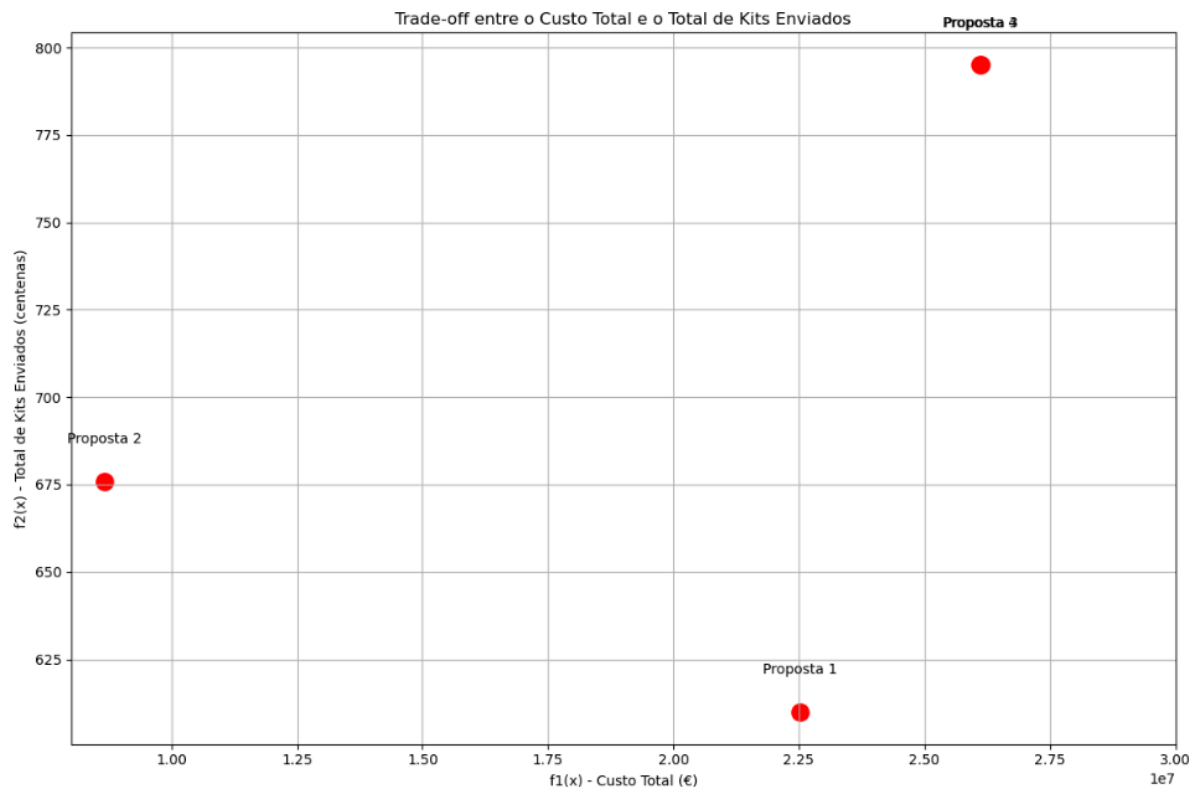
$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0 \checkmark$$

A proposta 4 também é admissível, pelo que todas as soluções propostas são admissíveis.

Tabela com soluções das propostas obtidas para cada função (o número máximo de kits a enviar e o mínimo custo total) e para as restrições da carga a transportar e número de pessoas ajudadas:

	Proposta 1	Proposta 2	Proposta 3	Proposta 4
$f_1(x)$: Max Kits	61 000	67 600	79 500	79 500
$f_2(x)$: Min Custo	22 530 000	8 670 000	26 120 000	26 100 000
R_1 (carga)	9 996	8 412	9 864	9 840
R_2 (pessoas ajudadas)	2 100 000	2 100 000	2 459 000	2 457 000

Gráfico do Trade-off entre o Custo Total e o Total de Kits Enviados para as propostas:



Com base na tabela e gráfico anteriores, conclui-se que a proposta 3 é dominada pela proposta 4 (no gráfico aparecem sobrepostas, no entanto visualizando na tabela os valores destas para o custo, uma vez que o custo da proposta 4 é menor que o da 3 chega-se a esta conclusão). A proposta 1 é dominada pela 2, pois a 2 apresenta menor custo e maior número de kits.

Assim, o conjunto ótimo de pareto, ou seja, as soluções não dominadas no espaço das soluções admissíveis são as propostas 2 e 4.

A escolha entre as propostas 2 e 4 dependerá do agente decisor. Escolhendo a proposta 4 são enviados mais kits e consequentemente ajudadas mais pessoas, mas a um custo e carga substancialmente superiores comparativamente à proposta 2. Se a proposta 2 for a escolhida, são ajudadas cerca de menos de meio milhão de pessoas que na 4, mas a um custo bastante inferior e como tal mais desejado, sendo o número de kits e carga também relativamente inferior.

Questão c)

Quantos kits básicos, avançados e premium deve a organização enviar para o país se a organização estiver interessada, exclusivamente:

(i) na minimização do custo da ajuda humanitária?

Recorrendo ao modelo 1 em programação linear criado em *Python* com a função objetivo de minimização para o custo total da ajuda humanitária e respectivas restrições criadas na alínea a), obtiveram-se os seguintes *outputs*:

```
objective: 22530000.0
x1: 646.0
x2: 0.0
x3: 30.0
carga_transportada: -1588.0
pessoas_ajudadas: 0.0
minimo_kits_premium: 0.0
```

Interpretando os resultados, se a organização estiver apenas interessada na minimização do custo da ajuda humanitária, esta deve enviar:

- 646 centenas/64 600 kits básicos (x1)
- 0 kits avançados (x2)
- 30 centenas/3 000 kits premium (x3)

Isto resulta num custo total ótimo de 22 530 000€ (*objective*).

(ii) na maximização do total de kits enviados?

Recorrendo ao modelo 2 em programação linear criado em *Python* com a função objetivo de maximização para o total de kits enviados e respectivas restrições criadas na alínea a), obtiveram-se os seguintes *outputs*:

```
objective: 808.33333
x1: 778.33333
x2: 0.0
x3: 30.0
carga_transportada: -3.9999998989515007e-05
pessoas_ajudadas: 396999.99000000002
minimo_kits_premium: 0.0
```

Se a organização estiver apenas interessada na maximização do total de kits enviados, a mesma deve enviar:

- cerca de 778 centenas/77 800 kits básicos (x_1)
- exatamente 0 kits médios (x_2)
- 30 centenas/3 000 kits premium (x_3)

O que dá um total ótimo de aproximadamente 80 800 kits a enviar (*objective*).

A organização tem hipótese de atingir os dois objetivos em simultâneo?

Sim, nesse caso trata-se de um problema de tomada de decisão multicritério, mais especificamente multiobjetivo (não existem soluções ótimas, apenas soluções de compromisso), onde o objetivo é minimizar o custo total associado à aquisição dos kits de ajuda, e simultaneamente maximizar o número total de kits transportados. Os métodos utilizados para o problema em questão são métodos geradores, isto é, originam soluções ótimas (de pareto) sem ter em consideração as preferências do agente decisor.

O modelo em programação linear multiobjetivo seria o exemplificado na alínea a).

Questão d)

Admitindo que a organização atribui igual importância aos objetivos, determine uma solução de envio de kits que garanta:

- um custo de envio de aproximadamente 22.5 milhões de euros; e
- o envio de aproximadamente 80800 kits.

Explique detalhadamente a metodologia aplicada. Comente a solução obtida.

Ao assumir que todos os objetivos apresentam igual importância, introduz-se um problema de programação por metas do tipo não preemptiva.

Na programação por metas é estabelecido um valor alvo numérico específico para cada um dos objetivos e, consequentemente procurada a solução que minimiza a soma (ponderada ou não) dos desvios destes objetivos face aos correspondentes valores alvo. Sendo o nível de aspiração o valor alvo numérico desejado ou o nível satisfação da função objetivo em consideração, e a meta uma função objetivo com o respectivo nível de aspiração.

Assim, para a formulação do problema em causa, são criadas as variáveis:

d_1^- e d_1^+ → desvios negativo e positivo, respetivamente, da restrição R_5

d_2^- e d_2^+ → desvios negativo e positivo, respetivamente, da restrição R_6

E são acrescentadas duas novas restrições *soft* (representam metas a atingir) às previamente criadas:

$$R_5: 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 + d_1^- - d_1^+ = 22500000 \text{ (em euros)}$$

Remete um custo de envio de aproximadamente 22 500 000 €. Na restrição d_1^- representa o desvio do valor (em euros) que foi gasto a menos e que faltava para atingir o nível de aspiração, enquanto d_1^+ representa o desvio (valor) que ultrapassou o nível de aspiração.

$$R_6: X_1 + X_2 + X_3 + d_2^- - d_2^+ = 808$$

Corresponde ao envio de aproximadamente 808 centenas/80 800 kits, onde d_2^- representa o desvio do número de kits que foram enviados a menos, e como tal podiam ter sido enviados a mais de modo a atingir o nível de aspiração, enquanto d_2^+ representa o número de kits que ultrapassou o nível de aspiração.

As restantes restrições (R_1, R_2, R_3 e R_4) tratam-se de metas *hard*, as quais têm obrigatoriamente de ser respeitadas, pelo que não contêm desvios.

As funções objetivo F_1 e F_2 deixam de fazer sentido, uma vez que o que se pretende é a minimização da soma (não ponderada) dos desvios destes objetivos face aos correspondentes níveis de aspiração.

Assim sendo, a nova função objetivo será a minimização da soma de cada desvio a dividir pelo seu valor alvo (isto para todos os desvios ficarem na mesma unidade de medida, tendo pesos iguais na solução final).

$F_3: \text{Min } Z = \frac{d_1^- + d_1^+}{22500000} + \frac{d_2^- + d_2^+}{808} \rightarrow$ função objetivo de minimização da soma não ponderada dos desvios dos objetivos (presentes nas restrições R_5 e R_6) face aos respetivos níveis de aspiração

Modelo 3 - Modelo em Programação Linear Não Preemptiva:

$$F_3: \text{Min } Z = \frac{d_1^- + d_1^+}{22500000} + \frac{d_2^- + d_2^+}{808}$$

s.a.

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000$$
$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000$$
$$R_3: X_3 \geq 30$$
$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0$$
$$R_5: 30000X_1 + 35000X_2 + 105000X_3 + d_1^- - d_1^+ = 22500000$$
$$R_6: X_1 + X_2 + X_3 + d_2^- - d_2^+ = 808$$

Solução obtida em *Python* após correr o modelo anterior:

```
objective: 0.1646996699669967
x1: 646.0
x2: 0.0
x3: 30.0
carga_transportada: -1588.0
pessoas_ajudadas: 0.0
minimo_kits_premium: 0.0
custo_desejado: 0.0
kits_desejados: 0.0
```

Analisando a solução obtida, o que se pretendia era minimizar a soma não ponderada dos desvios e o valor retornado para a mesma foi de aproximadamente 0.16 (*objective*) o que é um resultado ótimo, bastante próximo de zero, pelo que a solução final está muito próxima dos níveis de aspiração desejados.

O custo de envio foi exatamente o desejado, isto é, 22 500 000 € visto que o valor é de zero para esta restrição significa que se cumpriu na totalidade (*custo_desejado*). De igual modo, os kits enviados são exatamente 80 800 tal como o desejado (*kits_desejados*).

Nesta solução são enviados:

- 646 centenas/64 600 kits básicos (*x1*)
- 0 kits avançados (*x2*)
- 30 centenas/3 000 kits premium (*x3*)

A carga total de transporte foi de menos 1588 toneladas face ao máximo possível (10000-1588), ou seja, 8 412 toneladas ou equivalente 8 412 000 Kg (*carga_transportada*).

São ajudadas exatamente 2 100 000 habitantes (*peessoas_ajudadas*), e o número mínimo de 3 000 kits premium enviados também se cumpre como já se vira (*minimo_kits_premium*).

Questão e)

Suponha que a organização decidiu dar mais importância ao cumprimento do nível de aspiração do total de kits enviados. Deste modo, atribuiu uma penalização de 8 pontos por cada 10 kits abaixo do nível de aspiração (80800 kits) e uma penalização de 1 ponto por cada milhão de euros acima do nível de aspiração (22.5 milhões de euros).

Sob este cenário, quantos kits básicos, avançados e premium deve a organização enviar para o país?

Explique detalhadamente a metodologia aplicada. Comente a solução obtida.

Ao dar mais importância a um objetivo, o problema de otimização passa a ser de programação por metas do tipo preemptiva, e para tal são atribuídos pesos diferentes consoante a prioridade de cumprimento do objetivo em causa.

Nesta alínea pretende-se atribuir um peso maior ao nível de aspiração do total de kits enviados, com penalização de 8 pontos por cada 10 kits abaixo do nível de aspiração de kits (80800) e uma penalização de 1 ponto por cada milhão de euros acima do nível de aspiração do custo (22.5 milhões de euros).

Para tal, será necessário atribuir à função objetivo F_3 as variáveis pesos:

$p_1^- = 1 \rightarrow$ peso associado a d_1^- (desvio negativo do custo), igual a 1 pois não é atribuído a este nenhum peso e por definição o peso é igual a 1

$p_1^+ = 1 \rightarrow$ peso associado a d_1^+ (desvio positivo do custo), igual a 1 pois é atribuída uma penalização de 1 por cada milhão de euros acima do nível de aspiração

$p_2^- = 8 \rightarrow$ peso associado a d_2^- (desvio negativo do número de kits), igual a 8 pois são penalizados por 8 pontos cada 10 kits abaixo do nível de aspiração

$p_2^+ = 1 \rightarrow$ peso associado a d_2^+ (desvio positivo do número de kits), igual a 1 por definição

A função objetivo F_3 passa agora a associar os pesos definidos aos respectivos desvios:

$F_4: \text{Min } Z = \frac{p_1^- d_1^- + p_1^+ d_1^+}{22.5} + \frac{p_2^- d_2^- + p_2^+ d_2^+}{8080} \rightarrow$ função objetivo de minimização da soma ponderada dos desvios dos objetivos (presentes nas restrições R_5 e R_6) face aos respetivos níveis de aspiração

As restrições R_5 e R_6 que tocam ao custo e número de kits são alteradas para as unidades dezenas e milhões, respetivamente, pois as penalizações manifestam-se nestas unidades de medida.

$$R_5: 0.03X_1 + 0.035X_2 + 0.105X_3 + d_1^- - d_1^+ = 22.5 \text{ (em milhões de euros)}$$

$$R_6: 0.1(X_1) + 0.1(X_2) + 0.1(X_3) + d_2^- - d_2^+ = 8080 \text{ (em dezenas)}$$

Anteriormente R_5 estava em unidades pelo que se dividiu os preços e nível de aspiração por 1 milhão de modo a converter para milhões. Em R_6 como as variáveis do número de kits e valor alvo se encontravam em centenas, multiplicaram-se por 10 para ficar em dezenas, o que não altera a unidade de medida das variáveis na solução final, somente nesta restrição.

Modelo 4 - Modelo em Programação Linear Preemptiva:

$$F_4: \text{Min } Z = \frac{p_1^- d_1^- + p_1^+ d_1^+}{22.5} + \frac{p_2^- d_2^- + p_2^+ d_2^+}{8080}$$

s.a.

$$R_1: 12X_1 + 18X_2 + 22X_3 \leq 10000$$

$$R_2: 3000X_1 + 3500X_2 + 5400X_3 \geq 2100000$$

$$R_3: X_3 \geq 30$$

$$R_4: X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

$$R_5: 0.03X_1 + 0.035X_2 + 0.105X_3 + d_1^- - d_1^+ = 22.5$$

$$R_6: 10(X_1) + 10(X_2) + 10(X_3) + d_2^- - d_2^+ = 8080$$

Solução obtida em *Python* após correr o modelo anterior:

```
objective: 0.17733333333333334
x1: 778.0
x2: 0.0
x3: 30.0
carga_transportada: -4.0
pessoas_ajudadas: 396000.0
minimo_kits_premium: 0.0
custo_desejado: -4.440892098500626e-16
kits_desejados: 0.0
```

Analisando a solução obtida, o que se pretendia era minimizar a soma ponderada dos desvios e o valor retornado para a mesma foi de aproximadamente 0.18 (*objective*) o que é um resultado mais uma vez ótimo, muito próximo de zero, logo a solução está muito próxima dos níveis de aspiração/objetivos desejados. O custo de envio (*custo_desejado*) está aproximadamente 4.44 milhões de euros abaixo do desejado (22.5 - 4.4), o que dá 18.1 milhões de euros, ou seja, 4 440 000 €. Os kits enviados (*kits_desejados*) são exatamente 80 800 tal como o desejado.

Nesta solução são enviados:

- 778 centenas/77 800 kits básicos (*x1*)
 - 0 kits avançados (*x2*)
 - 30 centenas/3 000 kits premium (*x3*)
- A organização deve enviar
⇒ para o país estas quantias
de kits

A carga total de transporte foi de menos 4 toneladas face ao máximo possível (10000 - 4), ou seja, 4 000 toneladas ou equivalente 4 000 000 Kg (*carga_transportada*).

São ajudadas mais 396 000 pessoas (*pessoas_ajudadas*), ou seja 2 496 000 habitantes, e o número mínimo de 3 000 kits premium enviados (*minimo_kits_premium*) também se cumpre como se observara.