



RELATÓRIO

TRABALHO DE GRUPO

Membro do Grupo:

N.º de Estudante:

Turma pertencente:

Ana Sofia Almeida

111658

CDB2

Filipe Duarte

104646

CDB2

Mariana Pimenta

111664

CDB2

Miguel Celestino

111590

CDB2

Rita Guerreiro

112018

CDB2

Unidade Curricular:

Otimização Heurística

Tipo(s) Sanguíneo(s):

	A		AB
	B		O
X	OH		

Todos os membros do
grupo pertencem ao grupo
sanguíneo OH

Número de Grupo: 3

Docente: Mafalda Ponte

Observações:

Enunciado do trabalho:

Uma clínica possui uma equipa de 10 enfermeiros (E1, E2, ..., E10) que, num dado dia de trabalho, vai participar num conjunto de 14 procedimentos médicos (P1, P2, ..., P14). Os enfermeiros dividem-se em três categorias. A descrição das categorias, bem como a distribuição dos enfermeiros pelas mesmas, encontra-se detalhada na Tabela 1.

Categoria	Descrição	Membros
1	Enfermeiro	E1, E2, E3, E4
2	Enfermeiro Especialista	E5, E6, E7, E8
3	Enfermeiro Gestor	E9, E10

Tabela 1: Distribuição dos enfermeiros por categoria

Cada procedimento requer exatamente 3 enfermeiros, sendo que alguns procedimentos (procedimentos regulares) podem ser realizados por qualquer enfermeiro, enquanto outros (procedimentos complexos) apenas podem ser realizados por enfermeiros das categorias 2 ou 3.

A clínica tem disponíveis duas salas onde os procedimentos podem ter lugar, o que significa que há sempre dois procedimentos a decorrer em simultâneo. Assim, o dia de trabalho divide-se em 7 períodos, sendo que em cada período decorrem dois procedimentos. A distribuição dos procedimentos pelos períodos já é conhecida, encontrando-se detalhada na Tabela 2. Esta tabela também indica quais os procedimentos que são regulares e quais os que são complexos.

Período	Procedimentos
1	P1 (regular), P2 (regular)
2	P3 (complexo), P4 (regular)
3	P5 (regular), P6 (regular)
4	P7 (complexo), P8 (complexo)
5	P9 (regular), P10 (complexo)
6	P11 (regular), P12 (complexo)
7	P13 (regular), P14 (regular)

Tabela 2: Distribuição dos procedimentos pelos períodos

Para simplificar o problema, vamos assumir que um dado período só começa quando ambos os procedimentos do período anterior estão terminados. Por outras palavras, a duração de um período corresponde à duração do procedimento mais demorado desse mesmo período. O ficheiro Excel, Trab_Grupo, que se encontra no Moodle, na pasta “Trabalho de Grupo”, contém uma tabela que indica, para cada procedimento, o tempo, em minutos, que cada enfermeiro demora a cumprir as suas funções. A duração de um procedimento corresponde ao tempo máximo entre os três enfermeiros que lhe estão afetos. Por exemplo, se o procedimento P1 for atribuído aos enfermeiros E1 (79 minutos), E2 (80 minutos) e E3 (48 minutos), e P2 for atribuído a E4 (55 minutos), E5 (68 minutos) e E6 (63 minutos), então o procedimento P1 demorará 80 minutos, o procedimento P2 demorará 68 minutos, e, portanto, o período 1 durará 80 minutos, o tempo necessário para que tanto P1 como P2 estejam concluídos. Finalmente:

- Cada enfermeiro pode participar, no máximo, em 5 procedimentos.
- O mesmo enfermeiro não pode participar nos dois procedimentos do mesmo período.

Idealmente, a equipa pretende minimizar a duração total do dia de trabalho, que consiste na soma das durações dos 7 períodos para menos de 8 horas sem que desrespeitar nenhuma das restrições.

Resumindo o problema

Numa clínica:

- ◇ Existem 10 equipas de enfermeiros (E1, ..., E10), estando cada um associado a uma categoria de 1 a 3 (Enfermeiro, Enfermeiro Especialista, e Enfermeiro Gestor, respetivamente);
- ◇ Existem também 14 procedimentos (P1, ..., P14) a realizar por dia. Dentro dos procedimentos, existem complexos e regulares.
- ◇ O dia está dividido em 7 períodos, sendo que em cada período, ocorrem 2 procedimentos ao mesmo tempo;
- ◇ Cada período só começa quando os dois procedimentos anteriores tiverem acabado;
- ◇ Cada período acaba quando termina o procedimento mais longo;
- ◇ Cada procedimento corresponde ao tempo máximo dos 3 enfermeiros afetados.

Objetivo: Minimizar a duração total do dia de trabalho.

Restrições:

- ◇ Cada enfermeiro só pode participar em 5 procedimentos por dia;
- ◇ Um mesmo enfermeiro não pode participar em 2 procedimentos ao mesmo tempo.
- ◇ Os procedimentos regulares podem ser realizados por qualquer categoria de enfermeiro, enquanto os procedimentos complexos, só podem ser realizados por enfermeiros de categoria 2 ou 3.

a) Descreva, por palavras, uma solução admissível para o problema da clínica.

Uma solução admissível para este problema teria de cumprir obrigatória e simultaneamente com as 3 restrições definidas. Isto significa que cada enfermeiro só pode participar, no máximo, em 5 procedimentos por dia; um enfermeiro não pode participar em 2 procedimentos ao mesmo tempo; e teria de garantir que, aos procedimentos complexos, apenas estavam afetados enfermeiros de categoria 2 ou 3.

b) Desenvolva uma heurística para determinar uma afetação admissível dos enfermeiros aos procedimentos. Com base na heurística desenvolvida, apresente uma solução admissível para o problema da clínica.

Uma heurística eficaz para a alocação de enfermeiros a procedimentos é crucial para o bom funcionamento da clínica, garantindo o cumprimento dos requisitos de qualificação.

Decidimos utilizar uma heurística semialeatória, pois estas garantem o equilíbrio entre a aleatoriedade e o controlo, o que é bastante vantajoso no contexto do problema onde é desejável alguma diversidade, e a eficiência e admissibilidade das soluções obtidas.

Processo da Heurística Semialeatória

Passo 1 – Preenchimento dos procedimentos complexos

- a) Escolher aleatoriamente um procedimento complexo;
- b) Escolher aleatoriamente 3 enfermeiros aptos para esse procedimento, ou seja, que verifiquem:
 - Que todos pertencem à segunda ou terceira categoria;
 - Que o mesmo enfermeiro não está já atribuído ao mesmo período;
- c) Repetir até todos os procedimentos complexos estarem preenchidos.

Passo 2 – Preenchimento dos procedimentos regulares

- a) Selecionar aleatoriamente um procedimento regular;
- b) Escolher aleatoriamente 3 enfermeiros para esse procedimento que verifiquem:
 - a. Que não estejam já atribuídos ao período;
 - b. Que tenham participado em menos de 5 procedimentos;
- b) Repetir até todos os procedimentos estarem completos.

Assim, a heurística desenvolvida introduz aleatoriedade ao selecionar os procedimentos e enfermeiros, e, controlo ao aplicar regras determinísticas para garantir que essas seleções sejam válidas e eficientes. Deste modo, é assegurado que todos os procedimentos sejam devidamente preenchidos, respeitando as restrições de qualificação e distribuição de carga de trabalho entre os enfermeiros. Como tal, através da aplicação desta heurística são geradas somente soluções admissíveis no contexto do problema da clínica.

Para esta heurística, uma solução admissível, seria por exemplo:

Período	Afetação dos enfermeiros aos procedimentos
1	1 – (2, 3, 1); 2 – (8, 4, 7)
2	3 – (8, 7, 9); 4 – (1, 10, 6)
3	5 – (1, 10, 5); 6 – (2, 6, 8)
4	7 – (9, 8, 5); 8 – (7, 6, 10)
5	9 – (4, 1, 2); 10 – (9, 5, 10)
6	11 – (9, 6, 3); 12 – (5, 7, 8)
7	13 – (9, 2, 10); 14 – (4, 3, 6)

Nesta solução o dia de trabalho teria uma duração total de: $84 + 87 + 74 + 86 + 90 + 89 + 81 = 591$ minutos, o que corresponde, aproximadamente a aproximadamente 10h

c) Defina um cromossoma que permita codificar uma afetação dos enfermeiros aos procedimentos.

Um cromossoma possível para o problema da clínica remete uma lista de 7 elementos, onde:

- Cada gene representa um período;
- Cada alelo representa um conjunto de 2 procedimentos com 3 enfermeiros cada.

Pelo que as estruturas de um Cromossoma, Gene e Alelo serão respetivamente:

Cromossoma: Um conjunto de 7 períodos que será a solução para o problema.

Representação: Cromossoma = $[[[P1], [P2]], [[P3], [P4]], [[P5], [P6]], [[P7], [P8]], [[P9], [P10]], [[P11], [P12]], [[P13], [P14]]]$; onde $P1, \dots, P14$ representam os períodos

Gene: Cada período individual.

Representação de um gene específico (i): Gene $i = [[Px], [Py]]$; onde Px e Py representam os períodos x e y

Alelo: Um conjunto de 2 procedimentos, cada um com 3 enfermeiros.

Representação de um alelo específico (j): Alelo $j = [[Ex, Ey, Ez], [Ea, Eb, Ec]]$; considerando que cada gene é composto por um alelo representado como $[[Px], [Py]]$, onde Px e Py são: $Px = [Ex, Ey, Ez]$; $Py = [Ea, Eb, Ec]$, Ex, Ey, \dots representam os enfermeiros.

Assim, um cromossoma por nós definido é um conjunto de 7 genes, onde cada gene é composto por 2 procedimentos e cada procedimento aloca 3 enfermeiros.

Por exemplo, representando a solução obtida na alínea anterior, ficaria:

Cromossoma solução = $[[[2, 3, 1], [8, 4, 7]], [[8, 7, 9], [1, 10, 6]], [[1, 10, 5], [2, 6, 8]], [[9, 8, 5], [7, 6, 10]], [[4, 1, 2], [9, 5, 10]], [[9, 6, 3], [5, 7, 8]], [[9, 2, 10], [4, 3, 6]]]$

Visualmente:

Gene 1	Gene 2	Gene 3	Gene 4	Gene 5	Gene 6	Gene 7
$P1 = [E2, E3, E1]$ $P2 = [E8, E4, E7]$	$P3 = [E8, E7, E9]$ $P4 = [E1, E10, E6]$	$P5 = [E1, E10, E5]$ $P6 = [E2, E6, E8]$	$P7 = [E9, E8, E5]$ $P8 = [E7, E6, E10]$	$P9 = [E4, E1, E2]$ $P10 = [E9, E5, E10]$	$P11 = [E9, E6, E3]$ $P12 = [E5, E7, E8]$	$P13 = [E9, E2, E10]$ $P14 = [E4, E3, E6]$

Enfermeiros = $[E1, \dots, E10]$; Procedimentos = $[P1, \dots, P14]$

d) Tendo em conta a codificação que sugeriu em c), proponha um operador de crossover e exemplifique-o no contexto do problema da clínica.

Uma das etapas cruciais dos algoritmos genéticos é o crossover. Este tem como objetivo a obtenção de novas soluções, a partir da população atual. Nela, são combinadas partes de dois cromossomas pais para gerar novos filhos, explorando a diversidade genética e procurando melhores soluções.

Para a codificação proposta anteriormente, decidimos aplicar uma adaptação do crossover uniforme, onde são gerados dois filhos a partir de dois pais, num modelo geracional. Este método permite uma combinação flexível das características dos pais, potencialmente levando a uma melhoria na solução ao longo de sucessivas gerações.

Operador de Crossover

- 1) Selecionar um gene aleatório de um cromossoma (pai1);

- 2) Para cada procedimento desse gene pai1, pesquisar os 3 enfermeiros dos procedimentos correspondentes no mesmo gene do pai2:
 - a. Verificar se a troca desse enfermeiro com 1 dos 3 enfermeiros de cada um dos procedimentos do gene correspondente no pai2 resulta numa solução admissível;
 - b. Se encontrarmos uma mudança admissível, calculamos um valor aleatório entre 0 e 1, e caso esse valor seja maior que 0.5 (p_c - probabilidade de crossover):
 - i. Efetuamos a mudança;
 - c. Se não, não efetuamos a mudança.
- 3) Repetir este processo para todos os alelos dentro dos cromossomas pai1.

O operador de crossover proposto, ao selecionar aleatoriamente genes de um dos pais e verificar a viabilidade de troca de enfermeiros com o outro pai, explora a diversidade genética e garante a obtenção de soluções admissíveis. A introdução de um elemento de aleatoriedade no processo de decisão introduz flexibilidade, permitindo que a troca ocorra com base numa probabilidade estabelecida. Esta abordagem tenciona gerar soluções que sejam tanto eficazes quanto aplicáveis na prática, garantindo assim a sua utilidade real numa clínica.

e) Tendo em conta a codificação que sugeriu em c), proponha um operador de mutação e exemplifique-o no contexto do problema da clínica.

A mutação consiste num ajuste através do qual a partir de um cromossoma se obtém outro, esta é aplicada no sentido de introduzir aleatoriedade no algoritmo.

Tendo em conta a codificação na alínea anterior, o operador mutação proposto foi inspirado na mutação por troca. De uma maneira geral, a partir de um cromossoma são selecionados aleatoriamente dois genes e trocam-se os seus alelos. Este operador só ocorre se a probabilidade de mutação (p_m) for maior que um número gerado aleatoriamente de uma distribuição uniforme (u).

Operador de Mutação

Este operador só será aplicado num cromossoma se a probabilidade de mutação (0.15) foi maior que um número gerado aleatoriamente de uma distribuição uniforme. Se isso se verificar, é iniciado o operador de mutação na função:

- 1) Selecionar aleatoriamente dois procedimentos aleatórios para troca. Não serão aceites dois procedimentos iguais;
- 2) É realizada a troca entre estes dois procedimentos. A troca efetua-se se:
 - a. A consistência entre os procedimentos complexos se mantém (No cromossoma, é verificado se nos procedimentos classificados como complexos tem no mínimo um enfermeiro dos três compatível para esse procedimento);
 - b. Verificar para cada período se contém enfermeiros únicos (No cromossoma, o mesmo enfermeiro não pode estar nos mesmos procedimentos do mesmo

período, ou seja, têm que existir obrigatoriamente seis enfermeiros diferentes num período específico)

Se pelo menos uma destas condições não se verificar, volta-se ao Passo 1.

- f) Os operadores propostos em d) e e) garantem a obtenção de soluções admissíveis para o problema da clínica? Caso não garantam, justifique que tipos de inadmissibilidades os operadores indicados podem gerar e indique como pode ultrapassar esta situação na implementação do algoritmo genético.**

Os operadores definidos já garantem a admissibilidade. No entanto, caso os mesmos não garantissem admissibilidade, haveria uma necessidade de criar um algoritmo que, conforme uma solução não admissível, a tornasse apta para fazer parte do conjunto de soluções.

Para resolver problemas de não admissibilidade:

O que é que poderia ser feito?

- Desenvolver um operador adequado ao problema, que não gerasse soluções não admissíveis;
- Utilizar um procedimento para reparar a não admissibilidade, trocando o valor de alguns genes;
- Utilizar uma função de avaliação, que não fosse apenas a função objetivo, mas que contivesse também parcelas que penalizem a aptidão do cromossoma em função da não admissibilidade da solução.

O que é que fizemos e porquê?

Para contornar o obstáculo, que é a obtenção de soluções não admissíveis, foi utilizada a primeira solução. O operador de crossover e de mutação garantem logo que não se obtêm soluções não admissíveis, não sendo depois necessário alterar soluções obtidas.

- g) Na tentativa de determinar uma solução admissível de qualidade, a clínica irá definir e implementar um algoritmo genético. Tendo em conta as alíneas anteriores e sabendo que a clínica deseja uma afetação dos procedimentos aos enfermeiros que não ultrapasse as 8 horas, apresente o pseudocódigo para a aplicação do algoritmo.**

Definição de parâmetros antes de introduzir o algoritmo

- ◇ **Dimensão da população:** $n = 30$ cromossomas.
- ◇ **Tamanho dos cromossomas:** O cromossoma contém 7 genes (períodos, no contexto do problema).
- ◇ **Modelo de populações:** Foi decidido um modelo geracional, onde em cada iteração são gerados 30 filhos que substituem toda a população atual.
- ◇ **Função de Aptidão:** Minimização do tempo de duração total do dia de trabalho, ou seja, a soma das durações dos 7 períodos (equivalente à função objetivo do problema).
- ◇ **Seleção dos Pais:** Optou-se pela seleção por ordenação, onde se organizam os pais pelo valor de aptidão, fazendo uma escolha de K pais aleatoriamente e escolhendo o que se encontra posicionado mais acima na lista (ou seja, o com melhor valor de aptidão). Repete-se o processo mais uma vez para escolher o segundo pai, e agrupam-se os dois pais como preparação para o crossover.
- ◇ **Operador de Cruzamento:** Crossover Uniforme (definido na alínea d).
- ◇ **Operador de Mutação:** Mutação por Troca (definido na alínea e).
- ◇ **Critério de Paragem:** Obtenção de uma afetação dos procedimentos aos enfermeiros que não ultrapasse as 8 horas totais de trabalho, nesse dia.

Pseudocódigo do Algoritmo Genético

1º passo – Aplicar a heurística semialeatória definida na alínea b) para obtenção de uma população de tamanho igual a 30.

2º passo – Guardar a primeira solução da população inicial como melhor solução encontrada até ao momento e o seu respetivo tempo de trabalho.

3º passo – Caso a melhor solução encontrada até ao momento não tenha um valor da função objetivo (número total de horas do dia de trabalho) igual ou inferior a 8h:

- a) Caso não seja a primeira iteração definir os filhos obtidos anteriormente como pais.
- b) Seleção de pares de pais, utilizando a seleção por ordenação e seguindo os seguintes passos:
 - 1) Calcular o valor de aptidão de todos os cromossomas da população atual.
 - 2) Organizar todos os cromossomas da população de acordo com os seus valores de aptidão, por ordem ascendente.
 - 3) Escolher k cromossomas (no caso do algoritmo criado, 5 cromossomas) e escolher o cromossoma com melhor valor de aptidão. Repetir o processo com outros 5 cromossomas diferentes e aleatórios e agrupar os dois cromossomas resultantes como um par de pais.
 - 4) Repetir até que todos cromossomas estejam organizados em pares, de acordo com o seu valor de aptidão.
- c) Operação de crossover, seguindo os seguintes passos:
 - 5) Pesquisar os enfermeiros alocados a cada procedimento do pai1;
 - 6) Para cada procedimento do pai2, correspondente ao procedimento do pai1, pesquisar os 3 enfermeiros aí alocados;
 - 7) Verificar se o enfermeiro a pesquisar está disponível, ou seja, se já está alocado a 5 procedimentos;

- 8) Verificar se o enfermeiro a pesquisar se encontra no outro procedimento desse mesmo período;
- 9) Caso se verifiquem as últimas duas condições:
 - i. Gerar um número aleatório pertencente ao intervalo $[0, 1]$;
 - ii. Caso esse número seja superior a 0.5, efetuar a troca dos enfermeiros entre o pai1 e o pai2.
- d) Para cada cromossoma filho obtido a partir do crossover, calcula-se um número aleatório de 0 a 1 e, caso esse número seja superior a 0.85, aplica-se um operador de mutação, seguindo os seguintes passos:
 - 10) Definir os procedimentos complexos e os enfermeiros de categoria 2 e 3;
 - 11) Selecionar aleatoriamente 2 procedimentos para trocar
 - i. Caso os dois procedimentos selecionados sejam iguais não se efetua a troca e repete-se o processo de seleção dos procedimentos
 - ii. Caso contrário, determinar a localização dos procedimentos selecionados na estrutura do cromossoma (em qual período se encontram e se é o primeiro ou segundo procedimento desse período).
 - 12) Realizar a troca dos procedimentos selecionados
 - 13) Verifica se a troca mantém a consistência dos procedimentos complexos, ou seja, se os procedimentos complexos ainda contêm enfermeiros da categoria 2 ou 3.
 - 14) Verifica se cada período contém enfermeiros únicos
 - 15) Caso se verifiquem os últimos 2 pontos, realiza-se a troca, obtendo-se um novo cromossoma.
- e) Selecionar a melhor solução de entre os filhos obtidos e, caso esta tenha um melhor valor da função objetivo do que a melhor solução encontrada até ao momento, atualizar a melhor solução encontrada.

4º passo – Repetir todo o processo até a melhor solução encontrada ter um valor de função objetivo igual ou inferior a 8h.

Nota: Caso o algoritmo não tenha chegado a uma solução aleatória admissível em 200 iterações, gera um novo conjunto de soluções e continua a aplicar o algoritmo genético a partir dessa nova solução.

Resumindo o algoritmo genético:

- ◇ Primeiramente é criada uma população inicial de 30 cromossomas recorrendo a uma heurística semi-aleatória. A melhor solução inicial é definida como a primeira solução da população;

- ◊ De seguida, o algoritmo verifica se a melhor solução atual atende ao critério de tempo de trabalho igual ou inferior a 8 horas. Se não atender, o processo continua com a seleção de pares de pais usando o método de seleção por ordenação.
- ◊ Após a seleção dos pais, segue-se o crossover, onde características dos pais são combinadas para criar novos indivíduos. Isso é feito trocando enfermeiros entre os pais, com base em certas condições e um valor aleatório.
- ◊ Posteriormente, há a possibilidade de ocorrer uma mutação por troca nos filhos gerados, a qual envolve a troca aleatória de procedimentos num filho, desde que essa troca não afete a consistência dos procedimentos complexos ou a unicidade dos enfermeiros em cada período.
- ◊ Após a mutação, a melhor solução é atualizada com base nos filhos gerados. Se um filho tiver uma solução melhor do que a melhor solução atual, ele se torna a nova melhor solução.
- ◊ Todo o processo é repetido até que a melhor solução atenda ao critério de paragem, ou seja, um tempo de trabalho igual ou inferior a 8 horas.

h) Implemente o procedimento definido na alínea g).

A implementação do GA encontra-se definido no ficheiro de código enviado em conjunto com este relatório.

i) Execute o código desenvolvido e faça uma breve análise à solução admissível obtida para o problema da clínica.

Ao implementar o código, com as heurísticas e operadores desenvolvidos, verificou-se que o algoritmo não chegava a uma solução que cumprisse com os critérios de paragem. O melhor valor encontrado era atualizado durante algumas iterações, mas, a partir de um certo momento, esse valor estagnava e não cumpria o critério de paragem até realizar as 200 iterações. Ao voltar a gerar um novo conjunto de soluções iniciais e ao voltar a correr o algoritmo genético, este processo acontecia novamente e tornava-se num ciclo infinito.

Por isso foi decidido alterar o seguinte aspeto do algoritmo genético:

- ◊ **Critério de paragem:** Foi adicionado mais um critério de paragem ao anteriormente definido que define que, se a solução não melhorar após 500 iterações, o algoritmo para e guardamos essa solução como melhor solução encontrada.

Ao correr a nova implementação do código genético num conjunto de soluções aleatórias, uma das soluções obtidas foi:

	1º Procedimento	2º Procedimento
Período 1:	P1: E8, E3, E4	P2: E1, E7, E2
Período 2:	P3*: E10, E5, E7	P4: E8, E9, E1
Período 3:	P5: E2, E4, E1	P6: E9, E8, E3
Período 4:	P7*: E6, E9, E10	P8*: E7, E8, E5
Período 5:	P9: E10, E5, E4	P10*: E8, E6, E9

Período 6:	P11: E3, E1, E4	P12*: E7, E5, E6
Período 7:	P13: E2, E1, E6	P14: E5, E9, E10

*Procedimentos complexos

Como é possível ver após uma análise, a solução é admissível, pois:

- Nenhum dos enfermeiros tem mais que 5 turnos;
- Nenhum dos enfermeiros participa em mais que um turno por período;
- Todos os procedimentos complexos têm enfermeiros aptos;

Enfermeiros que não preencheram o limite máximo de turnos, e os turnos que fizeram respetivamente: {1: 3, 2: 4, 3: 4, 4: 2, 5: 4, 7: 4}

Isto resulta num turno total de 8 horas e 39 minutos, que não é menor que 8 horas como desejável, mas admissível de acordo com o problema.