Zestaw 4

Wstęp do zarządzania finansami

Obligacje

1. Obligacja o nominale F wypłaca kupony $C_1, C_2, \ldots, C_n$. Ile wynosi jej obecna wartość (oznaczmy ją P) przy stałej stopie procentowej r?

2. Obligacja o nominale F wypłaca kupony $C_1, C_2, \ldots, C_n$. Stopy spot w kolejnych latach wynoszą $r(1), r(2), \ldots, r(n)$. Ile wynosi jej wartość P?

3. Obligacja o nominale F wypłaca m razy w roku kupony o stałej wysokości $\frac{C}{m}$ - łącznie n razy. Ile wynosi jej obecna wartość P przy stałej stopie procentowej r?

4. Dane są trzy obligacje o nominale 100 płacące kupon raz do roku:

   (a) roczna obligacja o cenie 99,77 i oprocentowaniu 6%,

   (b) dwuletnia obligacja o cenie 98,51 i oprocentowaniu 5%,

   (c) trzyletnia obligacja o cenie 96,40 i oprocentowaniu 4%.

   Wyznacz stopy spot $r(1)$, $r(2)$ i $r(3)$.

Obligacje - stopa par

5. Obligacja o nominale F wypłaca m razy w roku kupony o stałej wysokości $\frac{C}{m}$ - łącznie n razy. Stopy spot wynoszą $r(t_i)$, $i = 1, 2, \ldots, n$? Jaka jest zależność pomiędzy stopami spot, a oprocentowaniem obligacji (oznaczmy je c), takim, że $C = cF$ jeżeli spełniony jest warunek, że cena obligacji jest równa jej nominałowi?

6. Ile wynosi stopa par dla dwuletniej obligacji o nominale 100, płacącej kupon raz w roku, jeśli roczna stopa spot wynosi 5%, a dwuletnia $5,5\%$?

Obligacje - stopa YTM

7. Ile wynosi wewnętrzna stopa zwrotu (oznaczmy ją y) obligacji o nominale F, cenie P i kuponach $C_1, C_2, \ldots, C_n$?

8. Dwuletnia obligacja o nominale 100 i cenie 90 wypłaca raz w roku kupon w wysokości 5. Ile wynosi jej YTM?

Obligacje - Duration

9. Jak procentowo zmieni się cena obligacji o duration równym 6, jeśli stopa YTM wzrośnie o 10 punktów bazowych?

Teoria portfela

10. Cena akcji pewnej spółki wynosi $S(0) = 40$ PLN. Analityk zakłada, że za rok stopa zwrotu z inwestycji w akcje tej spółki może wynosić

$$K = \begin{cases} -15\% & \text{, z prawdopodobieństwem } p_1 = 0.25 \\ 5\% & \text{, z prawdopodobieństwem } p_2 = 0.40 \\ 20\% & \text{, z prawdopodobieństwem } p_3 = 0.35 \end{cases}$$

Wyznacz

(a) oczekiwaną stopę zwrotu,

(b) oczekiwaną cenę akcji za rok,

(c) wariancję i odchylenie standardowe stopy zwrotu.

Następnie podaj postać dystrybuanty zmiennej K i narysuj jej wykres.

11. Załóżmy że ceny akcji wynoszą $S_1(0) = 40$ PLN, $S_2(0) = 25$ PLN. Inwestujemy 2 100 PLN zajmując pozycje $x_1 = 30$, $x_2 = 36$ w akcjach spółek.

    (a) Wyznacz wagi spółek w portfelu.

    (b) Za miesiąc ceny akcji wynoszą $S_1(1) = 28$ PLN, $S_2(1) = 50$ PLN. Oblicz wartość portfela $V(1)$, wagi akcji w portfelu oraz stopę zwrotu z portfela.

12. Niech $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ będzie przestrzenią probabilistyczną z $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, $\mathcal{F} = 2^\Omega$ oraz $\mathbb{P}(\omega_1) = 0,4$, $\mathbb{P}(\omega_2) = 0,2$, $\mathbb{P}(\omega_3) = 0,4$. Rozważmy dwa walory takie, że:

$$K_1(\omega) = \begin{cases} -10\% & ,\text{dla } \omega = \omega_1 \\ 0 & ,\text{dla } \omega = \omega_2 \\ 20\% & ,\text{dla } \omega = \omega_3 \end{cases}, \quad K_2(\omega) = \begin{cases} 20\% & ,\text{dla } \omega = \omega_1 \\ 20\% & ,\text{dla } \omega = \omega_2 \\ 10\% & ,\text{dla } \omega = \omega_3 \end{cases}$$

    Porównaj wartości σ_1^2, σ_2^2 i σ_w^2, jeśli

    (a) $w_1 = 40\%$, $w_2 = 60\%$,

    (b) $w_1 = 80\%$, $w_2 = 20\%$,

    (c) $w_1 = -50\%$, $w_2 = 150\%$,

13. Wykaż, że jeśli na rynku nie jest możliwa krótka sprzedaż to wariancja portfela σ_w^2 spełnia zależność

$$\sigma_w^2 \leqslant \max\{\sigma_1^2, \sigma_2^2\}.$$

14. Rozważmy dwa walory z parametrami $\mu_1 = 9\%$, $\mu_2 = 15\%$. Czy za pomocą tych walorów można uzyskać portfel o oczekiwanej stopie zwrotu $\mu_w = 30\%$? Jeżeli tak, to czy zawsze jest to wykonalne?

15. Na rynku są notowane ceny dwóch akcji. Parametry pierwszej akcji wynoszą $\mu_1 = 12\%$, $\sigma_1 = 25\%$. Oczekiwana cena drugiej akcji wynosi $\mathbb{E}(S_2(1)) = 50$ PLN, a odchylenie standardowe ceny akcji wynosi $\sqrt{Var(S_2(1))} = 10$ PLN. Jaka powinna być cena dzisiaj drugiej akcji $S_2(0)$ tak, aby drugi walor dominował nad pierwszym?

16. Niech $\mu_1 = 0,12$, $\sigma_1 = 0,2$, $\mu_2 = 0,15$, $\sigma_2 = 0,4$, $\sigma_{12} = -0.02$. Dla jakiego portfela

    (a) $\mu_w = 11\%$?

    (b) $\mu_w = 16\%$?

    (c) $\mu_w = 100\%$

    Ile wynosi σ_w w każdym z tych przypadków?