

Zestaw 6

Wstęp do zarządzania finansami

Opcje europejskie

1. Naskicuj funkcje wypłaty i funkcje zysku:

- (a) opcji kupna,
- (b) opcji sprzedaży.

2. Jaka jest zależność między cenami opcji kupna i opcji sprzedaży, jeżeli cena ich wykonania, a cena kontraktu terminowego na ten sam walor:

- (a) są równe,
- (b) nie są równe?

3. Podaj obie strategie arbitrażowe, które są możliwe, gdy relacja cen między opcją kupna, a opcją sprzedaży nie jest zachowana.

4. Udowodnij, że jeśli $K_1 < K_2$, to

$$C(K_1) > C(K_2)$$

oraz

$$P(K_1) < P(K_2)$$

podając odpowiednie strategie arbitrażowe.

5. Udowodnij, że jeśli $K_1 < K_2$, to

$$C(K_1) - C(K_2) < e^{-rT}(K_2 - K_1)$$

oraz

$$P(K_2) - P(K_1) < e^{-rT}(K_2 - K_1).$$

6. Jak musi być obecna cena akcji, by opcje call i put były nazwane:

- (a) ITM (in-the-money) czyli gdyby można było je zrealizować dziś to przyniosłyby zysk,
- (b) ATM (at-the-money) czyli gdyby można było je zrealizować dziś to przyniosłyby zero,
- (c) OTM(out-the-money) czyli gdyby można było je zrealizować dziś to przyniosłyby stratę.

7. Instrument bazowy (akcja) generuje przepływy pieniężne w dyskretnych chwilach czasu t_1, \dots, t_k w czasie życia instrumentu pochodnego (opcji). Wówczas

$$C(0) - P(0) = S(0) - \text{div}(0) - Ke^{-rT},$$

gdzie

$$\text{div}(0) = \text{div}(1)e^{-rt_1} + \dots + \text{div}(k)e^{-rt_k}.$$

Podaj obie strategie arbitrażowe, które są możliwe, gdy powyższa relacja nie jest zachowana.

8. Instrument bazowy (akcja) generuje ciągle przepływy pieniężne w czasie życia instrumentu pochodnego (opcji). Wówczas

$$C(0) - P(0) = S(0)e^{-qT} - Ke^{-rT},$$

gdzie q to stopa dywidendy.

Podaj obie strategie arbitrażowe, które są możliwe, gdy powyższa relacja nie jest zachowana.

9. Niech $K_1 < K_2$ oraz $\alpha \in (0, 1)$. Udowodnij, że

$$C(\alpha K_1 + (1 - \alpha)K_2) \leq \alpha C(K_1) + (1 - \alpha)C(K_2)$$

oraz

$$P(\alpha K_1 + (1 - \alpha)K_2) \leq \alpha P(K_1) + (1 - \alpha)P(K_2)$$