

# ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL E SIMULAÇÃO

## *Projeto 2: Métodos de Monte Carlo em Inferência Estatística e Métodos de Reamostragem*

*Ano letivo 2021/22*

1. Pretende-se calcular o valor dos seguintes integrais, usando o método de integração de Monte Carlo e Amostragem de Importância (se necessário)

$$I_1 = \int_0^1 \int_0^1 e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} dx dy,$$

e

$$I_2 = \int_{-2}^2 \int_{-2}^2 e^{+\frac{1}{2}(x^2+y^2)} dx dy.$$

Obtenha aproximações para os integrais, usando os procedimentos que entender, apresente os respetivos erros de Monte Carlo e compare com os valores corretos.

OBS: Repare que  $f_{X,Y}(x,y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}$  é a função densidade de probabilidade conjunta da variável aleatória normal bivariada  $(X,Y)$  quando as marginais  $X$  e  $Y$  são independentes e normais  $N(0,1)$ .

2. Considere uma série temporal definida por

$$X_t = aX_{t-1} + bX_{t-1}Y_{t-1} + Y_t,$$

onde  $Y \sim N(0,1)$ . Sabe-se que

$$S = \frac{\sum_{t=2}^n X_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^n X_{t-1}^2}$$

é o estimador de mínimos quadrados do parâmetro  $a$ . Suponha o modelo com parâmetros  $a = 0.4$  e  $b = 0.1$ , uma amostra com 100 observações. Pretende-se estimar o parâmetro  $a$ ,

- (a) usando o métodos das réplicas (1000 replicas, pelo menos); obtenha a estimativa do parâmetro, calcule estimativas do viés, do desvio padrão e erro quadrático médio do estimador; faça o boxplot da amostra dos enviesamentos; analise os resultados obtidos. Obtenha ainda um intervalo de confiança para  $a$ , a 98 % de confiança.
- (b) considerando métodos de reamostragem; partindo de uma amostra simulada do modelo apresentado (indique a semente), obtenha estimativas de bootstrap e jackknife, as correspondentes estimativas do viés e do desvio padrão dos estimadores.
- (c) Comente os resultados obtidos usando o método das réplicas e processos de reamostragem.

**Nota:** Acompanhe a resolução dos seguintes exercícios com um *script*, em anexo.