ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL E SIMULAÇÃO

Projeto 3: Estimação(M.V. e bayesiana-métodos MCMC)

Ano letivo 2021/22

Considere os dados incluídos no ficheiro caudais.txt, referentes aos caudais máximos do rio Ocmulgee, registados na estação hidrológica de Hawkinsville, nos anos 1949 a 1984. Considera-se que o modelo que se ajusta é o da distribuição Gumbel, com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} exp\{-\frac{x-\mu}{\sigma} - exp[-\frac{x-\mu}{\sigma}]\}, x \in R, \sigma > 0, \mu \in R.$$

1. Usando funções apropriadas do R, comentando a sua escolha, determine estimativas de máxima verosimilhança para os parâmetros.

   Sugestões a serem consideradas:
   - deduzir equações normais para o cálculo das estimativas de m.v.
   - possível usar uniroot?
   - possivel usar optimize?
   - no caso de precisar estimativas iniciais, pode usar as que se obtêm pelo método dos momentos, dadas por $\hat{\sigma}_{m.m.} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} s_x$ e $\hat{\mu}_{m.m.} = \bar{x} - 0.5772\sigma$

2. Considere o caso particular da distribuição Gumbel referida anteriormente, considerando σ conhecido e dado por $\hat{\sigma}_{m.v.}$. Utilizando os mesmos dados pretende-se estimar μ usando a metodologia bayesiana; para isso supõe-se que μ é também variável aleatória e vai-se admitir que $\mu \sim U(0, 100)$. Gere valores da distribuição condicional completa, usando o algoritmo de Metropolis-Hastings e a distribuição do qui-quadrado com $|X_t|$ graus de liberdade para proponente para X_{t+1}. (Analise a convergência da cadeia de Markov associada). Compare com o valor correspondente dado pela estimativa de máxima verosimilhança.

   OBS: No problema proposto e de acordo com a informação obtida na alinea anterior, justifique se faz sentido usar $\mu \sim U(0, 100)$, apesar de $\mu \in R$. Analise se faria mais sentido considerar $\mu \sim U(-100, 100)$ e veja que resultados obteria.