Nagyságrendek:

$\log n \ll n \ll n^2 \ll 2^n \ll n! \ll n^n$

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e \qquad \left(\frac{n+1}{n}\right)^n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \to e$$

Paraméteres megadású görbe:

$x(t) \quad y(t)$

$$f'(x) = \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}$$

$$f''(x) = \frac{\ddot{y}(t)\dot{x}(t) - \dot{y}(t)\ddot{x}(t)}{[\dot{x}(t)]^3}$$

Aszimptota:

$$a = \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}$$

$$b = \lim_{x\to\infty}(f(x) - a\cdot x)$$

$$y = a\cdot x + b$$

Érintő:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$m = f'(x_0) \quad y_0 = f(x_0)$$

Nevezetes határértékek:

$$\lim_{x\to0}\frac{\sin x}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\arcsin x}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\operatorname{sh} x}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\operatorname{arsh} x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\operatorname{arctan} x}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\operatorname{th} x}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\operatorname{arth} x}{x} = 1$$

más:

$$\lim_{x\to0}\frac{e^x - 1}{x} = 1 \quad \lim_{x\to0}\frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1 \quad \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Becslés:

$0 \le \{x\} < 1$

$x - 1 < [x] \le x$ rendőendőrelvhez

$x \ge \sin x$, ha $x \in (0,\infty)$

$\frac{2}{\pi}x \le \sin x \le x$, ha $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

a görbe (sin) az érintője alatt/fölött halad, ha konkáv/konvex, azt pedig a második deriváltból tudjuk.

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\left(e^x\right)' = e^x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$$

$$(f\,g\,h)' = f'\,g\,h + f\,g'\,h + f\,g\,h'$$

$$(\ln(a\cdot x))' = \frac{1}{x}$$

részlettörtekre bontás:
a nevezőben polinom-tényező számlálóját egyel kisebb fokú polinomként keressük

$$\frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{A}{(x+2)} + \frac{B}{(x+3)}$$

de: $$\frac{1}{(x-2)^2(x+3)} = \frac{A}{(x-2)^2} + \frac{B}{(x-2)} + \frac{C}{(x+3)}$$

és: $$\frac{x-3}{(x-1)(x^2+1)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{Bx+C}{(x^2+1)},$$

mert (x^2+1)-nek nincs zérushelye

$$\int\frac{1}{a\cdot x+b} = \frac{\ln|a\cdot x+b|}{a} + C,$$ de csak ha a nevező elsőfokú

$$1-\cos^2 x = \sin^2 x + \cos^2 x - \cos^2 x = \sin^2 x$$

$$\cos^2 x - 1 = \cos^2 x - \left(\sin^2 x + \cos^2 x\right) = -\sin^2 x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$$

$$1-\cos 2x = 2\sin^2 x \quad \sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2} \quad 1-\cos x = 2\sin^2 \frac{x}{2}$$

$$1+\cos 2x = 2\cos^2 x \quad \cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin 2x = 2\sin x \cos x$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$$

Linearizáló képletek:

$$\cos(a \cdot x) \cdot \cos(b \cdot x) = \frac{1}{2}\left(\cos(a+b)x + \cos(a-b)x\right)$$

$$\sin(a \cdot x) \cdot \sin(b \cdot x) = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b)x - \cos(a+b)x\right)$$

$$\sin(a \cdot x) \cdot \cos(b \cdot x) = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b)x + \sin(a-b)x\right)$$

szélsőérték lehet <u>zárt intervallumon</u>:
- ahol f nem folytonos,
- ahol f nem diffható,
- ahol f'=0
- az intervallum szélein, és máshol nem.

szakadási helyek:
- nevező 0,
- csatlakozási helyek

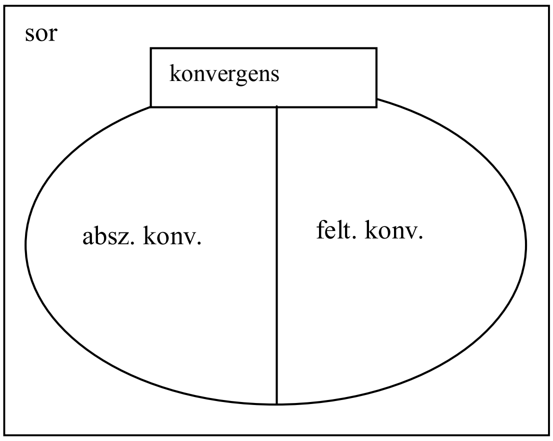
f diff. => f folyt., de visszafelé nem!
lok. szélsőérték és f

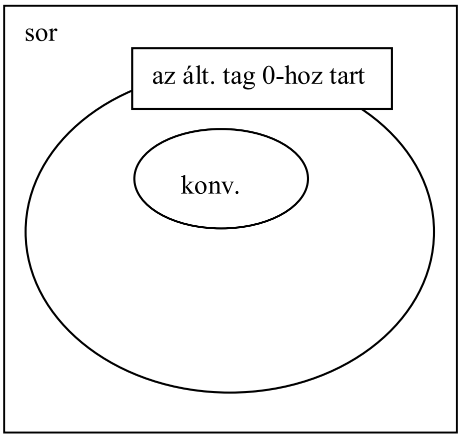
$$\int |x|\, dx \geq \left| \int x\, dx \right|$$

L'Hopitálásnál $0 \cdot \infty$ alak esetén általában csak az egyik változat veztet megoldásra:
$\frac{1}{\infty} \cdot 0$ vagy $\frac{1}{0} \cdot \infty$

Hibabecslés:
sor hibája becsülhető konvergens majoráns geometriai sor összegével.
Leibniz-sor hibája becsülhető az első figyelembe nem vett taggal.

f deriválható x_0-ban, ha folytonos, és a derivált kétoldali határértéke egyenlő (ellenpélda: Abs(x)).





kovianyo@sch.bme.hu