10. heti gyak

$\boxed{\text{Biz}}$ 8. gyak 8.c) $a_{ij} = 2^i + 5j + 3$

$$M = \begin{pmatrix} 5+5j \\ 7+5j \\ 11+5j \\ \vdots \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} & 5+5j & \\ \cdots 2\ 2\ 2\ 2\ 2 & \cdots \\ \cdots 6\ 6\ 6\ 6\ 6 & \cdots \\ & \vdots & \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} - \ - \cdots 5+5j \cdots - \\ 2\ 2 \cdots\cdots 2\ 2 \cdots \\ 0\ 0 \cdots 0 \cdots 0 \end{pmatrix} \to \underline{\det M = 0}$$

Ha nincs három sor: $n=1$: $(10) \to \underline{\det_M = 10}$

$n=2$: $\begin{pmatrix} 10 & 15 \\ 12 & 17 \end{pmatrix} \to = 10 \cdot 17 - 15 \cdot 12 = \underline{-10}$

$$\boxed{\det A \cdot \det B = \det(A \cdot B)}$$

$\det A + \det B \neq \det(A+B)$

---

9. gyak

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) $2A + 3B$ ↯

b) $A \cdot B$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

c) $B \cdot A$ ↯

d) $A \cdot B + 2B$

$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 13 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

e) $B \cdot B^T$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 6 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

2) kifejtési tétel

$-2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & \pi \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ 2^- & 0^+ & 0^- & 1^+ \\ 0 & 2 & 5 & \pi \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & \pi \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \cancel{+ 0 \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & \pi \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} - 0 \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & \pi \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}} + 1 \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -0 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -3 \cdot (4-3) = \boxed{-3}$$

---

(3) $P(1;2;12) \quad Q(3;1;3) \quad R(2;-1;-5)$

$\vec{PQ} = (2;-1;-9) \qquad \vec{PR}\,(1;-3;-17)$

normál vektor

$$\vec{PQ} \times \vec{PR} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 9 \\ 1 & -3 & -17 \end{vmatrix} = \underline{(-10;25;-5)} = (2;-5;1)$$

---

(4) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \qquad \begin{array}{l} \det(A) = \\ \det(B) = 0 \end{array}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\det(B \cdot A) = \overbrace{\det B}^{0} \cdot \det A =$$
$$= 0$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 3 & 2 \\ 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \\ 7 & 7 & 7 & 7 \end{pmatrix}$$

---

(5) Egy sorban levők összege det A

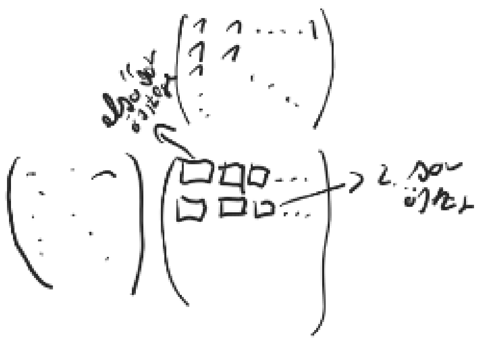
n sor van $\Longrightarrow \boxed{n \cdot \det A}$

---

(6) (a) $AB + B \stackrel{?}{=} (A+E)B = AB + EB$

$\Updownarrow$

$B \stackrel{?}{=} EB$ nem igaz $\Longleftarrow$



(b) $(A+B)(A-B) \stackrel{?}{=} A^2 - B^2$

$\Updownarrow$

$BA \stackrel{?}{=} AB$ nem igaz biztosan

(c) $(A+E)^2 \stackrel{?}{=} A^2 + 2A + E$

$\Updownarrow$

$2AE + E^2 \stackrel{?}{=} 2A + E$

$2AE + E^2 = E\overbrace{(2A+E)}^{C}$

$C \stackrel{?}{=} E \cdot C$ nem biztos