1. előadás

Kombinatorika

I.

(a) ismétlés nélküli permutáció

n különböző dolog sorbarendezése

$$n!$$

(b) ismétléses permutáció

n elem kiválasztása úgy, hogy a különböző elemek száma $k_1, k_2, \dots, k_l$ legyen (l fajta elem van) számítása rend

$$\frac{(k_1+k_2+\dots+k_l)!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_l!} \Longleftrightarrow \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \ldots \cdot k_l!}$$

II.

(a) ismétlés nélküli variáció

n elem közül azonnal k-t kiválasztani úgy, hogy az elemek különbözőek.

Számít a sorrend

$$\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

$(\dots k)!$

(b) ismétléses variáció
n elem közül választunk ki k-t
úgy, hogy lehetnek azonos elemek
Számít a sorrend

n^k

III ismétlés nélküli kombináció
(a) n elem közül választunk ki k-t, úgy, hogy az elemek különbözőek. Nem számít a sorrend

$$\binom{n}{k} := \frac{n!}{(n-k)!\,k!} \quad (=) \quad \frac{\frac{n!}{(n-k)!}}{k!}$$

(b) ismétléses kombináció
n elem közül választunk k-t,
lehetnek azonosak, nem számít a sorrend

n-1 1-es k 0
hány 0-1 sorozat van?

$$\binom{n-1+k}{k} = \binom{n+k-1}{n-1}$$

Binomiális együtthatós

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

↳ Pascal háromszög

0					1				
1				1		1			
2			1		2		1		
3		1		3		3		1	
4	1		4		$\boxed{6}$		4		1

$\boxed{6} \to \binom{4}{2}$

n. sor k eleme

$$\binom{n}{k}$$

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$$

Pascal háromszög n. sorának elemeinek összege

↳ n elemű halmaz részhalmazainak száma

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \dots \pm \binom{n}{n} = 0$$

↳ páros és páratlan elemszámú részhalmazok száma azonos

Binomiális tétel

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^{n-i} b^i$$