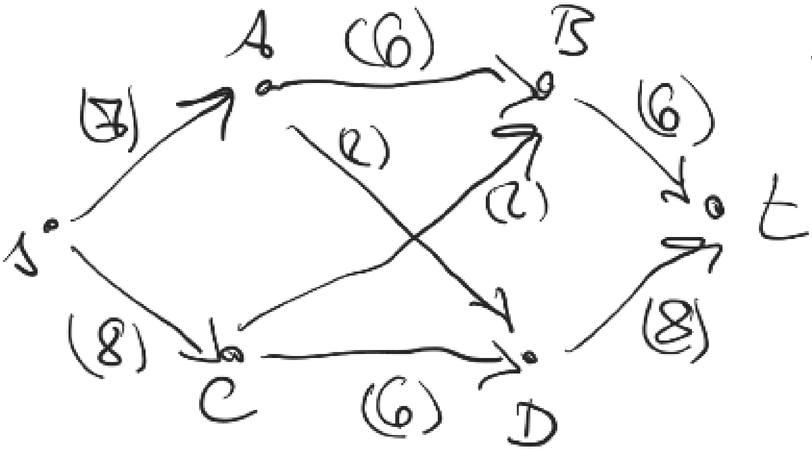
9. előadás

s-t vágás

X $\quad s \in X$

vágás ponthalmaz $\quad t \notin X$

X kapacitása: X-ből kimenő élek összkapacitása

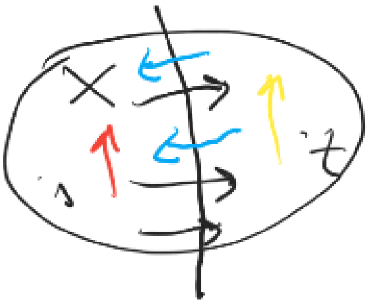


$X = \{s, B\}$

$sA, \; sC, \; Bt$

$(7) \; (8) \; (6)$

$c(X) = 21$



Lemma

$$\sum_{\substack{X\text{-ből ki} \\ \text{(fekete)}}} f(e) - \sum_{\substack{X\text{-be be} \\ \text{(kék)}}} f(e) = \sum_{s\text{-ből ki}} f(e) = m(f)$$

	kezdőpont	végpont	$m(f)$ Σ-ás felírásában
fekete	$\in X$	$\notin X$	$+$
kék	$\notin X$	$\in X$	$-$

piros	$\in X$	$\notin X$	(+) (−) · 0
sárga	$\notin X$	$\notin X$	nem jelenik meg

Biz.:

$v \in X$ $\sum\limits_{\substack{e\text{-ből} \\ \text{kimegy}}} f(e) - \sum\limits_{\substack{e\text{-be} \\ \text{bemegy}}} f(e)$

ha $v \neq s \Rightarrow 0$

ha $v = s \Rightarrow m(f)$

$$m(f) = \sum_{v \in X} \left(\sum_{\substack{e \; v\text{-ből} \\ \text{ki}}} f(e) - \sum_{\substack{e \; v\text{-be} \\ \text{be}}} f(e) \right) =$$

$$= \sum_{\substack{e \text{ fekete} \\ \left(\substack{e \; x\text{-ből} \\ \text{kimegy}}\right)}} f(e) - \sum_{\substack{e \text{ kék} \\ \left(\substack{e \; x\text{-be} \\ \text{bemegy}}\right)}} f(e)$$

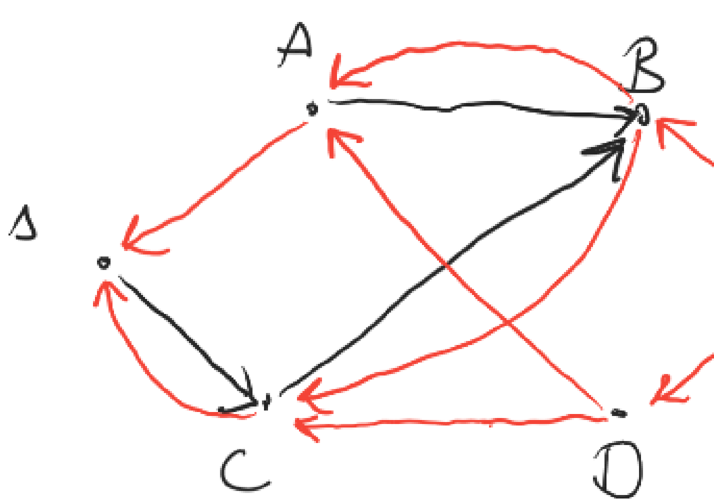
$$m(f) = \sum_{\left(\substack{e \; x\text{-ből} \\ \text{ki}}\right)} f(e) - \sum_{\left(\substack{e \; x\text{-be} \\ \text{be}}\right)} f(e) \leq \underbrace{\sum_{\substack{e \; x\text{-ből} \\ \text{ki}}} c(e)}_{= c(x)}$$

$\forall f$ folyamra $\forall x$ vágásra $m(f) \leq c(x)$

$\Rightarrow$ ha $\exists$ k értékű folyam és k kapacitású vágás, akkor
$\rightarrow$ a folyam max, a vágás min

Biz.:

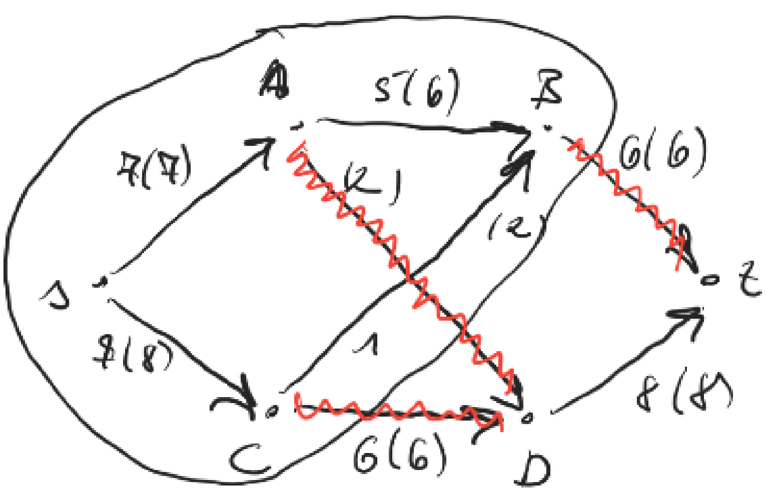
$$k \le \max_f m(f) \le \min_X c(X) \le k$$



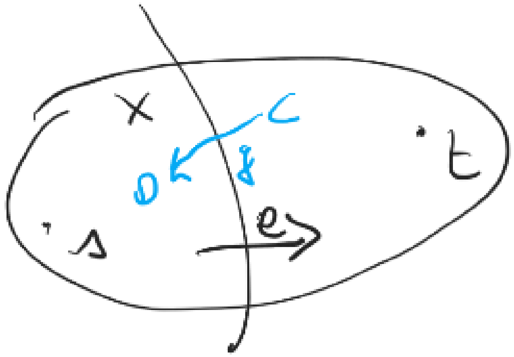
Segédgráf az előző órai folyamhoz

s, A, B, C érhetők el s-ből a segédgráfban

AD (2), Bt (6), CD (6) $(X = \{s, A, B, C\})$



X: utolsó segédgráfban s-ből elérhető csúcsok



$$m(f) = \sum_{\substack{x\text{-ből}\\ \text{ki}}} f(e) - \boxed{\sum_{\substack{x\text{-be}\\ \text{be}}} f(e)}$$

Áll. $\overset{AB}{e''}$ telített → $f(e) = C(e)$

Biz. különben $B \in X$ ↯

Áll. $g = CD$

$f(g) = 0$

Biz. különben DC benne lenne a segédgráfban → $C \in X$ ↯

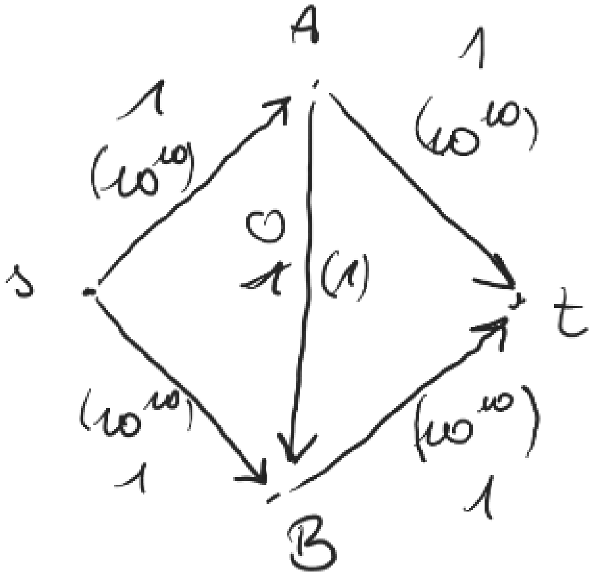
$$m(f) = \underbrace{\sum_{\substack{x\text{-ből}\\ \text{ki}}} f(e)}_{\substack{\shortparallel \\ \sum_{e\ x\text{-ből ki}} c(e)}} - \underbrace{\sum_{x\text{-be}} f(e)}_{\substack{\shortparallel \\ 0}} = c(X)$$

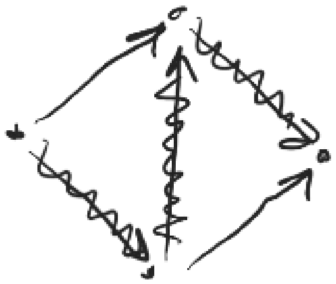
folyam

ir. gr. pontok kapacitás fv.

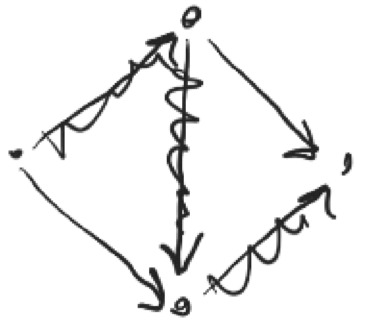
Ford-Fulkerson: (G, s, t, c)

$$\max_{f \text{ folyam}} m(f) = \min_{x \text{ vágás}} c(x)$$





1. segédgráf

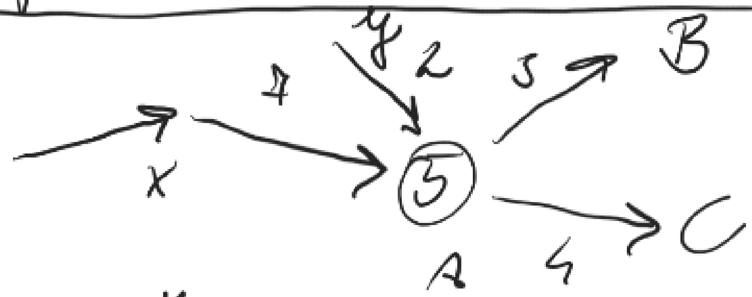


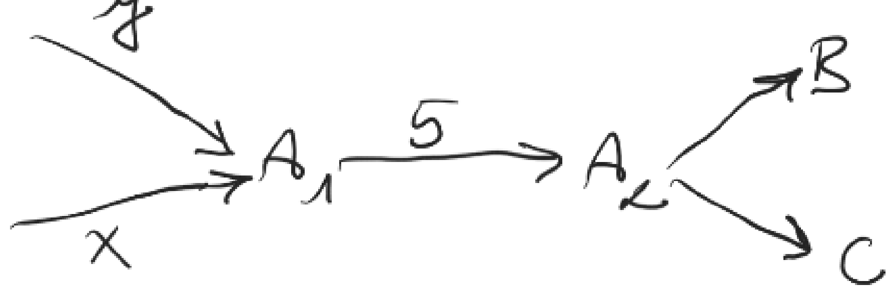
2. segédgráf

⋮

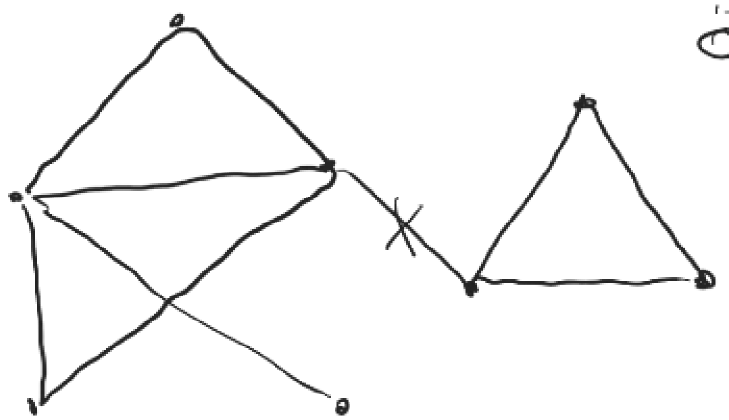
EDMONDS-KARP: Ha mindig a

legrövidebb s→t út mentén javítunk, akkor az algoritmus polinomiális

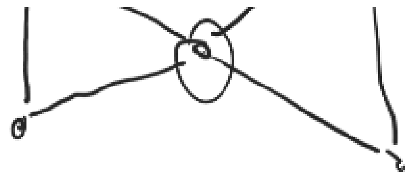




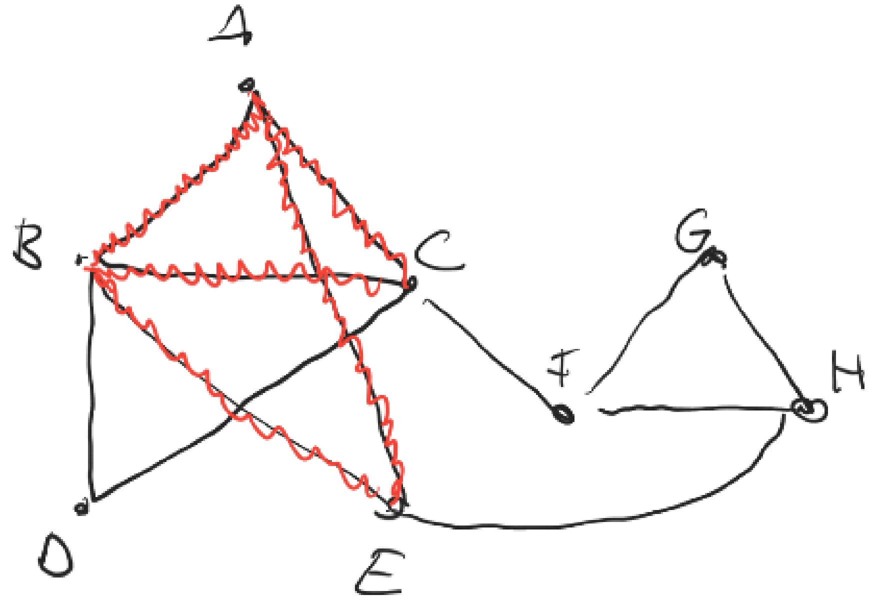
Hálózat



összefüggő, de csak egy él "tartja össze"



— u — egy
csúcs tartja
össze



Éldiszjunkt utak: nincs közös élük

$\lambda(u,v)$: u-ból v-be menő éldisz-
junkt utak max. száma

lambda

$\lambda(A,B) = 3$ (AB, ACB, AEB)

$\lambda'(u,v)$: az $u \to v$ utakat lefogó
élhalmazok min. száma

$u \to v$ utakat lefogó
élhalmaz: ha elhagyjuk, a

gráfból, $\nexists$ $u \to v$ út

$\lambda'(A,B) = ?\ 3 \leq 3$

$\lambda'(u,v) \geq \lambda(u,v)$

Menger tételei: 1) $\lambda'(u,v) = \lambda(u,v)$
$\forall$ ir. gráfban