



# Befektetések I.

## 11. előadás

### A számolásokhoz szükséges részek

2023.05.23.

Póra András

[pora.andras@gtk.bme.hu](mailto:pora.andras@gtk.bme.hu)

# A CAPM-modell elvárt hozama

- A **CAPM modell** szerint az **eszköz elvárt hozama** = a **kockázatmentes hozam** + **kockázati prémium**;
- A **kockázati prémium** (tehát a kockázatmentes hozam feletti hozama) = a **béta és a piaci portfólió kockázati prémiumának szorzata**;
- **Alfa ( $\alpha$ )**: az adott papír/portfólió tényleges hozamának a piaci hozam/index feletti része  $\rightarrow$  az aktív kereskedés mérőszáma, eszköze;
- **Jensen alfa ( $\alpha_j$ )**: az adott portfólió tényleges hozamának és a CAPM szerinti elvárt hozamának különbsége.

$$r_i = r_f + \underbrace{\beta_i * (r_m - r_f)}_{\text{Kockázati prémium}}$$

Kockázati prémium

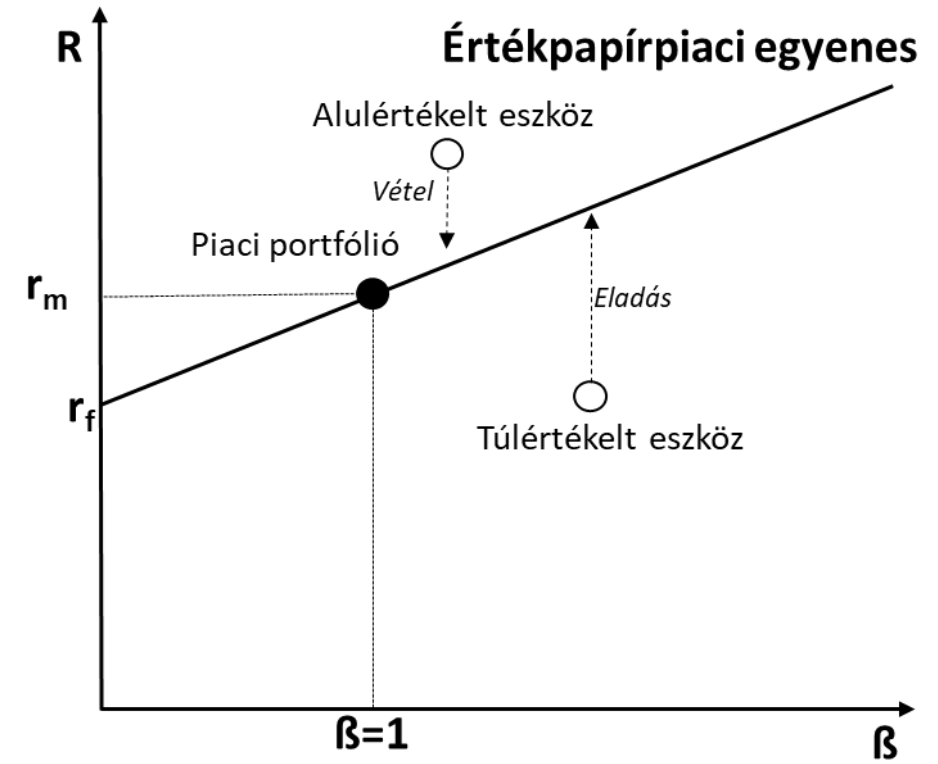
$$\alpha = r_{ti} - r_m$$

$$\alpha_j = r_{ti} - r_i$$

$r_i$  = az i értékpapír elvárt hozama  
 $r_{ti}$  = az i értékpapír tényleges hozama  
 $r_f$  = a kockázatmentes hozam  
 $\beta_i$  = az i értékpapír bétája  
 $r_m$  = a piaci hozam.

# Mintafeladat

- „A” részvény múltbeli hozama 10%  $\beta=1$
- „B” részvény múltbeli hozama 17%,  $\beta = 1,5$
- A piaci hozam 11%
- A kockázatmentes hozam 5%
- A CAPM alapján melyik vásárlása előnyösebb?
- Mekkora a részvény alfája?
- Hol helyezkednek el az értékpapírpiaci egyenesen?

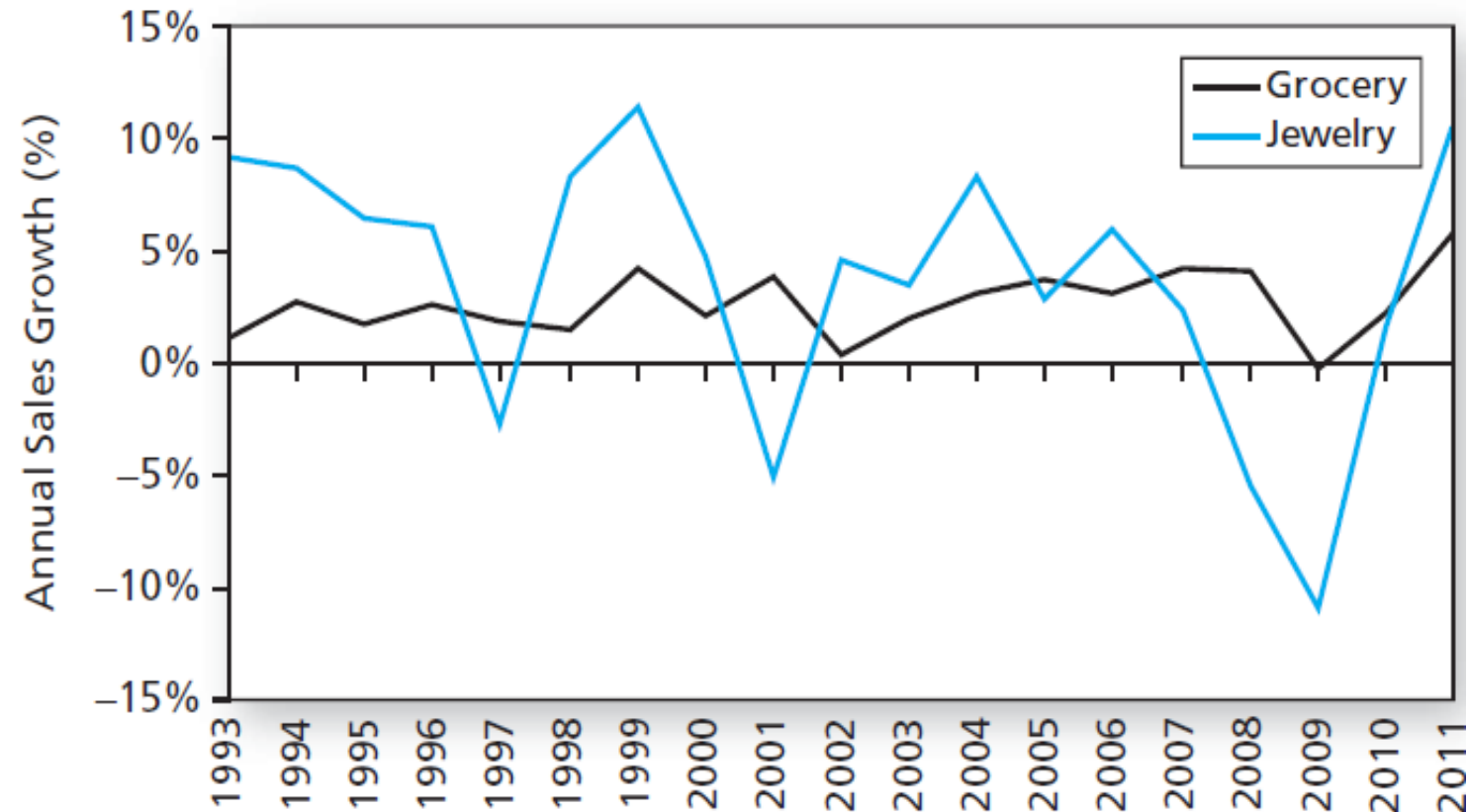


- $R_A = 5\% + 1 \cdot (11\% - 5\%) = 11\%$     $\alpha = 10\% - 11\% = -1\%$  = Jensen alfa (ha CAPM hozam és a piaci hozam megegyezik, akkor egyenlő), bár ha az alfa negatív, az már önmagában is negatív → az értékpapírpiaci egyenes alatt van, el kell adni;
- $R_B = 5\% + 1.5 \cdot (11\% - 5\%) = 14\%$     $\alpha = 17\% - 11\% = 6\%$    Jensen alfa =  $17\% - 14\% = 3\%$  → az értékpapírpiaci egyenes felett van, meg kell venni → ez az előnyösebb papír.

# Iparági elemzés 2: Érzékenység az üzleti ciklusra

- Nem minden iparág ugyanannyira érzékeny az üzleti ciklusra;
- Az érzékenység meghatározásának néhány faktora:
  1. **Árérzékenység:** az árváltozásra hogyan reagál az eladott mennyiség (pl. a hétköznapi szükségességek nem nagyon érzékenyek);
  2. **Tőkeáttétel** (a fix és változó költségek aránya). Cégek nagyobb változó költség aránnyal nem annyira érzékenyek a ciklusra.  
**A működési tőkeáttétel mértéke (DOL degree of operating leverage)** azt jelenti, mennyire érzékeny a profit az értékesítési volumen változására;
  3. **Pénzügyi tőkeáttétel** (a hitelek aránya). A kamatokat minden körülmények között fizetni kell, a ciklustól függetlenül → kvázi fix költségek.

**A befektetők nem mindig preferálják az alacsony érzékenységű vállalatokat, csak béta/elvárt hozam és kockázati étvágy kérdése az egész.**



**$DOL = 1 + (\text{Fix költség}) / (\text{Profit}) = (\text{a profit százalékos változása}) / (\text{az értékesítés százalékos változása})$ .**

**Pl. Fix költség: 5 Profit: 1 →  $DOL = 1 + 5/1 = 6$**

**X% változás az értékesítésben 6x% változást fog okozni a profitban 10%-os értékesítés csökkenés esetén 60%-os profitszökkenés következik be. → 16,67%-os csökkenés esetén az egész profit eltűnik (-100%). És persze mínuszba is mehet.**

# Osztalék-jelenérték modellek: Dividend Discount Models (DDM)

- Várható osztalék + Eladási ár;
- Hasonlóan a kötvényárazáshoz (csak itt az  $r$  az  $k$ );
- A végső eladási ár az osztalékok függvénye;
- Minden periódusban kalkulálható ár  
jövőbeli várható osztalékalapon  $\rightarrow P_H$  a  $H$  időpontban vett jelenértéke az összes jövőbeni osztaléknak;
- DDM: a részvényárat végső soron a részvényesek által felhalmozott pénzáram határozza meg, ami tulajdonképpen az osztalék

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}$$

← Végtelen időtáv

*Egy periódusra:*

$$V_0 = \frac{E(D_1) + E(P_1)}{1+k}$$

*H periódusra:*

$$V_0 = \frac{D_1}{1+k} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_H + P_H}{(1+k)^H}$$

$D_1, \dots, D_H$  és  $P_H$  várható értékek

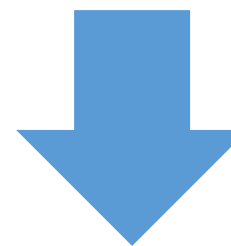
# Gordon modell: állandó növekedési ütemű DDM

$$V_0 = \frac{D_0(1+g)}{1+k} + \frac{D_0(1+g)^2}{(1+k)^2} + \frac{D_0(1+g)^3}{(1+k)^3} + \dots$$

- $g$ = az osztalék növekedési üteme;
- $D_0$ = nemrég fizetett osztalék;
- Constant-Growth DDM: Gordon-modell → **Myron J. Gordon**;
- Ha nincs osztalék-növekedés → pl. elsőbbségi részvények.

Feltevés=  $k > g$

Egyszerűsíthető



$$V_0 = \frac{D_0(1+g)}{k-g} = \frac{D_1}{k-g}$$

*Növekedés nélküli modell*

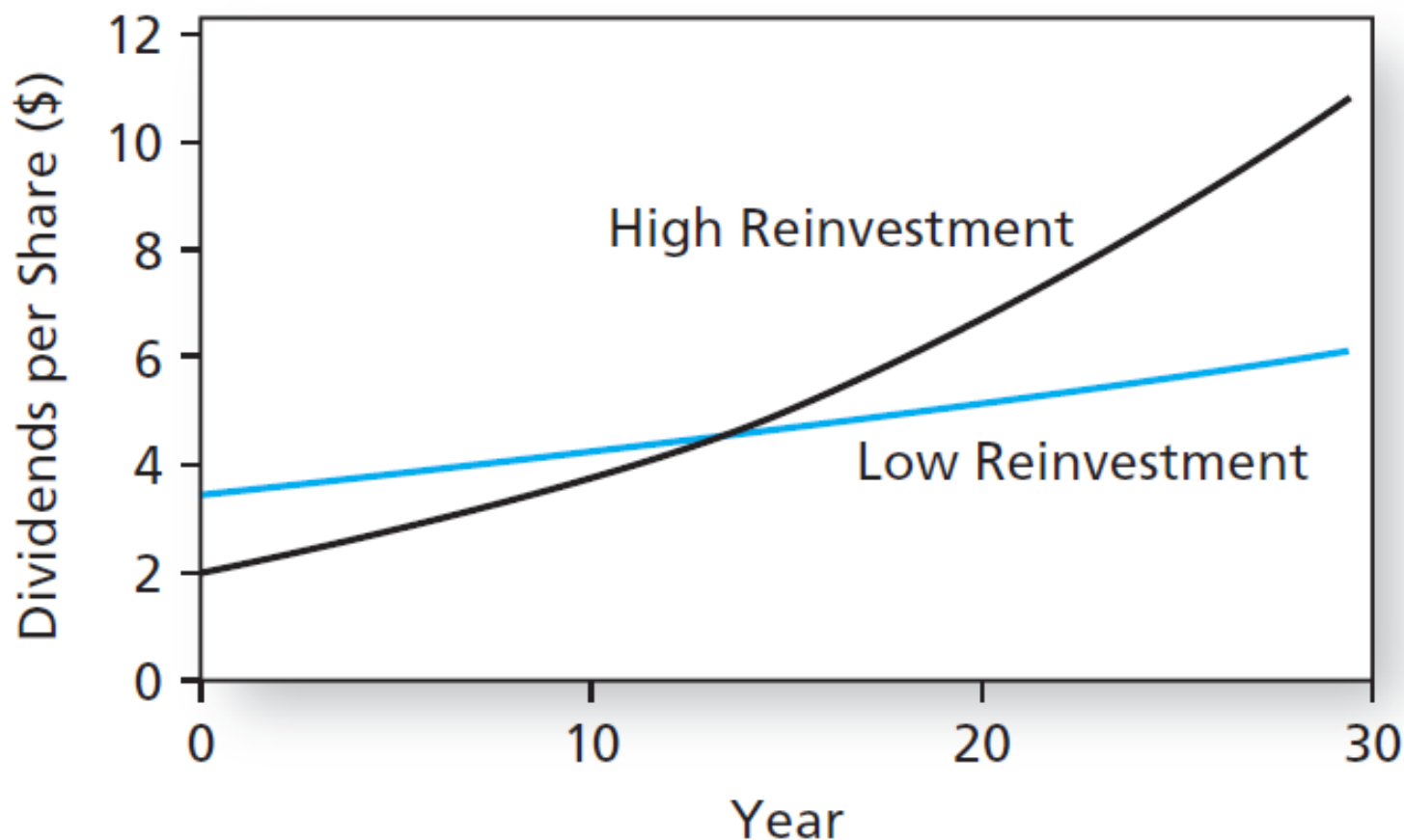
$$V_0 = \frac{D}{k}$$

- $D_0 = 10\$$   $k=10\%$
- $V_0 = 10/0,1 = 100\$$

- $D_0 = 10\$$   $g=5\%$   $k=10\%$
- $D_1 = 10 \cdot 1,05 = 10.5\$$
- $V_0 = 10,5 / (0,1 - 0,05) = 210\$$

# Újrabefektetés és növekedés

- **Osztalékfizetési ráta:** a nyereség osztalékként kifizetett része;
- **Újrabefektetési hányad** (visszatartott nyereséghányad): amit a cég visszaforgat  $\rightarrow b$ ;
- **OR=1-ÚbH pl. 40% osztalékfizetés esetén 60% az újrabefektetési hányad;**
- Az osztalék nominálisan jobban nő, ha magas az újrabefektetési ráta;
- **$g = ROE \cdot b$**
- $ROE = 15\%$ ,  $b = 60\% \rightarrow 0,15 \cdot 0,6 \rightarrow g = 0,09 = 9\%$
- $ROE = 15\%$ ,  $b = 50\% \rightarrow 0,15 \cdot 0,5 \rightarrow g = 0,075 = 7,5\%$ .



$$g = \frac{\text{Reinvested earnings}}{\text{Book value}} = \frac{\text{Reinvested earnings}}{\text{Total earnings}} \times \frac{\text{Total earnings}}{\text{Book value}} = b \times ROE$$

# Növekedési és nem növekedési komponens a belső értékben

- A cégérték arányos a már meglévő eszközök értékével → **növekedésmentes érték;**
- **Plusz a jövőbeni befektetések jelenértéke** → a növekedési lehetőségek jelenértéke: (present value of growth opportunities"; (PVGO);
- **Ár = növekedésmentes érték+PVGO;**

## Példák

- **ROE=10%,** b=60%, k=15%, EPS=E<sub>1</sub>=5\$
- D=EPS\*(1-b)=5\*(1-0,6)= 2\$
- g=ROE\*b=0,1\*0,6=0,06= 6%
- P<sub>0</sub>= D/(k-g)=2/(0,15-0,06)= 22,22\$
- NGV<sub>0</sub>= E<sub>1</sub>/k = 5\$ / 0,15 = 33,33\$
- PVGO= P<sub>0</sub>-NGV<sub>0</sub>=22,22\$ - 33,33 \$ = -11,11\$ (ROE alacsonyabb, mint k)

- **ROE=20%,** b=60%, k=15%, EPS=E<sub>1</sub>=5\$
- D=EPS\*(1-b)=5\*(1-0,6)= 2\$
- g=ROE\*b=0,2\*0,6=0,12= 12%
- P<sub>0</sub>= D/(k-g)=2/(0,15-0,12)= 66,66\$
- NGV<sub>0</sub>= E<sub>1</sub>/k = 5\$ / 0,15 = 33,33\$
- PVGO= P<sub>0</sub>-NGV<sub>0</sub>=66,66\$ - 33,33 \$ = 33,33\$ (ROE magasabb, mint k).

$$P_o = \frac{E_1}{k} + PVGO$$

$$PVGO = \frac{D_o(1+g)}{(k-g)} - \frac{E_1}{k}$$

$$NGV_o = \frac{E_1}{k} \quad \searrow \quad \frac{D_1}{k-g}$$

P<sub>0</sub> = ár

D<sub>0</sub> = osztalék t=0-ban

k = elvárt hozam=piaci tőkésítési ráta

g = az osztalék konstans növekedése = ROE\*b

PVGO = Present Value of Growth Opportunities

E<sub>1</sub> = várható nyereség a következő periódusban  
= EPS

E<sub>1</sub> egyenlő D<sub>1</sub>-el, ha nincs növekedés

NGV<sub>0</sub> = növekedésmentes érték.



# Gazdasági hozzáadott érték/Economic Value Added (EVA)

- ROA, ROC, ROE: teljesítményt elemzik, de a profitabilitás nem mindig elég;
- A cég akkor sikeres, ha a projektjein a hozam nagyobb, mint amit a befektetők maguknak tudnának elérni más befektetésekkel a piacon;
- Tehát ha az (újra-)befektetett tőke hozama nagyobb, mint a tőke alternatívaköltsége  $\rightarrow \text{ROC} > k$  (piaci kapitalizációs ráta=elvárt hozam=részvények tőkeköltsége);
- Gazdasági hozzáadott érték/(EVA): a ROC és a k különbsége, megszorozva a saját tőkével  $\rightarrow$  a cég alternatívaköltség felett elért nyeresége;
- Az EVA-at jövedelemtöbbletnek is szokták nevezni (residual income).

$$\text{EVA} = (\text{ROC} - k) * \text{Capital}$$

E.g. Intel

EVA=

$$(13.9\% - 7.8\%) * 56,34 \text{ Bn\$} =$$

$$6,1\% * 56,34 \text{ Bn \$} =$$

$$3,44 \text{ Bn \$}$$

	Ticker	EVA (\$ billion)	Capital (\$ billion)	ROC (%)	Cost of Capital (%)
Microsoft	MSFT	4.76	81.2	14.2	8.4
ExxonMobil	XOM	3.63	179.06	9.3	7.3
Intel	INTC	3.44	56.34	13.9	7.8
GlaxoSmithKline	GSK	2.13	38.10	11.0	5.4
Google	GOOG	1.36	75.95	10.5	8.7
Home Depot	HD	1.07	28.57	11.2	7.4
Hewlett Packard	HPQ	-0.58	50.88	4.9	6.0
AT&T	T	-1.59	164.38	3.9	4.9

# Mutatóelemzés- A ROE felbontása 4.

$$ROE = \frac{\text{Net profit}}{\text{Equity}} = \frac{\text{Net profits}}{\text{Pretax profits}} \times \frac{\text{Pretax profits}}{\text{EBIT}} \times \frac{\text{EBIT}}{\text{Sales}} \times \frac{\text{Sales}}{\text{Assets}} \times \frac{\text{Assets}}{\text{Equity}}$$

(1)                      ×                      (2)                      ×                      (3)                      ×                      (4)                      ×                      (5)

$$ROE = \frac{\text{Adózott nyereség}}{\text{Adózás előtti nyereség}} \times \frac{\text{Adózás előtti nyereség}}{\text{EBIT}} \times \frac{\text{EBIT}}{\text{Árbevétel}} \times \frac{\text{Árbevétel}}{\text{Eszközök}} \times \frac{\text{Eszközök}}{\text{Saját tőke}}$$

(1)                      ×                      (2)                      ×                      (3)                      ×                      (4)                      ×                      (5)

$$ROE = \text{TAX BURDEN} \times \text{INTEREST BURDEN} \times \text{MARGIN} \times \text{TURNOVER} \times \text{LEVERAGE}$$

$$ROE = \text{ADÓTEHER} \times \text{KAMATTEHER} \times \text{MARZS} \times \text{FORGÁSI SEBESSÉG} \times \text{TŐKEÁTTÉTEL}$$

ROA

Összesített tőkeáttételi tényező/Compound leverage factor  
Azok a tényezők, melyekre hat a tőkeáttétel.

$$ROE = \text{ADÓTEHER} \times \text{ROA} \times \text{ÖSSZESÍTETT TŐKEÁTTÉTELI TÉNYEZŐ}$$

$$ROE = \text{Tax burden} \times \text{ROA} \times \text{Compound leverage factor}$$

# Mutatóelemzés – likviditási ráták

**Likviditás:** képesség arra, hogy az eszközöket pénzzé konvertáljuk.  $\leftarrow \rightarrow$  szolvencia (hosszú távú fizetőképesség).

## Likviditási ráta

- = Forgó (éven belüli) eszközök/rövid lejáratú (éven belüli) kötelezettségek;
- A cég mennyire képest a rövid lejáratú tartozásait a forgóeszközökből kifizetni;
- Azaz elkerülni a csődöt rövid távon.

## Likviditási gyorsráta

- = (Készpénz + likvid értékpapírok + vevőkövetelések) / rövid lejáratú (éven belüli) kötelezettségek  $\rightarrow$  „savteszt”=„lakmuszteszt”;
- Ugyanaz a nevező, csak a számláló szűkebb  $\rightarrow$  pénz és pénzhelyettesítők plusz vevőkövetelések;
- Jobban működik azokra a cégekre, ahol a raktárkészlet csak lassan vagy nem konvertálható pénzre.

## Készpénzráta

- =(Készpénz + likvid értékpapírok ) / rövid lejáratú (éven belüli) kötelezettségek;
- A „leglikvidebb” likviditási ráta;
- Még szűkebb számláló.



***A likviditási ráták számlálói.  
(a nevező mindig ugyanaz: rövid lejáratú kötelezettségek)***

# Mérlegen alapuló mutatók

- **Piaci kapitalizáció**= részvénytávár \* ár
- **EBITDA**= Earnings Before Interest, Taxes, Depreciation and Amortization= a „tisztá üzleti” nyereség;
- **Nettó jövedelem**=adózás utáni nyereség → az „ITDA” után → profit;
- **EPS**= egy részvényre jutó adózás utáni nyereség;  
**Price/Earnings (P/E)**=  $P/EPS \rightarrow \text{ár}/EPS$ ;
- **Price/Book (P/B or P/BV)** =  $P/(BVpS) \rightarrow$  egy részvényre jutó jegyzett tőke könyv szerinti értéke a BV;
- **Price/Sales** = ár/egy részvényre jutó értékesítési bevétel;
- **Price/CF**= ár/egy részvényre jutó cash flow
- **PEG**=  $(P/E)/(\text{az EPS éves növekedési üteme}) \rightarrow$  normalizálja a P/E-t, mivel az amúgy túlértékelné a magas növekedésű cégeket;
- **ROE (%)** = tőkearányos nyereség;
- **ROA (%)** = eszközarányos nyereség;
- **Operating profit margin (%)** = Üzemi nyereség/értékesítés nettó árbevétele;
- **Net profit margin (%)** = adózás utáni nyereség/teljes bevétel.

Price per share	\$ 30.63	
Common shares outstanding (billion)	8.38	
Market capitalization (\$ billion)	\$258	
<b>Latest 12 Months</b>		
Sales (\$ billion)	\$ 73.72	
EBITDA (\$ billion)	\$ 30.71	
Net income (\$ billion)	\$ 16.98	
Earnings per share	\$ 2.00	
<b>Valuation</b>	<b>Microsoft</b>	<b>Industry Avg</b>
Price/Earnings	15.4	17.5
Price/Book	3.9	10.5
Price/Sales	3.5	
Price/Cash flow	10.9	20.5
PEG	1.1	1.2
<b>Profitability</b>		
ROE (%)	27.5	24.9
ROA (%)	15.0	
Operating profit margin (%)	37.9	
Net profit margin (%)	23.0	23.2

- **Piaci ár=50\$ Idei EPS=10\$ Tavalyi EPS=8\$**
- **$P/E=50/10=5$  EPS növekedési ütem= $10/8-1=0,25=25\%$**
- **$PEG=5/25=0,2$**

# Nade, mi az „igen attraktív” ár? Graham's Margin of Safety

## Mikor vegyünk?

**Margin of Safety:** befektetési elv.

- Csak akkor vesszük meg a papírt, ha a piaci érték szignifikánsan a belső érték alatt van.

Mennyivel is? Szignifikáns: a KOCKÁZATI ÉTVÁGYTÓL függ, mondjuk 10%

- Az ötlet Benjamin Grahamtól jön, de a legnevesebb követő Warren Buffett → 50%-al dolgozik (!!!);
- Egy lehetséges mérce: Coefficient of Variation = (1 éves sztenderd szórás) / (1 éves átlagos részvényár).

If  $(\text{Fair Value} \div \text{Market Price}) - 1 \geq \text{Margin of Safety} \rightarrow \text{Buy}$



If  $(\text{Fair Value} \div \text{Market Price}) - 1 \geq \text{Coefficient of Variation} \rightarrow \text{Buy}$

## Mennyit vegyünk?

## The Kelly Criterion and the Stop-loss

**Kelly Criterion:** fogadások és befektetések „méretezésére”.

- Az a méret, amitől pozitív hozamot várhatunk.
- Eszközallokáció és Pénzkezelés/Money Management;
- John Kelly (1956): a Bell Labs (now: NOKIA) kutatója, de nevesebb követők: Warren Buffett, Charlie Munger, Mohnish Pabrai, Bill Gross;
- „W” — a profit valószínűsége = (pozitív hozamú trade-ek száma) / (összes trade);
- "R" — nyereség/veszteség ráta = (a nyereséges trade-ek átlagos nyeresége) / (a veszteséges trade-ek átlagos vesztesége);
- „K% ” — a Kelly százalék = ekkora pozíciót kellene felvenni. Pl. 0,05=5% → a tőkénk, befektetni akart pénzünk 5%-át kellene beletenni;
- Általános szabály: 20-25%-nál soha ne többet!

$$K\% = W - \frac{(1 - W)}{R}$$

where:

$K\%$  = The Kelly percentage

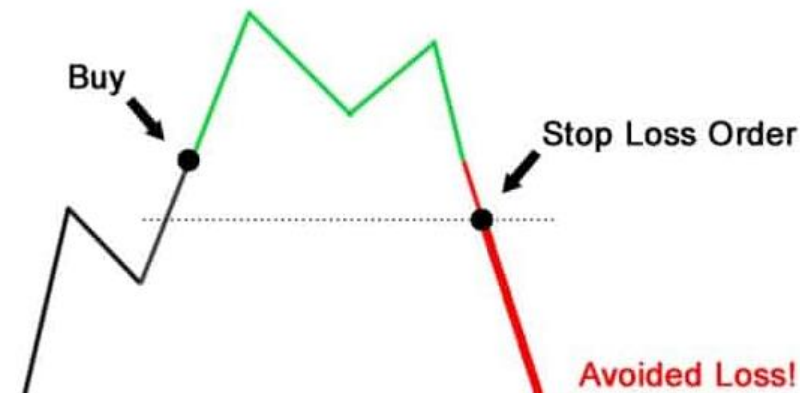
$W$  = Winning probability

$R$  = Win/loss ratio

Mikor adjunk el? Ha nyerőben vagyunk, nem kérdés persze.

**Stop-loss szabály:** a veszteségeink limitálása → Pénzkezelés/Money Management.

- Egy stop-loss megbízást adunk valamennyivel a vételi ár alá → a margin a **VESZTESÉGVISELŐ KÉPESSÉGÜNKTŐL FÜGG**;
- Általában 1%, de semmiképpen sem több, mint 20%;
- Ha az eszköz ára le is esik, semmiképpen sem veszítünk többet, mint a margin;
- Persze ha felmegy, újra megvehetjük, és a pozitív hozamú trade-ekkel ellensúlyozhatjuk a margin veszteségét.





# A teljesítménymérés hagyományos mutatói: kockázat vs. hozam

## Egységnyi szórásra eső hozam

- Legegyszerűbb, de abszolút hozamokkal operál → már az 1960-as években bonyolultabb mutatókkal próbálták megoldani a kérdést (CAPM).

$$\frac{r_p}{\sigma_p}$$

$r_p$  a portfólió hozama  
 $\sigma_p$  a portfólió hozamának szórása

## Sharpe-mutató

- A kockázatmentesen elérhető hozam feletti többlethozam (tehát a kockázati prémium) és a szórás hányadosa.
- **A hozamprémium és a teljes kockázat közötti átváltást írja le.**

$$\frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$$

$r_p$  a portfólió hozama  
 $r_f$  a kockázatmentes hozam  
 $\sigma_p$  a portfólió hozamának szórása

## Treynor-mutató

- Hasonló a Sharpe-mutatóhoz, de **a nevezőben csak a piaci kockázatot, tehát a bétát veszi figyelembe;**
- Az egységnyi kockázatra jutó prémium → de csak a piaci kockázat tekintetében;
- **Tökéletesen diverzifikált portfólió feltételez** (nincs idioszinkratikus, tehát egyedi kockázat).

$$\frac{r_p - r_f}{\beta_p}$$

$r_p$  a portfólió hozama  
 $r_f$  a kockázatmentes hozam  
 $\beta_p$  a portfólió bétája

# A teljesítménymérés mutatói: a veszteség kockázata

## Sortino-mutató: a Sharpe, de csak lefelé

- A kockázatmentesen elérhető hozam feletti többlethozam (tehát a kockázati prémium) és lefelé irányuló szórás (a negatív hozamok szórásának) hányadosa.
- A hozamprémium és a csökkenés közötti átváltást írja le.**

$$\frac{r_p - r_f}{\sigma_d}$$

$r_p$  a portfólió hozama  
 $r_f$  a kockázatmentes hozam  
 $\sigma_d$  a portfólió hozamának lefelé irányuló szórása

## Sterling-mutató: átlagos csökkenés

- A kockázatmentesen elérhető hozam feletti többlethozam (tehát a kockázati prémium) és az átlagos csökkenés hányadosa.
- A hozamprémium és az átlagos csökkenés közötti átváltást írja le.**

$$\frac{r_p - r_f}{Av\ DD}$$

$r_p$  a portfólió hozama  
 $r_f$  a kockázatmentes hozam  
**Av DD (drawdown)** a portfólió csökkenéseinek átlaga egy periódusban (12 v. 36 hónap)

## Calmar-mutató: maximális csökkenés

- A kockázatmentesen elérhető hozam feletti többlethozam (tehát a kockázati prémium) és a maximális csökkenés hányadosa.
- A hozamprémium és a maximális csökkenés közötti átváltást írja le.**

$$\frac{r_p - r_f}{Max\ DD}$$

$r_p$  a portfólió hozama  
 $r_f$  a kockázatmentes hozam  
**Max DD (drawdown)** a portfólió maximális csökkenése a kezdet óta vagy egy periódusban (12 v. 36 hónap)



# A teljesítménymérés: egyéb mutatók

## Jensen-mutató → Jensen alfa

- Mennyivel teljesített alul vagy felül a portfólió a CAPM-modell alapján elvárható hozamhoz képest?
- **A portfólió tényleges, és CAPM-modell alapján elvárt hozamának a különbsége.**

## Információs (értékelési) hányados

- A portfólió Jensen alfáját viszonyítja a portfólió egyedi kockázatához;
- **Annak a kockázatnak az egységre jutó hozamát méri, amit elvileg meg lehetne szüntetni a CAPM szerinti tökéletes diverzifikációval** (tehát egy piaci indexportfólióval);
- Minél magasabb, annál elégedett lehet a befektető → hiszen annál nagyobb a többlethozam és/vagy kisebb az egyedi kockázat;
- **Általában 0,5 feletti hányados már szép teljesítménynek számít.**

$$\alpha_p = r_p - [r_f + \beta_p * (r_m - r_f)]$$

$r_p$  a portfólió hozama

$r_m$  a piaci hozam,

$r_f$  a kockázatmentes hozam

$\beta_p$  pedig a portfólió bétája.

$$\frac{\alpha_p}{\sigma_p}$$

$\alpha_p$  a portfólió Jensen alfája

$\sigma_p$  a portfólió szórása

# Mit tanulhatnak ezen a kurzuson?

## ~~Hogyan lehet meggazdagodni?~~

**NOPE. Ezt sajnos nem.**

1. Most talán azt gondolják, hogy csak akkor veszíthetnek pénzt a tőzsdén, ha lefelé mennek a részvényárak.
2. Persze aztán megtanulják, mi az a shortolás, és rájönnek, hogy akkor is lehet pénzt veszíteni, ha az árak felfelé mennek.
3. Végül tanulunk az opciókról, és rájönnek, hogy akkor is lehet veszíteni, ha az árfolyam nem megy sehova sem. 😊

**Komolyra fordítva:  
természetesen az ellenkezőjére fogunk törekedni. 😊**

**A legfontosabb  
szabály:**

**THE GOLDEN RULE OF  
INVESTING:**

**NEVER LOSE MONEY**