BME
Gazdaság- és
Társadalomtudományi Kar

Befektetések I.

4. előadás
Részvénypiaci befektetések és kockázataik, Markowitz-modell, CAPM

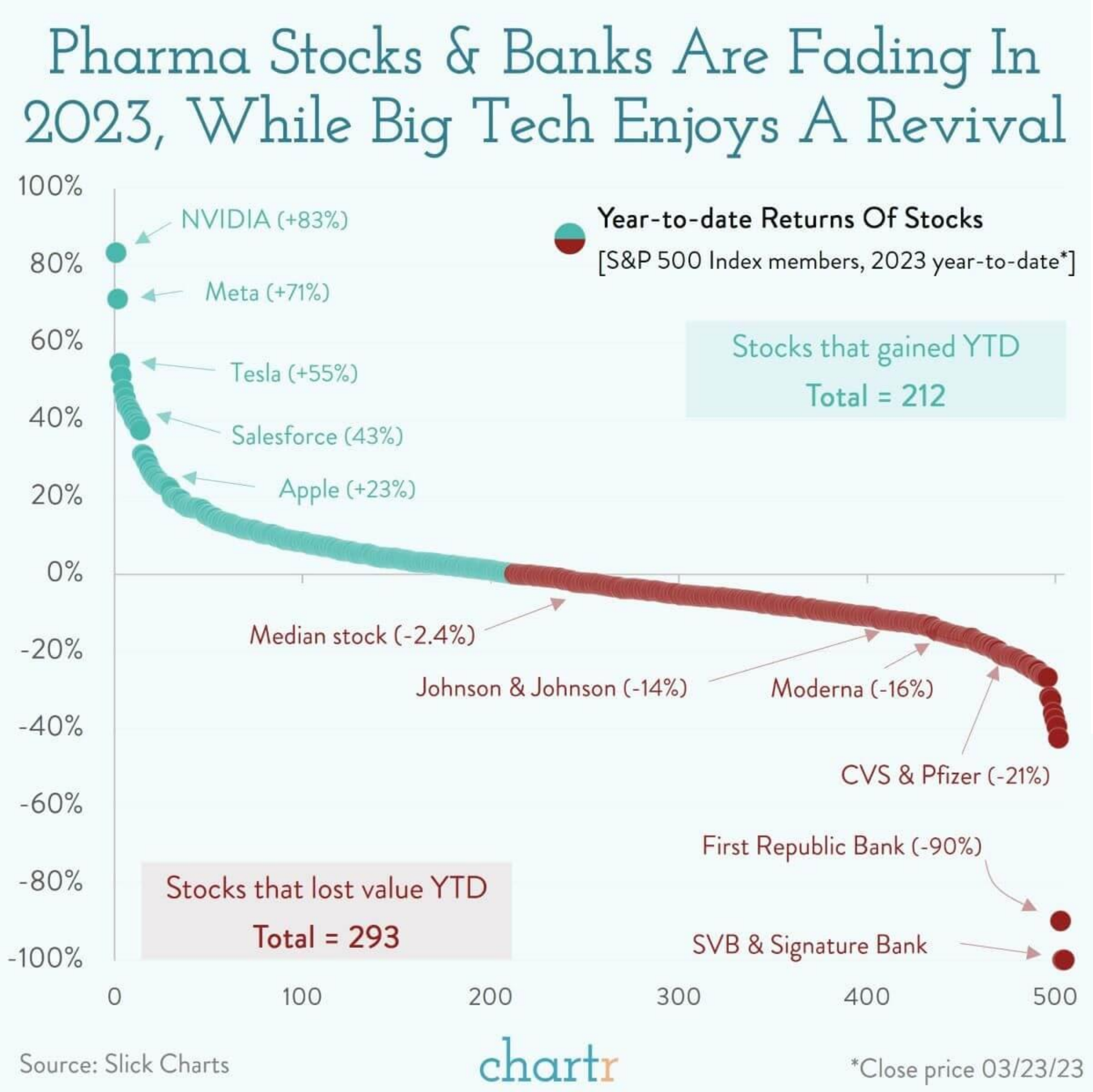
2023.03.28.

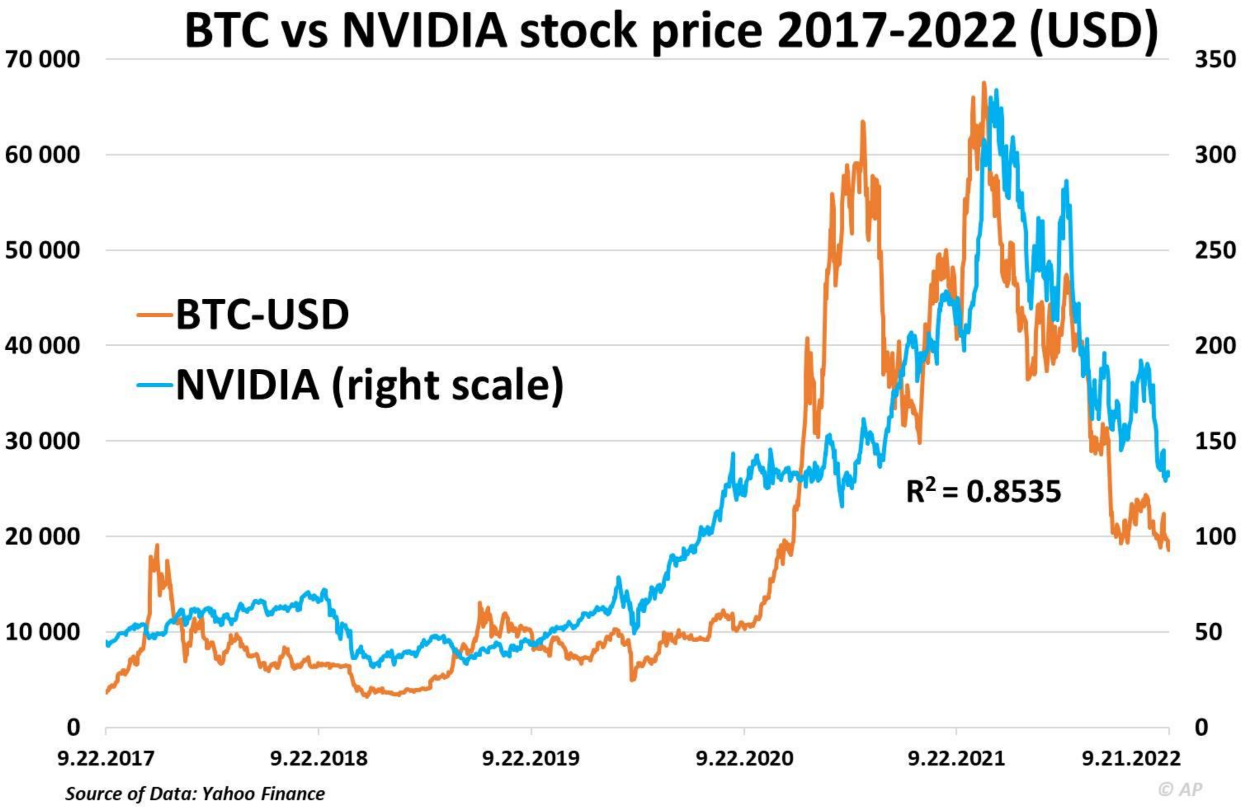
Póra András

pora.andras@gtk.bme.hu

BME Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar

Mai érdekesség: YTD 2023

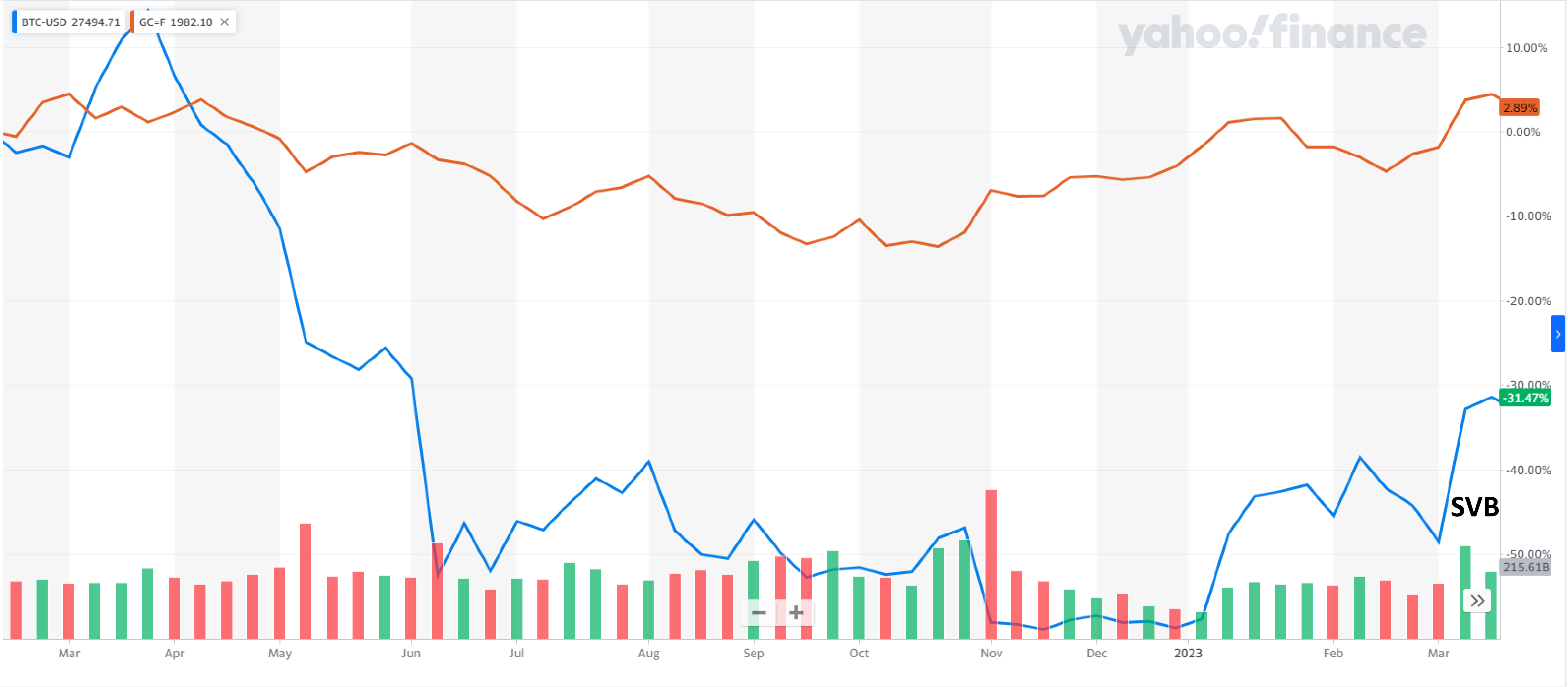




- Vége a vírusnak? Vagy csak a médiában? → Big Pharma down.
- Bankrendszerbe vetett hit a bankválságok miatt csökken → BTC újra rakétázik?
- Nvidia, akkor most a BTC bányászattól függ vagy a Chat GPT-től? Esetleg bonyolultabb? ☺

Kapcsolódó érdekesség: arany vs BTC a háború kitörésekor

És azóta: a kép árnyaltabb lett



- **Háború kezdete tavaly**: kiderül melyik a tényleges menekülőeszköz.
- Azóta változás, **főként a bankválságok óta a BTC jobban teljesít** – igaz a két eszköz stabilitása közötti különbség látszik az ábrán → nyilván a FED kamatdöntései is komoly szerepet játszanak (ami nem független a bankválságtól persze).

BME Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar

Mi a hozam?

- **Nyereség = minden nyereség vagy veszteség az adott befektetésből, árfolyamnyereség/veszteség + osztalék.**
- Pl. 100 db részvény 50 USD-s áron → 5 000 USD, de megváltozik a részvényérték. Az első esetben 69,96 $-ra, a másodikban 39,78 $-ra. Időközben 81 $ osztalékot is fizetett a cég, kérdés, mennyi a nyereség?
  - Az árfolyamnyereség/veszteség dollárban:
    - 1. Eset: (69,96-50)*100 = 1 996 USD
    - 2. Eset: (39,78-50)*100 = - 1 022 USD
  - Az osztalékbevétel mindkét esetben: 81 USD
  - A teljes nyereség tehát:
    - 1. Eset: (69,96-50)*100 + 81 = 2 077 USD
    - 2. Eset: (39,78-50)*100 + 81 = - 941 USD

	Case 1	Case 2
Ending Stock Price	$69.96	$39.78
January 1 value	$5,000	$5,000
December 31 value	$6,996	$3,978
Dividend income	$ 81	$ 81
Capital gain or loss	$1,996	–$1,022

- Az **egy részvényre eső osztalék (D)** = 81/100= 0,81 USD
- Az **osztalékhozam = D_{t+1}/P_t** =0,81/50 = 0,0162 = 1,62%
- Az **árfolyamnyereség** százalékban (1. eset)= **$(P_{t+1}-P_t)/P_t$** = (69,96-50)/50 = 0,3992 = 39,92%
- **Befektetési időtávra jutó hozam: osztalékhozam + árfolyamnyereség** (1. eset)= **$(D_{t+1}+P_{t+1}-P_t)/ P_t$** = 0,4154 = 41,54%
- **Évesítés: (1+ hozam)^ (periódusok száma az évben)-1 = éves effektív hozam (mértani átlag)**
  - 1. Példa: hozamunk 10% volt négy hónap alatt = (1+ 0,1) ^ (12/4) – 1 = 1,1^3 – 1 = 1,331 – 1 = 0,331 =33,1%-os éves hozam.
  - 2. Példa: hozamunk 10% volt négy év alatt = (1+ 0,1) ^ (1/4) – 1 = 1,1^3 – 1 = 1,0241 – 1 = 0,0241 = 2,41%-os éves hozam.

Történeti hozamok

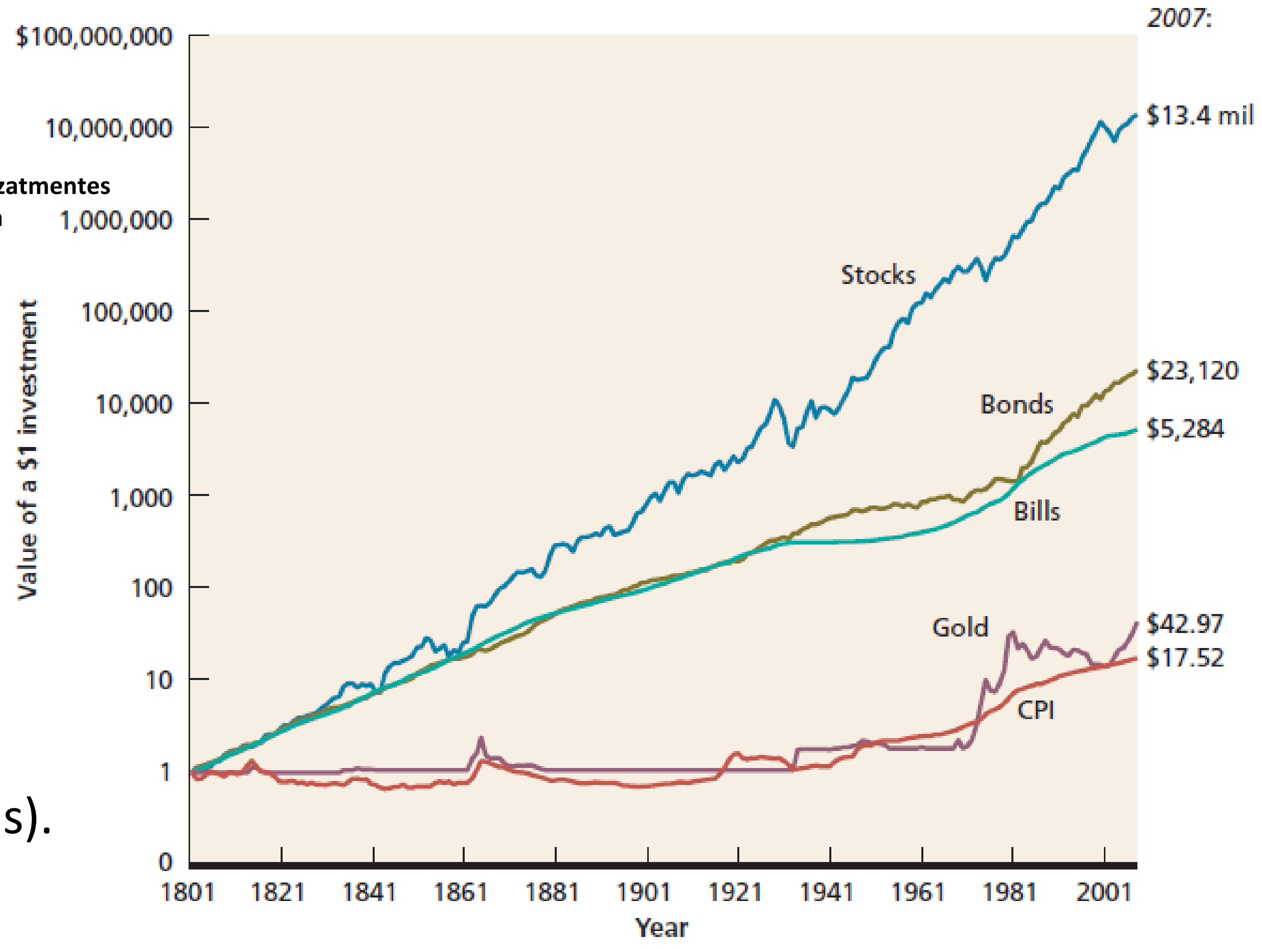
Average Annual Returns: 1926–2006

Investment	Average Return
Large stocks	12.3%
Small stocks	17.4
Long-term corporate bonds	6.2
Long-term government bonds	5.8
U.S. Treasury bills	3.8
Inflation	3.1

Source: *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updated by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield). All rights reserved.

Kockázatmentes hozam

Total return indexes (1801–2007)

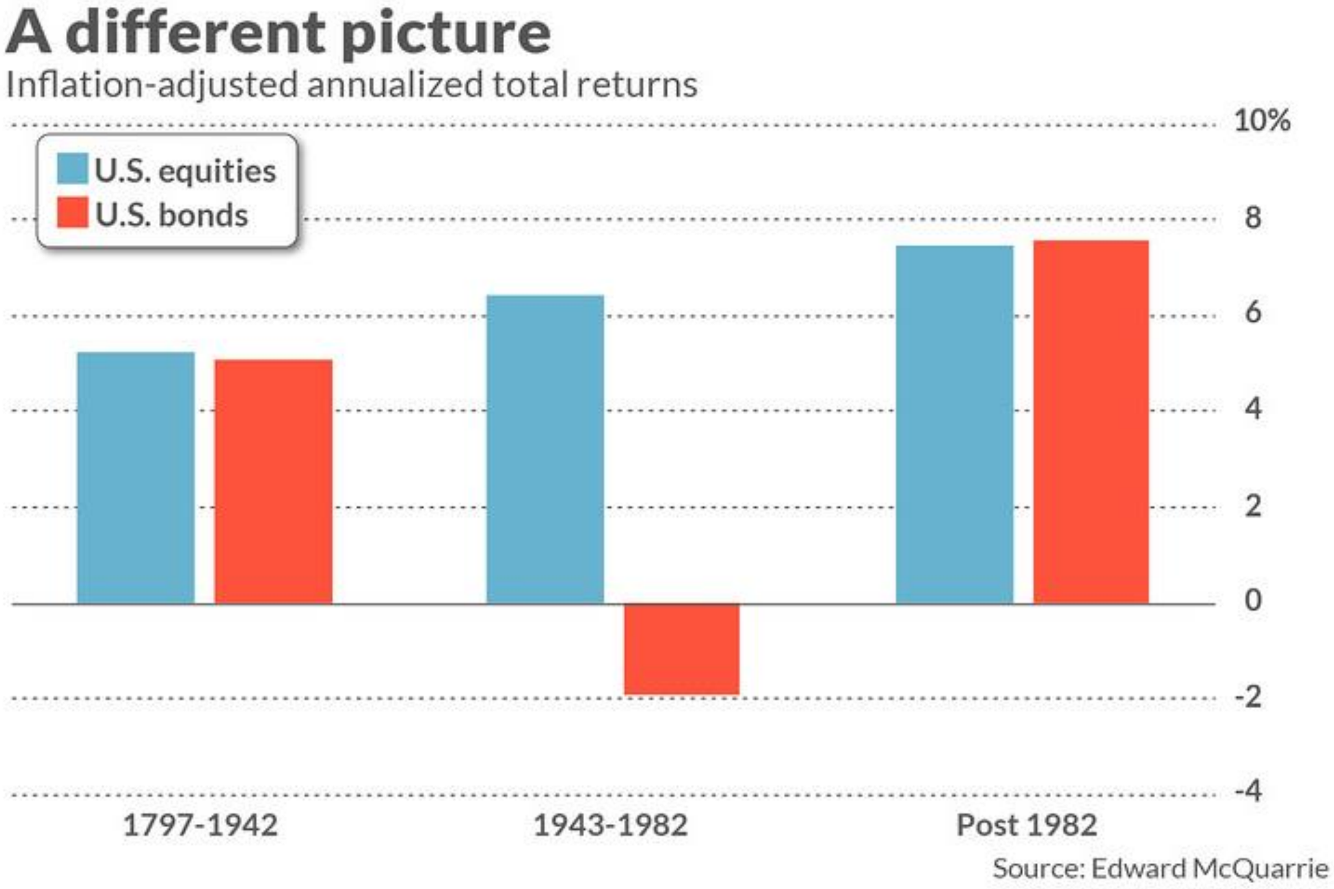


Source: Jeremy J. Siegel, *Stocks for the Long Run*, 3rd ed. (New York: McGraw-Hill, 2003). Update through 2007 provided by Jeremy J. Siegel.

- Néhány eszközcsoport történelmi hozamai:
  - Nagyvállalatok (S&P500);
  - Kisvállalatok (Russel2000);
  - Vállalati kötvények;
  - USA hosszú lejáratú (20 év) államkötvények (T-Notes);
  - USA rövid lejáratú (3 hónap) államkötvények (T-Bills).
  - Arany;
  - CPI = fogyasztói árindex, infláció.

De tényleg igaz?

- **Edward McQuarrie** (prof em., the Leavey School of Business at Santa Clara University in California);
- **USA kötvény és részvényhozamok vizsgálata 1793-tól**;
- 40 évet (1943-1982) leszámítva **nagyjából ugyanazt hozták hosszú tavon a részvények és a kötvények**;
- **A kötvények 1982 óta jobban teljesítenek, mint a részvények!**
- Ha ez igaz, akkor a befektetőknek teljesen más alapon kell az eszközkategóriák között választaniuk a jövőben



https://papers.ssrn.com/sol3/cf_dev/AbsByAuth.cfm?per_id=340720

Mi a kockázat?

- A hozam bizonytalan, kérdés, hogyan lehet megbecsülni?
- A **várható éves átlagos hozam** mellé **a hozamok varianciáját, illetve szórását** lehet még jellemző mutatóként demonstrálni → ez **a legalapvetőbb kockázati mutató**;
- Az éves hozamok eloszlására **a legtöbb modell normáleloszlást becsül**, de láthatjuk az ábrán, hogy ez nem teljesül tökéletesen (viszont egyszerű);

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

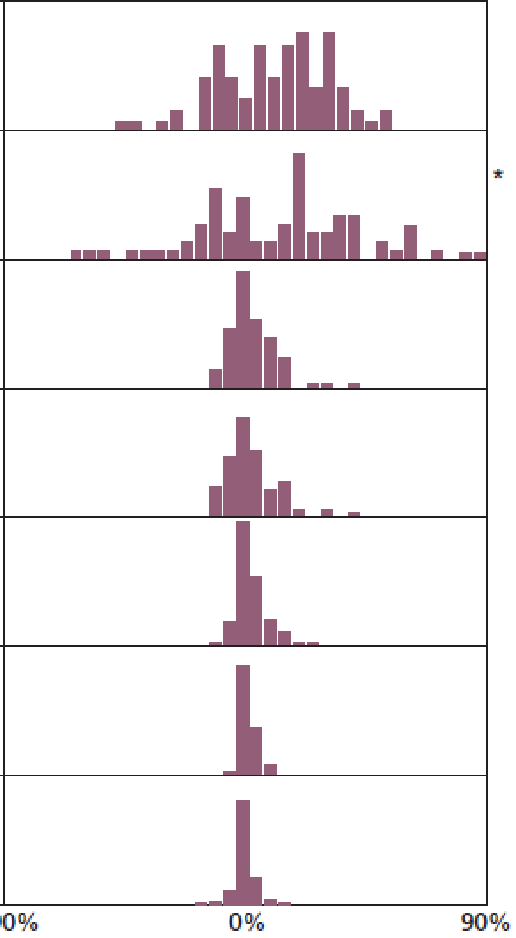
- **A szórás átszámolása: $\sigma_n = \sigma_i / \sqrt{1/n}$ (ahol az n a periódusszám), tehát pl. a heti és az éves közötti átszámítás: $\sigma_{éves} = \sigma_{heti} / \sqrt{1/52} = \sigma_{heti} * \sqrt{52}$**
- **A legnagyobb napi változások a Dow Jones Indexben:**

Rank	Date	Close	Net change	% Change
1	1933-03-15	62.10	+8.26	+15.34
2	1931-10-06	99.34	+12.86	+14.87
3	1929-10-30	258.47	+28.40	+12.34
4	1932-09-21	75.16	+7.67	+11.36
5	2008-10-13	9,387.61	+936.42	+11.08
6	2008-10-28	9,065.12	+889.35	+10.88
7	1987-10-21	2,027.85	+186.84	+10.15
8	1932-08-03	58.22	+5.06	+9.52
9	1932-02-11	78.60	+6.80	+9.47
10	1929-11-14	217.28	+18.59	+9.36
11	1931-12-18	80.69	+6.90	+9.35

Rank	Date	Close	Net change	% Change
1	1987-10-19	1,738.74	−508.00	−22.61
2	1929-10-28	260.64	−38.33	−12.82
3	1929-10-29	230.07	−30.57	−11.73
4	1929-11-06	232.13	−25.55	−9.92
5	1899-12-18	58.27	−5.57	−8.72
6	1932-08-12	63.11	−5.79	−8.40
7	1907-03-14	76.23	−6.89	−8.29
8	1987-10-26	1,793.93	−156.83	−8.04
9	2008-10-15	8,577.91	−733.08	−7.87
10	1933-07-21	88.71	−7.55	−7.84
11	1937-10-18	125.73	−10.57	−7.75

Historical Returns, Standard Deviations, and Frequency Distributions: 1926–2006

Series	Average return	Standard deviation	Distribution
Large-company stocks	12.3%	20.1%	
Small-company stocks	17.4	32.7	*
Long-term corporate bonds	6.2	8.5	
Long-term government	5.8	9.2	
Intermediate-term government	5.4	5.7	
U.S. Treasury bills	3.8	3.1	
Inflation	3.1	4.3	



*The 1933 small-company stocks total return was 142.9 percent.

Source: *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updated by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield). All rights reserved.

Kamatláb és kockázati prémium

- **Kamatlábak** → makroökönómiai kérdés, de alapvetően három meghatározó tényező:
  - Megtakarítások kínálata;
  - Megtakarítások kereslete
  - Kormányzat kereslete/kínálata, a jegybanki akciókkal együtt.
- **Nominális kamatláb: R**= a fentieknek megfelelően kialakult piaci „ár” → bankbetét, kötvényhozam stb. mindig nominális;
- **Reálkamatláb: r = (1+R) / (1+i)-1 = (R-i)/(1+i),** ahol i az infláció (CPI) → a negyedik tényező tehát az infláció;
- **Fischer-féle egyenlet: R = r + E(i),** ahol E(i) a várt infláció (CPI) → a nominális kamatláb változása az infláció jövőbeli változását is előrejelzi;
- **Adóhatás, adózás utáni kamatláb: R*(1-t)**, ahol t az adókulcs.
- **Kockázatmentes kamatláb/hozam:** általában az adott tartási periódus (pl. 3 hónap) államkötvényhozama, illetve egy olyan eszköz hozama, aminek a hozamszórása nulla körüli.
- **Kockázati prémium**: az adott eszköz évesített hozama, és a kockázatmentes éves kamatláb közötti különbség, tehát többlethozam.
  - Pl. Nagyvállalati részvények: 12,3%-3,8% = 8,5%.
- **A többlethozam=a kockázati prémiummal.**

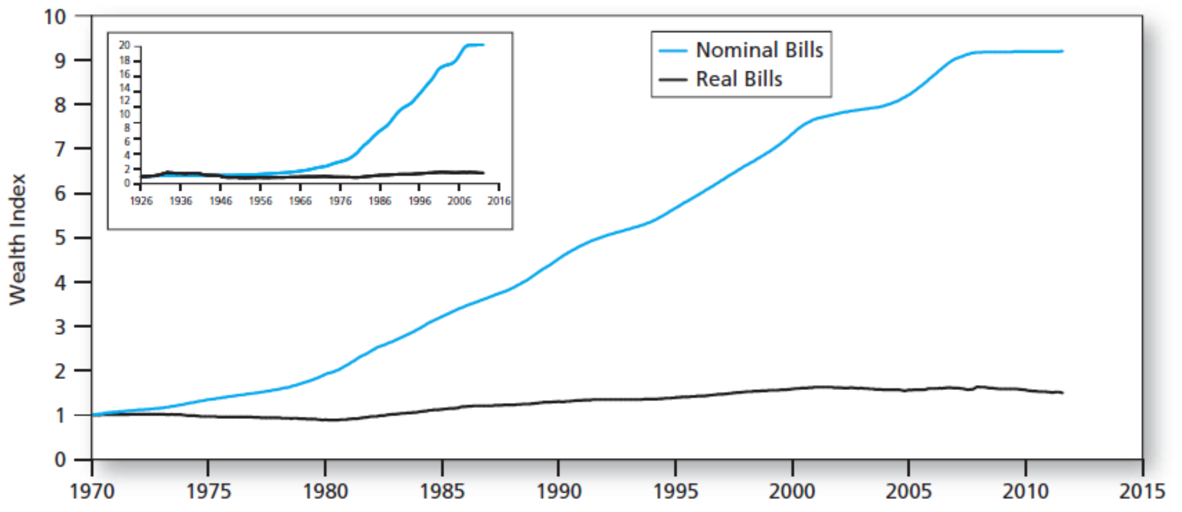


Figure 5.2 Nominal and real wealth indexes for investments in Treasury bills, 1970–2012 (inset figure is for 1926–2012)

Average Annual Returns and Risk Premiums: 1926–2006

Investment	Average Return	Risk Premium
Large stocks	12.3%	8.5%
Small stocks	17.4	13.6
Long-term corporate bonds	6.2	2.4
Long-term government bonds	5.8	2.0
U.S. Treasury bills	3.8	0.0

Source: *Stocks, Bonds, Bills, and Inflation Yearbook*™, Ibbotson Associates, Inc., Chicago (annually updated by Roger G. Ibbotson and Rex A. Sinquefield). All rights reserved.

Egy portfolió hozama és kockázata

- Egy **portfolió hozama**:

  Ahol R_p = a portfolió hozama
  w_i = i eszköz súlya
  r_i = i eszköz hozama

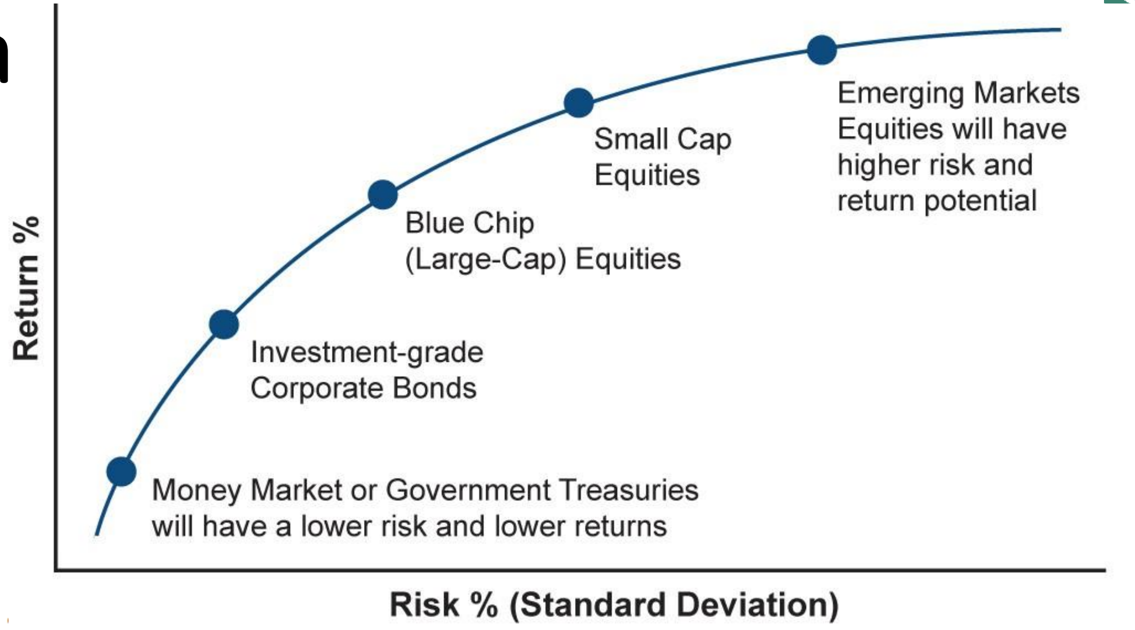
$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i * ri$$

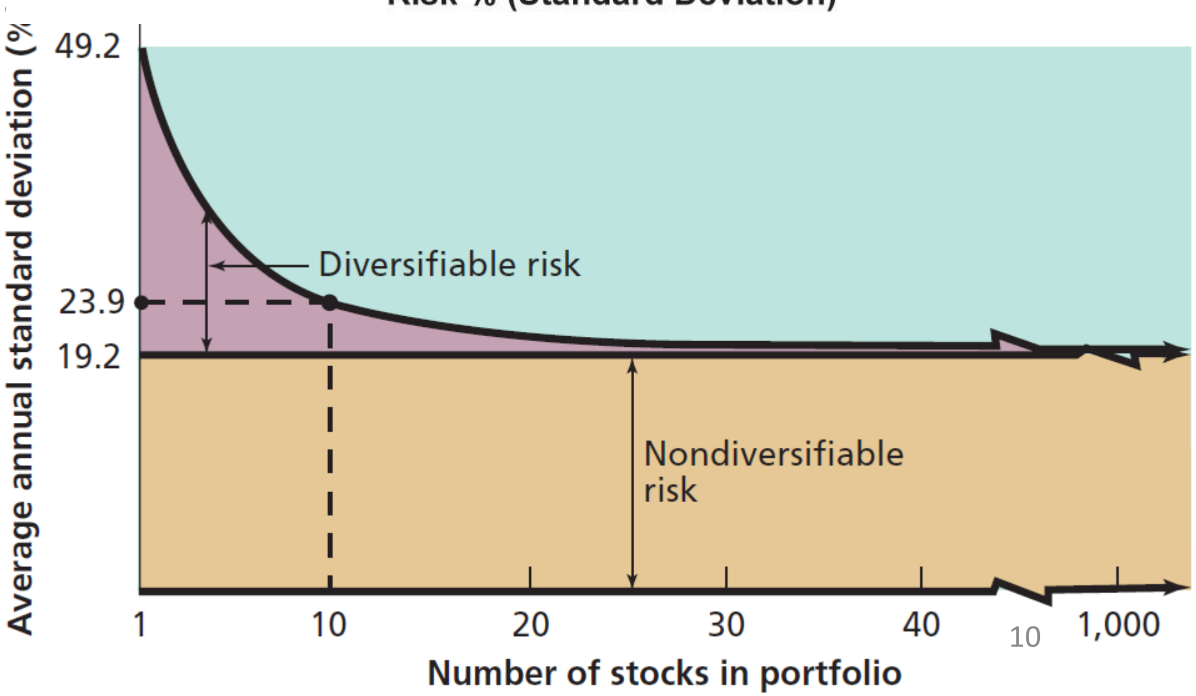
- Egy **portfolió kockázata**, már nehezebben meghatározható, hiszen az egyes papírok kockázata egymással is korrelál, akár ellentétes előjellel;
- Pl. két eszköz esetén a portfolió szórás négyzete (varianciája):

$$\sigma_p^2 = (w_1\sigma_1)^2 + (w_2\sigma_2)^2 + 2w_1w_2COV(r_1,r_2) = (w_1\sigma_1)^2 + (w_2\sigma_2)^2 + 2w_1w_2\rho\sigma_1\sigma_2$$

  Ahol σ_p = a portfolió hozamának szórása
  σ_i = az i eszköz hozamának szórása
  w_i = az i eszköz súlya
  ρ = a két eszköz hozama közötti korrelációs együttható

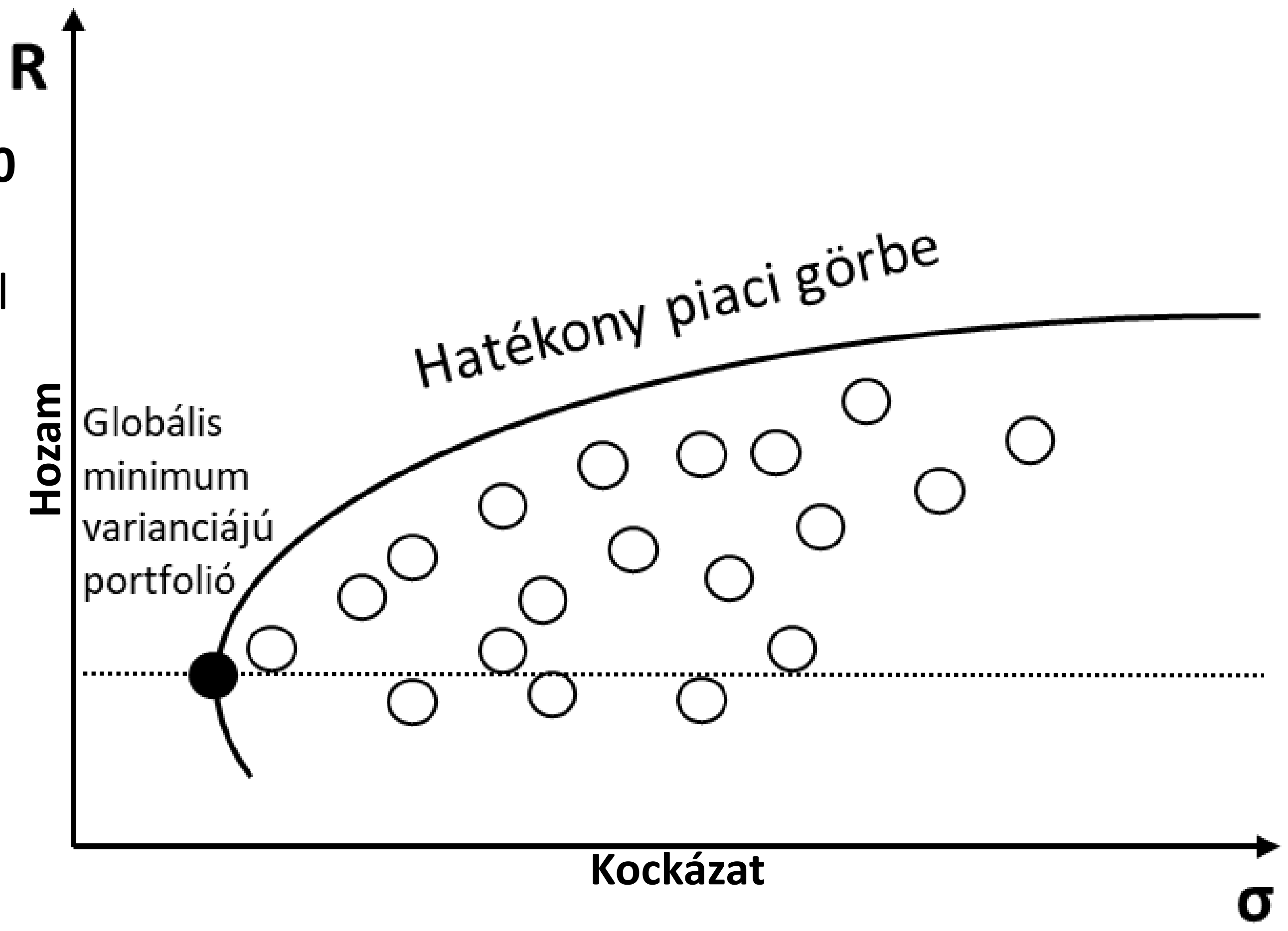
- Minél több eszköz, annál több negatív korreláció → **a diverzifikációval csökken a portfolió egyedi papírokból eredő (az ún. idioszinkratikus) kockázata**, a piaci (rendszer) kockázat marad meg, kellően nagy számú elem esetén.





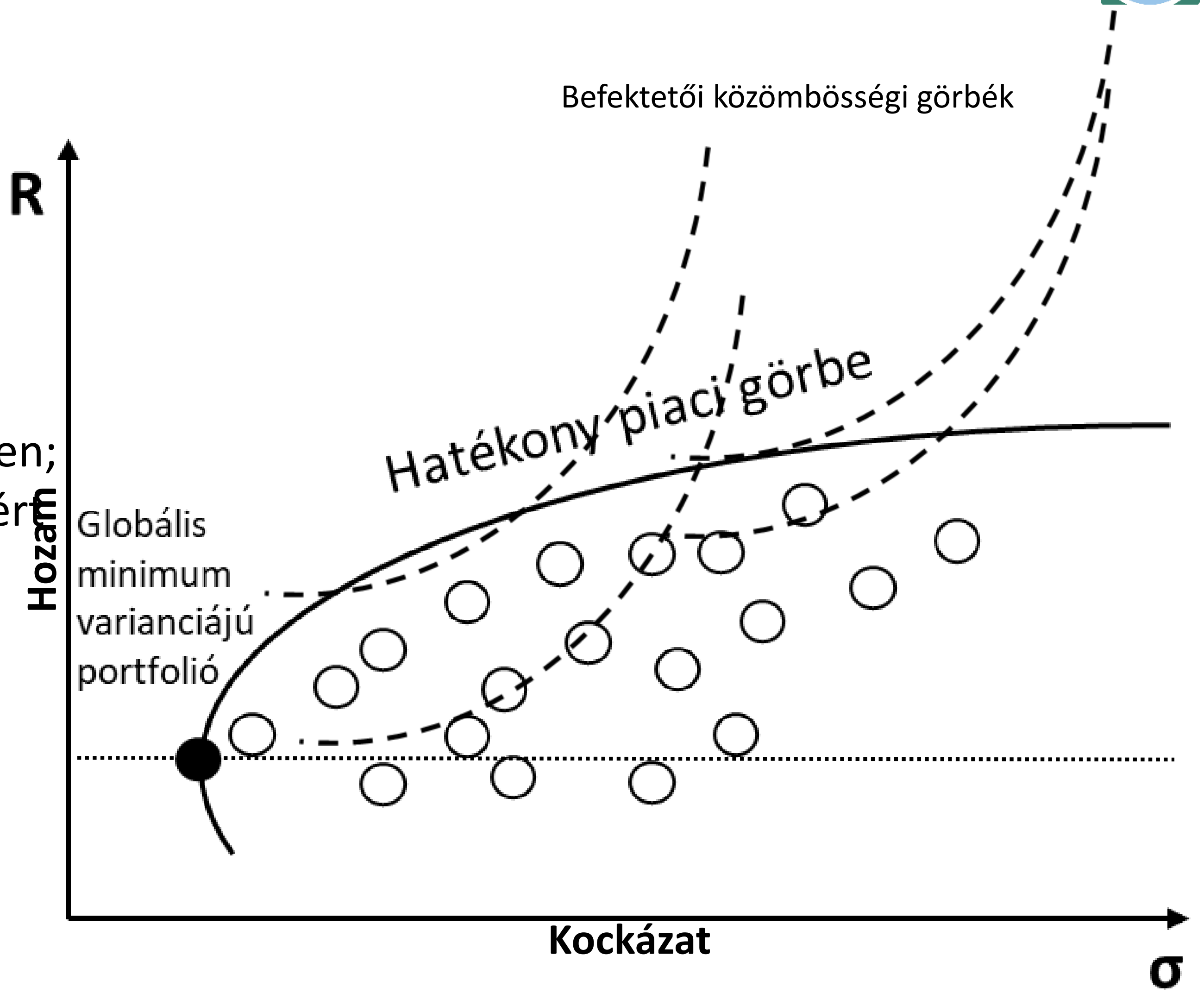
A Markowitz-modell: a hatékony portfoliók elmélete

- **Henry Markowitz 1952 Journal of Finance → a többeszközös portfoliók kockázatát és hozamát vizsgálja**, a kérdés: **hogyan érhetünk el minél magasabb hozamot/alacsonyabb kockázatot → 1990 Nobel-díj**;
- A befektetők tetszőleges eszközt választhatnak, ebből jön létre az ún. **befektetési univerzum**, amely a portfolió-kombinációk kockázat/hozam koordinátái szerint rajzolódik ki;
- A **hatékony portfolió**: minden portfolió, amely az adott kockázati szint mellett a lehető legnagyobb hozamot biztosítja, illetve adott hozamszint mellett a lehető legkisebb kockázattal jár;
- **Hatékony piaci görbe**: a hatékony portfoliókat tartalmazó vonal a befektetési univerzum síkján, a befektetési univerzum határvonala;
- **Globális minimum varianciájú portfolió**: a legkisebb kockázattal járó portfolió (nem a legalacsonyabb hozam!).



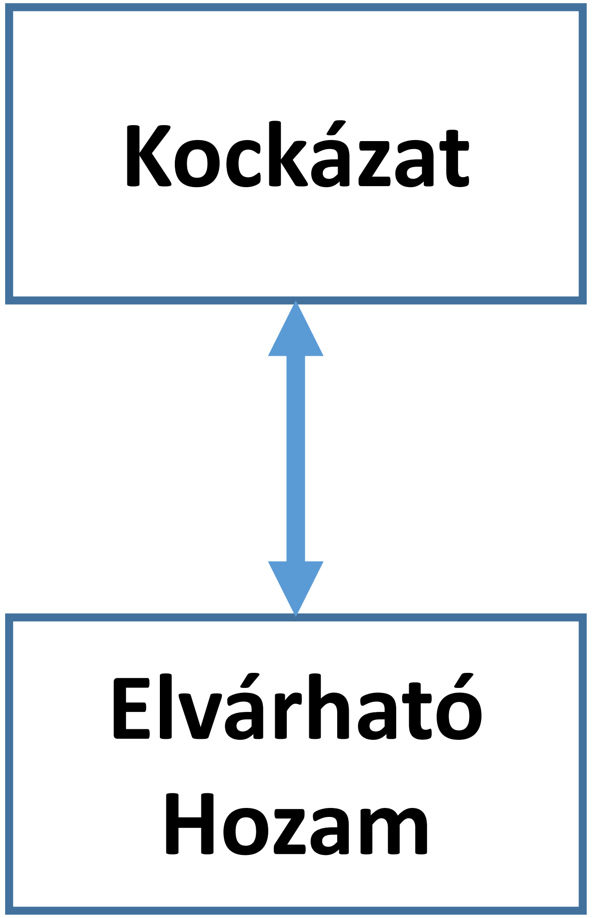
A befektetői magatartásról

- **Kockázati preferencia/étvágy**: különböző kockázatosságú lehetőségek közül, adott döntési helyzetben melyiket választja a befektető.
- **Kockázatkerülő befektető**:
  - a befektetők többsége;
  - biztos hozamot választja a bizonytalannal szemben;
  - többletkockázatot csak megfelelő ellentételezésért vállal;
  - két azonos hozamú befektetés közül az alacsonyabb kockázatút választja, nagyobb kockázat csak a kockázati prémium ellenében;
- **Kockázatkereső/szerető befektető**: nulla kockázati prémiumnál is hajlandó kockázatot vállalni;
- **Kockázatsemleges befektető**: kizárólag a várható hozam alapján dönt, nem érdekli a hozam szórása;
- **Az egyes befektetők közömbösségi görbéit** a Markowitz-féle hatékony piaci görbével „ütköztetve” lehet a (racionális) befektetői döntéseket megindokolni.



A tőkepiaci árfolyamok modellje (CAPM)

- **Jack Treynor, William F. Sharpe, John Lintner és Jan Mossin** fejlesztette ki egymástól függetlenül az 1960-as években, a Markowitz-féle hatékony portfóliók elméletére építve.;
- A **tőkepiaci árfolyamok modellje (capital assets pricing model, CAPM):** egy eszköz elméletben elvárható hozamát adja, az adott eszköz kockázatosságának függvényében;
- Segítség egy **megfelelően diverzifikált portfólió** előállításához, illetve fenntartásához ;
- **Alkalmas portfóliók és egyedi eszközök árazására;**
- A Markowitz-féle elmélet mellé **a CAPM bevezette a kockázatmentes kamatlábat biztosító befektetést**, mint eszközt;
- Ennek segítségével **a mindenkori befektető megoszthatja a befektetését a kockázatmentes eszköz, és a hatékony/piaci portfólió között**;
- Több lehetősége is van tehát így a befektetésre, sőt, ha **a kockázatmentes kamatlábon hitelt is lehet felvenni**, még inkább bővülnek a lehetőségei;
- Tulajdonképpen **az egységes piaci portfólió és a kockázatmentes eszköz segítségével bármilyen hozam-kockázat karakterisztikájú portfólió létrehozható.**



A CAPM feltételezései

Minden befektető:

1. **racionálisan viselkedik, hasznosságot maximalizál**;
2. **kockázatkerülő**;
3. **diverzifikál**, több eszköz között;
4. **homogén várakozásokkal** rendelkezik;

---

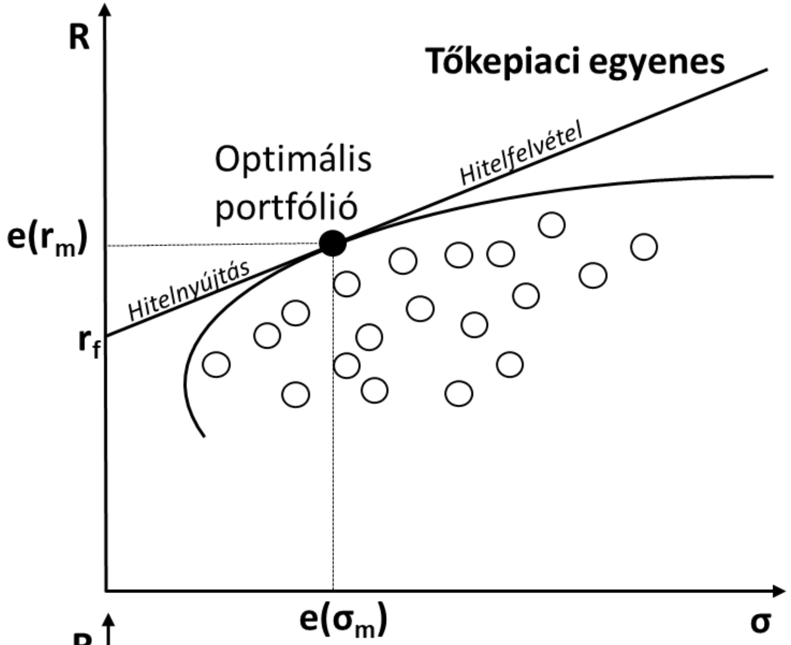
5. **árelfogadó**, nem tudja befolyásolni az árakat;
6. **kölcsön tud venni és kölcsön tud adni a kockázatmentes kamatlábon**/hozamon, **limit nélkül**;
7. **adó és tranzakciós költség nélkül** kereskedik;
8. **olyan eszközökkel** kereskedik, melyek **tökéletesen oszthatóak és likvidek**;
9. **tökéletesen informált**.

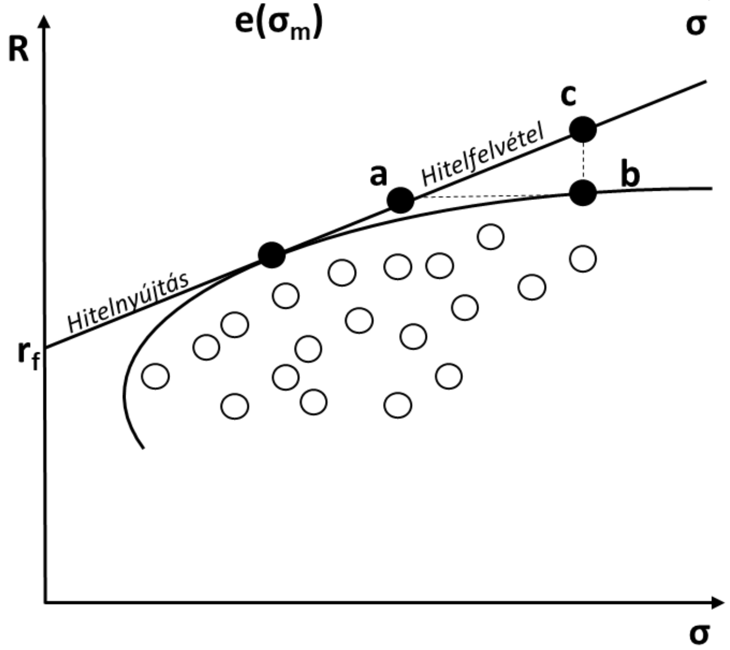
Racionális, kockázatkerülő befektető

Hatékony („súrlódásmentes”) tőkepiac

A tőkepiaci egyenes

- A **tőkepiaci egyenes (Capital Market Line, CML):** a kockázatmentes eszköz hozamát mutató pontból a hatékony piaci görbéhez húzott érintő. Ha a befektető mindig a legmagasabb hozamot keresi a legalacsonyabb kockázattal párosítva, akkor ezek a leghatékonyabb portfoliók.
- A **kockázatmentes eszköz bevezetése → megváltozik a hatékony befektetések görbéje → a Markowitz-féle görbe helyett a tőkepiaci egyenes**;
- **a) pont optimálisabb befektetés b) pontnál**, hiszen ugyanakkora hozamnál alacsonyabb kockázatot képvisel. Ugyanígy **c) pont is hatékonyabb**, hiszen ugyanakkora kockázatra nagyobb hozamot biztosít;
- A pontok közötti **választás a befektetői döntés kérdése** → az adott befektető **kockázati étvágyának a függvénye**.
- A **kockázatmentes eszköz/forrás és a piaci portfólió között osztható a vagyon**, de – ha hatékony portfóliót akarnak kialakítani, akkor – a tőkepiaci egyenes mentén mozognak;
- Az **a) esetben a befektető tehát kockázatkerülőbb, mint c) esetben**, ugyanakkor még mindig hajlandó hitelt felvenni a nagyobb elérhető hozamért.





A béta

- A CAPM nagy hangsúlyt helyez a **portfólió-diverzifikációra**: kizárólag a nem diverzifikálható kockázat számít (az egyedi kockázatok diverzifikálhatóak) → a **befektetők nem díjazzák az egyedi, csak a piachoz köthető kockázatot** → béta (ß) bevezetése;
- A **béta (ß):** az adott eszköz hozamának együtt mozgása a piaci hozammal, tehát tulajdonképpen az adott eszköz hozamának érzékenysége a piaci mozgásokra, avagy a **nem diverzifikálható kockázat → tulajdonképpen az eszköz piaci kockázata**;
- A béta **egy regressziós egyenes meredeksége** (statisztikai lineáris regressziós együttható) → hogyan változik az eszköz hozama az egységes piac hozamának változása függvényében;
- Ezt a regressziós egyenest nevezik **az adott eszköz karakterisztikus egyenesének** is;
- A **teljes piaci portfólió 1-es bétájú eszköz** (önmagával mozog együtt);
- A **nulla bétájú eszköz a kockázatmentes eszköz** → hozamának tehát a **kockázatmentes kamatlábbal kell megegyeznie**, hiszen ha nem így lenne, akkor 1. korlátlanul vásárolnák a befektetők, ezzel leszorítva a kamatszintet vagy 2. addig vennék fel a hitelt az alacsonyabb kamatlábon, amíg meg nem emelkedne az egyensúlyi szintig.

$$ß_i = \frac{COV_{RiRm}}{\sigma^2_{Rm}}$$

COV_{RiRm} =a piaci hozam és az értékpapír hozama közötti kovariancia = $\sigma_{Ri} * \sigma_{Rm} * \rho_{Ri\,Rm}$
σ_{Rm} = a piaci hozam szórása

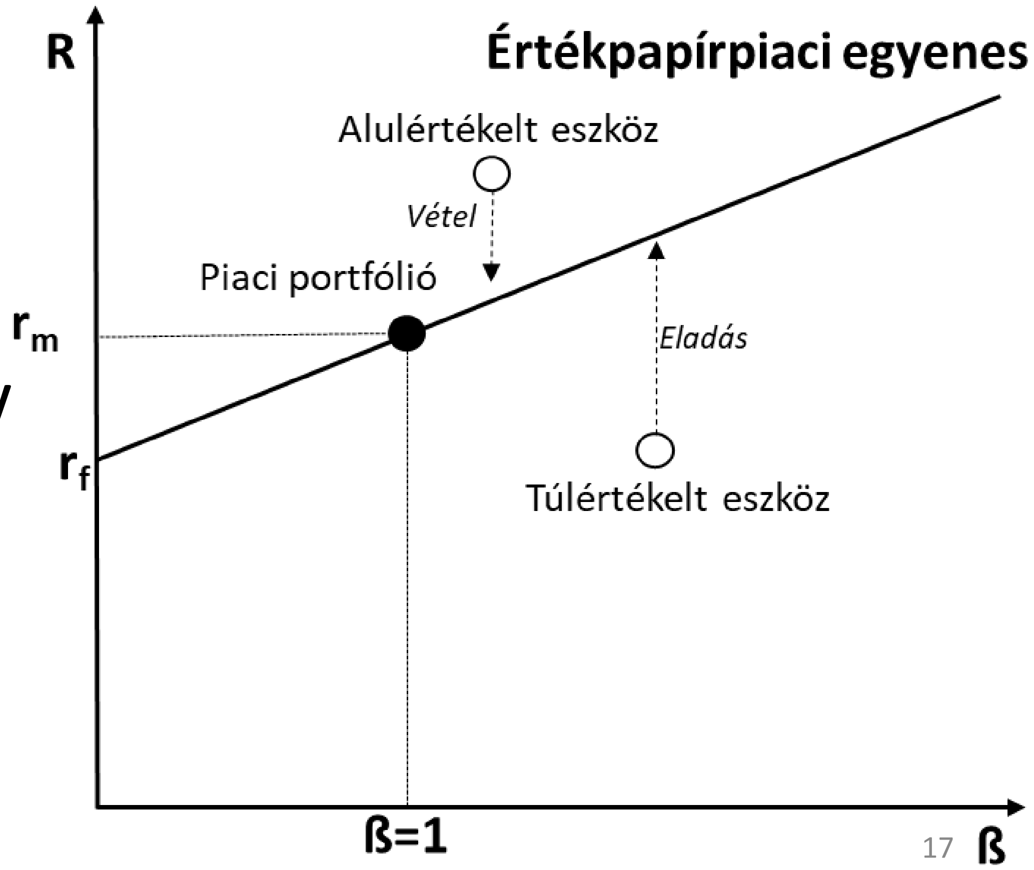
β = 1, a piaci portfolió. Ha a piaci hozam 1%-kal változik, akkor a részvény hozama is 1%-kal változik;
β > 1, a részvény hozama volatilisebb, mint a piac
0 < β < 1, a részvény hozama kevésbé volatilis, mint a piac
0=ß, a kockázatmentes eszköz bétája ,
ß<0, ha a piac emelkedik, a részvény szinte mindig csökken.

Az értékpapírpiaci egyenes

- **Egy portfólió bétája**: a portfólióban található eszközök bétájának aránnyal súlyozott átlaga;
- **Bármilyen értékpapír hozamát így elő lehet állítani a kockázatmentes eszköz és a teljes piaci portfólió** (az 1-es bétájú eszköz) hozamából;
- Emiatt a CAPM modellben a béta és a várható hozam között lineáris az összefüggés → **ez az ún. értékpapírpiaci egyenes (Security Market Line, SML) → tulajdonképpen ez a kockázat (piaci) és hozam közötti kapcsolat;**
- **Ha egy eszköz hozam-kockázat értéke nem ezen az egyenesen fekszik** →a racionális befektetők **vásárlással vagy értékesítéssel kikényszerítik**, hogy odakerüljön;
- **Ha az értékpapírpiaci egyenes alatt található** a hozama a papírnak, akkor **túlértékelt** → tehát addig adják el, amíg felmegy a hozam;
- **Ha az egyenes felett található → alulértékelt** (hiszen adott kockázatra jobb hozamot ad)→ akkor addig veszik amíg le nem esik az egyenesre.

$$ß_p = \sum_{i=1}^{n} w_i * ß_i$$

$ß_p$ = portfólió bétája
w_i = az i eszköz súlya a portfólióban
$ß_i$ = az i értékpapír bétája.



A CAPM-modell elvárt hozama

- A **CAPM modell** szerint **az eszköz elvárt hozama** = **a kockázatmentes hozam + kockázati prémium**;

- A **kockázati prémium** (tehát a kockázatmentes hozam feletti hozama) = **a béta és a piaci portfólió kockázati prémiumának szorzata**;

- **Alfa (α)**: az adott papír/portfolió tényleges hozamának a piaci hozam/index feletti része → az aktív kereskedés mérőszáma, eszköze;

- **Jensen alfa (α_J)**: az adott portfolió tényleges hozamának és a CAPM szerinti elvárt hozamának különbsége.

$$r_i = r_f + \underbrace{ß_i * (r_m - r_f)}_{\text{Kockázati prémium}}$$

$$\alpha = r_{ti} - r_m$$

$$\alpha_j = r_{ti} - r_i$$

r_i = az i értékpapír elvárt hozama
r_{ti} = az i értékpapír tényleges hozama
r_f = a kockázatmentes hozam
$ß_i$ = az i értékpapír bétája
r_m = a piaci hozam.

A CAPM továbbfejlesztése: Fama-French háromfaktoros modell

- **A CAPM évtizedekig szinte egyeduralkodó** a portfólió-menedzserek módszereiben;
- **Eugene Fama és Kenneth French (2004):** a gyakorlatban nem működik jól a modell → **vannak bizonyos eltérések, melyeket nem magyaráz a CAPM;**
- Helyette egy **háromfaktoros modellt** javasoltak → figyelembe vették azt az empirikusan megfigyelt hatást, hogy
  - az **alacsony piaci kapitalizációjú** („small caps"); és
  - a **magas egy részvényre eső könyv szerinti érték/részvényár** („book value/price" azaz BV/P) arányú papírok **jobban teljesítenek arányosan**, mint az egyéb értékpapírok.
- **A 3 faktoros modell képlete:**

$$r_i = r_f + ß_i * (r_m - r_f) + b_s*SMB + b_v*HML + \alpha$$

r_i = az i értékpapír hozama

r_f = a kockázatmentes hozam

$ß_i$ = az i értékpapír bétája

r_m = a piaci hozam

SMB („small minus big") = az alacsony és a magas kapitalizációjú papírok hozama közötti különbség

HML („high minus low") = a magas és alacsony BV/P arányú papírok hozama közötti különbség

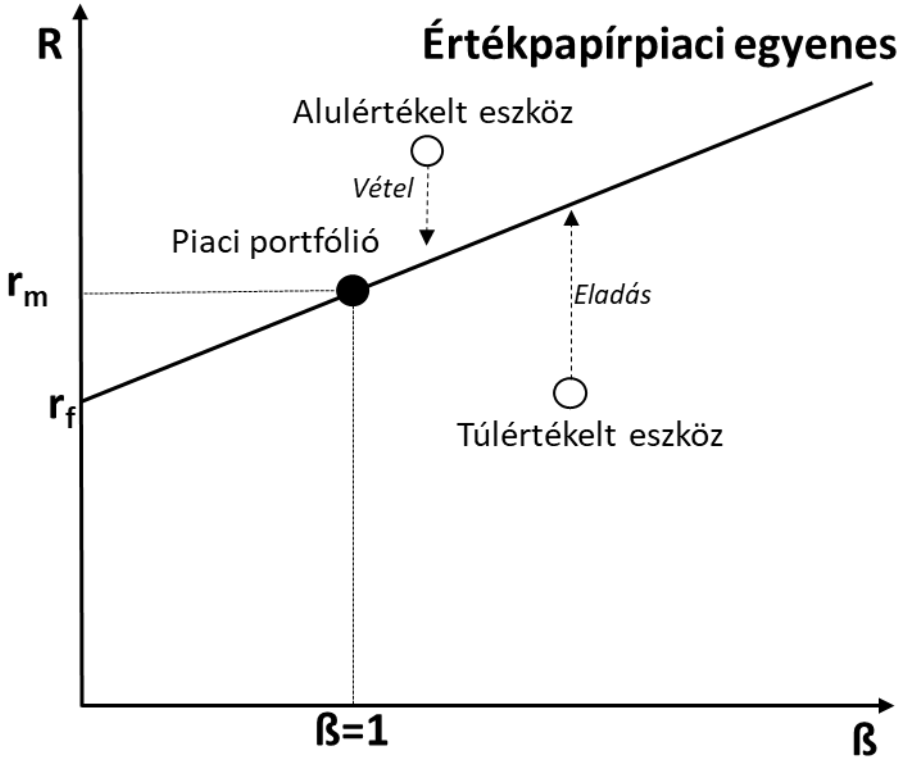
b_s és b_v pedig egy bétához hasonlóan számolt lineáris regressziós koefficiens.

α = a fentiekkel nem magyarázható extra hozam

A háromfaktoros modell jelentősen emelte a CAPM modell magyarázó erejét → 2015-ben még két faktort adtak hozzá (profitabilitás és beruházás).

Léteznek ennél sokkal több faktoros modellek is, a kutatásban továbbra is jelenlévő irány a CAPM alapú faktormodellek előállítása és tesztelése.

Mintafeladat



- „A” részvény múltbeli hozama 10% ß=1
- „B” részvény múltbeli hozama 17%,ß = 1,5
- A piaci hozam 11%
- A kockázatmentes hozam 5%
- A CAPM alapján melyik vásárlása előnyösebb?
- Mekkora a részvény alfája?
- Hol helyezkednek el az értékpapírpiaci egyenesen?

- **R_A= 5% + 1*(11%-5%) = 11%   α = 10%-11%= -1% = Jensen alfa (ha CAPM hozam és a piaci hozam megegyezik, akkor egyenlő), bár ha az alfa negatív, az már önmagában is negatív →** az értékpapírpiaci egyenes alatt van, el kell adni;
- **R_B= 5% + 1.5*(11%-5%) = 14% α = 17%-11%= 6% Jensen alfa=17%-14%=3% →** az értékpapírpiaci egyenes felett van, meg kell venni → **ez az előnyösebb papír**.