Formális módszerek BMEVIMIMA26

Első zárthelyi: Gyakorló feladatok megoldással

1. Formalizmusok

A. Írja le az alábbi állításokról, hogy *igaz*, *hamis*, vagy *nem eldönthető* az, hogy igaz vagy hamis. A válaszokat röviden indokolja. (3 pont)

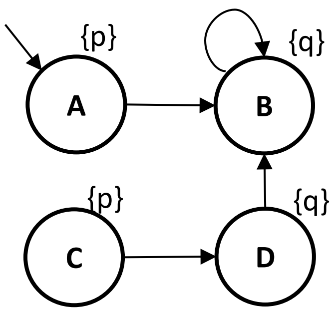
a) Egy címkézett tranzíciós rendszerben az állapotok közti átmeneteket atomi kijelentések halmazaival címkézzük.

b) Létezik olyan Kripke-struktúra, melynek van olyan állapotsorozata (lefutása), amire a **G(X p) and F(not p)** kifejezés igaz.

c) Az ugyanazon logikai függvényt leíró BDD-k (bináris döntési diagramok) mind izomorfak.

B. Adja meg azt a *lehető legkevesebb* címkézett állapotot tartalmazó állapotsorozatot, amin teljesül a **p U q** és az **X((X G q) and G(not p))** temporális logikai tulajdonság, de nem teljesül a **G q** tulajdonság. (3 pont)
Az állapotsorozatot az egymás utáni állapotok címkéinek feltüntetésével szövegesen adja meg a következő jelölés mintájára: {p,q} -> {q} -> {} -> {p}

C. Létezik olyan CTL* kifejezés, ami az alábbi Kripke-struktúra A állapotában igaz, de a C állapotában nem? A választ röviden indokolja! (1 pont)



Megoldás:

A. A válaszok:

a) Nem igaz. LTS-ekben az állapotok közötti átmenetek legfeljebb egy akcióval címkézhetők.

b) Igaz. Ld. a kezdeti állapotban p nem igaz (az F operátor szemantikája ezt megengedi), a további állapotokban pedig p igaz (ciklust képezve).

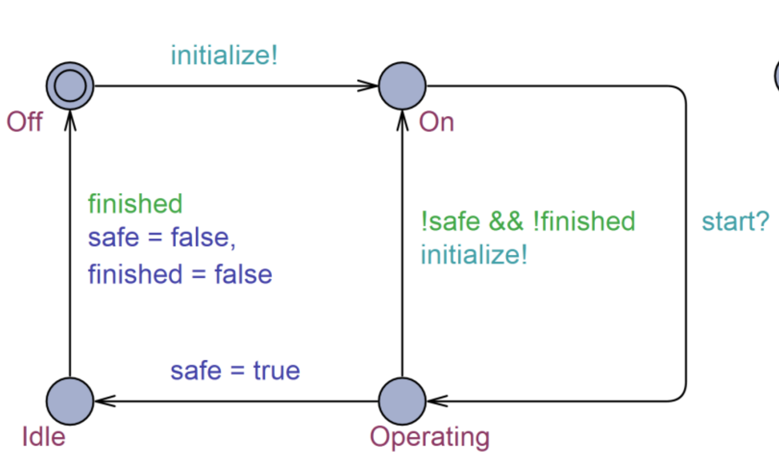
c) Nem igaz. Az ugyanazon logikai függvényt leíró BDD-k nem feltétlenül izomorfak; csak az ugyanazon logikai függvényt leíró, azonos változósorrendet alkalmazó ROBDD-k izomorfak.

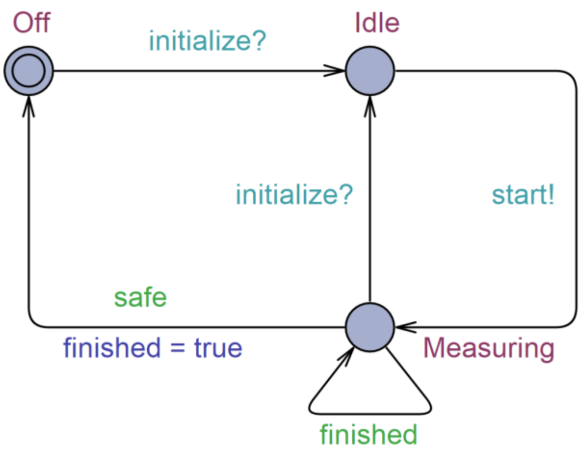
B. Az állapotsorozat: {p} → {q} → {q}

C. Nem létezik. A lehetséges állapotsorozatok A-ból és C-ből indulva is a következő címkesorozattal jellemezhetők: p q*, azaz {p} → {q} → {q} → … → {q} → …

2. Modellezés

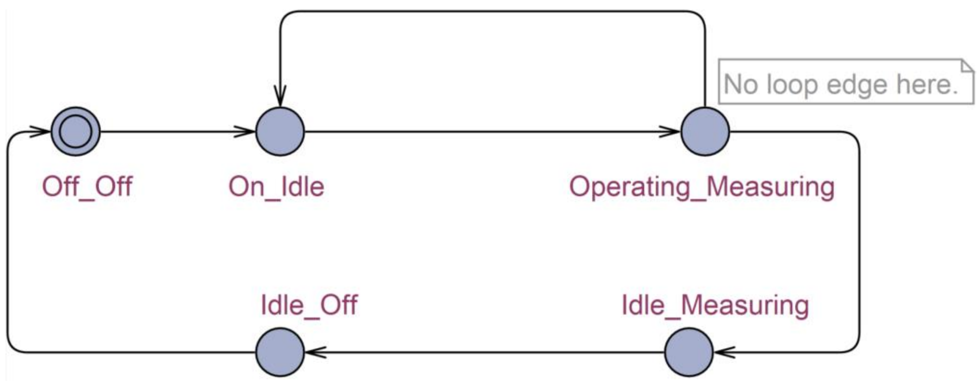
Az alábbi ábrákon látható két (az UPPAAL eszközben modellezett) automata, ezek egy *barométer* (légnyomást mérő berendezés) *vezérlőjének* állapotait (*Off*, *On, Operating* és *Idle*), és a *barométer* állapotait (*Off, Idle* és *Measuring*) modellezik. Az automaták két logikai változót (*bool safe* és *bool finished*), és két csatornát (*chan initialize* és *chan start*) használnak. A logikai változók kezdetben *hamisra* vannak állítva. Figyeljen arra, hogy őrfeltételekben „= =” szerepelhet, míg értékadásokban „=”!
Készítse el a két automata együtteseként tekintett *teljes rendszer* Kripke-struktúra modelljét, a vezérlő és a barométer lehetséges állapotkombinációit és a köztük lévő átmeneteket felvéve! A Kripke-struktúra minden állapotát nevezze el az alapján, hogy a vezérlő és a barométer mely állapotait reprezentálja! (5 pont)





Megoldás:

A két automata külön-külön illetve szinkronizáltan lehetséges lépéseinek követésével:



3. Követelményformalizálás

Egy online oktatási rendszerben a feladat státusza lehet *rejtett, beadandó*, illetve *beadott*. A feladat státusza ebben a sorrendben változik, de az oktató döntésétől függően szükséges lehet az újból beadás. A beadott feladat az oktató által vagy *elfogadott,* vagy *elutasított,* vagy újbóli beadásra *visszaküldött* lehet. A feladat státuszát naponta vizsgáljuk, amíg végállapotba nem kerül (ami után nem történik állapotváltozás).

Formalizálja amennyiben lehet LTL, egyébként pedig CTL operátorok és az előbbiekben szereplő dőlt betűs atomi kijelentések segítségével az alábbi követelményeket, amelyek a feladat státuszára minden esetben (folyamatosan) vonatkoznak. (6 pont)

A. Mindig lehetséges (de nem szükségszerű), hogy a rejtett feladat előbb-utóbb el lesz fogadva.

B. A visszaküldött feladat azonnal beadandó státuszba kerül, és így is marad a két nap múlva történő beadásig.

C. Ha a hallgató nem adja be a beadandó feladatot, akkor előbb-utóbb biztosan el lesz utasítva.

D. A feladat végállapota csak az lehet, ha az oktató elfogadta, vagy elutasította.

Megoldás:

A. Mindig lehetséges (de nem szükségszerű), hogy a rejtett feladat előbb-utóbb el lesz fogadva.

AG (rejtett => EF elfogadott)

B. A visszaküldött feladat azonnal beadandó státuszba kerül, és így is marad a két nap múlva történő beadásig.

G (visszaküldött => (beadandó $\wedge$ X (beadandó $\wedge$ X beadott)))

C. Ha a hallgató nem adja be a beadandó feladatot, akkor előbb-utóbb biztosan el lesz utasítva.

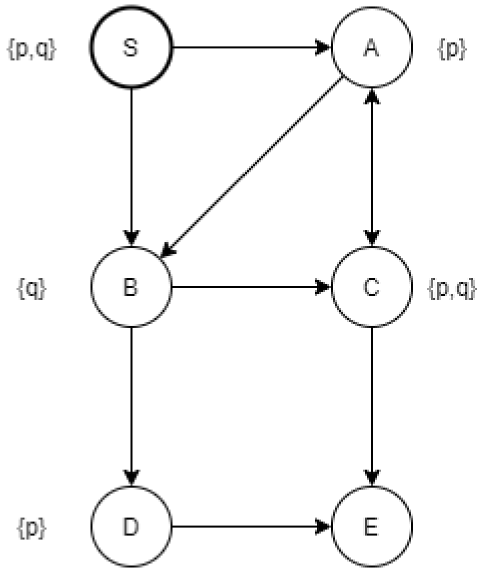
G (beadandó => (($\neg$beadott) U (beadott $\vee$ elutasított)))

D. A feladat végállapota csak az lehet, ha az oktató elfogadta, vagy elutasította.

AG (elfogadott $\vee$ elutasított $\vee$ EX true)

4. CTL modellellenőrzés

Adott az alábbi Kripke-struktúra az S kezdőállapottal és a megadott állapotcímkékkel (kétirányú nyíl látszik, ha két állapot között mindkét irányban van átmenet).



A tanult iteratív állapotcímkézési eljárást végrehajtva ellenőrizze a modellen, hogy teljesül-e a kezdőállapotból az alábbi CTL kifejezés: **E(q U (AX (not p)))**.

Az iteráció minden lépéséhez adja meg a címkéző kifejezést és (felsorolással) a címkézett állapotok halmazát. (6 pont)

Megoldás:

1. lépés: ¬p címke felrakása: **B, E**
2. lépés: AX ¬p címke felrakása: **D** (mivel minden rákövetkezőjén ¬p címke van)
3. lépés: E(q U (AX ¬p)) címke felrakása: **D** (mivel AX ¬p címke már van ott)
4. lépés: E(q U (AX ¬p)) címke felrakása: **B** (mivel q címke van és van rákövetkezője E(q U (AX ¬p)) címkével)
5. lépés: E(q U (AX ¬p)) címke felrakása: **S** (mivel q címke van és van rákövetkezője E(q U (AX ¬p)) címkével)

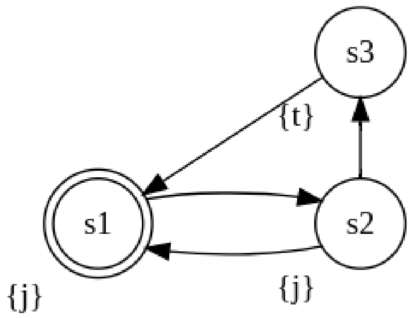
Az E(q U (AX ¬p)) kifejezés teljesül a kezdőállapotra.

5. LTL modellellenőrzés a tabló módszerrel

A feladat az „Addig jár a korsó a kútra, amíg el nem törik” szólás igazságának vizsgálata. (6 pont)

A. Írja fel (*„jár a korsó”*=j, és *„törött a korsó”*=t rövidítésekkel) azt az LTL követelményt, miszerint *nem igaz, hogy folyamatosan jár a töréséig a korsó a kútra*.

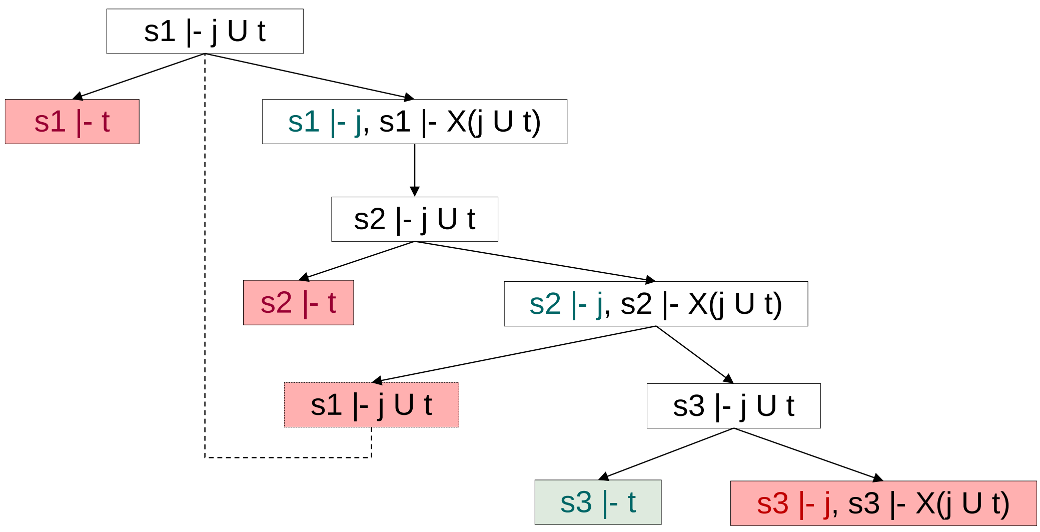
B. Ezután a *teljes tabló* felrajzolásával ellenőrizze a lenti Kripke-struktúrán (amelynek kezdőállapota s1) a követelmény teljesülését! Ha a követelmény nem teljesül, adjon meg a tabló alapján egy ellenpéldát.



Megoldás:

A. Az ellenőrizendő követelmény: ¬(j U t)

B. A tabló építése ellenpélda kereséshez az *ellenőrizendő követelmény* negáltja alapján:

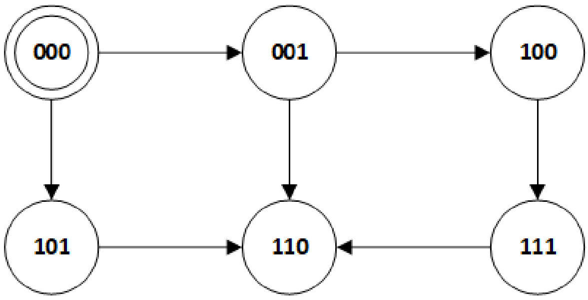


Az ellentmondásos ágak (valamint a ciklus záródás j-vel, de t elérése nélkül) pirossal, a sikeresek pedig zölddel vannak jelölve.

A sikeres ág alapján az ellenpélda: s1 → s2 → s3.

6. Bináris döntési diagramok

Adott az ábrán látható Kripke-struktúra, melynek állapotai 3 biten, sorban az *x*, *y*, *z* változók segítségével vannak az ábra szerint kódolva (tehát például a 000 kódolású kezdőállapot esetén *x*=0, *y*=0, *z*=0).



A. Adja meg a Kripke-struktúra *kezdőállapotának*, valamint a kezdőállapotból induló 000 -> 001 -> 110 *útvonalának* karakterisztikus függvényét! (2 pont)

B. Ábrázolja a Kripke-struktúra *állapotainak halmazát* reprezentáló karakterisztikus függvényt ROBDD alakban! A változók sorrendezése legyen *x, y, z*! (3 pont)

Megoldás:

A. Karakterisztikus függvények:

Kezdőállapot: $C_{(000)} = \neg x \wedge \neg y \wedge \neg z$

Útvonal: $C_{(000 \to 001 \to 110)} = (\neg x \wedge \neg y \wedge \neg z) \wedge (\neg x' \wedge \neg y' \wedge z') \wedge (x'' \wedge y'' \wedge \neg z'')$

B. A bináris döntési fa felrajzolása majd ROBDD alakra hozása: