

Sztochasztikus Petri-hálók

Teljesítmény és megbízhatóság modellezés

Majzik István

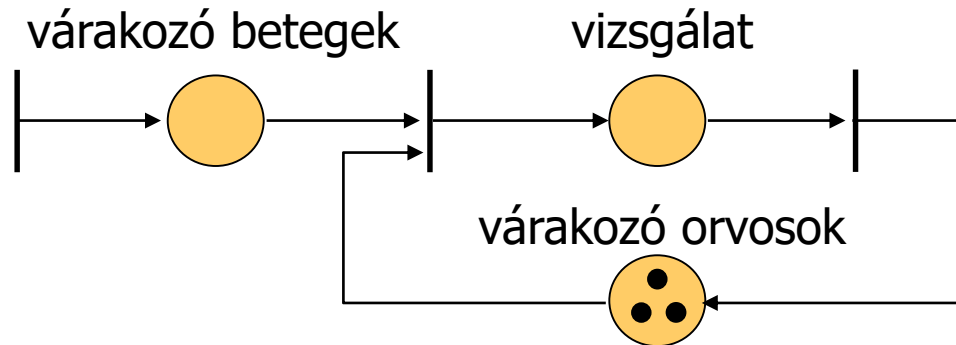
BME Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Motiváció

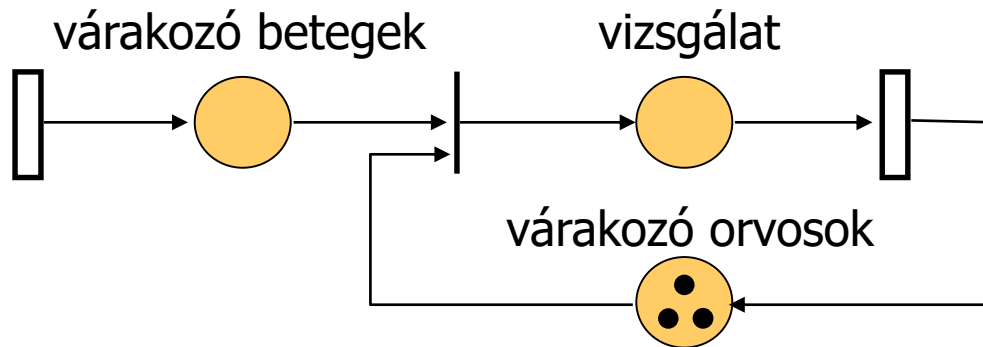
- Eddig: Funkcionális, logikai viselkedés modellezés
 - Biztonsági, élıségi jellegű követelmények
 - Állapotok vagy átmenetek bekövetkezése, elérhetősége
- Bővítés: Extra-funkcionális, kvantitatív modellezés
 - Teljesítmény követelmények
 - Megbízhatósági (szolgáltatásbiztonsági) követelmények
- Ezen követelmények jellemzői
 - Időbeliség (pl. feldolgozási idők, válaszidők, határidők)
 - Valószínűségek (pl. hiba, üzenetvesztés valószínűsége)
- Informatikai rendszerek modelljei
 - Diszkrét állapottér
 - Folytonos idő

Egy példa

- Egyszerű Petri-háló modell:



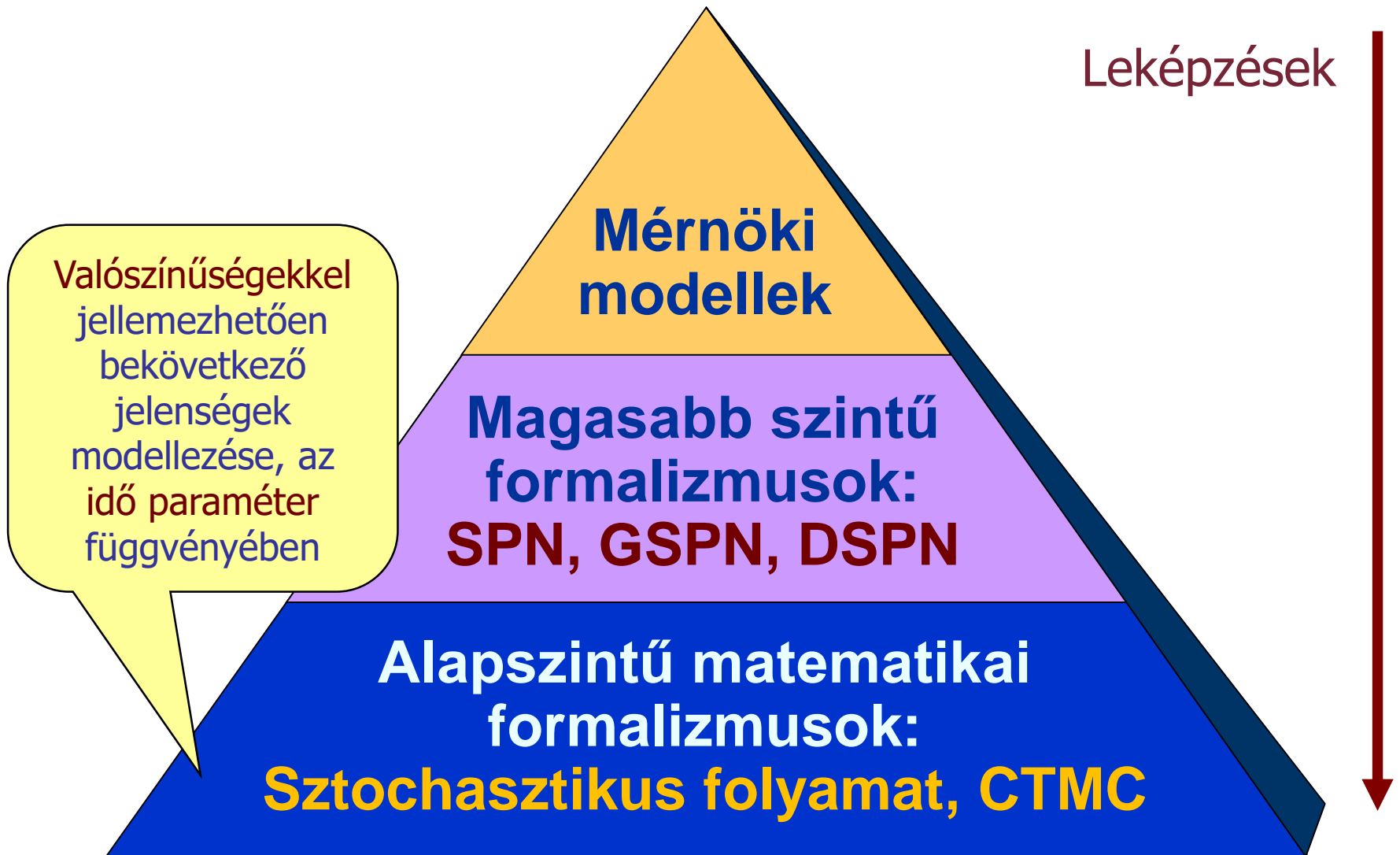
- Időzítéseket is tartalmazó modell:



Hány orvos elég az
elfogadható
kiszolgáláshoz?

Milyen modelleket alkalmazunk majd?

Leképzések



Milyen modelleket alkalmazunk majd?

Leképzések

Petri-hálók
kiterjesztései
időzítések és
valószínűségek
tekintetében

**Mézőki
modellek**

**Magasabb szintű
formalizmusok:
SPN, GSPN, DSPN**

**Alapszintű matematikai
formalizmusok:
Sztochasztikus folyamat, CTMC**



Sztochasztikus Petri-hálók

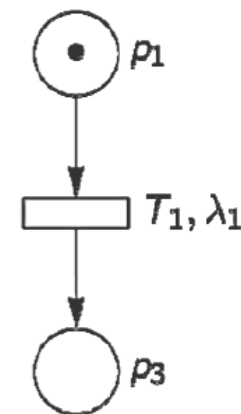
- Alapkonceptió: Az idő modellezése
 - Az időt a **tranzíciók tüzeléséhez** kötjük: a tüzeléssel leírható tevékenység, történés, állapotváltozás **idejét** modellezzük
- Egy Petri-hálót **sztochasztikusnak** nevezünk, ha
 - Minden tranzíciójához **tüzelési időt** (késleltetést) rendelünk
 - A tüzelési késleltetés véletlen: valószínűségi változóval írható le, egy **adott eloszlás szerint** adja meg a késleltetési időt
 - A tüzelési késleltetés **statisztikailag független** a többi tranzíció késleltetési idejétől
- Sztochasztikus Petri-háló osztályok áttekintése
 - Sztochasztikus Petri-háló (SPN)
 - Általánosított sztochasztikus Petri-háló (GSPN)
 - Determinisztikus és sztochasztikus Petri-háló (DSPN)

Sztochasztikus Petri-hálók (SPN)

- SPN: Stochastic Petri Net
- Az egyszerű Petri-hálók kiterjesztése
 - A tranzíciókhoz véletlen **tüzelési késleltetést** rendelünk:
A késleltetés **negatív exponenciális valószínűségi eloszlásfüggvénnyel** jellemezhető
 - Jelölés: Egy T_i tranzíció d_i késleltetési idejéhez tartozó negatív exponenciális eloszlás paramétere λ_i (poz. valós szám)
 - Ez alapján:

$$P \{ d_i \leq t \} = 1 - e^{-\lambda_i t} \quad P \{ d_i > t \} = e^{-\lambda_i t}$$

- Grafikus jelölés
 - Tranzíciók mint üres téglalapok
 - Neg. exp. eloszlás paramétere: tranzíció tüzelési gyakorisága, „rátája”



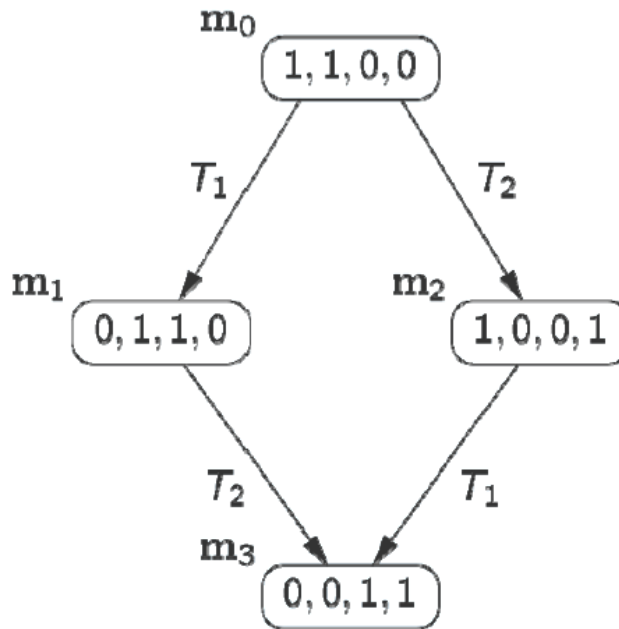
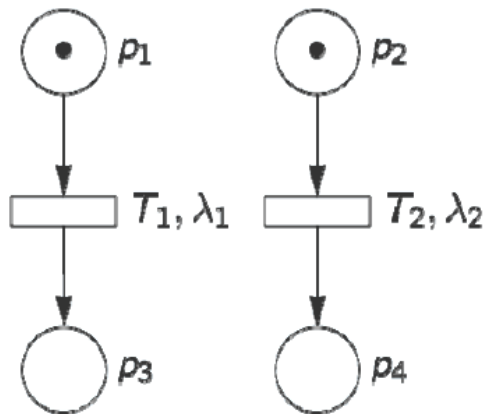
A tüzelési szemantika változása

- Engedélyezettség feltétele: Nem változik
 - Minden bemenő él végén lévő helyen legalább annyi token van, mint amennyi az él súlya
- Tüzelési szabály: Egy tranzíció tüzelhet egy $t+d$ időpillanatban, ha
 - a t időpontban engedélyezetté vált,
 - éppen d késleltetési időt sorsolt a hozzá tartozó eloszlásfüggvény szerint, és
 - a $[t, t+d)$ időtartományban folyamatosan engedélyezett volt (közben nem veszítette el engedélyezettségét)
- Tüzelés után, az új jelölésben az engedélyezetté váló tranzíciók új késleltetéseket sorsolnak

Mi történik, ha több tranzíció engedélyezett?

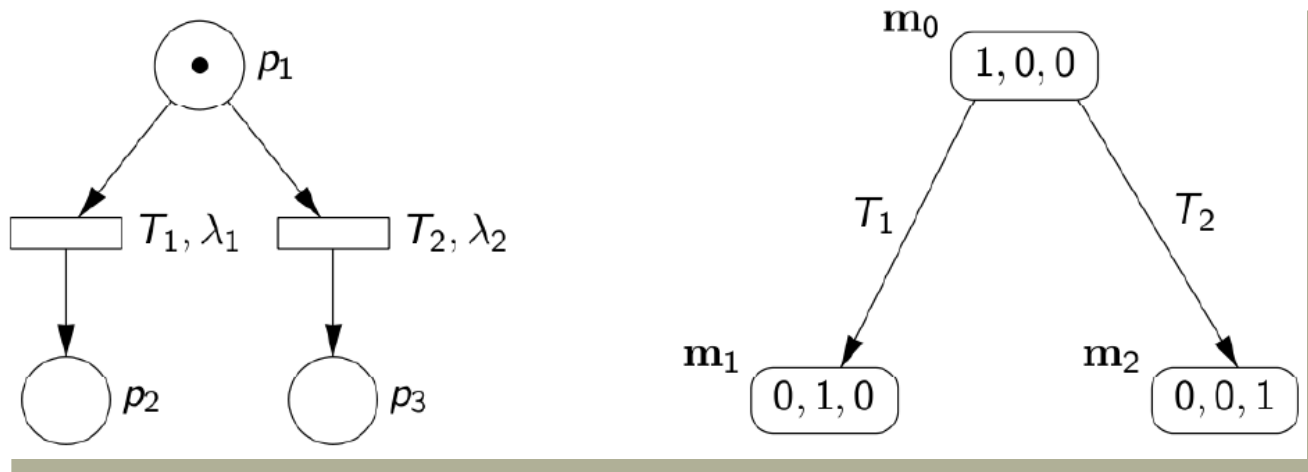
- Az a tranzíció tüzel, amelynek hamarabb letelik a sorsolt késleltetési ideje
 - Engedélyezett tranzíciók **versenyben** vannak
 - A sorsolt idők alapján (valószínűségi) döntés van
- Az engedélyezetten maradó tranzíciók helyzete egyikük tüzelése után:
 - A tüzeléskor új jelölés alakul ki
 - Mik lesznek ekkor az új késleltetések?
 - A késleltetési idő exponenciális eloszlása miatt fennáll az „emlékezetnélküliség” (Markov-tulajdonság)
 - A tüzelésig hátralévő idő statisztikailag független az engedélyezetté válás óta eltelt időtől
 - Az engedélyezett tranzíciók **tüzelésig hátralévő ideje** ugyanúgy exponenciális eloszlású marad

Elérhetőségi gráf: Konkurens tranzíciók



- Ha T_1 tüzel $d_1 \geq 0$ késleltetéssel, akkor mi lesz T_2 tüzelésének késleltetési ideje az új jelölésben?
 - λ_2 paraméterű exponenciális eloszlású marad, az eredeti eloszlásfüggvény Markov-tulajdonsága miatt

Elérhetőségi gráf: Konfliktusban lévő tranzíciók



- Mi lesz az m_0 jelölés tartási ideje?
 - Késleltetések minimuma (két exp. eloszlásfüggvényű valószínűségi változó minimuma) határozza meg
 - Tétel: Ez is exp. eloszlásfüggvényű, $\lambda_1 + \lambda_2$ paraméterrel
 - Tehát a tartási idő exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető, aminek paramétere $\lambda_1 + \lambda_2$
 - A tartási idő várható értéke $1/(\lambda_1 + \lambda_2)$

Általánosítás

- Ha n számú, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ paraméterű tranzíció engedélyezett egy m jelölésben, akkor
 - Az m jelölés tartási idejét jellemző exponenciális eloszlás paramétere:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$$

- Az m jelölés elhagyásának várható ideje:

$$\frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}$$

- Annak a valószínűsége, hogy a λ_1 paraméterű tranzíció tüzel először:

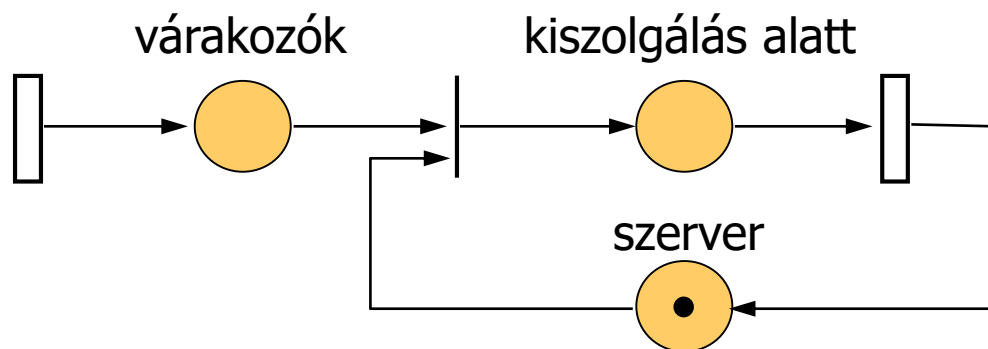
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}$$

Jellemzők összefoglalása az SPN-re

- Az új jelölés kialakulásához szükséges idő **exponenciális eloszlású**
 - Konfliktusban lévő vagy konkurens tranzíciók esetén is
- Az SPN időzítéssel ellátott **elérhetőségi gráfja egy folytonos idejű Markov-lánc (CTMC)**
 - Struktúrája független a tranzíciók paramétereinek értékétől
 - Állapotátmeneti gyakoriság: a tüzelő tranzíció λ paramétere
 - A CTMC megoldási módszerei használhatók az SPN analíziséhez
- Az analízis eredményei
 - Állandósult állapotbeli (aszimptotikus) megoldás (biztosan létezik, ha az SPN korlátos és megfordítható):
 - Jelölések állandósult állapotbeli valószínűsége
 - Tokenek számának várható értéke egy-egy helyen
 - Tranzíciók tüzelési gyakorisága
 - Tranziens megoldás:
 - Jelölések valószínűségi időfüggvényei

Példa: M/M/1 sor

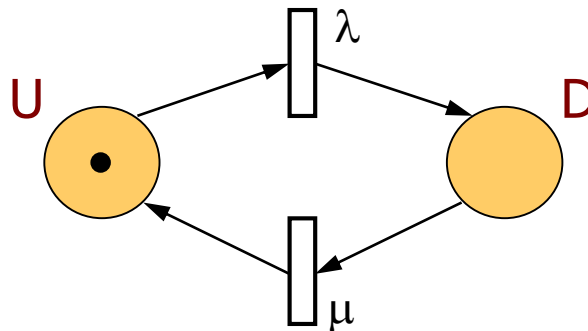
- Egy szerver szolgál ki sorban álló kéréseket
- Exponenciális eloszlásfüggvénnyel jellemezhető:
 - Kérések beérkezésének időközei
 - Kiszolgálási idő



- Meghatározható (különféle paraméterek mellett):
 - Szerver kihasználtsága
 - Várakozók számának alakulása

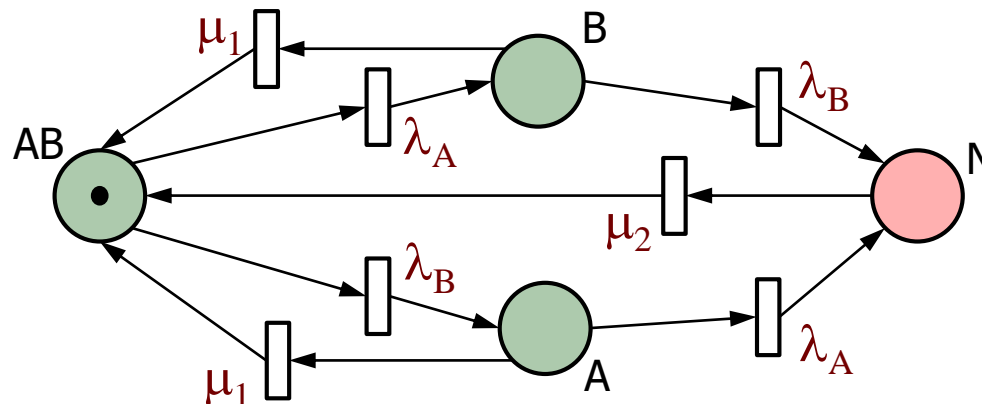
Példa: Komponens meghibásodás és javítás

- Komponens állapotok
 - Hibamentes **U** vagy hibás **D** állapot
- Állapotok változása
 - Gyakorlati tapasztalat **elektronikai** komponensekre:
A hibamentes állapot tartási ideje **exponenciális** eloszlással jellemezhető a tipikus használati tartományban
 - Az exp. eloszlásfüggvény paramétere: Meghibásodási gyakoriság, λ
 - A javítási időt is exp. eloszlásúnak tekintik (egyszerűsítés)
 - Az exp. eloszlásfüggvény paramétere: Javítási tényező, μ
- A modell:

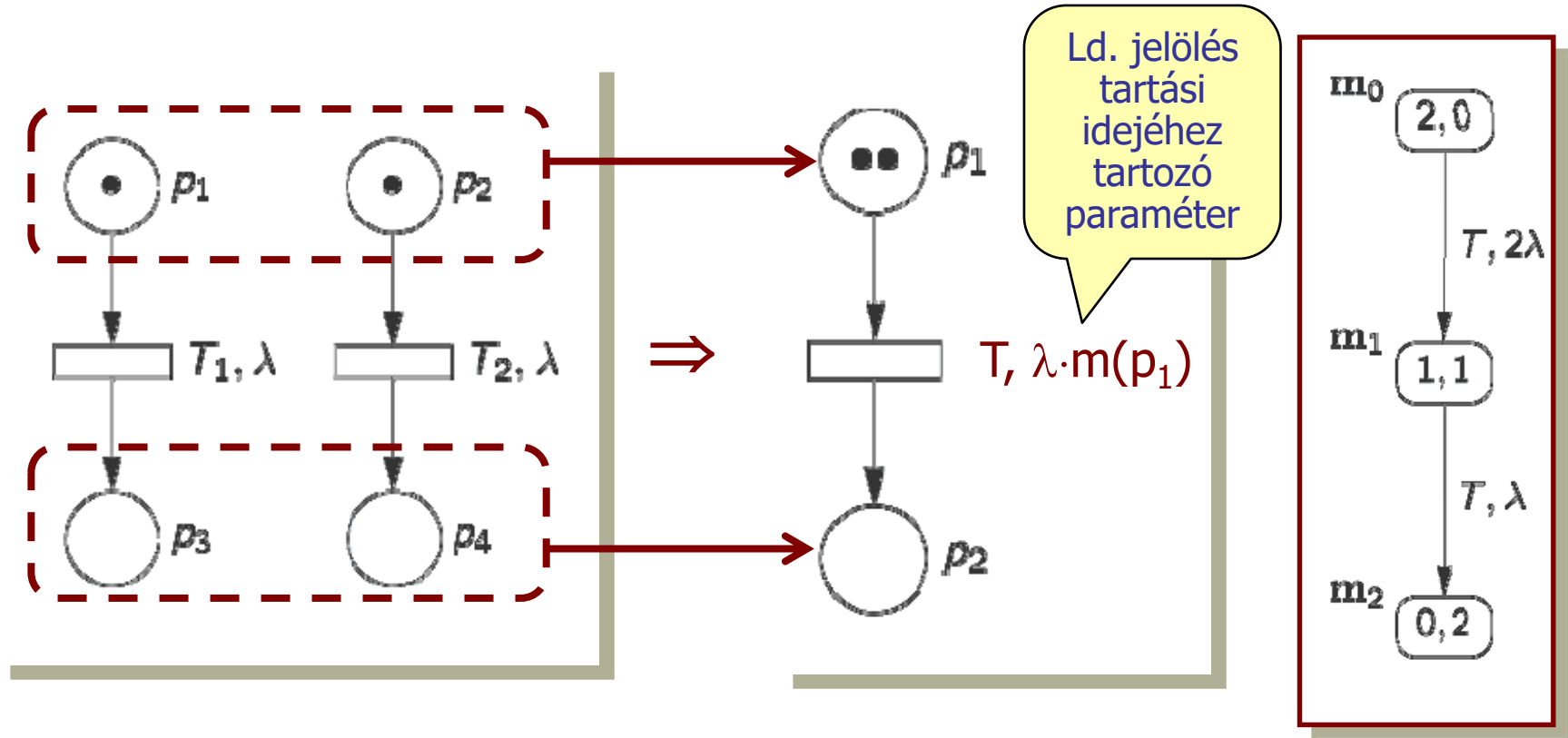


Példa: Megbízhatósági modellezés

- Két szerverből (A, B) álló rendszer:
 - Bármelyik szerver meghibásodhat
 - A szerverek külön-külön vagy együtt is javíthatók
- Rendszerszintű állapotok: Mely szerverek jók (AB, A, B, N)
- Állapotátmenetek (exponenciális eloszlású időzítés):
 - Az A szerver meghibásodása: λ_A meghibásodási gyakoriság
 - A B szerver meghibásodása: λ_B meghibásodási gyakoriság
 - Egy szerver javítása: μ_1 javítási tényező (gyakoriság)
 - Teljes rendszer javítása: μ_2 javítási tényező (gyakoriság)



Példa: Modell egyszerűsítés azonos paraméterű konkurens tranzíciókra



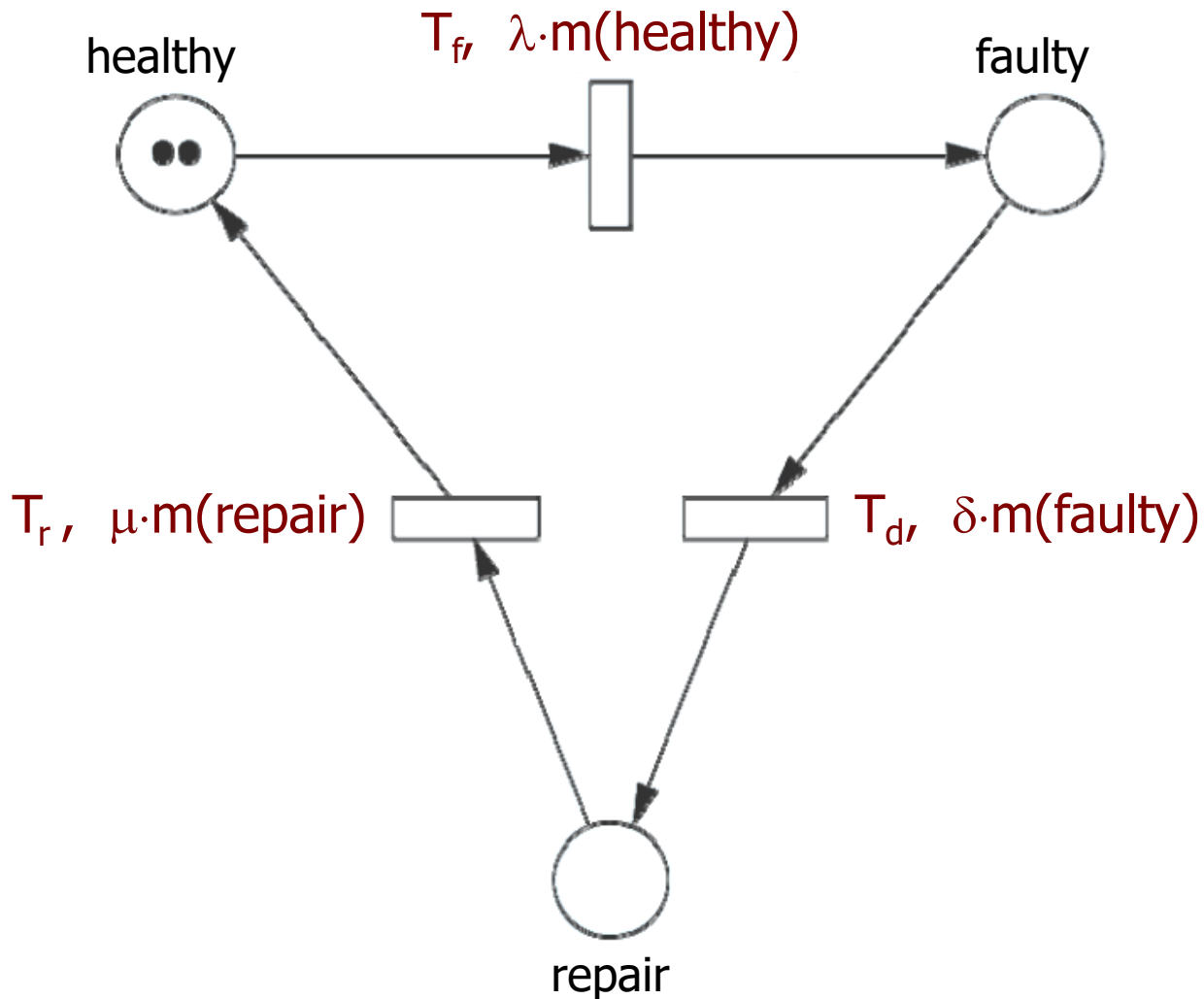
- Jelölésfüggő paraméterek időzített tranzíciókhoz
 - Modellezési erő nem növel
 - Bemenő élhez kapcsolódó hely jelölésétől függhet az exponenciális eloszlásfüggvény paramétere

Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Két (vagy több) azonos típusú szerver
- Egy-egy szerver **meghibásodási** tényezője λ
 - Azaz λ paraméterű exp. eloszlásfüggvény alapján sorsolható idő eltelte után hibásodik meg
 - A szerverek függetlenül hibásodhatnak meg
- A hiba **detektálási** ideje δ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
 - Egyszerre több szerver hibája is detektálható
- A hiba **javítási** ideje μ paraméterű exp. eloszlásfüggvénnyel jellemezhető
 - Egyszerre több szerver is javítható (nem csak egy szerelő van)

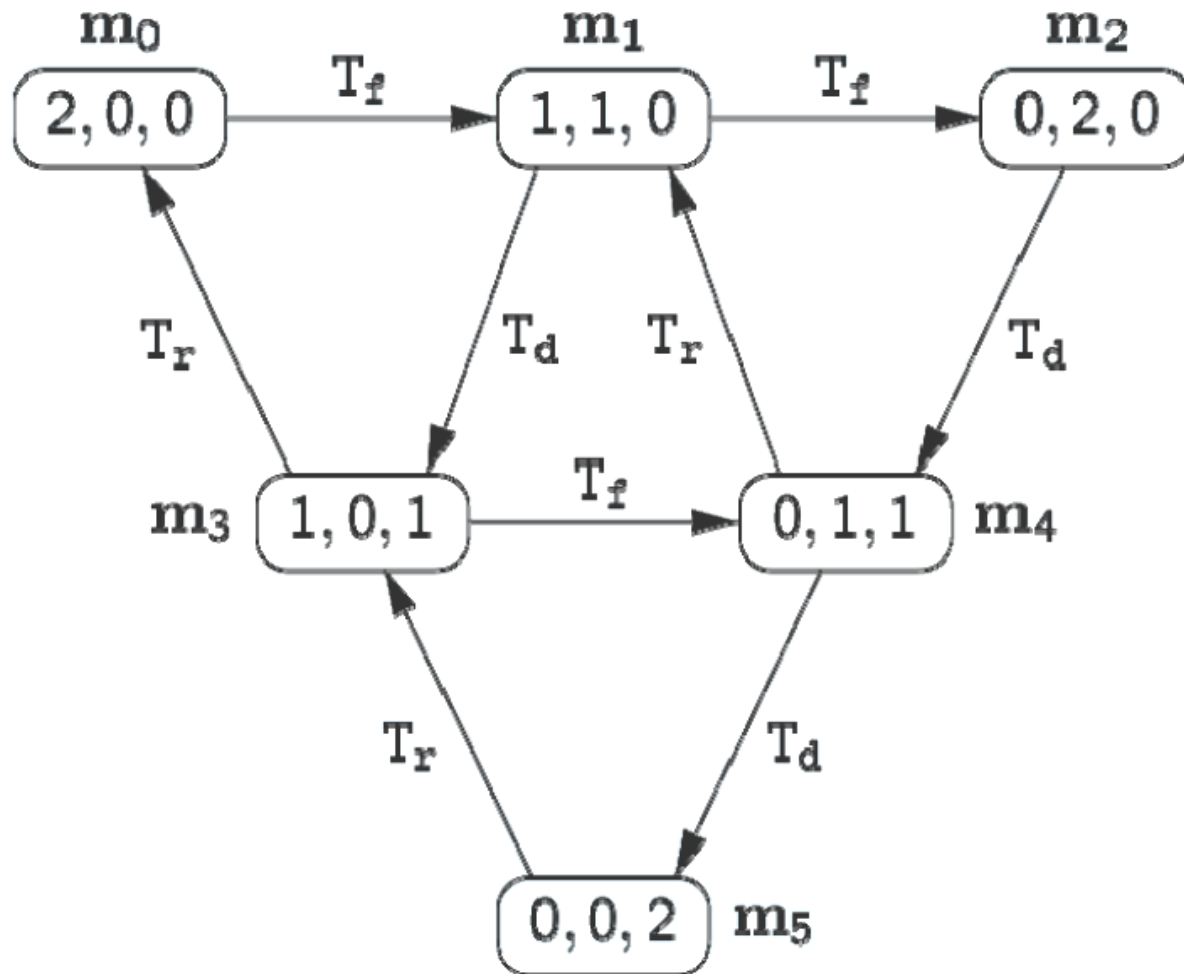
Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az SPN modell:



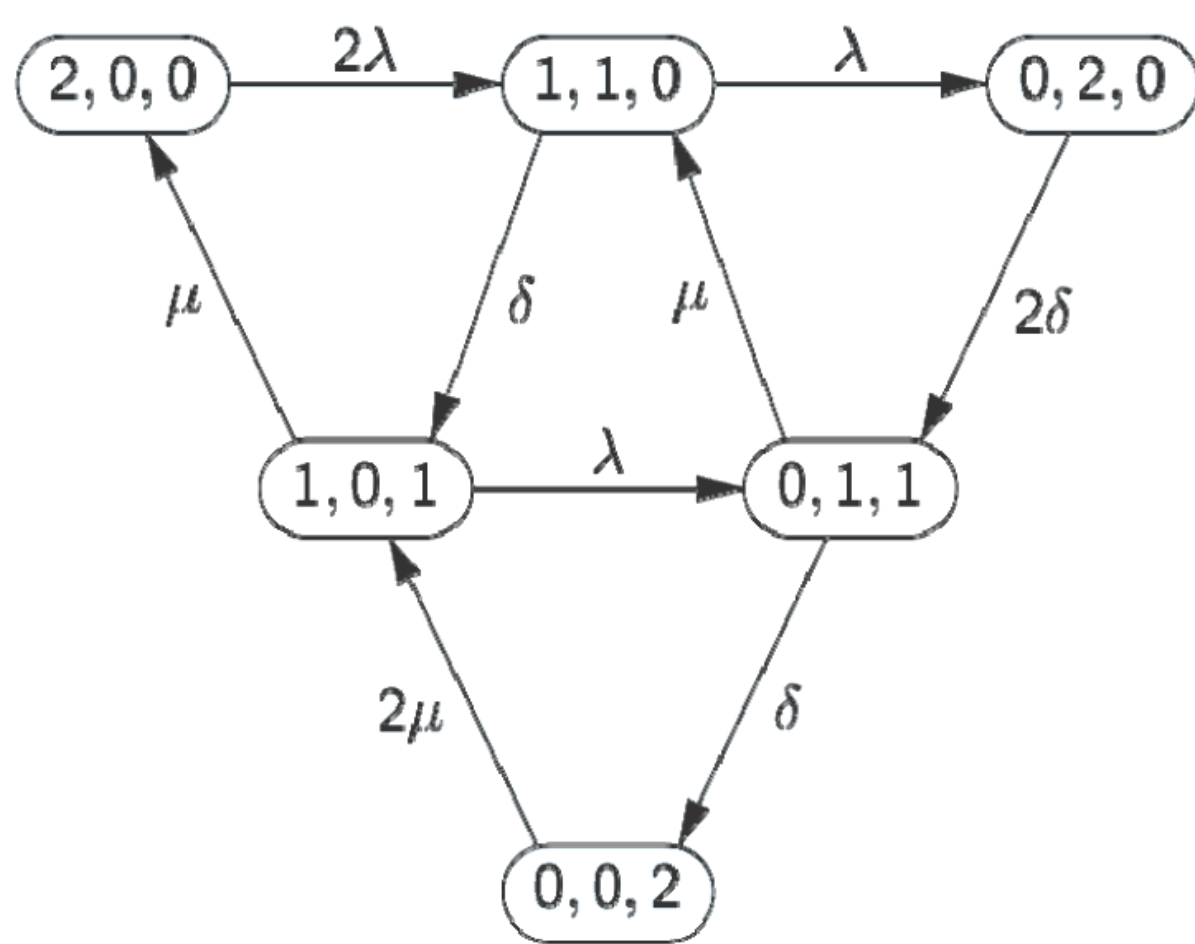
Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf: (healthy, faulty, repair) jelölésre



Példa: Redundáns rendszer megbízhatósági modellje

- Az elérhetőségi gráf mint CTMC: (healthy, faulty, repair)



További sztochasztikus Petri-háló osztályok

Általánosított sztochasztikus Petri-hálók

- GSPN: Generalized Stochastic Petri Net
- Kiterjesztések SPN-hez képest
 - Azonnali tranzíciók
 - Logikai függőségek modellezésére
 - Prioritások azonnali tranzíciók között
 - Konfliktusok feloldására
 - Tiltó élek
 - Örfeltételek
 - Egyszerűsítés (élek helyett predikátumok)
- Az elérhetőségi gráf továbbra is CTMC
 - Eltűnő (vanishing) jelölések
 - Adott ideig fennálló (tangible) jelölések

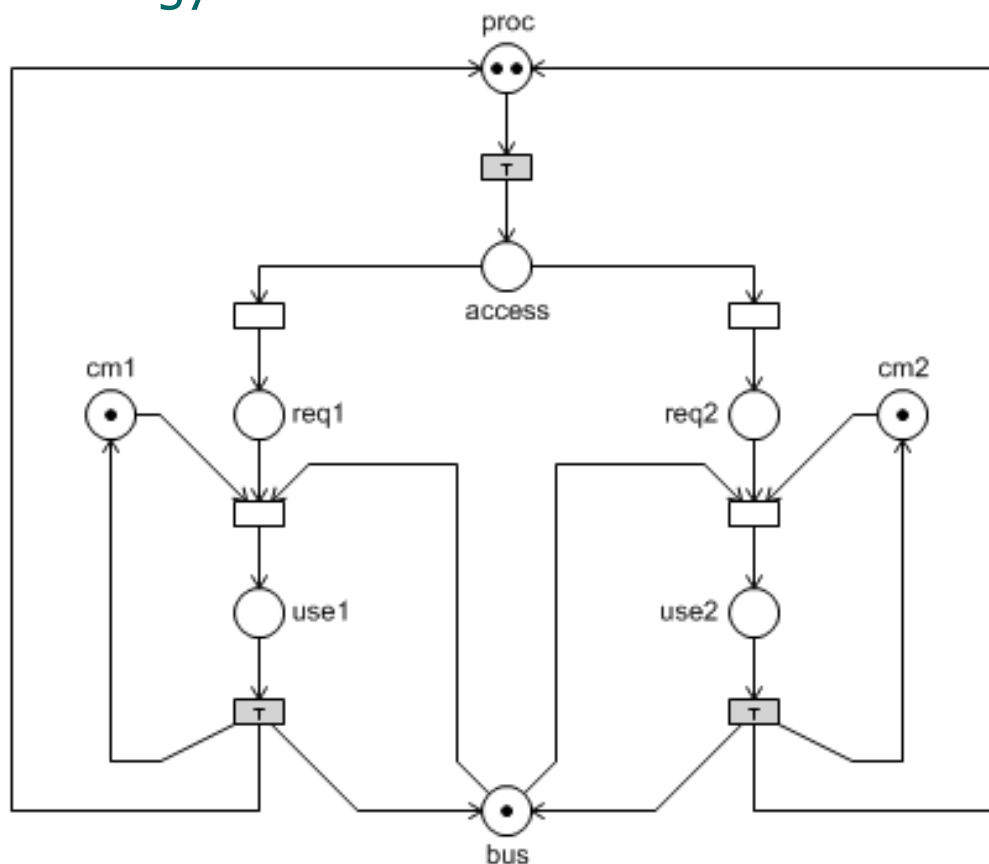
GSPN formális definíció

$GSPN = (P, T, I, O, m_0, H, \Pi, L, G)$

- $H \subseteq P \times T$ tiltó élek
- $\Pi: T \rightarrow \mathbb{Z}$ prioritások
 - Időzített tranzíciók: 0 a prioritás
 - Azonnali tranzíciók: >0 a prioritás;
ez alapján végezhető konfliktusfeloldás közöttük
- $L: T \rightarrow \mathbb{R}^+$ a tranzíciók paraméterei
 - Időzített tranzíciók esetén: A késleltetési idő sorsolásához a negatív exp. valószínűségi eloszlásfüggvény paramétere
 - Azonnali tranzíciók esetén: Súlyok az azonos prioritású, konfliktusban lévő engedélyezett tranzíciók közötti választáshoz
- $G: T \rightarrow \text{Boole-fv}$ tranzíciókhoz rendelt őrfeltételek
 - Az adott átmenet engedélyezetté válásához igaznak kell lennie
 - A jelöléseken értelmezett, pl. $[m(P) > 2]$, ahol $m(P)$ a P hely jelölése

GSPN példa

- Több processzor (proc)
 - Adott gyakoriságú kommunikációs igény (access)
- Közös buszon (bus) két kommunikációs egység (cm1, cm2)
 - Adott valószínűséggel cm1 vagy cm2 használata
- Elemezhető:
 - Várakozók átlagos száma az egyes kommunikációs egységekre
 - Busz kihasználtság (foglaltság)
 - Kommunikációs egységek kihasználtsága
 - ...



Determinisztikus és sztochasztikus Petri-hálók

- DSPN: Deterministic and Stochastic Petri Net
- További kiterjesztések:
 - Determinisztikus késleltetéssel (tüzelési idővel) ellátott tranzíciók is lehetségesek
 - Konstans késleltetést jelent a tranzíció tüzeléséhez
 - Használható a determinisztikus idejű aktivitások modellezésére (pl. javítási idő a megbízhatósági modellezésben)
 - Jelölés: Befeketített vastag téglalap
- Az analízis hatékonyságának feltétele:
 - Egy jelölésben csak egy determinisztikus időzítésű tranzíció legyen engedélyezett
 - Ez esetben az elérhetőségi gráf Markovi analízissel vizsgálható marad

Általános időzített Petri-hálók (TPN)

- Általános eloszlásfüggvény adható a tranzíciók tüzelési idejének (késleltetésének) sorsolásához
- Általános esetben az elérhetőségi gráf nem CTMC
 - Struktúrája függ az eloszlások paramétereitől
 - Markovi analízissel nem vizsgálható
 - Speciális esetekre van csak analitikus megoldás
 - Szimulációval való megoldás szokásos
 - Nehéz, ha eltérő a késleltetések nagyságrendje
- Nem triviális a késleltetések újrasorsolásának szemantikája egy-egy új jelölésben
 - Mivel az eloszlásfüggvény nem emlékezetnélküli, van jelentősége annak, hogy van-e és milyen az újrasorsolás

Az időzített tranzíciók általános szemantikája

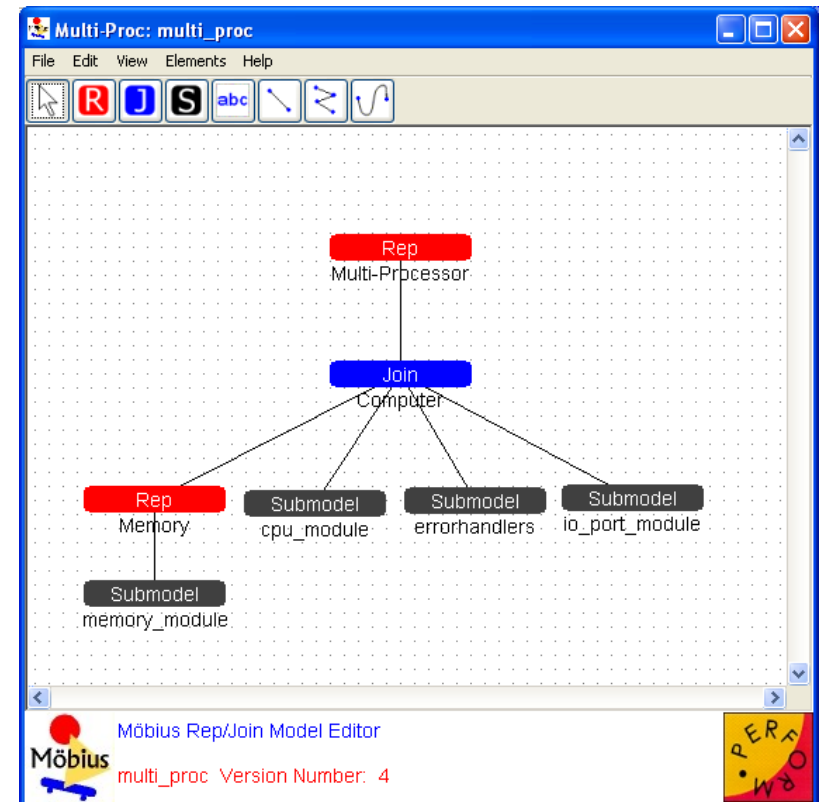
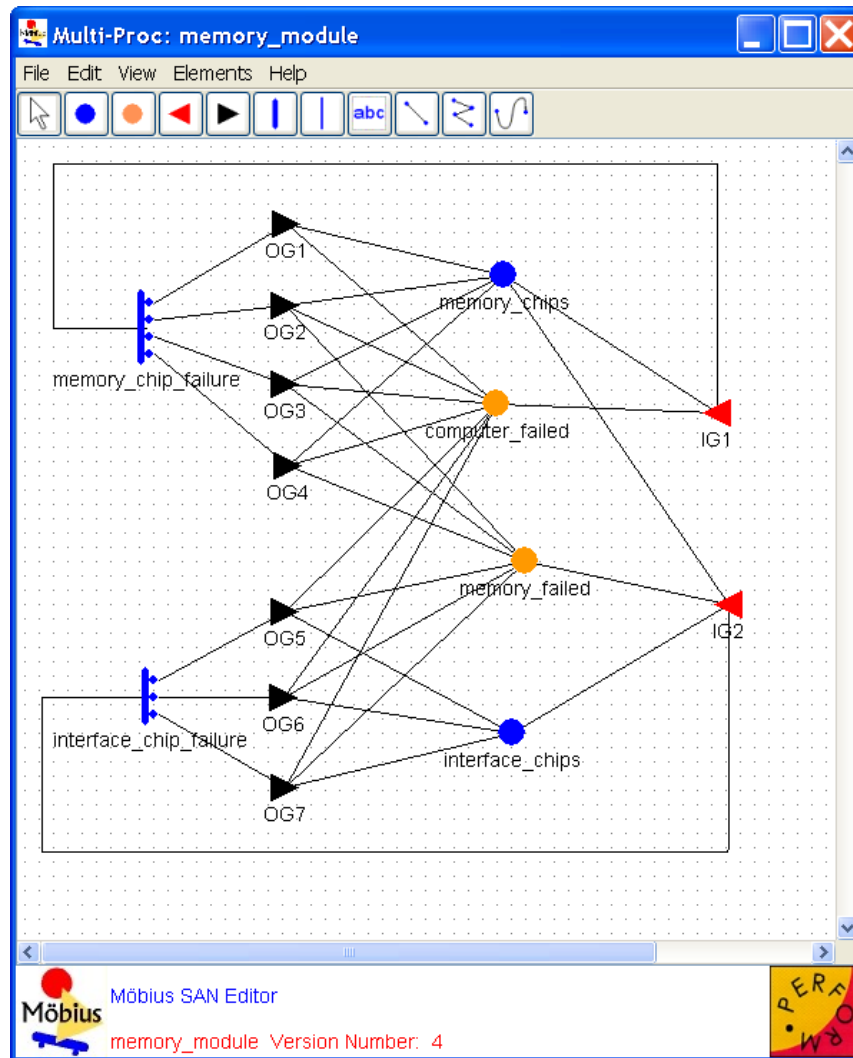
- Hogyan történik a konfliktusfeloldás?
 - Előválasztás (**preselection**): A késleltetéstől független a döntés
 - Verseny (**race**): A sorsolt késleltetési idő dönt (modellekben gyakoribb)
- Mi történik tüzelés után egy-egy új jelölés kialakulásakor?
 - A modellezett tevékenység **folytatódik**, vagy **újra kell kezdeni**

Szemantika: Késleltetés sorsolása az új jelölésben	Tranzíció engedélyezett marad az új jelölésben	Tüzelése előtt az engedélyezettségét elvesztő tranzíció újra engedélyezetté válik
„Race with resampling”	Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd”	Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd”
„Race with enabling memory”	Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik”	Újrasorsolás az eredeti eloszlás szerint: „újrakezd”
„Race with age memory ”	Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik”	Újrasorsolás a maradék idő szerint: „folytatódik”

További kiterjesztés: Reward függvények

- Cél: Haszon (vagy költség, ha negatív) függvények megadása
- Ráta jellegű reward (rate reward):
 - Jelöléseken értelmezett, haszon/időegység értéket ad meg
 - Pl.: Ha jó a szerver, 300 Ft/óra haszon, egyébként 200 Ft/óra kötbér:
`if (m(healthy)>0) then ra=300 else ra=-200`
 - A haszon számítása: Adott időintervallumra a reward ráta idő szerinti integrálásával
- Impulzus jellegű reward (impulse reward):
 - Egy-egy tranzíció tüzeléséhez adja meg a haszon/tüzelés értéket
 - Példa: Egy-egy javítás költsége 500 Ft:
`if (fire(Repair)) then ri=-500`
 - A haszon számítása: Adott időintervallumra a tüzelések száma alapján összegezhető

Stochastic Reward Network: Möbius

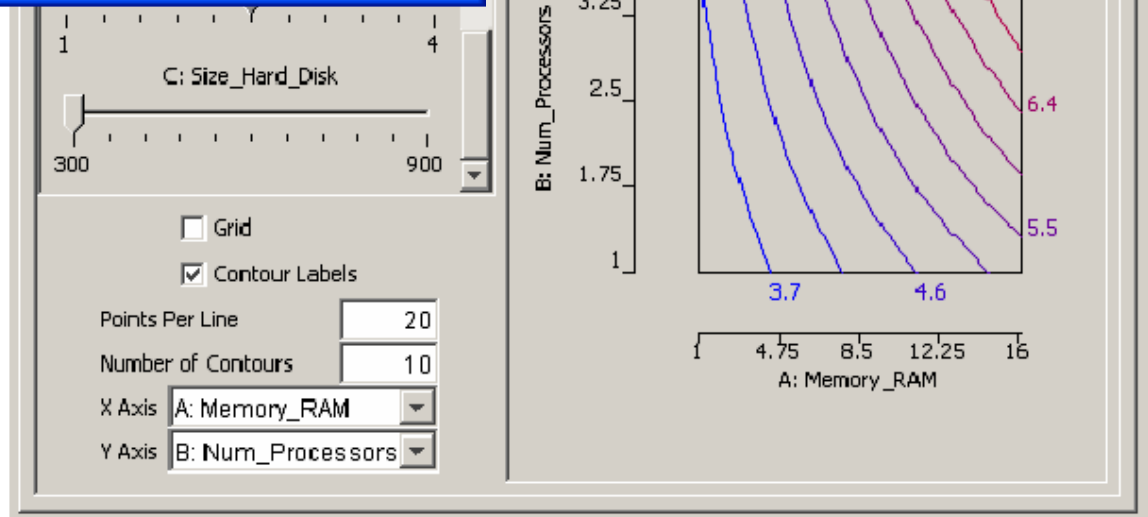


Stochastic Reward Network: Möbius

Experiment Activator

Study Name: vary_arrival_rate
Number Of Experiments: 6
Number Of Active Experiments: 6

Variable	Experiment 1	Experiment 2	Experiment 3	Experiment 4	Experiment 5	Experiment 6
Active	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
access_rate	20	20	20	20	20	20
arr_rate	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0
io_rate	10	10	10	10	10	10
ok_prob	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81
one_error_pr...	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18	0.18
proc_rate	1	1	1	1	1	1



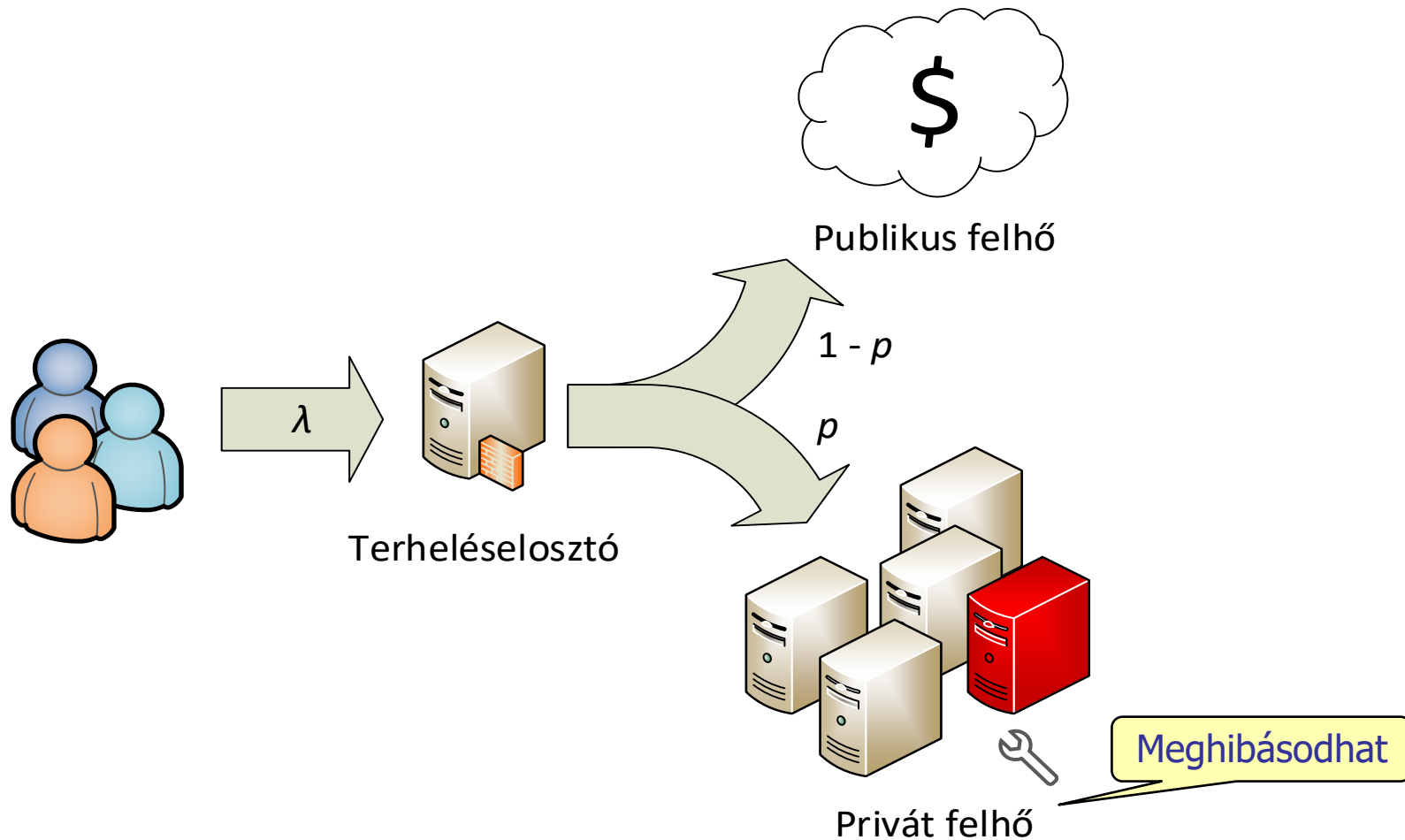
Összefoglalás

- Háttér: Sztochasztikus folyamatok és modellek
 - Folytonos idejű Markov-láncok
- Petri-háló kiterjesztések
 - **SPN**: negatív exponenciális eloszlásfüggvény szerint időzített tranzíciók
 - **GSPN**: azonnali tranzíciók is
 - **DSPN**: determinisztikus időzítésű tranzíciók is
 - **TPN**: általános eloszlásfüggvény szerint időzített tranzíciók
- Reward (haszon) függvények

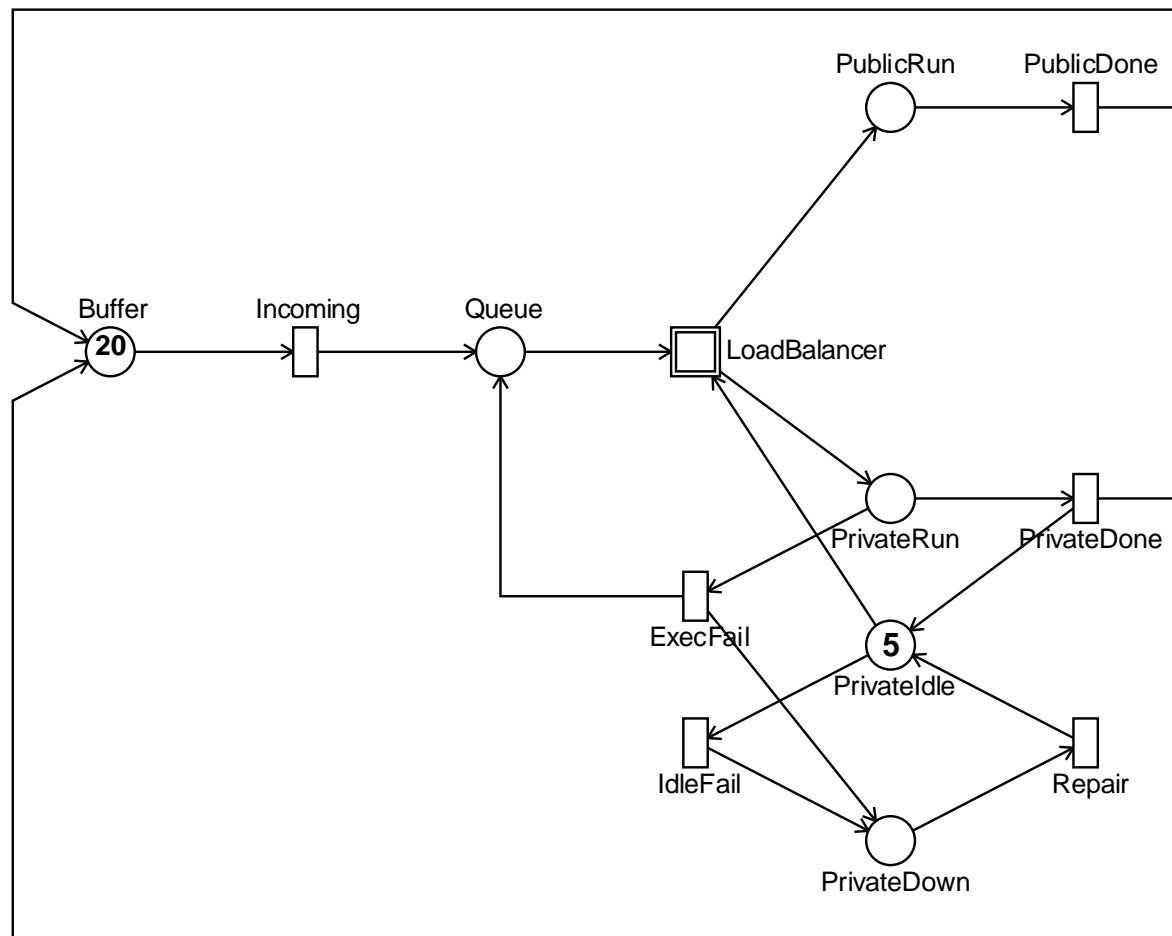
Mintapélda

Hibrid felhő infrastruktúra: A feladat

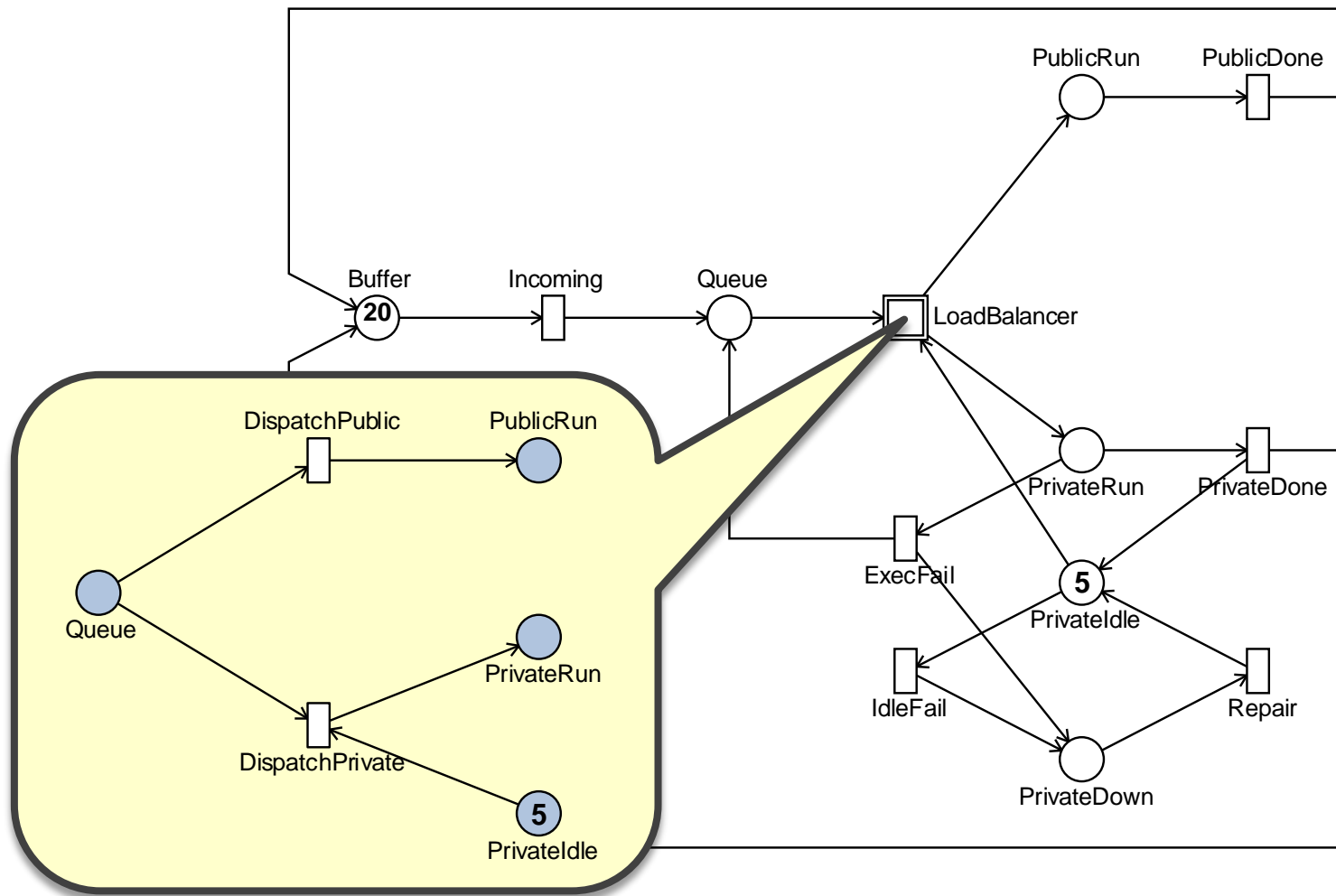
- Hogyan modellezhető a működés?



Hibrid felhő infrastruktúra: A modell



Hibrid felhő infrastruktúra: A modell



Hibrid felhő infrastruktúra: A paraméterek

