Formális módszerek BMEVIMIMA26

Második zárthelyi: Gyakorló feladatok megoldással

1. Szoftver modellellenőrzés absztrakcióval

Jobbra látható egy programrészlet.

```
        z : int
0:      if (z > 0) {
1:              z := z-1;
        }
2:      assert(z>=0);
```

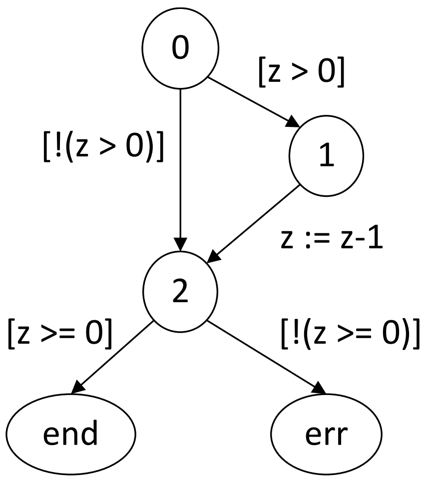
a) Rajzolja le a programrészlethez tartozó *Control Flow Automaton* (CFA) modellt! A vezérlési helyeket a programsorokhoz írt sorszámokkal (0, 1, 2) azonosítsa. Az assertion megsértése esetére vegyen fel egy *err* címkéjű, a jó végállapothoz pedig egy *end* címkéjű vezérlési helyet.

b) A CFA modellellenőrzésére vezérlési hely és predikátum absztrakciót alkalmazunk, ez utóbbihoz egyetlen *(z==1)* predikátumot használunk. Mik lehetnek az absztrakt állapottérben a kezdőállapotok *(vezérlési hely, predikátumérték)* alakban megadva, ha a program indulásakor a *z* egész értékű változó tetszőleges lehet?

c) Hamis útvonalnak tekinthető-e az *err* vezérlési hely eléréséhez az absztrakt állapottérben lévő *(0, false)* → *(1, false)* → *(2, true)* → *(err, true)* útvonal? Válaszát indokolja!

Megoldás:

a) A CFA modell:



b) (0, false) és (0, true)

c) Az útvonal hamis, mivel:

(0, false) → *(1, false)* átmenet feltétele z>0 és a predikátum miatt z!=1, ez lehetséges.

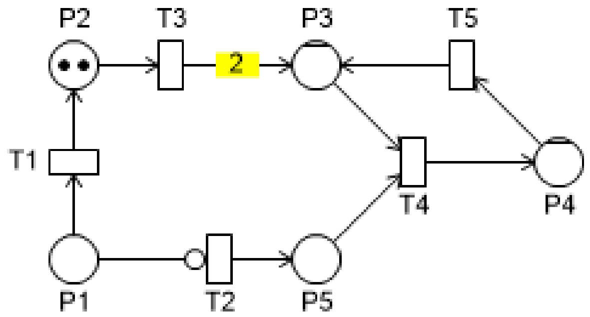
(1, false) → *(2, true)* a predikátum miatt z==1 lesz.

(2, true) → *(err, true)* átmenet feltétele z<0, ami ellentétben áll a z==1 predikátummal (vagy másképp: mivel z==1, az end állapotba kell jutnia).

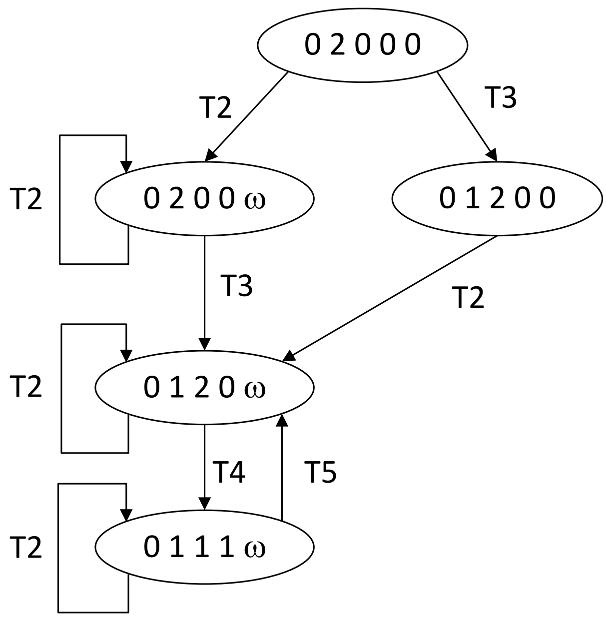
2. Petri-háló állapotterének felvétele

Adott az alábbi Petri-háló, amelyben a *P3* és *P4* helyek kapacitáskorlátosak: *K(P3) = 2* és *K(P4) = 1*.
Az összes további hely végtelen kapacitású. Az élekre írt számok az élsúlyokat jelölik.

Készítse el a Petri-háló *fedési gráfját*! Címkézze fel a fedési gráfban az egyes éleket a tüzelő tranzícióval!

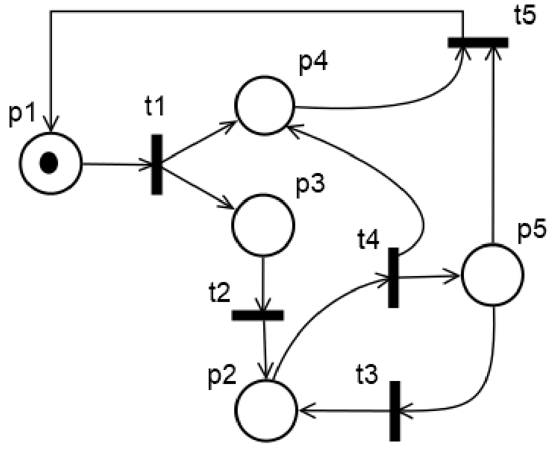


Megoldás:



3. Petri-hálók strukturális tulajdonságai

Adott az ábrán látható Petri-háló.



a) Írja fel a Petri-háló súlyozott szomszédossági mátrixát!

b) Vizsgálja meg, hogy a Petri-hálónak P-invariánsa-e a következő (válaszát indokolja): **(1,0,1,1,0)^T**

c) Vizsgálja meg, hogy a Petri-hálónak T-invariánsa-e a következő (válaszát indokolja): **(1,1,3,2,1)^T**

d) Igaz-e a fenti Petri-hálóra az adott kezdőállapot mellett a következő CTL kifejezés, ahol *m(pi)* a *pi* (i=1, 2, …, 5) hely jelölését jelenti? Válaszát indokolja!

AF$(m(p_1) + m(p_2) + m(p_3) + m(p_5) = 2)$

Megoldás:

a) A súlyozott szomszédossági mátrix:

$$\boldsymbol{W} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

b) $\boldsymbol{W} * (\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0})^{\boldsymbol{T}} = (\mathbf{1}, -\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{0})$

Az eredmény nem **0**, ezért a megadott vektor a hálónak nem P-invariánsa.

c) $\boldsymbol{W}^{\boldsymbol{T}} * (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{1})^{\boldsymbol{T}} = (\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{0}, \mathbf{2}, -\mathbf{2})$

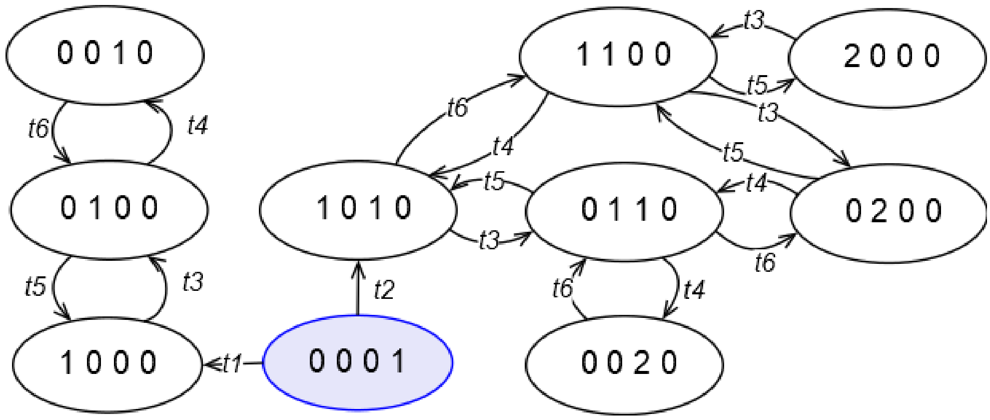
Az eredmény nem **0**, ezért a megadott vektor a hálónak nem T-invariánsa.

d) Nem igaz.
A kezdőállapotban a tokenek CTL kifejezésben szereplő összege
$(\mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}) * (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1})^{\boldsymbol{T}} = \mathbf{1}.$
Továbbá $\boldsymbol{W} * (\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{0}, \mathbf{1})^{\boldsymbol{T}} = (\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$, azaz a CTL kifejezésben szereplő súlyvektor a háló P-invariánsa. Ebből következik, hogy a súlyozott tokenösszeg értéke nem változhat meg 1-ről, azaz nem lehet 2.

4. Petri-háló dinamikus tulajdonságai

Az alábbi ábra egy Petri-háló állapotterét mutatja be elérhetőségi gráf alakban. A hálóban 6 tranzíció található, amelyeket *t1, ..., t6* címkékkel jelölünk. Az állapotokat a tokeneloszlás-vektorral címkéztük meg, tehát (0 1 0 0) jelentése: m(*p1*) = 0, m(*p2*) = 1, m(*p3*) = 0 és m(*p4*) = 0. A kezdőállapot a sötét hátterű (0 0 0 1) csomópont.

Vizsgálja meg az ábrát, és az alapján adja meg, hogy a tulajdonság igaz (I), hamis (H), vagy az elérhetőségi gráf alapján nem dönthető el (ND)!



(a) A *t6* tranzíció nem perzisztens
(b) A *t1* tranzíció L2-élő
(c) A *t4* tranzíció L3-élő
(d) A *t2* tranzíció L0-élő
(e) A háló nem megfordítható
(f) A hálónak nincs visszatérő állapota
(g) A háló holtpontmentes
(h) A háló nem korlátos

Megoldás:

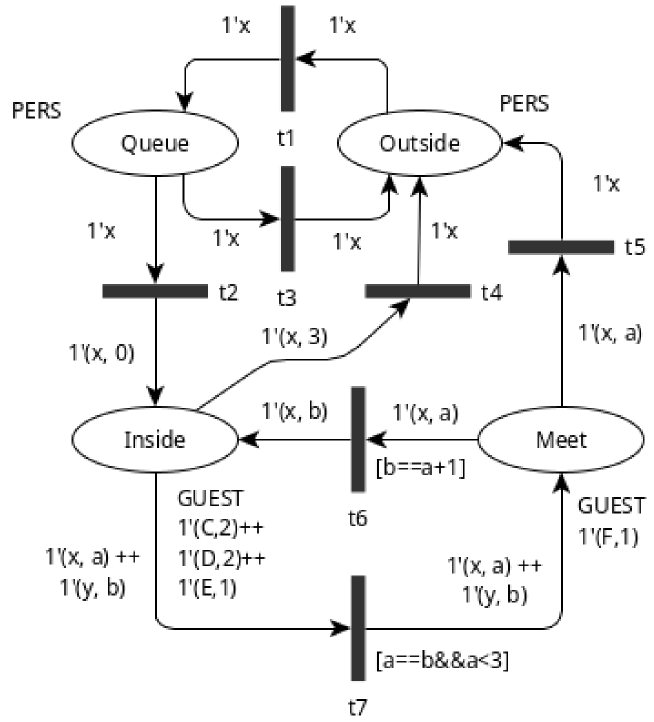
A tulajdonságok definíciói alapján:

(a) A *t6* tranzíció nem perzisztens: H
(b) A *t1* tranzíció L2-élő: H
(c) A *t4* tranzíció L3-élő: I
(d) A *t2* tranzíció L0-élő: H
(e) A háló nem megfordítható: I
(f) A hálónak nincs visszatérő állapota: H
(g) A háló holtpontmentes: I
(h) A háló nem korlátos: H

5. Színezett Petri-hálók

Adott az ábrán látható színezett Petri-háló modell (a helyek típusai csak nagybetűsek, az aktuális jelölések a helyek típusai alá vannak írva, az őrfeltételek szögletes zárójelek között szerepelnek), valamint a hozzá tartozó definíciós mező:

```
colset PERS = with C | D | E | F;
colset GUEST = product PERS * int;
var x, y: PERS;
var a, b: int;
```



Válaszoljon a következő kérdésekre:

a) Mely tranzíciók és milyen lekötéssel engedélyezettek a háló adott állapotában?

b) Adja meg, hogy az a) pont szerinti lehetséges tüzelések után mik lesznek a háló következő jelölései!

c) Elérhető-e a hálóban ciklikus működés (ciklikus tüzelési szekvencia)? Válaszát indokolja!

Megoldás:

a) Engedélyezett tranzíció lekötéssel:	b) A tüzelés után a háló következő jelölése:			
	Outside	Queue	Inside	Meet
t5 (x=F, a=1)	1’F		1’(C,2)++1’(D,2)++1’(E,1)	
t6 (x=F, a=1, b=2)			1’(C,2)++1’(D,2)++1’(E,1)++ 1’(F,2)	
t7 (x=C, y=D, a=2, b=2)			1’(E,1)	1’(C,2)++1’(D,2)++1’(F,1)
t7 (x=D, y=C, a=2, b=2)			1’(E,1)	1’(C,2)++1’(D,2)++1’(F,1)

c) Elérhető, pl. t5 (x=F, a=1) tüzelése után t1 (x=F) → t3 (x=F) → t1 (x=F) → t3 (x=F) → …