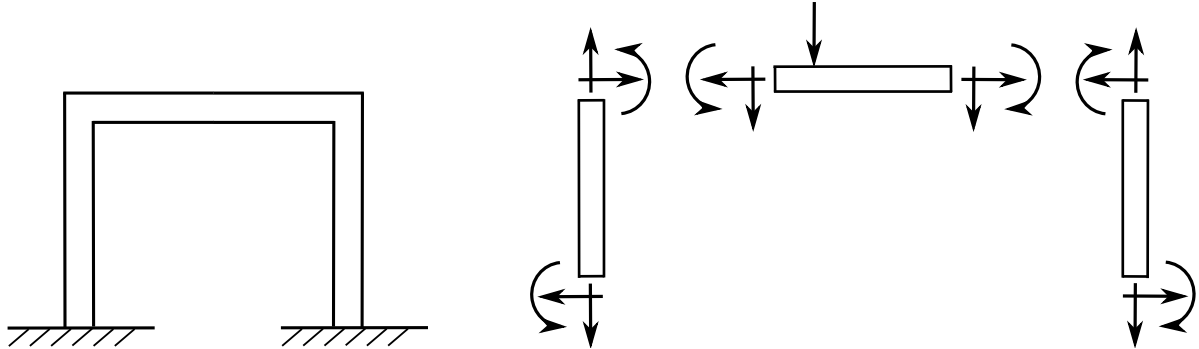


Master-/Diplomarbeit

Nichtlineare Theorie der Statik und Dynamik von Tragwerken



Mathematische Modellierungen technischer Probleme bestehen aus der physikalischen Simulation und darauf bezogenen Berechnungsverfahren. Im Gegensatz zur üblichen Biegetheorie werden hier die Differentialgleichungen (DGLn) der Biegung im verformten System (Theorie 2.Ordnung) aufgestellt insbesondere mit dem Auftreten der lösungsabhängigen Längskraft eines Balkens in dieser DGL. Aus den Kopplungen der Balken und Seile ergeben sich dadurch nichtlineare Systeme von DGLn und Randbedingungen (RB) mit daher insbesondere Wechselwirkungen, die in der üblichen Theorie nicht vorkommen. Im Zusammenhang mit den zweiseitigen solchen Wirkungen zwischen elastostatischen und elastodynamischen Verformungen entsteht so eine einheitliche Theorie beider Gebiete.

Als Standardbeispiel wird der “einfache Rahmen” behandelt, eventuell mit zusätzlichen diagonalen Seilen. Allen Schnittkräften und -momenten in den Knoten des Rahmens werden Einflussfunktionen zugeordnet, die (i) explizite Lösungen linearer gewöhnlicher DGLn sind und (ii) freie Kopplungskoeffizienten der Balken und Seile als Koeffizienten haben. Sie werden aus den Kopplungsbedingungen der Balken und Seile bestimmt mit dadurch Zurückführung des erwähnten nichtlinearen Systems mit DGL auf ein gewöhnliches System, d.h. ohne Ableitungen. Zu dessen Lösung dient als Standardverfahren die Kombination geeigneter Parameterfortsetzungen (Homotopien) und Iterationsverfahren. Die Fortsetzung beginnt dabei mit “leicht zugänglichen” Lösungen zu entsprechend gewählten Parametern, die anschließend schrittweise geändert werden mit jeweils dabei Ausführung der Iteration. Diese Experimente beruhen auf jetzt vollständig vorliegenden Simulationen, Verfahren und Algorithmen. Die zugehörigen Rechenprogramme liegen im elastostatischen Fall vor, im elastodynamischen Fall unter einer Einschränkung des Problems. Ergebnisse der zu erstellenden neuen Programme können mit solchen vorhandener verglichen werden: da diese schrittweise in den letzten Jahren entwickelt worden sind, sollten die neuen Programme systematisch organisiert werden. Aus quantitativen Ergebnissen der numerischen Experimente und qualitativen Inspektionen der Gleichungssysteme lassen sich Folgerungen zur Struktur der zu behandelnden nichtlinearen Verformungen und Kräfte gewinnen. Bei der Bearbeitung der im folgenden beschriebenen Themenvorschläge wird der sich dabei ergebende Zeitaufwand berücksichtigt. Die Themen (I) und (II) sind unabhängig voneinander, Thema (III) setzt die Bearbeitung der Themen (I) und (II) voraus. Die gleichzeitige Bearbeitung aller drei Themen durch eine Gruppe ist möglich. Es wird eine intensive Betreuung geboten.

Thema (III) - Äußerlich erzwungene elastodynamische Verformungen des einfachen Rahmens

Im Unterschied zu Thema (II) sind hier (i) die äußeren periodischen Anregungen mit festen Frequenzen Ω gegeben und (ii) es ist $\alpha = 0$ gesetzt, so dass der Zeitfaktor im Separationsansatz durch $e^{jk\Omega t}$ mit $k \in \mathbb{Z}$ dargestellt ist. Wegen $\alpha = 0$ tritt hier für $k=0$ eine elastostatische Mode auf, die in zweiseitiger Wechselwirkung mit den zu $k \neq 0$ gehörenden elastodynamischen Moden steht. Die Behandlung setzt sich hier aus einer Kombination derjenigen zu den Themen (I) und (II) zusammen mit dabei den zugehörigen Rechenprogrammen. Durch numerische Experimente sollen untersucht werden:

1. Die Auswirkungen elastostatischer Vorverformungen des elastostatisch unbestimmten Rahmens auf die Dynamik sowie statischer Vorspannungen der Balken oder zusätzlicher statisch gespannter Seile.
2. Umgekehrt die Auswirkungen der Dynamik auf die statische Mode zu $k = 0$ und damit die statischen Verformungen des Rahmens.
3. Der Einfluss der Größe von Ω auf die Schwingungen und ihr Abklingen mit wachsendem $|k|\Omega$, auch in Abhängigkeit von den geometrischen und den physikalischen Parametern.
4. Die Breiten der Frequenzintervalle, über denen Überhöhungen der erzwungenen Lösungen vorliegen.
5. Der theoretische und eventuell auch numerische Vergleich mit Anwendungen üblicher baudynamischer Simulationen und Verfahren.
6. Das Auftreten eines "elastodynamischen Rahmenknickens" (als mathematisches Verzweigungsproblem).

Bemerkung: Auch maschinendynamische Anwendungen sind möglich, insbesondere auf rotierende Maschinenwellen, die durch Zahnräder, Kupplungen, usw. gekoppelt sind.

Literatur:

- Adams E., *Nichtlineare Tragwerksschwingungen*, Vorlesungsskriptum, Karlsruhe, 2011
- Adams E. und Plum M., *Free and forced vibrations of trusses by Fourier decomposition, and homotopy methods for nonlinear matrix eigenvalue problems. (I) Methods*, Journal of Mathematical Analysis and Applications 275, pp.333-353, 2002
- Adams E. und Plum M., *Free and forced vibrations of trusses by Fourier decomposition, and homotopy methods for nonlinear matrix eigenvalue problems.: (II) Properties and supplements*, Journal of Mathematical Analysis and Applications 276, pp.64-79, 2002
- Virgin L.N., *Vibration of axially loaded structures*, Cambridge University Press, 2007
- Chivers I. D., *Introduction to programming with Fortran*, Springer London, 2005
- Bolotin W.W., *Kinetische Stabilität elastischer Systeme*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1961
- Kolsky H., *Stress Waves in Solids*, Dover Publications, New York, 1963
- Bronstein I.N. und Semendjajew K.A., *Taschenbuch der Mathematik*, 23. Auflage, Harri Deutsch Verlag, Frankfurt/Main, 1987
- Grosche G., *Ergänzende Kapitel zu Bronstein/Semendjajew*, Teubner Verlag, Frankfurt/Main, 1979
- Hohenemser K und Prager W., *Dynamik der Stabwerke*, Springer Berlin, 1933
- Biezeno C.B. und Grammel R., *Technische Dynamik*, 2.Auflage, Springer Berlin, 1953
- Hagedorn P., *Technische Schwingungslehre, Band 2 Lineare Schwingungen kontinuierlicher mechanischer Systeme*, Springer Berlin, 1989

Voraussetzungen: MATLAB-Kenntnisse, Spaß am Programmieren und Abschluss einer der Lehrveranstaltungen: Mathematische Methoden der Dynamik (MMD), der Schwingungslehre (MMS), Technische Festigkeitslehre, Nichtlineare Schwingungen oder Kontinuumschwingungen

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Ernst Adams, Prof. Dr.-Ing. Jens Wittenburg

Ansprechpartner: Dipl.-Ing. Dominik Kern (kern@kit.edu)

Karlsruhe, 12. September 2011