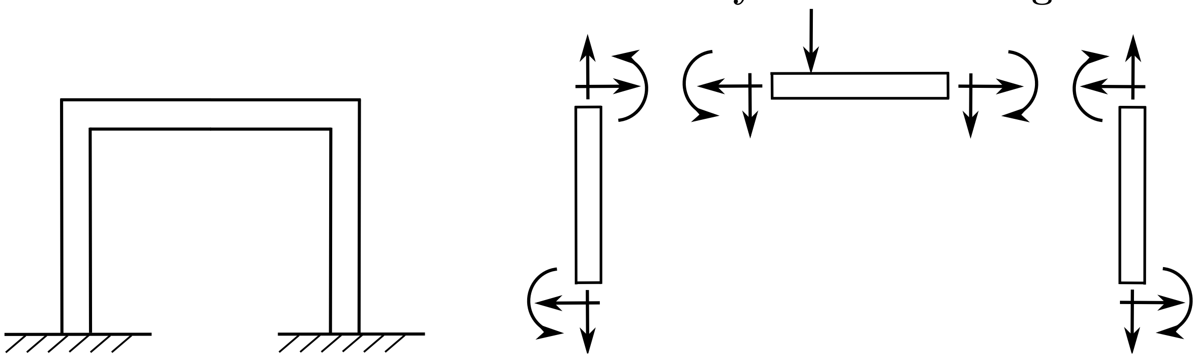
Master-/Diplomarbeit

Nichtlineare Theorie der Statik und Dynamik von Tragwerken



Mathematische Modellierungen technischer Probleme bestehen aus der physikalischen Simulation und darauf bezogenen Berechnungsverfahren. Im Gegensatz zur üblichen Biegetheorie werden hier die Differentialgleichungen (DGLn) der Biegung im verformten System (Theorie 2.Ordnung) aufgestellt insbesondere mit dem Auftreten der lösungsabhängigen Längskraft eines Balkens in dieser DGL. Aus den Kopplungen der Balken und Seile ergeben sich dadurch nichtlineare Systeme von DGLn und Randbedingungen (RB) mit daher insbesondere Wechselwirkungen, die in der üblichen Theorie nicht vorkommen. Im Zusammenhang mit den zweiseitigen solchen Wirkungen zwischen elastostatischen und elastodynamischen Verformungen entsteht so eine einheitliche Theorie beider Gebiete.
Als Standardbeispiel wird der “einfache Rahmen” behandelt, eventuell mit zusätzlichen diagonalen Seilen. Allen Schnittkräften und -momenten in den Knoten des Rahmens werden Einflussfunktionen zugeordnet, die (i) explizite Lösungen linearer gewöhnlicher DGLn sind und (ii) freie Kopplungskoeffizienten der Balken und Seile als Koeffizienten haben. Sie werden aus den Kopplungsbedingungen der Balken und Seile bestimmt mit dadurch Zurückführung des erwähnten nichtlinearen Systems mit DGL auf ein gewöhnliches System, d.h. ohne Ableitungen. Zu dessen Lösung dient als Standardverfahren die Kombination geeigneter Parameterfortsetzungen (Homotopien) und Iterationsverfahren. Die Fortsetzung beginnt dabei mit “leicht zugänglichen” Lösungen zu entsprechend gewählten Parametern, die anschließend schrittweise geändert werden mit jeweils dabei Ausführung der Iteration. Diese Experimente beruhen auf jetzt vollständig vorliegenden Simulationen, Verfahren und Algorithmen. Die zugehörigen Rechenprogramme liegen im elastostatischen Fall vor, im elastodynamischen Fall unter einer Einschränkung des Problems. Ergebnisse der zu erstellenden neuen Programme können mit solchen vorhandener verglichen werden: da diese schrittweise in den letzten Jahren entwickelt worden sind, sollten die neuen Programme systematisch organisiert werden. Aus quantitativen Ergebnissen der numerischen Experimente und qualitativen Inspektionen der Gleichungssysteme lassen sich Folgerungen zur Struktur der zu behandelnden nichtlinearen Verformungen und Kräfte gewinnen. Bei der Bearbeitung der im folgenden beschriebenen Themenvorschläge wird der sich dabei ergebende Zeitaufwand berücksichtigt. Die Themen (I) und (II) sind unabhängig voneinander, Thema (III) setzt die Bearbeitung der Themen (I) und (II) voraus. Die gleichzeitige Bearbeitung aller drei Themen durch eine Gruppe ist möglich. Es wird eine intensive Betreuung geboten.

Thema (II) - Elastodynamische Verformungen bei freien Schwingungen des einfachen Rahmens

Hier empfiehlt sich die Verwendung komplexer Zahlen und komplexwertiger Exponentialfunktionen $e^{j(\alpha+j\beta)t}$, $e^{(\varrho+j\sigma)}$ mit $j=\sqrt{-1}$. Wegen der Abhängigkeit der Schwingungen von Ort und Zeit sind die DGLn partiell. Im Separationsansatz zur Lösung wird bei freien Schwingungen der Zeitfaktor $e^{n(\alpha+j\beta)t}$ mit $n \in \mathbb{N}$ und i.a. $\alpha \neq 0$. Mittels der zu erstellenden Rechenprogramme sollen durchgeführt werden

1. Die Bestimmung der Eigenfrequenzen β_σ mit $\sigma = 1, 2 \ldots$. Das geschieht unter Verwendung einer zusätzlichen "künstlichen" äußeren periodischen Anregung mit variabler Frequenz Ω und Auftreten in der rechten Seite des Kopplungssystems. Dieses nichtlineare System wird punktweise auf einem hinreichend feinen Ω-Raster gelöst. Dann zeigen sich für $\Omega \approx \beta_\sigma$ Resonanzüberhöhungen als Indikatoren für das Vorliegen einer Eigenfrequenzen β_σ.
2. Es interessiert die Abhängigkeit der β_σ von den geometrischen und physikalischen Parametern des Problems.
3. Durch numerische Experimente sollen Grenzen der Anwendbarkeit des Verfahrens in Abhängigkeit von diesen Parametern bestimmt werden. Wenn möglich, sollen kontinuumsmechanische Erklärungen dieser Grenzen gefunden werden.

Literatur:

- Adams E., *Nichtlineare Tragwerksschwingungen*, Vorlesungsskriptum, Karlsruhe, 2011
- Adams E. und Plum M., *Free and forced vibrations of trusses by Fourier decomposition, and homotopy methods for nonlinear matrix eigenvalue problems. (I) Methods*, Journal of Mathematical Analysis and Applications 275, pp.333-353, 2002
- Adams E. und Plum M., *Free and forced vibrations of trusses by Fourier decomposition, and homotopy methods for nonlinear matrix eigenvalue problems.: (II) Properties and supplements*, Journal of Mathematical Analysis and Applications 276, pp.64-79, 2002
- Virgin L.N., *Vibration of axially loaded structures*, Cambridge University Press, 2007
- Chivers I. D., *Introduction to programming with Fortran*, Springer London, 2005
- Bolotin W.W., *Kinetische Stabilität elastischer Systeme*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1961
- Kolsky H., *Stress Waves in Solids*, Dover Publications, New York, 1963
- Bronstein I.N. und Semendjajew K.A., *Taschenbuch der Mathematik*, 23. Auflage, Harri Deutsch Verlag, Frankfurt/Main, 1987
- Grosche G., *Ergänzende Kapitel zu Bronstein/Semendjajew*, Teubner Verlag, Frankfurt/Main, 1979
- Hohenemser K und Prager W., *Dynamik der Stabwerke*, Springer Berlin, 1933
- Biezeno C.B. und Grammel R. *Technische Dynamik*, 2.Auflage, Springer Berlin, 1953
- Hagedorn P., *Technische Schwingungslehre, Band 2 Lineare Schwingungen kontinuierlicher mechanischer Systeme*, Springer Berlin, 1989

Voraussetzungen: MATLAB-Kenntnisse, Spaß am Programmieren und Abschluss einer der Lehrveranstaltungen: Mathematische Methoden der Dynamik (MMD), der Schwingungslehre (MMS), Technische Festigkeitslehre, Nichtlineare Schwingungen oder Kontinuumsschwingungen

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Ernst Adams, Prof. Dr.-Ing. Jens Wittenburg
Ansprechpartner: Dipl.-Ing. Dominik Kern (kern@kit.edu)

Karlsruhe, 12. September 2011