

MATEMÁTICA 4 (MA204) – MATEMÁTICA 308 (MAO308) SYLLABUS

1. Equipo Docente

Catedrático: Ing. Guillermo Cotto <guillermocotto@galileo.edu>

2. Descripción

El curso Matemática 4 (Matemática 308) presenta una introducción a la teoría de funciones de varias variables. En particular, se estudia el cálculo diferencial e integral de funciones de más de una variable independiente y real, así como las aplicaciones clásicas de estas ideas. Cabe mencionarse que, muchos de los conceptos presentados durante este curso son extensiones de las ideas desarrolladas en los cursos previos de cálculo. Por otro lado, este curso también fundamenta los rudimentos necesarios para comprender el cálculo vectorial, a ser estudiado en cursos posteriores.

Como su nombre lo indica, el *cálculo multivariable* es una extensión del cálculo de una variable al caso de funciones con más de una variable real. Notar que, muchas de las cantidades con las que nos relacionamos en la vida real dependen de más de una variable independiente. Por ejemplo, en termodinámica la presión depende del volumen y la temperatura, el campo magnético y eléctrico dependen de las variables espaciales (x, y, z) y del tiempo. De su amplio rango de aplicabilidad se deriva la importancia de estudiar este tipo de funciones.

Este curso está dividido en 5 grandes unidades temáticas. El curso inicia con un breve repaso de rectas, planos y superficies cuádricas en el espacio. Luego se presenta una introducción a las funciones vectoriales, su derivación e integración así como sus distintas aplicaciones. La tercera y cuarta unidad constan de una introducción al concepto de las funciones de varias variables, límites, continuidad, derivadas parciales, el gradiente y se concluye con la aplicación de estos conceptos a la optimización no lineal. La última unidad del curso se centra en el estudio de integrales múltiples y sus aplicaciones al cálculo de volúmenes, área superficial y otros problemas clásicos en física.

En resumen, el *objetivo general* del curso es: introducir al estudiante al cálculo multivariable desarrollando una comprensión profunda de los conceptos fundamentales de este y aplicándolos a la solución de problemas diversos en ciencia e ingeniería.

3. Competencias

Al finalizar el curso, el estudiante:

- Maneja adecuadamente los conceptos de gradiente y derivada direccional en la descripción de superficies en el espacio.
- Formula y calcula integrales múltiples, dentro de los distintos sistemas de coordenadas, para el cálculo de volúmenes, centros de masa, momentos de inercia y otras aplicaciones en ingeniería.
- Resuelve problemas de aplicación diversos utilizando de forma natural el lenguaje y las herramientas que le provee el cálculo multivariable.

4. Metodología

El curso se desarrolla mediante:

- *Clases Magistrales (4 períodos semanales)*: el catedrático desarrolla los temas listados en la Sección 5, mediante clases expositivas y dialogadas incentivando la participación del estudiante. Estos períodos comprenden la presentación de las bases teóricas de los distintos tópicos del curso, así como la ejemplificación, interpretación y presentación de las distintas aplicaciones de los mismos.
- *Sesión de Discusión (2 períodos semanales)*: se enfoca en la resolución de problemas, esclarecimiento de dudas y ejercitación diversa dentro del aula. La primera parte de la sesión se dedica a la resolución de problemas tipo, en conjunto con la participación de los estudiantes. Mientras que, en la segunda parte, los estudiantes analizan, discuten y resuelven los problemas asignados en la hoja de trabajo bajo la supervisión y asesoría del catedrático y asistente de cátedra.

5. Contenido Sintético

<i>Unidad Temática</i>	<i>Ref.</i>	<i>Competencias a Trabajar</i>
Unidad 1 – Rectas, Planos y Superficies Cuádricas. 1.1 Rectas en el espacio tridimensional. 1.2 Planos en el espacio tridimensional. 1.3 Cilindros y superficies cuádricas.	Sec. 12.5 y 12.6 de [2].	Describe rectas y planos en el espacio tridimensional mediante las distintas formas de sus ecuaciones. Asocia una ecuación de segundo grado en tres variables con la respectiva superficie cuádrica y su gráfica, y viceversa. Realiza bosquejos de cilindros y superficies cuádricas auxiliándose de sus trazas.
Unidad 2 – Funciones Vectoriales. 2.1 Definición de función vectorial y curvas en \mathbb{R}^3 . 2.2 Límites y continuidad de funciones vectoriales. 2.3 Derivadas de funciones vectoriales. 2.4 Integrales de funciones vectoriales. 2.5 Longitud de arco y curvatura de curvas en el espacio. 2.6 Esquema de Frenet–Serret. 2.7 Aplicaciones diversas.	Sec. 13.1 a 13.4 de [2].	Analiza y traza la gráfica de una curva en el espacio descrita mediante una función vectorial. Extiende los conceptos fundamentales del cálculo incluyendo límites, derivadas e integrales al caso de funciones vectoriales y los calcula apropiadamente. Modela y resuelve problemas de aplicación diversos utilizando de manera oportuna los conceptos básicos acerca de funciones vectoriales.

<p>Unidad 3 – Funciones de Varias Variables.</p> <p>3.1 Introducción a las funciones de varias variables.</p> <p>3.2 Límites y continuidad.</p> <p>3.3 Aplicaciones diversas.</p>	<p>Sec. 14.1 y 14.2 de [2].</p>	<p>Comprende la notación y el concepto de funciones con varias variables independientes de manera que construye ejemplos de estas.</p> <p>Traza la gráfica de una función de dos variables así como el mapa de nivel asociado.</p> <p>Relaciona un mapa de nivel con la gráfica de una función de dos variables respectiva.</p> <p>Entiende la definición de límite de una función de dos variables y la utiliza adecuadamente en la demostración, determinación de existencia y cálculo de límites.</p> <p>Extiende el concepto de continuidad para funciones de una variable real al caso multivariable.</p>
<p>Unidad 4 – Cálculo Diferencial en Varias Variables.</p> <p>4.1 Derivadas parciales.</p> <p>4.2 Diferenciales.</p> <p>4.3 Regla de la cadena para funciones de varias variables.</p> <p>4.4 Derivadas direccionales y el vector gradiente.</p> <p>4.5 Planos tangentes y rectas normales.</p> <p>4.6 Extremos de funciones de dos variables.</p> <p>4.7 Multiplicadores de Lagrange y optimización no lineal.</p>	<p>Sec. 14.3 a 14.8 de [2]. Cap. 15 y 16 de [1].</p>	<p>Comprende el concepto de derivadas parciales y las calcula apropiadamente.</p> <p>Conoce el teorema de Clairaut y sus implicaciones.</p> <p>Calcula derivadas direccionales, el gradiente y el Hessiano de una función multivariable e interpreta dichos conceptos dentro del contexto de las aplicaciones.</p> <p>Utiliza la regla de la cadena para el cálculo de derivadas parciales de funciones de varias variables definidas explícita e implícitamente.</p> <p>Enuncia y comprende el teorema de la función implícita</p> <p>Usa el polinomio de Taylor en varias variables para realizar aproximaciones lineales y cuadráticas.</p> <p>Utiliza las herramientas del cálculo diferencial multivariable para encontrar extremos absolutos y relativos de una función de dos variables</p> <p>Aplica el método de los multiplicadores de Lagrange para resolver problemas de optimización no lineales.</p> <p>Demuestra los teoremas básicos haciendo uso oportuno de las definiciones y propiedades.</p>

<p>Unidad 5 – Cálculo Integral en Varias Variables.</p> <p>5.1 Integrales dobles y el volumen de una región sólida.</p> <p>5.2 Integrales iteradas y área en el plano.</p> <p>5.3 Integrales dobles sobre regiones generales.</p> <p>5.4 Integrales dobles en coordenadas polares.</p> <p>5.5 Aplicaciones de las integrales dobles.</p> <p>5.6 Integrales triples y sus aplicaciones.</p> <p>5.7 Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas.</p> <p>5.8 Cambio de variables en integrales múltiples.</p>	<p>Capítulo 15 de [2]. Cap. 17 de [1].</p>	<p>Comprende el concepto de integral doble para representar el volumen de una región sólida en el espacio.</p> <p>Evalúa una integral doble aplicando el concepto de integral iterada y el teorema de Fubini.</p> <p>Plantea y evalúa una integral doble para calcular: (i) el área de una región en el plano, (ii) el volumen de sólido en el espacio, (iii) el valor promedio de una función, (iv) centros de masa de láminas planas, (v) momentos de inercia, (vi) área superficial y otras aplicaciones a ciencia e ingeniería.</p> <p>Expresa y evalúa integrales dobles en coordenadas polares cuando sea idóneo para el problema en cuestión.</p> <p>Comprende el concepto de integrales triples y las evalúa.</p> <p>Expresa y evalúa una integral triple en coordenadas cilíndricas y esféricas, explotando la simetría del problema para simplificar los cálculos.</p> <p>Comprende el concepto de Jacobiano y lo utiliza en el cambio de variables en integrales dobles.</p> <p>Aplica los conceptos y herramientas del cálculo integral multivariable en la solución de problemas diversos.</p> <p>Demuestra teoremas básicos aplicando definiciones y propiedades.</p>
---	--	---

6. Evaluación

La nota final de este curso se calculará de acuerdo a lo indicado en siguiente tabla:

<i>Actividades a Desarrollar</i>	<i>Puntuación Asignada</i>
Examen Parcial 1	20 puntos
Examen Parcial 2	20 puntos
Hojas de Trabajo	15 puntos
Exámenes Cortos	10 puntos
Proyectos de Aplicación	10 puntos
<i>Zona</i>	<i>75 puntos</i>
Examen Final	25 puntos
<i>Total</i>	<i>100 puntos</i>

Al calcular la nota final del curso, tomar en cuenta que:

- Se eliminarán las *dos* calificaciones más bajas de todos los exámenes cortos y hojas de trabajo realizados durante el semestre.
- De manera similar, se realiza un *examen de reposición* una semana antes del examen final que cubre el contenido de los *dos* exámenes parciales. Dicho examen es optativo y *sustituye* la calificación más baja entre las dos evaluaciones parciales.

- Como requisito adicional de aprobación se requiere un mínimo de 80 % de asistencia.

7. Horario

El curso consta de 6 créditos académicos (CA). Ver horario en el GES dependiendo de su sección.

8. Bibliografía

Requerida

- [1] Marsden, J. y A. Weinstein: *Calculus III*. Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, 2a. edición, 1985, <http://www.cds.caltech.edu/~marsden/volume/Calculus/>.
- [2] Stewart, J.: *Cálculo, trascendentes tempranas*. Cengage Learning, 8a. edición, 2018.

Sugerida

- [3] Apostol, T.: *Calculus, Vol. 2: Multi-Variable Calculus and Linear Algebra with Applications to Differential Equations and Probability (Volume 2)*. Wiley, 2a. edición, 1969.
- [4] Banach, S.: *Cálculo Diferencial e Integral*. Editorial Hispano Americana, 2a. edición, 1967.
- [5] Larson, R. y B. Edwards: *Cálculo Tomo II*. Cengage Learning, 10a. edición, 2016.
- [6] Leithold, L.: *El Cálculo*. Oxford University Press, 7a. edición, 1998.
- [7] Marsden, J. y A. Tromba: *Vector calculus*. W. H. Freeman, 6a. edición, 2011.
- [8] Thomas, G.: *Cálculo, varias variables*. Pearson Educación, 12a. edición, 2010.
- [9] Tromba, A. y J. Marsden: *Calculus vectorial*. Prentice Hall, 5a. edición, 2004.
- [10] Zill, D. y W. Wright: *Cálculo de varias variables*. McGraw-Hill, 4a. edición, 2011.

9. Recomendaciones Generales

Toda la información importante del curso se encuentra en este documento, favor de guardarlo como referencia.

Administración de ausencias y entregas tarde:

- Se espera que usted asista a *todas* las clases magistrales, sesiones de discusión y períodos de examen, a menos que tenga una razón válida. Es muy difícil obtener resultados satisfactorios en este curso si usted no asiste regularmente a clase.
- Por ningún motivo, se aceptan hojas de trabajo fuera de la fecha de entrega o se realizan exámenes cortos extraordinarios. Recuerde que, las *dos* calificaciones más bajas de estas asignaciones (en este caso con nota cero) serán eliminadas al momento de calcular su nota final.
- No se aceptan entregas de proyectos fuera de la fecha asignada.
- De forma similar, por ningún motivo, se realizan exámenes parciales extraordinarios. Si usted no asiste a algún parcial, entonces deberá tomar el examen de reposición descrito en la Sección 6. Obviamente, si usted no asistió a algún parcial, su calificación es cero. La calificación obtenida en el examen de reposición automáticamente sustituirá al cero del examen que no pudo tomar.

- Si por *causas debidamente justificadas*, usted no puede asistir al examen final, entonces deberá solicitar un *examen extraordinario*, tal y como se especifica en el Reglamento General de Universidad Galileo.

Integridad Académica:

- En todas las asignaciones, usted debe de justificar debidamente *todo* razonamiento hecho para resolver el problema planteado. Una respuesta correcta no justificada no recibirá calificación.
- Se espera que el trabajo que usted realice en las asignaciones de este curso sea suyo o bien de su grupo de trabajo (en caso de que las asignaciones sean de tipo grupal). Si se auxilia de alguna referencia o fuente bibliográfica, esta debe ser citada apropiadamente.
- Violaciones a la integridad académica (por ejemplo, plagio o cualquier acción fraudulenta al realizar una asignación) serán manejadas de acuerdo al Capítulo XVI – Sanciones Académicas del Reglamento General de Universidad Galileo.

Ambiente en el aula:

- El estudiante debe de ingresar a clase con puntualidad y evitar las salidas innecesarias del salón.
- El uso de teléfonos móviles no es permitido durante el período de clase.
- El uso de computadoras portátiles y tabletas no es permitido durante el período de clase, a menos que la actividad desarrollada en clase lo requiera.