

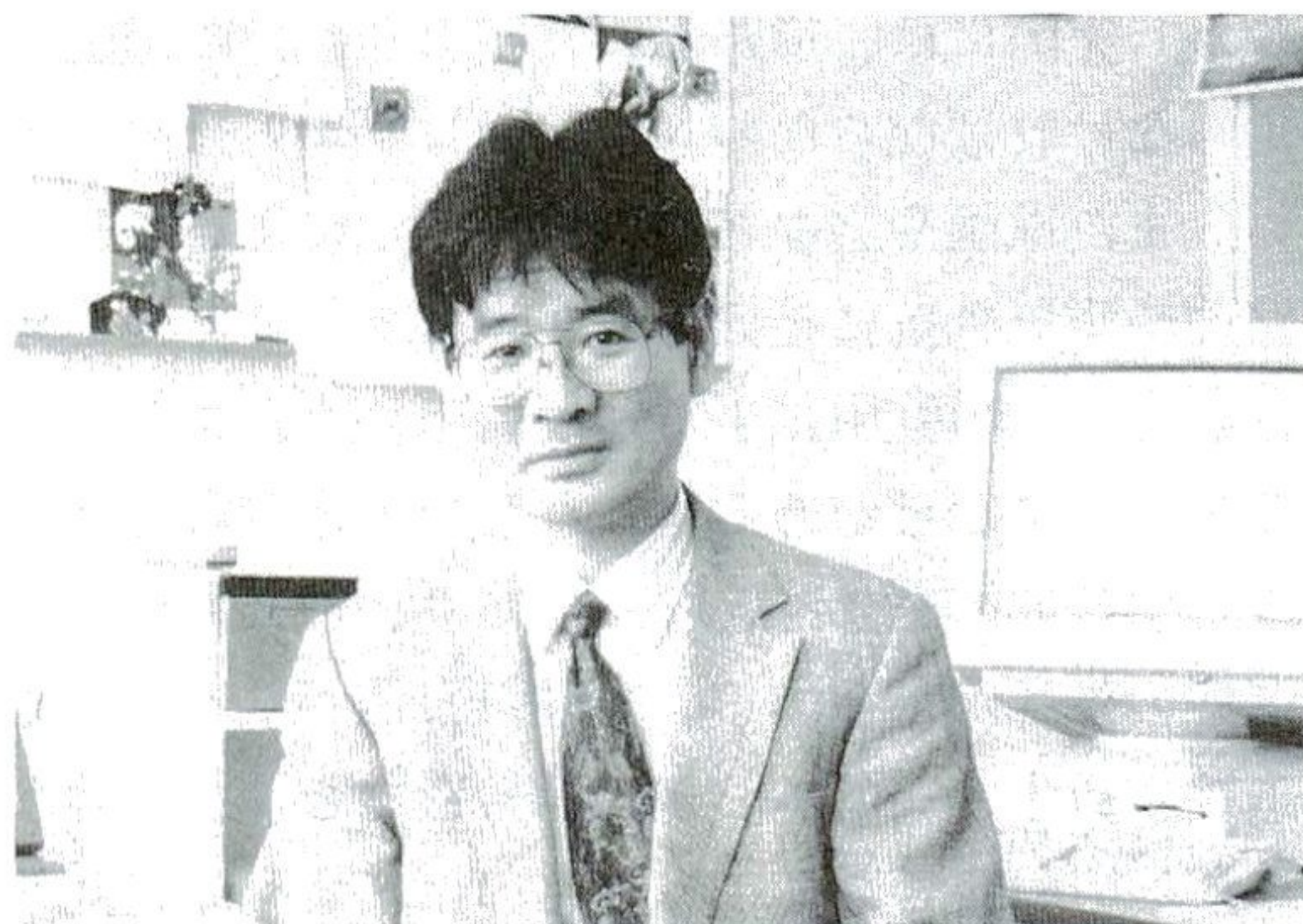


## H<sub>∞</sub>とのランデヴー

—— 美多研究室～制御システム工学科 ——

先日スペースシャトルと宇宙船ミールが軌道上でドッキングに成功した。互いの位置や速度、姿勢などが刻々と変化する中で行われたアメリカとロシアの共同作業は、冷戦構造を終結させようと、両国間が歩み寄ろうとした努力と同じくらいに難しかったのではないだろうか。

一般に、ある物体を自分の思い通りに動かそうとすると、必ず障害が付きまとう。その障害を自らの意志の力で抑えこむことを制御と呼んでいる。この障害に最先端のH<sub>∞</sub>（エイチ無限大）制御理論を駆使して立ち向かう美多教授取材することにした。



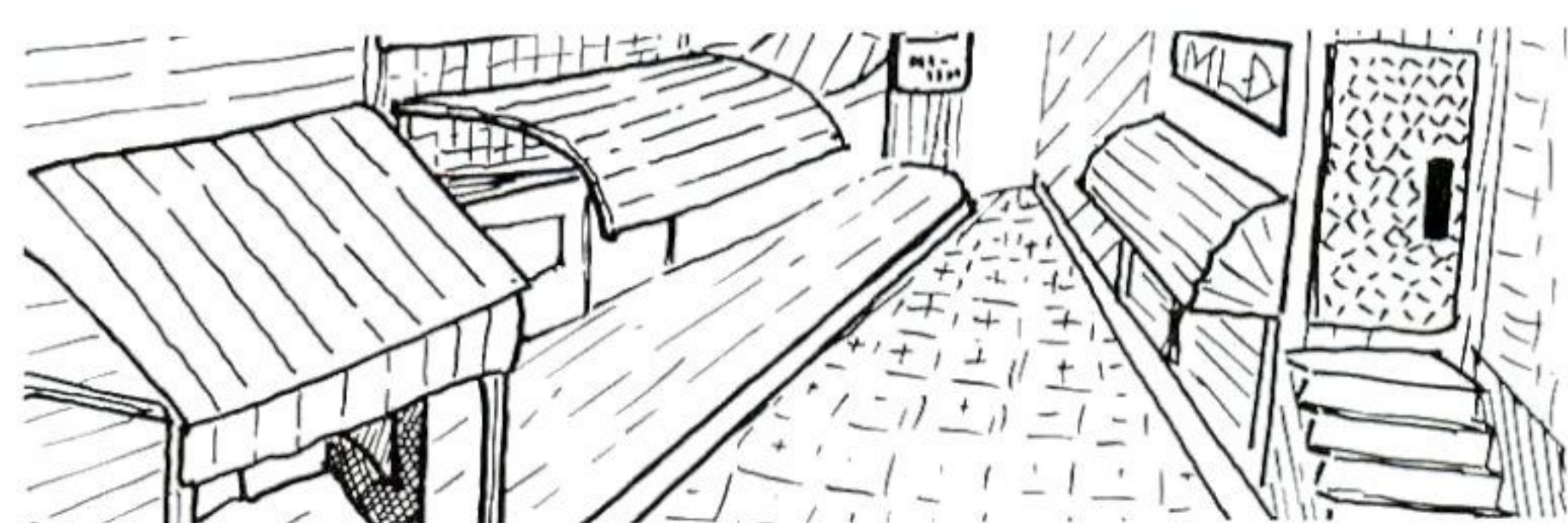
美多 勉 教授



## 制御と数学との接点にある制御対象

美多研究室では制御に関する理論を主として研究を行っている。どんなものに制御理論が当てはまるのか、どうすればうまく対象を制御できるのかと、制御対象を求めて常にアンテナを伸ばし、日夜研究に余念がない。その対象の中には、さまざまな機械や装置が存在する。そのどれもが人間の役に立つものとして作り出されたものだ。自動車や船、飛行機といった非常に複雑な構造のものから、自転車などの簡単な作りのものまで、実に多くのものがあふれている。しかしこれらの機械を運転する際、必ずと言っていいほど運転の障害となるものが現れる。特に機械においては機械操作に伴って発生する振動がもっとも厄介な障害となっている。そこで機械を動かす際には何らかの制御が行われているのが普通である。

制御は制御対象を数学的にモデル化することに



よって行われる。モデル化とは対象を解析しやすいように整理して、分かりやすく表わすことである。モデル化することによって制御対象は数学的な数値として表わされる。この数値に様々な処理を施すことが制御と言っても良い。一見すると、制御と数学とでは隔たりがあるように感じられるが、この数学を用いることによって、機械だけでは不可能だったような制御が可能になってきている。また一般的に、制御というと機械や装置の世界だけのものと思われがちだが、数学的手法を用いて数値化できるものは、制御可能と言えるのである。実際に生物学や経済学、社会学といったものにも制御理論が応用されている。

美多先生は、これまでにクレーンの最適運転やロボットの二足歩行制御をはじめ、ロボットアームの制御やヘリコプターの姿勢制御などを研究されてきた。そして現在、自動車を対象として新たな研究に取り組んでいる。そこで、その我々に身近な自動車を例にとり、制御がなぜ必要なのか、制御がどのように行われるのかを見ていくことにしよう。





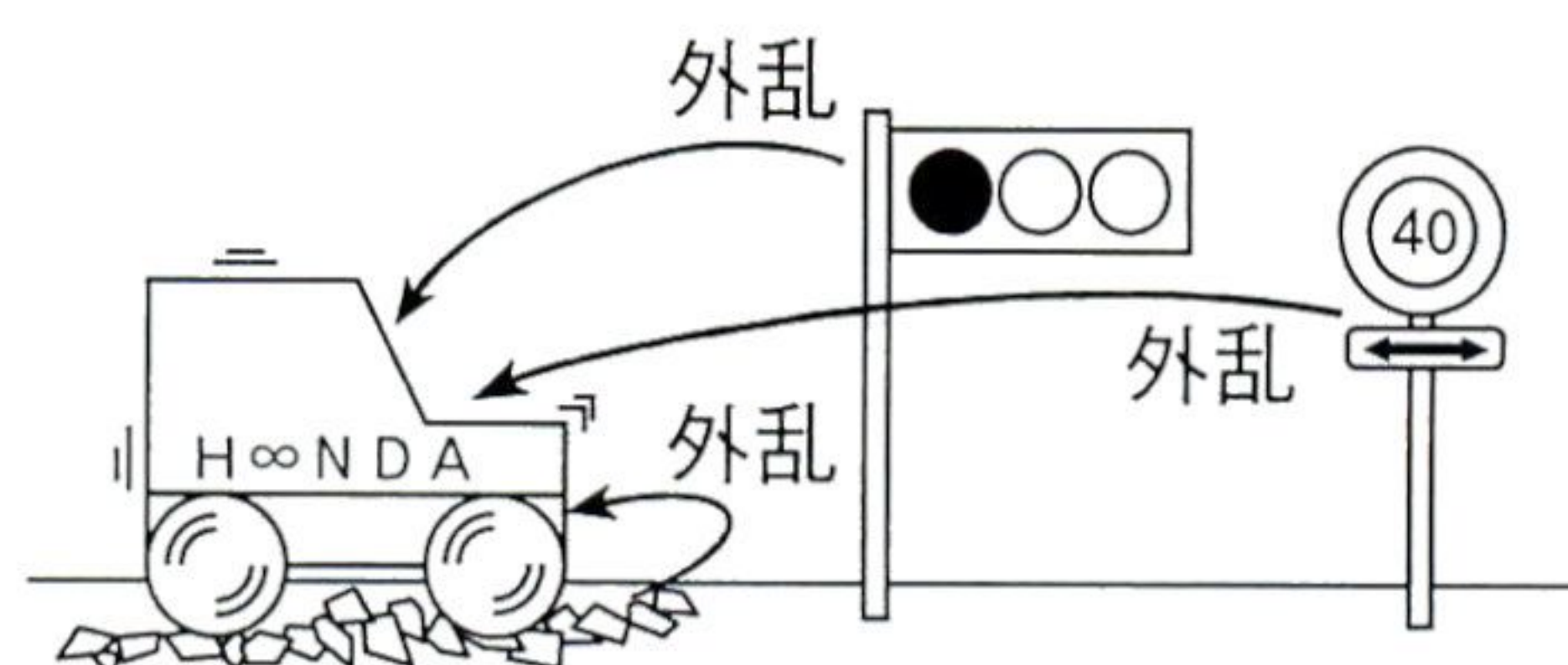
## 外乱を制する御者として

自動車の動きは走る、曲がる、止まるの三つに集約できるだろう。この動作によって自動車は目的地へと走る。路面が平坦で、出発地点から目的地までまっすぐに走ることができるなら、運転者は一定速度、一定方向を保てばいいことになる。しかし実際には、道路という定められた軌道上を走らなければならないし、路面は平坦とは限らない。また風雨や雪などの天候の変化によっては、路面や空気抵抗にその影響が現れてくる。たとえば前方からの強風による速度低下、水たまりによるスリップなどがある。こうした一定運動を乱そうとする要因を外乱と呼んでおり、他にも様々な形態の外乱が存在する。交通量、曲がりくねった道路、数十メートルおきの信号機など、目的地への運転の障害となるようなものは、すべて外乱と見ることができるのである。

見方によっては外乱となる信号機も、自動車の流れを制御するための装置である。ただ信号機は、前もって決められた順序通りの信号を運転手に知らせるだけに留まっている。一方の道路が空いている状態で、もう一方の道路が沢山の自動車でどんなに混雑していても、信号機は決められた順序を忠実に守って信号を送りつづける。このような、前もって決められた制御方法をフィードフォワード制御という。この方法は、制御対象の性質を完全に把握できている場合にはうまくいくのだが、こうした渋滞（＝外乱）に対する柔軟性を持っていない。

外乱に対する柔軟性を持つ制御にフィードバック制御がある。これは外乱の影響による結果を見た後に制御量を加えていく制御方法で、加えるべき制御量を目標値と比較し、目標値に素速く到達できるように訂正動作を行う制御である。いわばフィードバック制御理論は制御対象である学生の成績をみて、次にどうやって学生に勉強を教えれば、早く目標に達するかということを考える家庭教師のようなものであろう。

フィードバック制御を行うには、外乱の影響を感じ取るセンサが必要である。このセンサからの信号をもとに、計算によってその状況にふさわしい制御量を求め、それを制御対象に加えている。運転者はセンサや計算機としての役目を負っており、文字どおり物を御する御者という立場にある。常に変化する目標値に合わせて制御量を加えていく追従性、何が起こっても取り乱したりしない安定性、すばやい判断などの速応性をもったものが優秀な御者であると言えるだろう。そしてその三つの能力が、そのまま制御における重要な要素となるのである。



## 健全な制御は不健全な対象にも宿る

人の移動や、荷物を運ぶための手段として発展してきた自動車であるが、最近では運転を楽しむということに主眼をおいた自動車が生まれてきている。こうした自動車では主に走行時における乗り心地が求められている。座席シートの形や室内の温度、湿度などによっても乗り心地は変わってくる。しかし走行時における振動が乗り心地の指標を最もよく表わしていると言えるだろう。自動車の揺れがひどいせいで、クルマ酔いを経験した人も多いのではないだろうか。

この振動を抑えるための最も簡単な方法は、サスペンションによって振動を吸収させるものである。サスペンションの役割は、人間でいえば膝にあたる。路面の凹凸による振動や衝撃などの、車体や乗員、積み荷に対する影響を抑制し、さらに振動に伴う騒音を軽減する。また車輪から路面へ駆動力を伝達させたり、タイヤを路面に確実に接地させ、車体の姿勢を安定化させるという重要な役割を持っている。つまり路面と車体との間の制御を行っていると言えるだろう。



自動車では、車体のいろいろな動きに合わせて振動や衝撃を吸収させようと、制御理論上の計算から最も適したバネ定数を持つスプリングが選択されている。しかしこの計算は自動車が常に一定の状態にあるという仮定の下に行われており、実際の走行時に起こる様々な振動のすべてに対応することはできない。また乗員や荷物により自動車全体の重さが変わったり、乗員が座る位置によって全体のバランスが変わってきたりもする。普段何気なく乗っている自転車で、前かごにちょっと重いものを乗せた途端、ハンドルが操作しにくくなったり、加速や減速が難しくなることをよく経験するだろう。

このように、制御対象の特性が一定でないような場合、ある状態だけに対応した方法はかえって悪い影響を与えることがある。たとえば物体には

固有振動というものが存在するが、路面の起伏により、自動車に一定周期の外力が加わると自動車はその外力と同じ振動をする場合がある。さらに振動数がこの自動車の固有振動数に一致すると、共振という現象によって振幅がピークに達してしまう可能性があるのだ。そこで、サスペンションの性質自体を変化させて外乱に対応させようとする方法が考案された。これは油圧や空気圧などを利用して、環境に応じてサスペンションを調節し、路面からの外乱を積極的に抑制しようということから、アクティブサスペンションと呼ばれている。

ここで外乱を抑制しようと対策を施したが、実はこのような対策を施すことが制御であり、制御対象にどのような対策を施すかということが、制御理論の発揮される場面なのである。この理論の制御対象への応用の仕方は次の章に譲ろう。



## 特別講義 やさしい制御理論

図1にあるaのような、振動する対象の模式図を考えてみよう。この物体に力を加えれば、摩擦などを考慮しなければ、物体は永久に振動を続けることは良く知られた事実である。このままでは振動を抑制することができないので、油圧を用いたショックアブソーバ装置を付加してみる。こうするとbに示す簡単なサスペンションの模式図となる。このようにして制御対象を模式図で表わした後でモデル化すると、制御対象を数値化した伝達関数というものが求まる。そしてこの伝達関数に含まれる方程式が持つ解によって、この制御対象がどのような反応や安定性を示すのかを論じることができるのである。

ある装置に対して何らかの入力が加えられたとき、その装置から返ってくる反応を応答と呼んでいる。この応答に着目すれば制御対象の性質を詳しく知ることが可能となる。つまり外乱に対する応答がわかれば、外乱に対する制御対象の性質を知ることができるということである。

振動の外乱には様々な周波数が含まれている。それらの周波数に対する制御対象の応答は周波数によって異なるが、周波数が同じなら、得られた伝達関数は制御対象に特有のものとして一定である。つまり同じ外乱に対しては常に同じ反応を示すということになる。ということは、制御対象の

性質を変えれば、別の反応を示すのではと思うのが自然だろう。これがすなわち制御ということになる。実際アクティブサスペンションでは、サスペンションの性質を変える操作を行った。これは自動車の伝達関数そのものを操作したことになるのである。普通この操作は可変的な装置を使って行われ、油圧や空気圧を用いた装置やモータなどは制御対象に付加するには格好の可変装置となっている。では装置を付加することによって、伝達関数がどのような影響を受けることになるのだろうか。

可変装置がモデル化されると、伝達関数全体にかかるゲイン定数というものに置き換えられる。可変装置を作動させることは、ゲイン定数を変化させることを意味しており、それに伴って伝達関

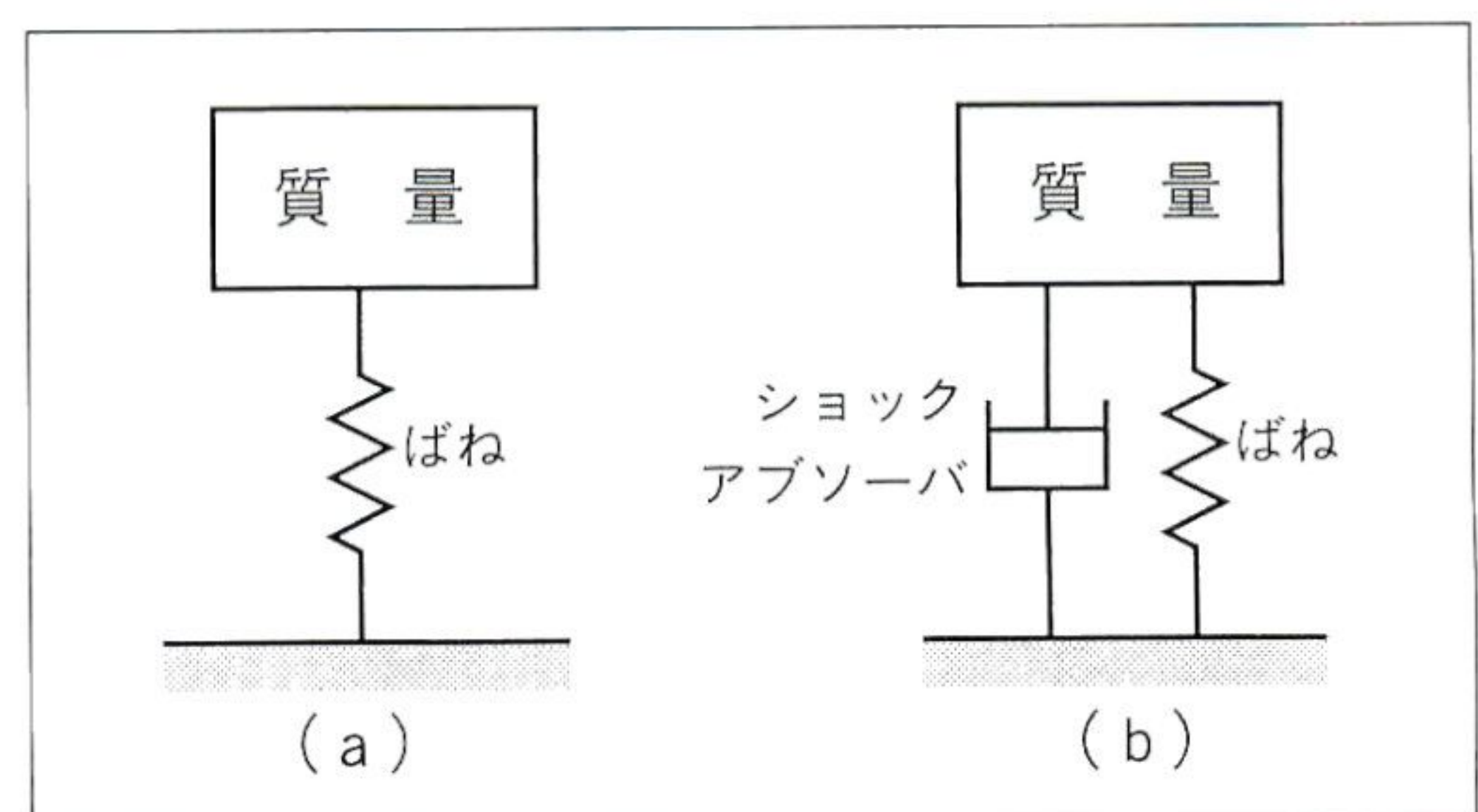


図1 振動する制御対象の模式図



数自体も変化することになる。ゲイン定数の調整が制御理論に課せられた仕事と言ってもいい。

ある装置は安定性を重視し、ある機械は速応性を求めている、それぞれに制御理論の当てはめ方が変わってくる。一般にフィードバック制御においては、目標値に対する制御量の差を小さくするにはゲイン定数が大きいほうがよい。しかしゲイン定数が大きいと、制御対象が不安定になったり、反応は早いが振動的になる可能性がある。

自動車の操縦を例に出そう。この場合ハンドル操作がゲイン定数の操作に置き換えられる。たとえば車線変更をする時、目標値である新たな車線に素早く達しようとして急にハンドルを切ると、目標車線を行きすぎてハンドルを切り返すことになる。ハンドルさばきが大き過ぎると、切り返す操作もまた大きくなり、図2の実線にあるような振動的な反応を示すことになる。これがゲイン定数の大きい場合である。こうした面倒なハンドルさばきを嫌って、着実に目標に達しようとハンドルを徐々に切っていくと、目標車線に達するには相当な時間がかかる。これがゲイン定数の小さい場合である。

この二つの例の中間に、なるべく速く目標に達するような理想的なハンドルさばきがあるはずだ。それが理想的なゲイン定数となり、それを見つけたことが、この場合の制御となっている。そしてゲイン定数の操作は、その時の自動車の速度はもちろんのこと、周りの状況、すなわち外乱によっても微妙にさじ加減が変わってくることは容易に想像できると思う。

このように、互いに干渉しあう要素を考えに入

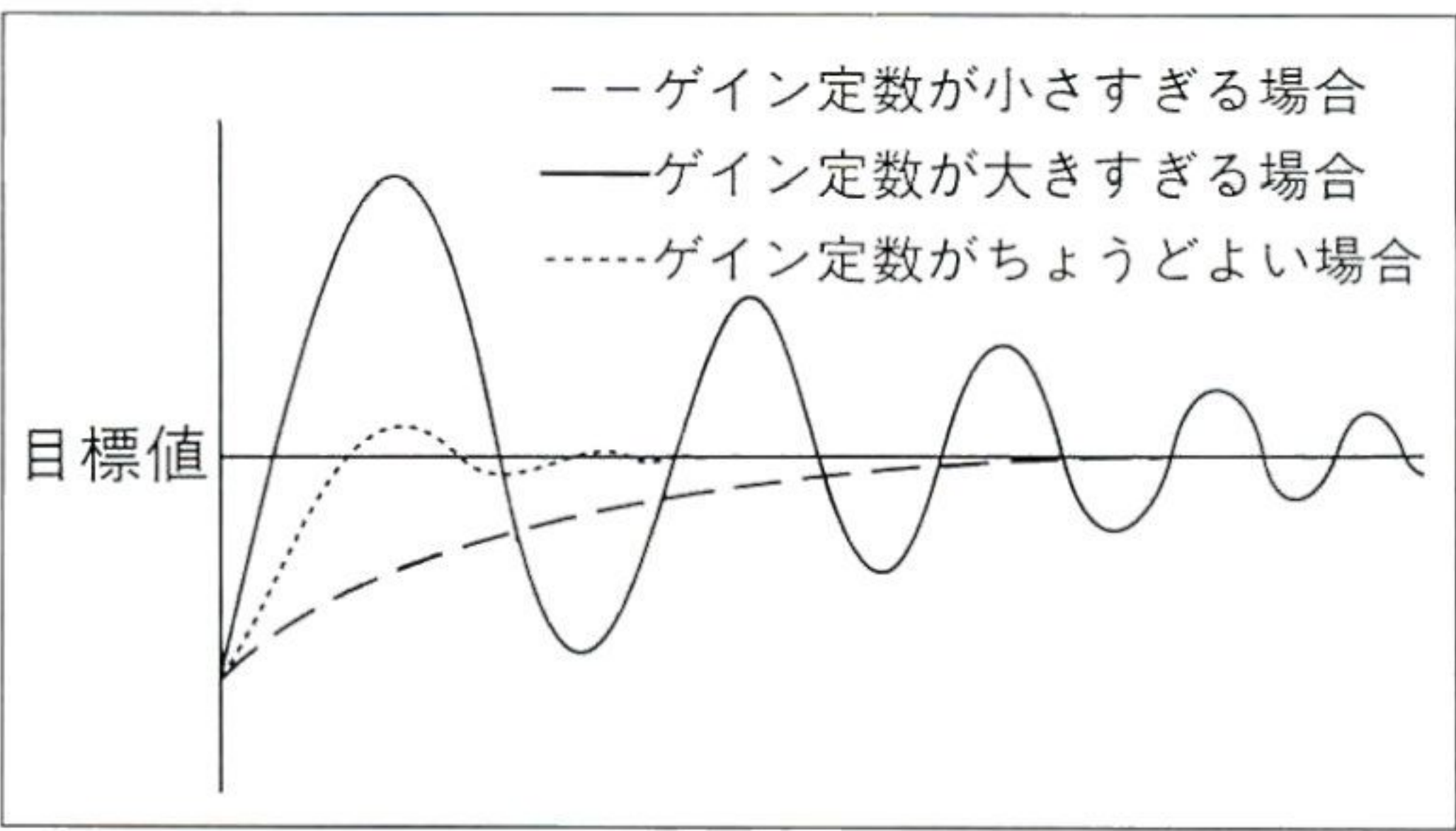


図2 ゲイン定数による反応の違い

れながら、様々な外乱の周波数に対するゲイン定数、すなわち力加減を決定することが制御理論で行われる設計手法である。しかしこの方法によるモデル化は、様々なステップを踏んだ上で行われ、試行錯誤的な面が強い。そして制御がうまく行えない場合には、対処すべき方法が他にない。非常に正確な数学モデルが必要とされるからである。たとえば鉄の平板や棒一つ取っても、伸びやねじり、曲げといった歪みを示し、弾性体としての性質を持っている。機械はこれらの平板や棒などの組み合わせによって作られた構造物であるので、実際には機械のあらゆる部分で、ごく小さな変形が起こっていると考えられる。その変形がモデル化されると、スプリングとみなせるのである。

このように考えて対象を取り扱おうとすると、bのモデルが多数連なった図3のようなモデルとみなすことができ、これを制御しようとする、さらに複雑な計算が必要となる。そこで機械を変形のない剛体として取り扱うことによってモデルを近似しているのである。

これまでの機械類は、従来の近似した方法でうまく制御されているものが多かった。しかし近年ハードディスクの磁気ヘッドや、人工衛星の太陽電池パネルなど、非常に精密な動作を求める機械が現れてきている。これらの機械を近似したモデルで制御すると、不安定な動作をする可能性が大きい。たとえば共振を起こしてしまった場合、磁気ヘッドは正確なポジションを維持できず、太陽電池パネルは太陽の方に向かない可能性がある。

こうした新しい機械や装置に対する制御方法を模索する人達によって、新たな制御理論が生まれてくる。彼らが目指すのは、制御対象の特性がどういったことで変化し、それがいつ起こるのかを調べておき、そうした変化がいつ起きても、制御

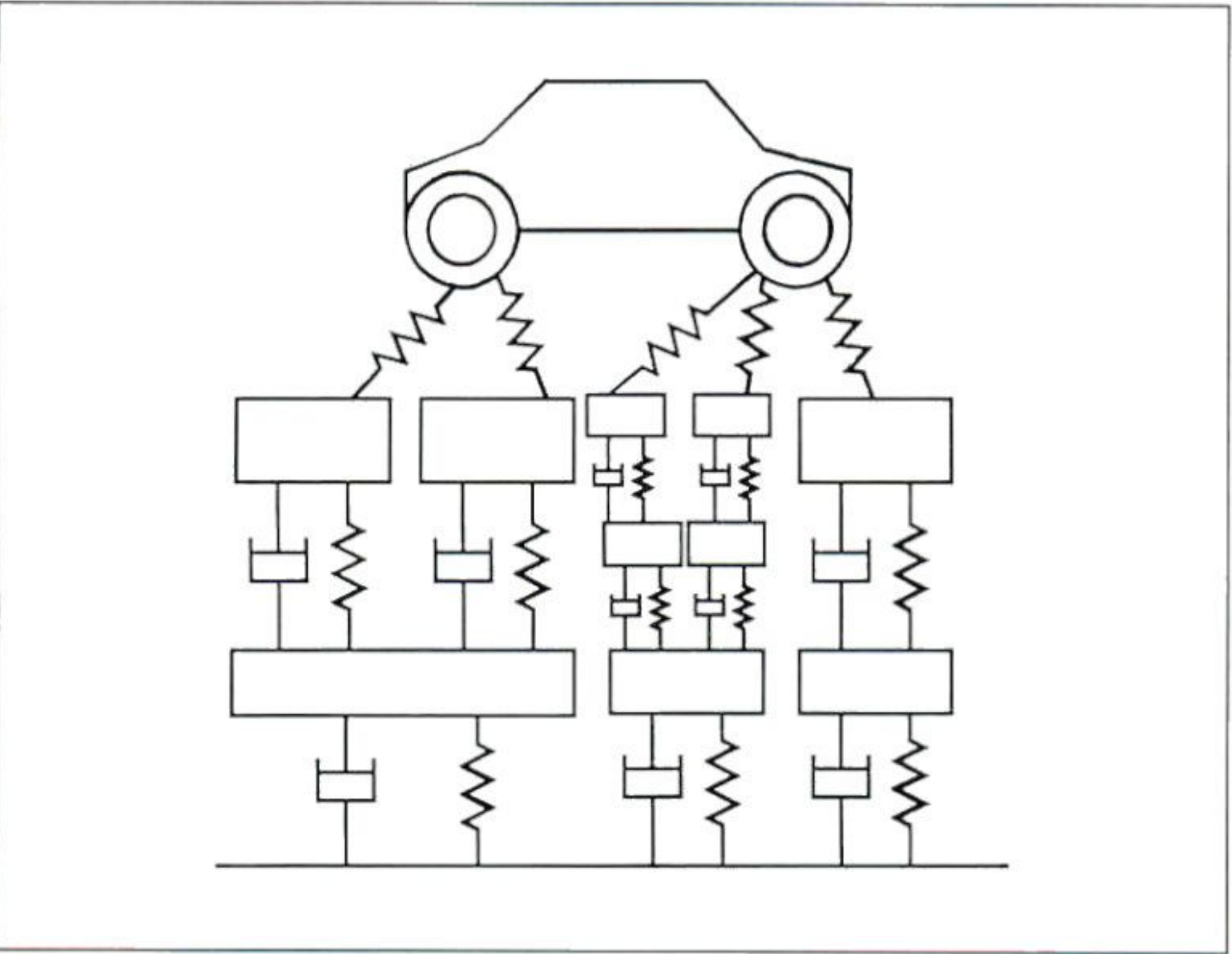


図3 実際の制御対象のモデル



対象が不安定にならないように制御する方法である。こうした制御をロバスト制御という。ロバストには頑強という意味がある。つまりどんな変化にも対応し、制御対象を安定にさせようとする制御で、その最先端とも言うべきものが $H_\infty$ 制御理論である。

$H_\infty$ 制御理論では、様々な周波数の振動を制御対象に加え、その応答として伝達関数を求めている。その結果、得られた伝達関数も周波数に依存したような形をしている。このような伝達関数は複素空間を利用すると、原点からの距離と角度によって表わすことができ、簡単に扱うことができる。そこで伝達関数を複素空間の座標軸上に表わすことにする。そして、この伝達関数の原点からの距離の最大値を、複素空間であるハーディ(Hardy)空間の「 $H$ 」、関数の最大値を取ることから「 $\infty$ 」で、 $H_\infty$ ノルムと呼んでいる。

様々な周波数の外乱が存在するが、単純に伝達関数全体のゲイン定数を上げると、共振などの不安定な動作を起こす可能性があることは既に述べた。そこでその共振を起こす周波数ではゲイン定数を下げ、他の周波数帯ではゲイン定数を上げるというような設計を行う。このようにして、 $H_\infty$ ノルムを基準に様々な周波数に対するゲイン定数を最適に調節する。すると安定性や追従性、速応

性などが最適になる設計を、自動的に行えることが最近になって知られるようになった。また今までの理論と異なり、この制御は沢山の要因を一度にまとめて解析できる能力を持っている。

$H_\infty$ 制御理論の理論そのものは非常に難解である。しかし制御がうまく行えるならと、現在 $H_\infty$ 制御理論は様々な制御対象に向けて試されようとしている。高層ビルディングや橋梁などの、制振を目的とする非常に大きな対象から、マイクロマシンに代表されるような非常に微小な対象まで、モデル化した後の操作は、どれも同じである。つまりモデル化できるもので、扱えないものはないとも言えるだろう。

様々な対象の中から、美多先生は自動車のエンジンに対して $H_\infty$ 制御理論を応用しようと、現在コンピュータ上でシミュレーションを行いつつ、研究を続けているそうだ。 $H_\infty$ エンジンを搭載した自動車が、街中を走る日もそう遠くないかもしれない。



## $H_\infty$ は無限大の叡智によって？

制御理論における数学で記述できるものは、制御可能と言える。物価や土地の値段を安定化させようとする研究に使われる数学もある。ところがこの経済が理論通りにいかないのは周知の通りだろう。これは非常に複雑な行動をとる人間が介入しているからこそである。もしかすると究極の制御対象はその複雑な我々人間なのかもしれないと疑ってしまうのは、人間を数値化できるなどという盲信が背景にあるからなのだろうか。人生の岐路に立たされたとき、どちらへ向かうのがいいのか悩むことが多い。そんなとき人間は数学でモデル化できないことを知る。我々は自分自身が御者なのだろう。

美多先生によれば、制御理論における $H_\infty$ 制御理論の地盤は、 $H_\infty$ 制御理論自身で制御しているかのように当分揺るぎそうにない。だが制御の世

界では、およそ10年毎に新たな理論が生まれ、使われている。宇宙船からマイクロマシンまで制御対象は広く存在している。対象の範囲が広がれば、従来の理論だけでは制御し切れない対象が生まれてくるのも当然だろう。

$H_\infty$ 制御理論でさえいつしか古典と呼ばれる時代がくるのだろう。取材中、そうした従来のものを越えた、新しいものを作り出すことへの情熱を垣間見た思いがする。

どんな分野でも新しいことを目指すのは簡単だが、それを完成させることは難しい。しかし諦める必要はない。我々人類の叡智は無限大であるのだから。

最後になりましたが、取材に応じていただいた美多先生に感謝の意を表します。

(切通 義弘)