Teoria współbieżności

Laboratorium 10

Teoria śladów

Albert Gierlach

04.01.2021

1. Zadanie 1

Rozważmy zbiór zmiennych („bazę danych”) x, y, z i następujący zbiór akcji („transakcji”) modyfikujących wartości tych zmiennych:

$$(a)\ x := x + y$$

$$(b)\ y := y + 2z$$

$$(c)\ x := 3x + z$$

$$(d)\ z := y - z$$

Akcje możemy wykonywać współbieżnie z następującym zastrzeżeniem: akcja zmieniająca wartość zmiennej nie może być wykonana współbieżnie z akcją odczytującą lub modyfikującą stan tej samej zmiennej. W języku teorii śladów: dwie akcje są zależne jeśli obie operują na tej samej zmiennej, a przynajmniej jedna z nich modyfikuje wartość tej zmiennej.

a) W alfabecie A = a, b, c, d określ relacje zależności i niezależności.

b) Wyznacz ślad wyznaczony przez słowo w = baadcb względem powyższej relacji niezależności.

c) Wyznacz postać normalną Foaty śladu [w]

d) Narysuj graf zależności Diekerta (w postaci zminimalizowanej - bez krawędzi "przechodnich") dla słowa w.

2. Rozwiązanie

a) Relacja zależności:

$$D = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,d),(c,a),(c,c),(c,d),(d,b),(d,c),(d,d)\}$$

Relacja niezależności:

$$I = \{(a,d),(d,a),(b,c),(c,b)\}$$

b) Śladem słowa baadcb względem relacji niezależności jest:

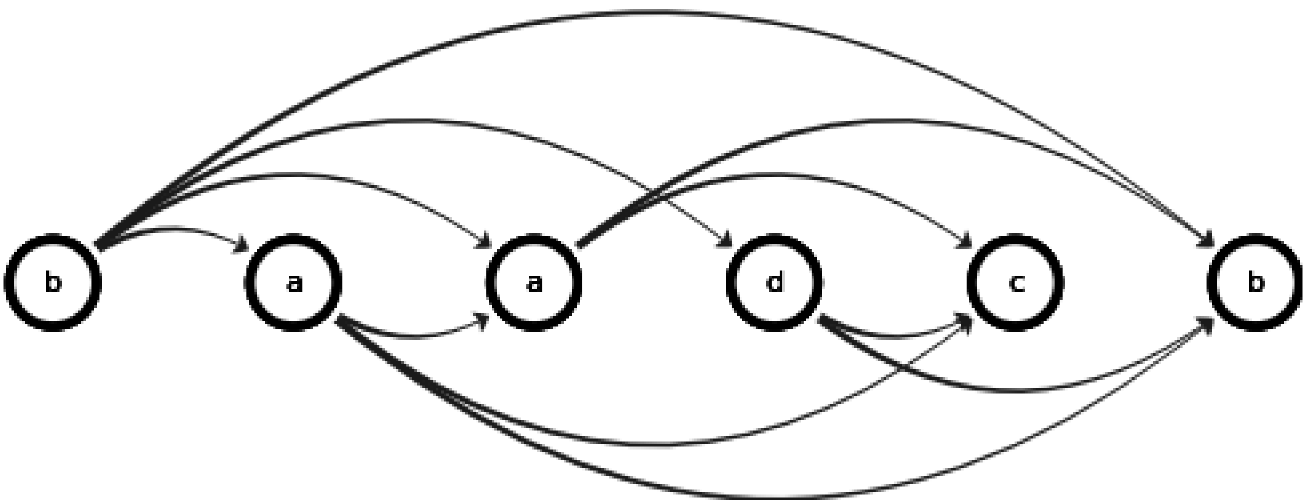
$$[baadcb]_I = \{baadcb, badacb, baadbc, badabc, bdaabc, bdaacb\}$$

wynika to z faktu, iż możemy zamienić kolejność sąsiednich operacji, jeżeli są one niezależne od siebie, dzięki temu otrzymujemy sześć możliwych permutacji rozważanego słowa.

c) Korzystając z podanego algorytmu wyznaczyłem postać normalną Foaty dla śladu [w], która wygląda następująco:

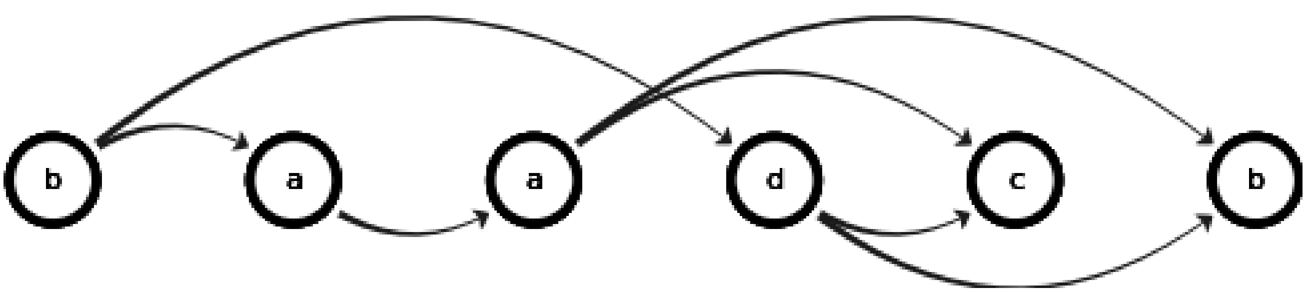
$$[w] = (b)(ad)(a)(bc)$$

d) graf Diekerta dla słowa "baadcb":



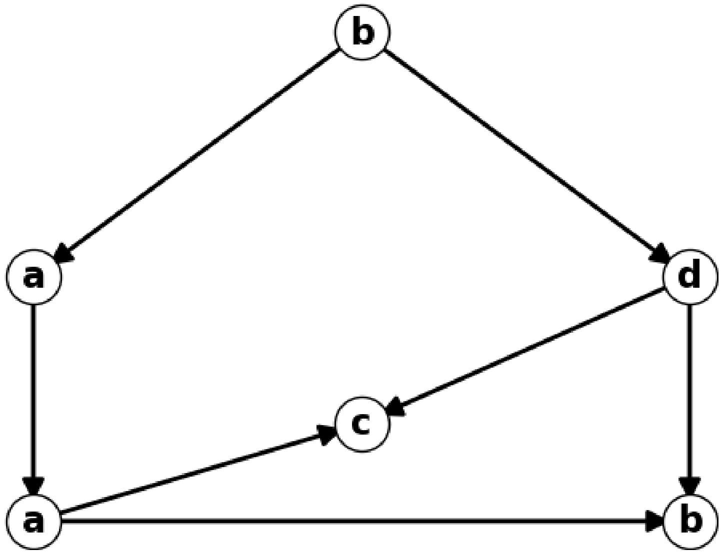
Rysunek 1: Graf Diekierta

Krawędzie przechodnie w tym grafie to: (b, b), (b, a), (a, c), (a, b)



Rysunek 2: Graf Diekierta bez krawędzi przechodnich

Graf w bardziej czytelnej postaci:



Rysunek 3: Graf Diekierta dla słowa baadcb

3. Zadanie 2

Dany jest zbiór akcji:

$$(a)\ x := y + z$$

$$(b)\ y := x + w + y$$

$$(c)\ x := x + y + v$$

$$(d)\ w := v + z$$

$$(e)\ v := x + v + w$$

$$(f)\ z := y + z + v$$

a) W alfabecie A = a, b, c, d, e, f określ relacje zależności i niezależności.

b) Wyznacz postać normalną Foaty śladu [u], u = acdcfbbe

c) Narysuj graf zależności Diekerta (w postaci zminimalizowanej - bez krawędzi "przechodnich") dla słowa u.

4. Rozwiązanie

a) Relacja zależności:

$$D = sym\{(a,a),(a,b),(a,c),(a,e),(a,f),(b,b),(b,c),(b,d),(b,f),\\ (c,c),(c,e),(d,d),(d,e),(d,f),(e,e),(e,f)(f,f)\}$$

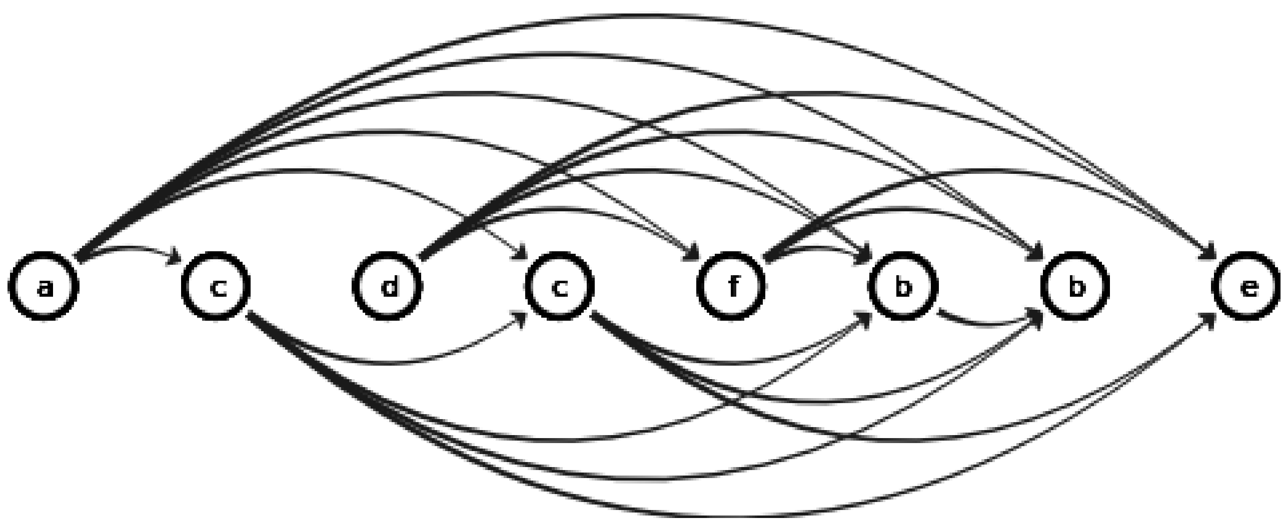
Relacja niezależności:

$$I = sym\{(a,d),(b,e),(c,d),(c,f)\}$$

b) Korzystając z podanego algorytmu wyznaczyłem postać normalną Foaty dla śladu [u], która wygląda następująco:

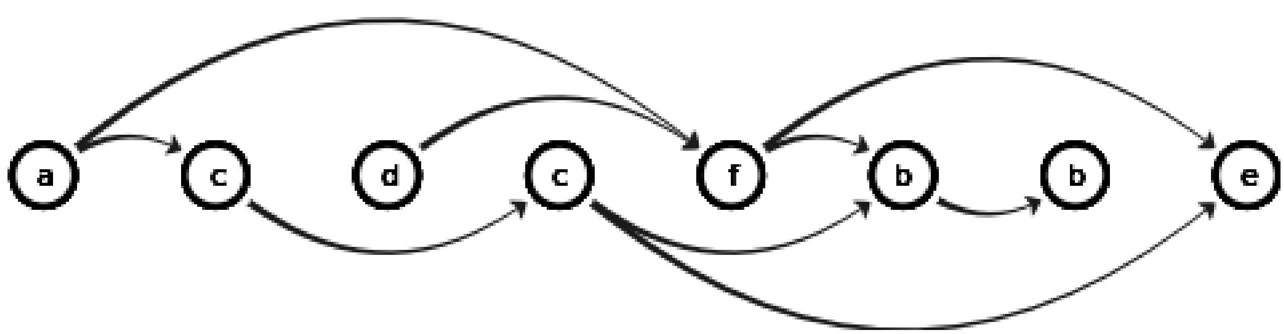
$$[u] = (ad)(cf)(c)(be)(b)$$

c) graf Diekerta (po usunięciu krawędzi przechodnich) dla słowa "acdcfbbe":



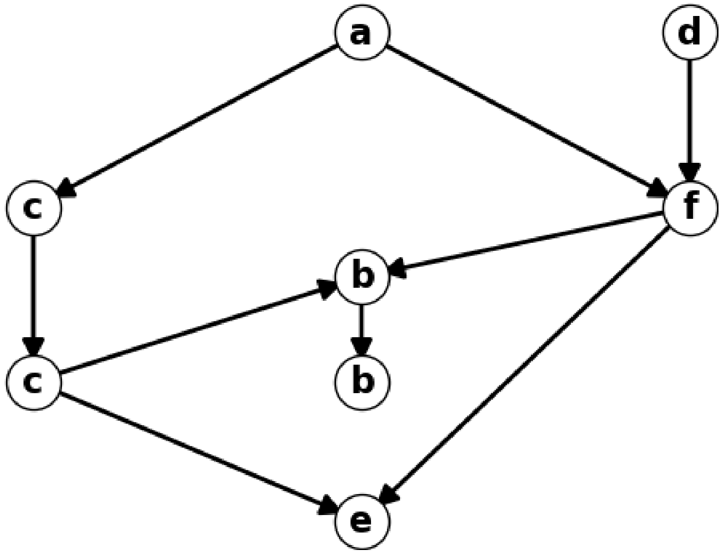
Rysunek 4: Graf Diekierta

Krawędzie przechodnie w tym grafie to: (a, e), (d, e), (c, b), (a, c), (f, b), (a, b), (c, e), (d, b), (a, b), (c, b), (c, b), (d, b)



Rysunek 5: Graf Diekierta bez krawędzi przechodnich

Graf w bardziej czytelnej postaci:



Rysunek 6: Graf Diekierta dla słowa acdcfbbe

5. Bibliografia

- http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.38.4401&rep=rep1&type=pdf
- https://en.wikipedia.org/wiki/Trace_theory