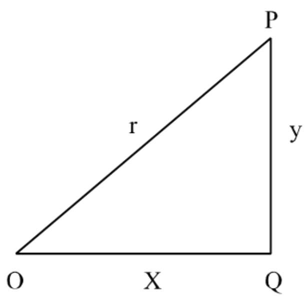
ত্রিকোণমিতি

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত



OQ= x = ভূমি

PQ = y = লম্ব

OP = r= অতিভুজ

⇨ $\sin\theta = \frac{PQ}{OP} = \frac{y}{r}$

⇨ $\cos\theta = \frac{OQ}{OP} = \frac{x}{r}$

⇨ $\tan\theta = \frac{PQ}{OQ} = \frac{y}{x}$

⇨ $\cot\theta = \frac{OQ}{PQ} = \frac{x}{y}$

⇨ $\sec\theta = \frac{OP}{OQ} = \frac{r}{x}$

⇨ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{OP}{PQ} = \frac{r}{y}$

⇨ $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$ ⇨ $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

⇨ $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ ⇨ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

⇨ $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ ⇨ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

➪ $sin^2\theta + cos^2\theta = 1$

➪ $sec^2\theta - tan^2\theta = 1$

➪ $cosec^2\theta - cot^2\theta = 1$

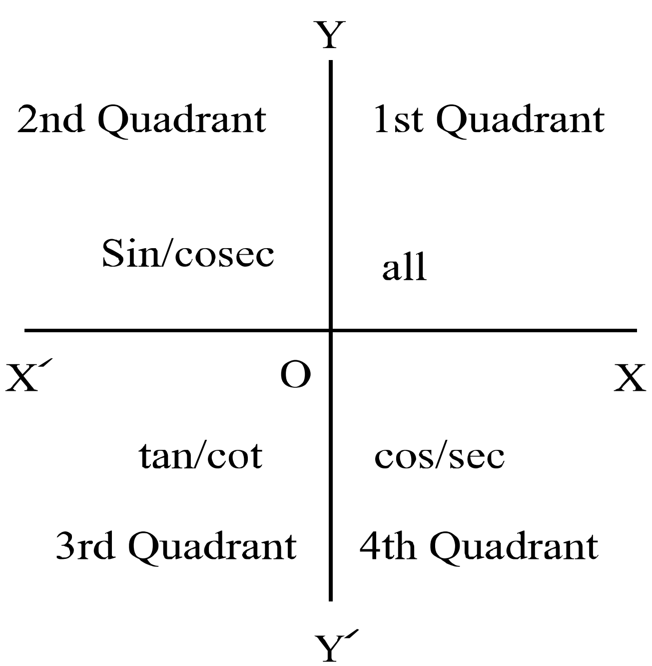
➪ $tan\theta . cot\theta = 1$

চৌকোণ (Quadrant) :

➪ **ধনাত্মক কোণ ও ঋণাত্মক কোণ**

কোন রশ্মি যদি তার অবস্থান থেকে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে ঘূর্ণনের ফলে যে কোণ উৎপন্ন করে সে কোণকে ধনাত্মক কোণ বলে।

কোন রশ্মি যদি তার অবস্থান থেকে ঘড়ির কাঁটার দিকে ঘূর্ণনের ফলে কোণ উৎপন্ন করে সে কোণকে ঋণাত্মক কোণ বলে।



চৌকোণ অনুযায়ী ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন

➪ প্রথম চৌকোণ (1st Quadrant)-এ সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ধনাত্মক।

➪ দ্বিতীয় চৌকোণ (2nd Quadrant)-এ $sin, cosec$-ধনাত্মক এবং অবশিষ্ট সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ঋণাত্মক।

➪ তৃতীয় চৌকোণ (3rd Quadrant)-এ tan, cot-ধনাত্মক এবং অবশিষ্ট সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ঋণাত্মক।

➪ চতুর্থ চৌকোণ (4rd Quadrant)-এ cos, sec-ধনাত্মক এবং অবশিষ্ট সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ঋণাত্মক।

মনে রাখার কৌশল **all-sin-tan-cos**

$(-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত :

➪ $sin(-\theta) = -sin\theta$ ➪ $cos(-\theta) = cos\theta$

➪ $tan(-\theta) = -tan\theta$ ➪ $\cot(-\theta) = -\cot\theta$

➪ $sec(-\theta) = sec\theta$ ➪ $cosec(-\theta) = -cosec\theta$

$\left(n, \frac{\pi}{2} \pm \theta\right)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত.....

➢ n- জোড় সংখ্যা হলে--- সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে। শুধু চৌকোণ অনুযায়ী চিহ্ন রূপান্তরিত হবে।

➢ n- বিজোড় সংখ্যা হলে---- ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলো নিম্নোক্তভাবে পরিবর্তিত হবে-

➢ $sin \Leftrightarrow cos$

➢ $tan \Leftrightarrow cot$

➢ $sec \Leftrightarrow cot$

➢ $sec \Leftrightarrow cosec$

$(n\pi+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত---

- সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে।
- n একটি বিজোড় সংখ্যা হলে θ কোণটি ৩য় চর্তুভাগে থাকবে।
- n একটি জোড় সংখ্যা হলে θ কোণটি ১ম চর্তুভাগে থাকবে।

$(n\pi-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত-

- সকল ত্রিকোণমিতিক অনুপাত অপরিবর্তিত থাকবে।
- n একটি বিজোড় সংখ্যা হলে θ কোণটি ২য় চর্তুভাগে থাকবে।
- n একটি জোড় সংখ্যা হলে θ কোণটি ৪র্থ চর্তুভাগে থাকবে।

$(2n\pi+\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত-

- n যেকোন স্বাভাবিক পূর্ণ সংখ্যা হলে সকল ত্রিকোণমিতিক অপরিবর্তিত থাকবে।

$(2n\pi-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত-

- n যেকোন স্বাভাবিক পূর্ণ সংখ্যা হলে সকল ত্রিকোণমিতিক অপরিবর্তিত থাকবে এবং θ কোণটি ৪র্থ চর্তুভাগে থাকবে।

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী :

- $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$
- $\sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$
- $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$
- $\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$
- $\sin(A+B)\sin(A-B)=\sin^2 A-\sin^2 B \quad =\cos^2 B-\cos^2 A$
- $\cos(A+B)\cos(A-B)=\cos^2 A-\sin^2 B \quad =\cos^2 B-\sin^2 A$
- $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$
- $\tan(A-B)=\dfrac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$

➪ $cot(A+B)=\frac{cotA\,cotB-1}{cotB+cotA}$

➪ $cot(A-B)=\frac{cotA\,cotB+1}{cotB-cotA}$

➪ $sin(A+B)+sin(A-B)=2\,sinA\,cosB,(S.C)$

➪ $sin(A+B)-sin(A-B)=2\,cosA\,sinB,(C.S.)$

➪ $cos(A+B)+cos(A-B)=2\,cosA\,cosB,(C.C)$

➪ $cos(A-B)-cos(A+B)=2\,sinA\,sinB,(S.\underline{S})$

➪ $sinC+sinD=2\,sin\frac{C+D}{2}cos\frac{C-D}{2},(S.C)$

➪ $sinC-sinD=2\,cos\frac{C+D}{2}sin\frac{C-D}{2}m(C.S)$

➪ $cosC+cosD=2\,cos\frac{C+D}{2}cos\frac{C-D}{2},(C.C)$

➪ $cosC-cosD=2\,sin\frac{C+D}{2}sin\frac{D-C}{2},(S.\underline{S})$

➪ $sin2A=2\,sinA\,cosA$

$$=\frac{2\,tanA}{1+tan^2A}$$

➪ $cos2A=cos^2A-sin^2A$

$$=2\,cos^2A-1$$
$$=1-2\,sin^2A$$
$$=\frac{1-tan^2A}{1+tan^2A}$$

➪ $tan2A=\frac{2\,tanA}{1-tan^2A}$

➪ $2\,cos^2A=1+cos2A$

➪ $2\,sin^2A=1-cos2A$

➪ $\tan^2A=\frac{1-\cos 2A}{1+\cos 2A}$

⇨ $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$

⇨ $4\cos^3 A = 3\cos A + \cos 3A$

⇨ $\cos^3 A = \frac{1}{4}(3\cos A + \cos 3A)$

⇨ $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

⇨ $4\sin^3 A = 3\sin A - \sin 3A$

⇨ $\sin^3 A = \frac{1}{4}(3\sin A - \sin 3A)$

⇨ $\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - \tan^2 A}$

⇨ $\sin A = 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$

$$= \frac{2\tan\frac{A}{2}}{1 + \tan^2\frac{A}{2}}$$

⇨ $\cos A = \cos^2\frac{A}{2} - \sin^2\frac{A}{2}$

$$= 2\cos^2\frac{A}{2} - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2\frac{A}{2}$$

$$= \frac{1 - \tan^2\frac{A}{2}}{1 + \tan^2\frac{A}{2}}$$

⇨ $\tan A = \frac{2\tan\frac{A}{2}}{1 - \tan^2\frac{A}{2}}$

⇨ $2\sin^2\frac{A}{2}=1-\cos A$

⇨ $\tan^2\frac{A}{2}=\frac{1-\cos A}{1+\cos A}$

⇨ $\cos A=4\cos^3\frac{A}{3}-3\cos\frac{A}{3}$

⇨ $4\cos^3\frac{A}{3}=3\cos\frac{A}{3}+\cos A$

⇨ $\cos^3\frac{A}{3}=\frac{1}{4}\left(3\cos\frac{A}{3}+\cos A\right)$

⇨ $\sin 3A=3\sin A-4\sin^3 A$

⇨ $4\sin^3\frac{A}{3}=3\sin\frac{A}{3}-\sin A$

⇨ $\sin^3\frac{A}{3}=\frac{1}{4}\left(3\sin\frac{A}{3}-\sin A\right)$

⇨ $\tan A=\frac{3\tan\frac{A}{3}-\tan^3\frac{A}{3}}{1-3\tan^2\frac{A}{3}}$