


চম শ্রেণীর সৃজনশীল গণিতের সম্পূর্ণ সমাধান

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়ার জন্যঃ

আপনার আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে  Auto/Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (☞ সরাসরি যেতে Ctrl + Shift + H) এবার ↑ Up Arrow বা ↓ Down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

📌 সূচিপত্রের জন্য .pdf রিডারের বামপাশের স্লাইড বারের বুকমার্ক মেনু  ওপেন করুন

 মোবাইল .pdf রিডারের Bookmarks /Content of Book মেনু ওপেন করুন

📌 সূচিপত্রের কোন অধ্যায়ে সরাসরি যাওয়ার জন্য এর নামের  উপর ক্লিক করুন

প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা 

৫.২ ভগ্নাংশের গুন ও ভাগ 

অধ্যায় প্রথম প্যাটার্ন 

অধ্যায় ষষ্ঠ

অধ্যায় দ্বিতীয় 

৬.১ সরল সহসমীকরন 

২.১ মুনাফা 

৬.২ বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরন 

২.২ চত্রবৃদ্ধি মুনাফা 

অধ্যায় সপ্তম সেট 

অধ্যায় তৃতীয় পরিমাপ

অধ্যায় অষ্টম 

অধ্যায় চতুর্থ 

৮.১ চতুর্ভুজ 

৪.১ বীজগণিতীয় সুত্রাবলি ও প্রয়োগ 

৮.২ চতুর্ভুজ অঙ্কন 

৪.২ ঘনফলের সুত্রাবলি 

অধ্যায় নবম দিখাগোরাসের উপপাদ্য 

৪.৩ উৎপাদকে বিশ্লেষণ 

অধ্যায় দশম

৪.৪ বীজগণিতীয় রাশির গমগু ও লসাগু 

১০.১ বৃত্ত 

অধ্যায় পঞ্চম

১০.২ বৃত্তের উপপাদ্য 

৫.১ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের 

লগিফিকরণ যোগ ও বিয়োগ



গণিত

সময়ঃ ৩ ঘন্টা

পূর্ণমানঃ ১০০

সৃজনশীল প্রশ্নের জন ৬০ নম্বর

বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য ৪০ নম্বর বরাদ্দ রয়েছে।

সৃজনশীল প্রশ্নঃ প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের নম্বর

১০

- ৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন থেকে ৬টি প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে।
- পাটিগণিত অংশ থেকে ২টি পাটিগণিত অংশ থেকে ১টি
- বীজগণিত অংশ থেকে ৩টি বীজগণিত অংশ থেকে ২টি
- জ্যামিতি অংশ থেকে ৩টি জ্যামিতি অংশ থেকে ২টি
- পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১টি পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১টি

মোট ৬টি প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে।

$$১০ \times ৬ = ৬০$$

বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের নম্বর

১

পাটিগণিত অংশ থেকে ১০- ১২টি,
বীজগণিত অংশ থেকে ১০- ১৫টি,
জ্যামিতি অংশ থেকে ১০- ১৫টি এবং
পরিসংখ্যান অংশ থেকে ২- ৪টি করে

মোট ৪০টি প্রশ্ন থাকবে।

৪০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থেকে ৪০টি প্রশ্নেরই উত্তর প্রদান করতে হবে। $৪০ \times ১ = ৪০$

গণিত বিষয়ে

সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা

সৃজনশীল পদ্ধতিতে অন্যান্য বিষয়ে প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নে উদ্দীপকের অধীনে চারটি দক্ষতা স্তরের প্রশ্ন(জ্ঞান, অনুধাবন, প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতা) থাকলেও গণিত বিষয়ে তিনটি স্তরের প্রশ্ন থাকবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন পদ্ধতিতে গণিত বিষয়ে দু'ধরনের প্রশ্ন থাকবে-

সৃজনশীল প্রশ্ন

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সৃজনশীল প্রশ্নঃ সৃজনশীল প্রশ্নের শুরুতেই একটি দৃশ্যকল্প/উদ্দীপক থাকবে।

উদ্দীপক/দৃশ্যকল্প হচ্ছে পাঠ্য বিষয়ের আলোকে তৈরি একটি অনুচ্ছেদ, সূত্র, সমীকরণ, সারণি, ডায়াগ্রাম চিত্র- ইত্যাদি। সাধারণত উদ্দীপকটি হবে মৌলিক, বাস্তব জীবনের সাথে সম্পর্কিত। এ উদ্দীপককে কেন্দ্র করে কাঠিন্যের স্তর অনুসারে তিনটি প্রশ্ন করা হবে।

প্রশ্ন তিনটি যথাক্রমে

(ক) সহজ স্তর - ২ নম্বর

(খ) মধ্যম স্তর - ৪ নম্বর

(গ) কঠিন স্তর - ৪ নম্বর

(ক) সহজ স্তরঃ

এ অংশের প্রশ্নটি সাধারণত সহজ হয়ে থাকে। প্রশ্নে শিক্ষার্থীদের সাধারণ প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। শিক্ষার্থীরা উদ্দীপক বা দৃশ্যকল্পের তথ্যের আলোকে প্রশ্নটির উত্তর করবে। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ২ নম্বর। শিক্ষার্থীরা পুরো প্রশ্নটি উত্তর করতে পারলে ২ নম্বর পাবে। উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে ১ নম্বর পাওয়া যেতে পারে।

(খ) মধ্যম স্তরঃ

এ অংশে শিক্ষার্থীদের প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। উদ্দীপক বা উদ্দীপকসহ 'ক' নম্বর প্রশ্ন থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুযায়ী সূত্র প্রয়োগ করে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণের মাধ্যমে এ প্রশ্নের উত্তর করতে হয়। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ৪ নম্বর। শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ নম্বর। শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ বা ৩ বা ২ বা ১ নম্বর পেতে পারে।

(গ) কঠিন স্তরঃ

এ অংশের প্রশ্ন সাধারণত জটিল প্রকৃতির হয়ে থাকে। শিক্ষার্থীদের এ স্তরে প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নতুন পরিস্থিতিতে সূত্র প্রয়োগ এবং ব্যাখ্যা বিশ্লেষণের মাধ্যমে উত্তর করতে হবে। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ৪ নম্বর। (খ) অংশের মতো এখানেও শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ বা ৩ বা ২ বা ১ নম্বর পেতে পারে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণাঃ

গণিত বিষয়ে সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও তিনটি স্তরের হয়ে থাকে। প্রয়োগ দক্ষতার স্তর অনুযায়ী এগুলো সহজমান, মধ্যমান বা কঠিনমানের হয়ে থাকে। এ পদ্ধতিতে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন প্রাথমিক ভাবে তিনটি ভাগে বিভক্ত থাকে যথা-

(১) সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ

এ ধরনের প্রশ্নের সুচনা প্রশ্নের আকারে অথবা অসম্পূর্ণ বাক্য হিসেবে দেওয়া হয়ে থাকে, যা উদ্দীপক হিসেবে কাজ করে। এর পরে থাকে ৪টি বিকল্প উত্তর, যার মধ্যে একটি মাত্র সঠিক উত্তর।

(২) বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্নঃ

এ ধরনের প্রশ্ন স্মৃতিনির্ভর নয় এবং এর সুচনাতে ৩টি তথ্য দেওয়া হয়। এ ৩টি তথ্য সম্পর্কিত ৪টি উত্তর থেকে শিক্ষার্থীকে একটি বাছাই করতে হয়। এ চারটি উত্তরের মধ্যে কোনোটিতে উল্লেখিত তিনটি তথ্যের একটি, দুটি কিংবা তিনটি তথ্য উল্লেখ থাকে।

(৩) অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নঃ

এ ধরনের বহুনির্বাচনি প্রশ্নে সরবরাহ করা একই তথ্য/উদ্দীপক থেকে কয়েকটি প্রশ্ন করা যায়। প্রশ্নগুলো পরস্পরের সাথে সম্পর্কিত হবে। প্রশ্নটির কাঠামো সাধারণ বহুনির্বাচনি অথবা বহুপদী সমাপ্তি সূচক প্রকৃতির হতে পারে। উদ্দীপকের সহায়তা ছাড়া অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নের উত্তর করা যায় না।

প্রশ্নের হারঃ

গণিতের সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও হবে প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই উপযোগী। প্রশ্নসমূহের মাধ্যমে প্রয়োগ দক্ষতার কাঠিন্য স্তর(সহজ, মধ্যম ও কঠিন) যাচাই করা হবে। প্রশ্নসমূহের মধ্যে সহজ স্তরের ৩০% মধ্যম স্তরের ৫০% এবং কঠিন স্তরের ২০% প্রশ্ন হবে।

প্রথম অধ্যায় ১ প্যাটার্ন

প্যাটার্ন : গণিত প্যাটার্ন বলতে বোঝায় নির্দিষ্ট পন্থায় কোনো কিছু সাজানো, পরিবর্তিত বা বিন্যাস করা। প্যাটার্ন যেকোনো গাণিতিক বিশ্লেষণকে সহজতর ও সহজবোধ্য করে তোলে। শিশুর লাল-নীল আলাদা করা, ৫ এর গুণিতকের শেষের সংখ্যাটি ০ বা ৫ হওয়া ইত্যাদি হচ্ছে প্যাটার্ন।

মৌলিক সংখ্যা : ১ থেকে বড় সেই সব সংখ্যা যার ১ এবং সেই সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোন গুণনীয়ক নেই তাদেরকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন : ২, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি। ২ হচ্ছে সবচেয়ে ছোট এবং একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা।

স্বাভাবিক সংখ্যা : ১ থেকে শুরু করে যে কোন ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে। যেমন : ১, ২, ৩, ৪

ক্রমিক সংখ্যা : যেকোনো সংখ্যার সাথে ১ যোগ করে তার পরবর্তী ক্রমিক সংখ্যা পাওয়া যায়। যেমন : ৫, ৬ ও ৭ ক্রমিক সংখ্যা।

ম্যাজিক বর্গ : ম্যাজিক বর্গ এমন একটি ছক যার পাশাপাশি ও উপর নিচের ঘর সংখ্যা সমান এবং প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোকে উপর-নিচ, পাশাপাশি ও কর্ণ অনুযায়ী যোগ করলে প্রতিক্ষেত্রে যোগফল একই হবে।

তালিকার নির্দিষ্ট সংখ্যা নির্ণয় :

উদাহরণ ১। তালিকার পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর : ৩, ১০, ১৭, ২৪, ৩১, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো	৩,	১০,	১৭,	২৪,	৩১,	...
পার্থক্য	৭	৭	৭	৭		

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ৭ করে বাড়ছে। অতএব দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে $৩১ + ৭ = ৩৮$ ও $৩৮ + ৭ = ৪৫$ ।

উদাহরণ ২। তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর : ১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো	১,	৪,	৯,	১৬,	২৫,	...
পার্থক্য	৩	৫	৭	৯		

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ২ করে বাড়ছে। অতএব, পরবর্তী সংখ্যা হবে $২৫ + ১১ = ৩৬$ ।

উদাহরণ ৩। তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর : ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ...
যোগফল ৬ ১১ ১৭ ২৮ ৪৫

তালিকার সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে। পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। সংখ্যাগুলোর পার্থক্য লক্ষ করে দেখতে পাই যে, প্রথম পার্থক্য বাদে বাকি পার্থক্যগুলো মূল তালিকার সাথে মিলে যায়। এর অর্থ এই যে, কোনো দুইটি ক্রমিক সংখ্যার পার্থক্য পূর্ববর্তী সংখ্যার সমান। অতএব, পরবর্তী সংখ্যা হবে $১৭+২৮=৪৫$ ।

অনুশীলনী ১

১। প্রতিটি তালিকার পরবর্তী চারটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

- (ক) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ... (খ) ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...
(গ) ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ... (ঘ) ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...
(ঙ) ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ... (চ) ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

(ক) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...
পার্থক্য ২ ২ ২ ২

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ২।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৯ + ২ = ১১$$

$$১১ + ২ = ১৩$$

$$১৩ + ২ = ১৫$$

$$১৫ + ২ = ১৭$$

(খ) ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...
পার্থক্য ৪ ৪ ৪ ৪

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ৪।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$২০ + ৪ = ২৪$$

$$২৪ + ৪ = ২৮$$

$$২৮ + ৪ = ৩২$$

$$৩২ + ৪ = ৩৬$$

(গ) ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...
পার্থক্য ৫ ৫ ৫ ৫

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৫।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$২৫ + ৫ = ৩০$$

$$৩০ + ৫ = ৩৫$$

$$৩৫ + ৫ = ৪০$$

$$৪০ + ৫ = ৪৫$$

(ঘ) ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...
পার্থক্য ৭ ৭ ৭ ৭

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৭।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৩৫ + ৭ = ৪২$$

$$৪২ + ৭ = ৪৯$$

$$৪৯ + ৭ = ৫৬$$

$$৫৬ + ৭ = ৬৩$$

(ঙ) ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...
পার্থক্য ৮ ৮ ৮ ৮

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৮।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৪০ + ৮ = ৪৮$$

$$৪৮ + ৮ = ৫৬$$

$$৫৬ + ৮ = ৬৪$$

$$৬৪ + ৮ = ৭২$$

(চ) ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...
পার্থক্য ৬ ৬ ৬ ৬

লক্ষ্যকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৬।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৩০ + ৬ = ৩৬$$

$$৩৬ + ৬ = ৪২$$

$$৪২ + ৬ = ৪৮$$

$$৪৮ + ৬ = ৫৪$$

২। প্রতিটি তালিকার পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য বের কর এবং পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

(খ) ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

(গ) ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

(ঘ) ১১, ৮, ৫, ২, - ১, ...

(ঙ) - ৫, - ৮, - ১১, - ১৪, ...

(চ) ১৪, ৯, ৪, - ১, - ৬, ...

(ক) ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...
পার্থক্য ৫ ৫ ৫ ৫

লক্ষ্যকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৫।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$২৭ + ৫ = ৩২$$

$$\text{এবং } ৩২ + ৫ = ৩৭।$$

(খ) ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...
পার্থক্য ১১ ১১ ১১ ১১

লক্ষ্যকরি, প্রতিবার পার্থক্য ১১।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৫০ + ১১ = ৬১$$

$$\text{এবং } ৬১ + ১১ = ৭২।$$

(গ) ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

পার্থক্য $- 8 \quad - 8 \quad - 8 \quad - 8$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- 8$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$৮ - ৮ = ০$$

$$\text{এবং } ০ - ৮ = - ৮।$$

(ঘ) ১১, ৮, ৫, ২, $- ১$, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১১, ৮, ৫, ২, $- ১$, ...

পার্থক্য $- ৩ \quad - ৩ \quad - ৩ \quad - ৩$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- ৩$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$- ১ - ৩ = - ৪$$

$$\text{এবং } - ৪ - ৩ = - ৭।$$

(ঙ) $- ৫$, $- ৮$, $- ১১$, $- ১৪$, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো $- ৫$, $- ৮$, $- ১১$, $- ১৪$, ...

পার্থক্য $- ৩ \quad - ৩ \quad - ৩$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- ৩$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$- ১৪ - ৩ = - ১৭$$

$$\text{এবং } - ১৭ - ৩ = - ২০।$$

(চ) ১৪, ৯, ৪, $- ১$, $- ৬$, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১৪, ৯, ৪, $- ১$, $- ৬$, ...

পার্থক্য $- ৫ \quad - ৫ \quad - ৫ \quad - ৫$

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য $- ৫$ ।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$$- ৬ - ৫ = - ১১$$

$$\text{এবং } - ১১ - ৫ = - ১৬।$$

৩। তালিকার পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

(খ) ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

(গ) ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

(ঘ) ৪, - ১, - ১১, - ২৬, - ৪৬, ...

(ক) ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

সংখ্যাগুলোর ব্যবধান ০ ২ ৪ ৬ ৮

∴ প্রতিবার পার্থক্য ২ এর গুণিতক হারে বাড়ছে।

এ অনুযায়ী পরবর্তী পার্থক্য হবে, $(৮+২) = ১০$

ও $(১০+২) = ১২$

∴ পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে $২২ + ১০ = ৩২$

এবং $৩২ + ১২ = ৪৪$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৩২, ৪৪।

(খ) ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

পার্থক্য ৩ ৫ ৭ ৯

তালিকার সংখ্যার পার্থক্যগুলোর পার্থক্য ২ করে বাড়ছে।

∴ পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে $২৪ + ১১ = ৩৫$

এবং $৩৫ + ১৩ = ৪৮$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৩৫, ৪৮।

(গ) ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

পার্থক্য ৩ ৬ ১২ ২৪

প্রতিবার পার্থক্য এর পূর্বের পার্থক্যের দ্বিগুণ হচ্ছে

পরবর্তী সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে $৪৬ + ৪৮ = ৯৪$

এবং $৯৪ + ৯৬ = ১৯০$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৯৪ ও ১৯০।

(ঘ) ৪, - ১, - ১১, - ২৬, - ৪৬, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ৪, - ১, - ১১, - ২৬, - ৪৬, ...
পার্থক্য - ৫ - ১০ - ১৫ - ২০

প্রতিবার পার্থক্য ৫ এর গুণিতক হারে কমছে।

পরবর্তী সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে - ৪৬ - ২৫ = - ৭১

এবং - ৭১ - ৩০ = - ১০১

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি - ৭১ ও - ১০১।

৪। নিচের সংখ্যা প্যাটার্নগুলোর মধ্যে কোনো মিল রয়েছে কি? প্রতিটি তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

(ক) ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

(খ) ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

(গ) - ১, - ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

(ক) ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...
পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩ ৫

তালিকা সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে। পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। সংখ্যাগুলোর পার্থক্য লক্ষ করে দেখতে পাই যে, প্রথম পার্থক্য বাদে বাকি পার্থক্যগুলো মূল তালিকার সাথে মিলে যায়। এর অর্থ এই যে, কোনো দুইটি ক্রমিক সংখ্যার পার্থক্য পূর্ববর্তী সংখ্যার সমান।

∴ পরবর্তী সংখ্যা হচ্ছে ১৩ + ৮ = ২১

(খ) ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...
পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩

লক্ষ করি,

পার্থক্য ২ পাওয়া যায় এর পূর্ববর্তী দুইটি পার্থক্য যোগ করে (১ + ১)

" ৩ " " " " " " " (১ + ২)

এ অনুযায়ী তালিকার পরবর্তী পার্থক্য হবে (২ + ৩)

= ৫

সুতরাং, পরবর্তী সংখ্যাটি হচ্ছে ১১ + ৫

= ১৬

(গ) - ১, - ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা - ১, - ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...
পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩ ৫

লক্ষ করি,

পার্থক্য ২ পাওয়া যায় এর পূর্ববর্তী দুইটি পার্থক্য যোগ করে (১ + ১)

" ৩ " " " " " " " (১ + ২)

" ৫ " " " " " " " (২ + ৩)

এ অনুযায়ী তালিকার পরবর্তী পার্থক্য হবে (৩ + ৫)

$$= ৮$$

সুতরাং, পরবর্তী সংখ্যাটি হচ্ছে ১১ + ৮

$$= ১৯$$

৫। কোনো এক কম্পিউটার প্রোগ্রাম থেকে নিচের সংখ্যাগুলো পাওয়া গেল :

১ ২ ৪ ৮ ১১ ১৬ ২২

এ সংখ্যাগুলোর একটি সংখ্যা পরিবর্তন করা হলে সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করে। সংখ্যাটি চিহ্নিত করে উপযুক্ত সংখ্যা বসায়।

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ১, ২, ৪, ৮, ১১, ১৬, ২২

পার্থক্য ১ ২ ৪ ৩ ৫ ৬

তালিকার সংখ্যাগুলোর পার্থক্য হতে দেখা যায়, ৩য় ও ৪র্থ পার্থক্যটি সঠিক নয়। ফলে তালিকাটি কোন প্যাটার্ন তৈরি করে নি, যদি সংখ্যাগুলোর পার্থক্যে ৪ এর পরিবর্তে ৩ ও ৩ এর পরিবর্তে ৪ হয়।

তবে সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করে। তখন চতুর্থ সংখ্যা ৮ এর পরিবর্তে হবে (৪ + ৩) = ৭

∴ তালিকাটি ১ ২ ৪ ৭ ১১ ১৬ ২২

পার্থক্য ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬

সুতরাং, উপযুক্ত সংখ্যা ৭।

৬। বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে সংখ্যা প্যাটার্নের সারণিটি পূরণ কর :

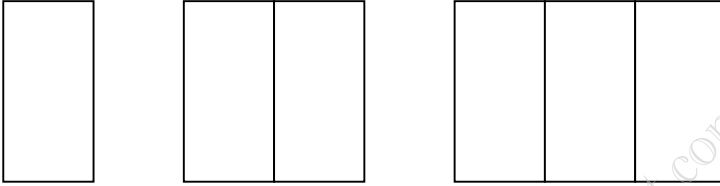
ক্রমিক নং	রাশি	পদ								
		১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম		১০		১০০তম
১	২ক - ১	১	৩	৫	৭	৯		১৯		
২	৩ক + ২	৫	৮	১১	১৪					
৩	৪ক + ১	৫								
৪	ক ^২ + ১	২	৫							১০০০১

সমাধান :

নিচের বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে সংখ্যা প্যাটার্নের সারণিটি পূরণ করা হলো :

ক্রমিক নং	রাশি	পদ								
		১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম		১০		১০০তম
১	২ক - ১	১	৩	৫	৭	৯		১৯		১৯৯
২	৩ক + ২	৫	৮	১১	১৪	১৭		৩২		৩০২
৩	৪ক + ১	৫	৯	১৩	১৭	২১		৪১		৪০১
৪	ক ^২ + ১	২	৫	১০	১৭	২৬		১০১		১০০০১

৭। নিচের জ্যামিতিক চিত্রগুলো কাঠি দিয়ে তৈরি করা হয়েছে।



(ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা কত।

(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।

(গ) কাঠি দিয়ে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি কর এবং তোমার উত্তর যাচাই কর।

সমাধান :

(ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা : ৪, ৭, ১০

(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যা :

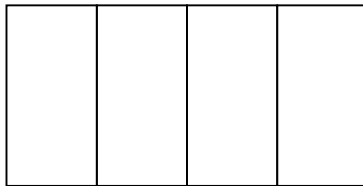
প্রদত্ত তালিকা ৪, ৭, ১০

পার্থক্য ৩ ৩

প্রতিক্ষেত্রে পার্থক্য ৩।

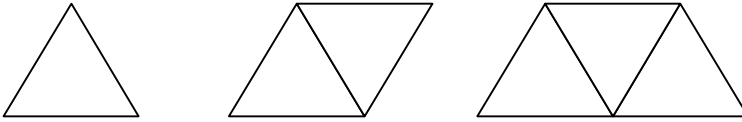
সুতরাং তালিকার পরবর্তী সংখ্যা হবে $১০ + ৩ = ১৩$

(গ) পরবর্তী চিত্রটি হল :



কাঠি দিয়ে তৈরি প্রদত্ত জ্যামিতিক প্যাটার্ন থেকে দেখা যায় যে, প্রতিক্ষেত্রে একটি করে আয়তাকৃতি কলাম যোগ হচ্ছে। এটি এমনভাবে পূর্ববর্তী জ্যামিতিক চিত্রের সাথে যুক্ত হচ্ছে যাতে পূর্ববর্তী চিত্রের ডানদিকের কাঠিটি নতুন করে যুক্ত হওয়ায় চিত্রের বামদিকের কাঠি হিসেবে কাজ করে। অর্থাৎ প্রতিক্ষেত্রে আয়তাকৃতি কলাম বা জ্যামিতিক চিত্র তৈরিতে ৪টি কাঠির পরিবর্তে ৩টি কাঠি ব্যবহৃত হচ্ছে। সুতারাং প্রতিক্ষেত্রে ৩টি কাঠি যুক্ত করে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি করা হয় বলে তৈরিকৃত জ্যামিতিক চিত্রটি যথার্থ।

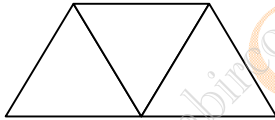
৮। দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে নিচের ত্রিভুজগুলোর প্যাটার্ন তৈরি করা হয়েছে।



- (ক) চতুর্থ প্যাটার্নে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা বের কর।
(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।
(গ) শততম প্যাটার্ন তৈরিতে কতগুলো দিয়াশলাইয়ের কাঠির প্রয়োজন?

সমাধান :

(ক) চতুর্থ প্যাটান্টি হলো :



চিত্র থেকে দেখা যায়, চতুর্থ প্যাটার্নে কাঠি সংখ্যা ৯টি।

(খ) প্রদত্ত তালিকার সংখ্যা :	৩,	৫,	৭
পার্থক্য		২	২

সুতরাং পরবর্তী সংখ্যাটি হবে $৭ + ২ = ৯$

(গ) প্রদত্ত প্যাটার্নে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা ৩, ৫, ৭
প্রতিক্ষেত্রে পার্থক্য ২ ২

∴ উক্ত প্যাটার্নের জন্য বীজগণিতীয় রাশিমালা = $2k + 1$
এখানে, 'ক' হচ্ছে প্যাটার্ন সংখ্যা।

$$\begin{aligned} \therefore 100\text{তম প্যাটার্ন তৈরিতে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা} \\ = 2 \times 100 + 1 \\ = 201 \text{ টি} \end{aligned}$$

সুতারাং, শততম প্যাটার্ন তৈরিতে ২০১টি দিয়াশলাইয়ের কাঠি প্রয়োজন।

দ্বিতীয় অধ্যায় 2.1 মুনাফা

লাভ-ক্ষতি :

আমরা লিখতে পারি, লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য

ক্ষতি = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য

(ক) মুনাফা নির্ণয় :

উদাহরণ ১। একজন দোকানদার প্রতি হালি ডিম ২৫ টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি ২ হালি ৫৬ টাকা দরে বিক্রয় করলে তাঁর শতকরা কত লাভ হবে?

সমাধান :

১ হালি ডিমের ক্রয়মূল্য ২৫ টাকা

∴ ২ হালি " " " (২৫ × ২) টাকা
= ৫০ টাকা

যেহেতু ডিমের ক্রয়মূল্য থেকে বিক্রয়মূল্য বেশি, সুতরাং লাভ হবে।

সুতরাং, লাভ = (৫৬ – ৫০) টাকা
= ৬ টাকা

৫০ টাকায় লাভ ৬ টাকা

∴ ১ " " $\frac{৬}{৫০} \times ১০০$ "
∴ ১০০ " " $\frac{৬ \times ১০০}{৫০}$ "
= ১২ টাকা

সুতরাং, লাভ ১২%

উদাহরণ ২। একটি ছাগল ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। ছাগলটি আরও ৮০০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ৮% লাভ হতো। ছাগলটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

ছাগলটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

৮% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য (১০০ – ৮) টাকা
= ৯২ টাকা

আবার, ৮% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৮) টাকা
= ১০৮ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য বেশি হয় (১০৮ – ৯২) টাকা

বিক্রয়মূল্য ১৬ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} \text{" " ১ " " " " " } \frac{100}{16} \text{" " } \\ \text{" " ৮০০ " " " " " } \frac{100 \times 100}{16} \text{" " } \\ \hline ৫০০ \end{array}$$

= ৫০০০ টাকা

সুতারাং, ছাগলটির ক্রয়মূল্য ৫০০০ টাকা।

লক্ষ করি :

মুনাফার হার : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফাকে মুনাফার হার বা শতকরা বার্ষিক মুনাফা বলা হয়।

সময়কাল : যে সময়ের জন্য মুনাফা হিসাব করা হয় তা এর সময়কাল।

সরল মুনাফা : প্রতি বছর শুধু প্রারম্ভিক মূলধনের ওপর যে মুনাফা হিসাব করা হয়, একে সরল মুনাফা (Simple Profit) বলে। শুধু মুনাফা বলতে সরল মুনাফা বোঝায়।

এ অধ্যায়ে আমরা নিচের বীজগণিতীয় প্রতীকগুলো ব্যবহার করব।

মূলধন বা আসল = P (Principal)	মুনাফা- আসল = আসল + মুনাফা
মুনাফার হার = r (rate of interest)	অর্থাৎ, A = P + I
সময় = n (time)	এখান থেকে পাই,
মুনাফা = I (Profit)	P = A – I
সর্বদ্বি মূলধন বা মুনাফা- আসল = A (Total amount)	I = A – P

উদাহরণ ৩। রমিজ সাহেব ব্যাংকে ৫০০০ টাকা জমা রাখলেন এবং ঠিক করলেন যে, আগামী ৬ বছর তিনি ব্যাংক থেকে টাকা উঠাবেন না। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফা ১০% হলে, ৬ বছর পর তিনি মুনাফা কত পাবেন?

সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ১০ টাকা

$$\begin{array}{r} ১ \text{ " } ১ \text{ " " } \frac{10}{100} \text{ " } \\ ৫০০০ \text{ " } ১ \text{ " " } \frac{10 \times ৫০০০}{100} \text{ " } \\ ৫০০০ \text{ " } ৬ \text{ " " } \frac{10 \times ৫০০০ \times ৬}{100} \text{ " } \\ \hline = ৩০০০ \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{মুনাফা- আসল} &= \text{আসল} + \text{মুনাফা} \\
&= (৫০০০ + ৩০০০) \text{ টাকা} \\
&= ৮০০০ \text{ টাকা}
\end{aligned}$$

সুতারাং, মুনাফা ৩০০০ টাকা এবং মুনাফা- আসল ৮০০০ টাকা।

$$\begin{aligned}
\text{সূত্র : মুনাফা} &= \text{আসল} \times \text{মুনাফার হার} \times \text{সময়} \\
I &= Prn
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{মুনাফা- আসল} &= \text{আসল} + \text{মুনাফা} \\
A &= P + I \\
&= P + Prn \quad [\because I = Prn] \\
&= P(1 + rn)
\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। - এর বিকল্প

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল \times মুনাফার হার \times সময়

$$\begin{aligned}
&= ৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৬ \text{ টাকা} \\
&= ৩০০০ \text{ টাকা}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{মুনাফা- আসল} &= \text{আসল} + \text{মুনাফা} \\
&= (৫০০০ + ৩০০০) \text{ টাকা} \\
&= ৮০০০ \text{ টাকা}
\end{aligned}$$

সুতারাং, মুনাফা ৩০০০ টাকা এবং মুনাফা- আসল ৮০০০ টাকা।

(খ) আসল বা মূলধন নির্ণয়:

উদাহরণ ৪। শতকরা বার্ষিক $৮\frac{১}{২}$ টাকা মুনাফায় কত টাকায় ৬ বছরের মুনাফা ২৫৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

$$\text{মুনাফার হার } r = ৮\frac{১}{২}\% \text{ বা } \frac{১৭}{২}\%$$

সময়, $n = ৬$ বছর

আসল, $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } P = \frac{I}{rn}$$

$$\text{অর্থাৎ, আসল} = \frac{\text{মুনাফা}}{\text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}$$

$$\therefore \text{আসল} = \frac{২৫৫০}{\frac{১৭}{১০০} \times ৬} \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} & \frac{৫০ \times ১০০}{১৭} \times ১০০ \\ & = \frac{২৫৫০ \times ১০০}{১৭ \times ৬} \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = (৫০ \times ১০০) \text{ টাকা} \\ & = ৫০০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

সুতরাং, আসল ৫০০০ টাকা।

(গ) মুনাফার হার নির্ণয় :

উদাহরণ ৫। শতকরা বার্ষিক কত মুনাফায় ৩০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা ১৫০০ টাকা হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ, মুনাফার হার} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} \\ &= \frac{১৫০০}{৩০০০ \times ৫} \\ &= \frac{১৫০০}{১৫০০০} \\ &= \frac{১}{১০} \\ &= \frac{১০ \times ১}{১০০} \\ &= ১০\% \end{aligned}$$

সুতরাং, মুনাফা ১০%

উদাহরণ ৬। কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা- আসল ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা, আসলের অংশ হলে, আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, আসল + মুনাফা = মুনাফা- আসল

$$\text{বা, আসল} + \text{আসলের } \frac{৩}{৮} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, } \left(1 + \frac{৩}{৮}\right) \times \text{আসল} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, } \frac{১১}{৮} \times \text{আসল} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, আসল} = \frac{৫৫০০ \times ৮}{১১} \text{ টাকা}$$

$$= ৪০০০ \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মুনাফা} &= \text{মুনাফা- আসল} - \text{আসল} \\ &= (৫৫০০ - ৪০০০) \text{ টাকা} \\ &= ১৫০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

আবার,

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\begin{aligned} \text{অর্থাৎ, মুনাফার হার} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} \\ &= \frac{১৫০০}{৪০০০ \times ৩} \\ &= \frac{১৫}{৪০ \times ৩} \\ &= \frac{১৫}{১২০} \\ &= \frac{১২.৫}{১০০} \% \\ &= ১২ \frac{১}{২} \% \end{aligned}$$

সুতরাং, আসল ৪০০০ টাকা ও বার্ষিক মুনাফা $১২ \frac{১}{২} \%$

উদাহরণ ৭। বার্ষিক ১২% মুনাফায় কত বছরে ১০,০০০ টাকার মুনাফা ৮৮০০ টাকা হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } n = \frac{I}{Pr}$$

যেখানে, মুনাফা $I = ৮৮০০$ টাকা, মূলধন $P = ১০০০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ১২\%$, সময় $n = ?$

$$\begin{aligned}\therefore \text{সময়} &= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{মুনাফার}} \\ &= \frac{৮৮০০}{১০০০০ \times \frac{১২}{১০০}} \\ &= \frac{৮৮}{১০০ \times ১২} \text{ বছর} \\ &= \frac{৮৮}{১২০} \\ &= ৮ \text{ বছর}\end{aligned}$$

সুতরাং, সময় ৮ বছর।

অনুশীলনী ২.১

১। একটি পণ্যদ্রব্য বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি দ্রব্যটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান :

২০% লাভে ১০০ টাকার জিনিসের খুচরা মূল্য $(১০০ + ২০)$ টাকা
 $= ১২০$ টাকা

খুচরা বিক্রেতার বিক্রয় মূল্য ১২০ টাকা হলে খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$$\begin{aligned}\therefore \text{ " " " " } ১ \text{ " " " " " } & \frac{১০০}{১২০} \text{ " } \\ \therefore \text{ " " " " } ৫৭৬ \text{ " " " " " } & \frac{১০০ \times ৫৭৬}{১২০} \text{ " } \\ & = ৮৮০ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য।

\therefore পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ৮৮০ টাকা।

পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

সুতারাং, পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৪০০ টাকা।

৩। ৩০ টাকায় ১০টি দরে ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ৩০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান :

১০টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{30}{10} \text{ " "}$$
$$= 3 \text{ টাকা}$$

আবার,

১৫টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{30}{15} \text{ " "}$$
$$= 2 \text{ টাকা}$$

(১+১) বা ২ টি কলার ক্রয়মূল্য (৩+২) টাকা বা ৫ টাকা

আবার,

১২টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

$$\therefore 1 \text{ " " " " } \frac{30}{12} \text{ " "}$$
$$\therefore 2 \text{ " " " " } \frac{30 \times 2}{12} \text{ " "}$$
$$= 5 \text{ টাকা}$$

সুতরাং, এক্ষেত্রে সমান সংখ্যক কলার ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্য সমান। তাই লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না।

৪। বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১০.৫ টাকা হলে, ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত হবে?

সমাধান :

এখানে, মুনাফার হার, $r = 10.50\%$

আসল, $P = 2000$ টাকা

সময়, $n = 5$ বছর

আমরা জানি, $P = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল \times মুনাফার হার \times সময়

$$= 2000 \times \frac{10.50}{100} \times 5 \text{ টাকা}$$
$$= 1050 \text{ টাকা}$$

সুতরাং নির্ণেয় মুনাফা ১০৫০ টাকা

৭। বার্ষিক শতকরা কত মুনাফায় কোনো আসল ৮ বছরে মুনাফা- আসল দ্বিগুণ হবে?

সমাধান :

মনেকরি, আসল = ১০০ টাকা

প্রশ্নমতে,

৮ বছর পর মুনাফা-আসল = (১০০×২) টাকা
= ২০০ টাকা

৮ বছরে মুনাফা হয় $(২০০ - ১০০)$ টাকা
= ১০০ টাকা

এখানে,

আসল, $P = ১০০$ টাকা

মুনাফা, $I = ১০০$ টাকা

মুনাফার হার $r = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $১০০ = ১০০ \times ৮ \times r$

বা, $r = \frac{১০০}{১০০ \times ৮}$

বা, $r = \frac{১০০}{৮} \times \frac{১}{১০০}$

বা, $r = ১২.৫ \times \frac{১}{১০০}$

$\therefore r = ১২.২৫\%$

সুতারা, মুনাফার হার ১২.২৫%

টাকা ৪ বছরে মুনাফা- আসলে ১০২০০ টাকা হবে?

সমাধান :

মুনাফা- আসল = ৮৮৪০ টাকা

আসল = ৬৫০০ টাকা

$$\therefore \text{মুনাফা} = (৮৮৪০ - ৬৫০০) \text{ টাকা}$$

= ২৩৪০ টাকা

৬৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা ২৩৪০ টাকা

					<u>২৩৪০</u>	
১	”	১	”	”	৬৫০০×৪	”
					<u>২৩৪০×১০০</u>	
∴ ১০০	”	১	”	”	৬৫০০×৪	”
					৫৮৫	
					<u>২৩৪০×১০০×৪</u>	
∴ ১০০	”	৪	”	”	৬৫০০×৪	
					৬৫	
					= ৩৬ টাকা	

$$\therefore \text{মুনাফা- আসল} = (১০০+৩৬) \text{ টাকা}$$

= ১৩৬ টাকা

মুনাফা- আসল ১৩৬ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

$$\therefore \frac{100}{100} \times \frac{100}{100} = 100 \text{ টাকা}$$

সুতারাং, নির্ণেয় আসল ৭৫০০ টাকা।

৯। রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে, তিনি ব্যাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

সমাধান :

দেওয়া আছে, সময়, $n = ৪$ বছর

মুনাফা, $I = ৪৭৬০$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = \frac{৮.৫০}{১০০}$$

আসল $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } ৪৭৬০ = P \times ৪ \times \frac{৮.৫০}{১০০}$$

$$\text{বা, } ৪৭৬০ = \frac{P \times ৪ \times ৮.৫০}{১০০}$$

$$\text{বা, } P \times ৪ \times ৮.৫০ = ৪৭৬০ \times ১০০$$

$$\text{বা, } P = \frac{৪৭৬০ \times ১০০}{৪ \times ৮.৫০}$$

$$\text{বা, } P = \frac{৪৭৬০ \times ২৫ \times ১০০}{৮৫০}$$

$$\therefore P = ১৪০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ব্যাংকে জমার পরিমাণ ১৪০০ টাকা।

বিকল্প সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৮.৫০ টাকা

১০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা (৮.৫০×৪) টাকা
 $= ৩৪.০০$ টাকা

এখন, ৪ বছরে,

মুনাফা ৩৪ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & ১০০ & & \\ & & & & \underline{৩৪} & & \\ & & & & ১৪০ & & \\ & & & & \underline{১০০ \times ৪৭৬০} & & \\ & & & & ৩৪ & & \\ & & & & = ১৪০০ \text{ টাকা} & & \end{array}$$

সুতরাং, ব্যাংকে জমার পরিমাণ ১৪০০ টাকা।

১০। শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা-মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা-মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

মনেকরি, মূলধন = ১০০ টাকা

$$\therefore ৬ বছরের মুনাফা-মূলধন (১০০ \times ২) \text{ টাকা} \\ = ২০০ \text{ টাকা}$$

$$\therefore ৬ বছরের মুনাফা (২০০ - ১০০) \text{ টাকা} \\ = ১০০ \text{ টাকা}$$

১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} ১০০ \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad \frac{১০০}{৬} \quad " \\ ১০০ \quad " \quad ৪ \quad " \quad " \quad \frac{১০০ \times ৪}{৩} \quad " \\ \hline = \frac{২০০}{৩} \text{ টাকা} \end{array}$$

$$\therefore \text{মুনাফা-মূলধন} = (১০০ + \frac{২০০}{৩}) \text{ টাকা} \\ = \frac{৩০০+২০০}{৩} \text{ টাকা} \\ = \frac{৫০০}{৩} \text{ টাকা}$$

মুনাফা-মূলধন $\frac{৫০০}{৩}$ টাকা হলে আসল মূলধন ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} " \quad " \quad ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১০০ \times ৩}{৫০০ \quad ৪১০} \\ " \quad " \quad ২০৫০ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১০০ \times ৩ \times ২০৫০}{৫০০} \\ \hline = ১২৩০ \text{ টাকা} \end{array}$$

সুতরাং, মূলধন ১২৩০ টাকা।

১১। বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, মুনাফায় কত টাকার ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত হবে?

সমাধান :

১ম ক্ষেত্রে, দেওয়া আছে,
মুনাফার হার $r = ৬\% = \frac{৬}{১০০}$

সময়, $n = ৪$ বছর

আসল, $P = ৫০০$ টাকা

মুনাফা, $I = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$I = \cancel{৫০০} \times ৪ \times \frac{৬}{\cancel{১০০} \atop ১}$$
$$= ১২০ \text{ টাকা}$$

২য় ক্ষেত্রে, দেওয়া আছে,
মুনাফার হার $r = ৫\% = \frac{৫}{১০০}$

সময় $n = ২$ বছর ৬ মাস

$$= (২ + \frac{৬}{১২}) \text{ বছর}$$

$$= (২ + \frac{১}{২}) \text{ বছর}$$

$$= ২.৫ \text{ বছর}$$

মুনাফা, $I = ১২০$ টাকা

আসল, $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } ১২০ = P \times ২.৫ \times \frac{৫}{১০০}$$

$$\text{বা, } ১২০ \times ১০০ = P \times ২.৫ \times ৫$$

$$\text{বা, } P \times ২.৫ \times ৫ = ১২০০০$$

$$\text{বা, } P = \frac{\cancel{১২০০০} \times \cancel{১০০} \atop \cancel{২৫০} \times \cancel{৫} \atop ২৫ \quad ১}$$

$$\therefore P = ৯৬০$$

সুতরাং, আসল ৯৬০ টাকা।

১২। বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল।
তার মূলধন কত ছিল?

সমাধান :

মুনাফার হার বাড়ে (১০% - ৮%)
= ২%

অর্থাৎ, ১০০ টাকায় ১ বছরে আয় বাড়ে ২ টাকা
∴ ১০০ " ৪ " " " (২ × ৪) টাকা
= ৮ টাকা

৮ টাকা আয় বাড়লে তার মূলধন ১০০ টাকা

$$\begin{array}{r} ১ \text{ " " " " " } \frac{১০০}{৮} \text{ " } \\ ১২৮ \text{ " " " " " } \frac{১০০ \times ১২৮}{৮} \text{ " } \\ \hline = ১৬০০ \text{ টাকা} \end{array}$$

সুতরাং, মূলধন ১৬০০ টাকা।

১৩। কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা- আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা- আসলে ১৮৩০ টাকা হয়।
আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

আসল + ৫ বছরের মুনাফা = ১৮৩০ টাকা
" + ৩ " " = ১৫৭৮ টাকা
(-) করে, ২ বছরের মুনাফা ২৫২ টাকা

$$\begin{array}{r} ১ \text{ " " " } \frac{২৫২}{২} \text{ " } \\ ৩ \text{ " " " } \frac{২৫২ \times ৩}{২} \text{ " } \\ \hline = ৩৭৮ \text{ টাকা} \end{array}$$

∴ আসল = মুনাফা - আসল - মুনাফা
= (১৫৭৮ - ৩৭৮) টাকা
= ১২০০ টাকা

১২০০ টাকায় ৩ বছরে মুনাফা ৩৭৮ টাকা

$$\begin{array}{r}
1 \quad " \quad 1 \quad " \quad " \quad \frac{398}{1200} \quad " \\
\begin{array}{r}
21 \quad 1200 \\
\hline
\end{array} \\
100 \quad " \quad 1 \quad " \quad " \quad \frac{398 \times 100}{1200 \times 100} \quad " \\
\begin{array}{r}
1200 \times 100 \\
\hline
12 \\
2
\end{array} \\
= \frac{21}{2} \text{ টাকা} \\
= 10.5 \text{ টাকা}
\end{array}$$

∴ মুনাফার হার ১০.৫%

সুতরাং, আসল ১২০০ টাকা এবং মুনাফার হার ১০.৫%।

১৪। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত টাকা হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?

সমাধান :

১ম ক্ষেত্রে, মুনাফার হার $r = 10\% = \frac{10}{100}$

আসল, $P = 3000$ টাকা

মুনাফা, $I = ?$

সময়, $n = 1$ বছর

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $I = 3000 \times 1 \times \frac{10}{100}$

∴ $I = 300$ টাকা

২য় ক্ষেত্রে, মুনাফার হার, $r = 8\% = \frac{8}{100}$

আসল, $P = 2000$ টাকা

সময়, $n = 1$ বছর

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $I = 2000 \times 1 \times \frac{8}{100}$

∴ $I = 160$ টাকা

মোট আসল $(3000 + 2000)$ টাকা

$= 5000$ টাকা

মোট মুনাফা $(300 + 160)$ টাকা

$$= 860 \text{ টাকা}$$

৩য় ক্ষেত্রে, আসল, $P = 5000$ টাকা

মুনাফা, $I = 860$ টাকা

সময়, $n = 1$ বছর

মুনাফার হার, $r =$ কত?

আমরা জানি,

$$I = Prn$$

$$\text{বা, } 860 = 5000 \times 1 \times r$$

$$\text{বা, } r = \frac{\begin{array}{r} 20 \\ 86 \\ \hline 860 \end{array}}{\begin{array}{r} 5000 \\ 500 \\ \hline 250 \end{array}} = \frac{20}{250}$$

$$\text{বা, } r = \frac{20}{250} \times \frac{\begin{array}{r} 2 \\ 100 \end{array}}{100}$$

$$\text{বা, } r = \frac{86}{5} \times \frac{1}{100}$$

মুনাফার হার, $r = ৯.২\%$

সুতরাং, মুনাফার হার ৯.২% ।

১৫। রদ্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা ব্যাংক থেকে ঋণ নিয়ে ব্যাংককে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, মুনাফার হার এক x টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা x টাকা

$$\begin{array}{rcl} 1 & " & 1 & " & " & \frac{x}{100} & " \\ 10000 & " & 3 & " & " & \frac{x \times 10000 \times 3}{100} & " \\ & & & & & = 300x \text{ টাকা} \end{array}$$

অনুরূপভাবে,

$$15000 \text{ টাকার } 8 \text{ বছরের মুনাফা } \frac{x \times \overset{150}{\cancel{15000}} \times 8}{\underset{1}{\cancel{100}}} \text{ টাকা}$$
$$= 600x \text{ টাকা}$$

প্রশ্নমতে, $300x + 600x = 900$

$$\text{বা, } 900x = 900$$

$$\text{বা, } x = \frac{900}{900}$$

$$\therefore x = 11$$

সুতারাং, মুনাফার হার ১১%

১৬। একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা- আসল দ্বিগুণ হলে, কত বছরে তা মুনাফা- আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান :

মনেকরি, আসল = ১০০ টাকা

প্রথম ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} & ৬ \text{ বছরে মুনাফা- আসল } (100 \times 2) \text{ টাকা} \\ & = 200 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\therefore ৬ \text{ বছরে মুনাফা } (200 - 100) \text{ টাকা}$$
$$= 100 \text{ টাকা}$$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

$$\begin{aligned} & \text{মুনাফা- আসল } (100 \times 3) \text{ টাকা} \\ & = 300 \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{মুনাফা } (300 - 100) \text{ টাকা}$$
$$= 200 \text{ টাকা}$$

১০০ টাকা মুনাফা হয় ৬ বছরে

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & " & " & " & \frac{6}{100} & " & \\ 200 & " & " & " & \frac{6 \times 200}{100} & " & \\ & & & & = 12 \text{ বছরে} & & \end{array}$$

সুতারাং, সময় ১২ বছর।

১৭। কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা- আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক

শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, সময় n বছর

এবং আসল P টাকা

$$\text{মুনাফা, } I = P \times \frac{২}{৫}$$

$$\text{মুনাফার হার, } r = ৮\% = \frac{৮}{১০০}$$

$$\text{আমরা জানি, } I = Prn$$

$$\text{বা, } P \times \frac{২}{৫} = P \times n \times \frac{৮}{১০০}$$

$$\text{বা, } \frac{২}{৫} = n \times \frac{৮}{১০০}$$

$$\text{বা, } n \times ৮ \times ৫ = ২ \times ১০০$$

$$\text{বা, } n = \frac{\cancel{২} \times \cancel{১০০}^৫}{\cancel{৮} \times \cancel{৫}^১}$$

$$\therefore n = ৫ \text{ বছর}$$

সুতরাং, সময় ৫ বছর।

১৮। জামিল সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক তিন বছর মেয়াদি পেনশন সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে, তিনি ১ম কিস্তিতে, অর্থাৎ প্রথম তিন মাস পর কত মুনাফা পাবেন?

সমাধান :

জামিলে সাহেবের আসল বা পেনশনের পরিমাণ ১০,০০,০০০ টাকা

$$\therefore \text{আসল, } P = ১০,০০,০০০ \text{ টাকা}$$

$$\text{মুনাফার হার, } r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$$

যেহেতু তিনি তিন মাস পর মুনাফা পাবেন।

$$\text{অর্থাৎ, সময়, } n = \frac{৩}{১২} \text{ বছর} = \frac{১}{৪} \text{ বছর}$$

$$\text{মুনাফা, } I = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } I = Prn = ১০,০০,০০০ \times \frac{১}{৪} \times \frac{১২}{১০০}$$

$$\therefore I = ৩০,০০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, মুনাফা ৩০,০০০ টাকা।

দ্বিতীয় অধ্যায় 2.2 চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

সূত্র :

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন } C = P(1+r)^n$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = P(1+r)^n - P$$

উদাহরণ ১। বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা মুনাফায় ৬২৫০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর

সমাধান :

$$\text{আমরা জানি, } C = P(1+r)^n$$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৬২৫০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ৮\%$

এবং সময় $n = ৩$ বছর

$$\therefore C = ৬২৫০০ \times \left(1 + \frac{৮}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৬২৫০০ \times \left(\frac{১০৮}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৬২৫০০ \times (১.০৮)^৩ \text{ টাকা}$$

$$= ৬২৫০০ \times ১.২৫৯৭১২ \text{ টাকা}$$

$$= ৭৮৭৩২ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৭৮৭৩২ টাকা

উদাহরণ ২। বার্ষিক ১০.৫০% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয়ের জন্য প্রথমে চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় করি।

আমরা জানি,

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মূলধন } C = P(1+r)^n$$

যেখানে মূলধন $P = ৫০০০$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার } r = ১০.৫০\% = \frac{১০.৫}{১০০}$$

সময় $n = ২$ বছর

$$C = P(1+r)^n$$

$$= ৫০০০ \times \left(1 + \frac{১০.৫}{১০০}\right)^২ \text{ টাকা}$$

$$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১০.৫}{১০০}\right)^২ \text{ টাকা}$$

$$= \frac{২৫}{৫০০০} \times \frac{২২১}{২০০} \times \frac{২২১}{২০০} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৪৮৮৮৪১}{৮} \text{ টাকা}$$

$$= ৬১০৫.১৩ \text{ টাকা (প্রায়)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} &= (C - P) \\ &= P(1 + r)^n - P \\ &= ৬১০৫.১৩ - ৫০০০ \text{ টাকা} \\ &= ১১০৫.১৩ \text{ টাকা (প্রায়)} \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। একটি ফ্ল্যাট মালিক কল্যান সমিতি আদায়কৃত সার্ভিস চার্জ থেকে উদ্ধৃত ২০০০০০ টাকা ব্যাংকে ছয় মাস অন্তর চক্রবৃদ্ধি মুনাফাভিত্তিক স্থায়ী আমনত রাখলেন। মুনাফার হার বার্ষিক ১২ টাকা হলে, ছয় মাস পর ঐ সমিতির হিসাবে কত টাকা মুনাফা জমা হবে? এক বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

সমাধান :

দেওয়া আছে, মূলধন $P = ২০০০০০$ টাকা,

$$\text{মুনাফার হার } r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$$

$$\text{সময়, } n = ৬ \text{ মাস বা } \frac{১}{২} \text{ বছর}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মুনাফা } I &= Prn \times \frac{১২}{১০০} \times \frac{১}{২} \\ &= ২০০০০০ \times \frac{১২}{১০০} \times \frac{১}{২} \\ &= ১২০০০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

$$১ \text{ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন} = P(1 + r)^n$$

$$= ২০০০০০ \times \left(1 + \frac{১২}{১০০}\right)^১ \text{ টাকা}$$

$$= ২০০০০০ \times \frac{১১২}{১০০}$$

$$= ২২৪০০০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, ৬ মাস পর মুনাফা হবে ১২০০০ টাকা

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন হবে ২২৪০০০ টাকা।

উদাহরণ ৪। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৮০ লক্ষ। ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে, ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা $P = ৮০০০০০০$

$$\begin{aligned}\text{জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার} &= \frac{৩০}{১০০০} \times ১০০\% \\ &= ৩\%\end{aligned}$$

সময়, $n = ৩$ বছর

এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

$$\begin{aligned}C &= P(1 + r)^n \\ &= ৮০০০০০০ \times \left(1 + \frac{৩}{১০০}\right)^৩ \\ &= ৮০০০০০০ \times \left(\frac{১০৩}{১০০}\right)^৩ \\ &= ৮০০০০০০ \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \\ &= ৮ \times ১০৩ \times ১০৩ \times ১০৩ \\ &= ৮৭৪১৮১৬\end{aligned}$$

সুতরাং, ৩ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৮৭,৪১,৮১৬

অনুশীলনী ২.২

১। ১০৫০ টাকার ৮% নিচের কোনটি?

(ক) ৮০ টাকা

(খ) ৮২ টাকা

(গ) ৮৪ টাকা

(ঘ) ৮৬ টাকা

২। বার্ষিক ১০% সরল মুনাফায় ১২০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা কত?

(ক) ১২০ টাকা

(খ) ২৪০ টাকা

(গ) ৩৬০ টাকা

(ঘ) ৪৮০ টাকা

৩। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. মুনাফা = মুনাফা- আসল – আসল

ii. মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফা} \times \text{সময়}}{২}$

iii. লাভ বা ক্ষতি বিক্রয়মূল্যের ওপর হিসাব করা হয়।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i

(খ) ii ও iii

(গ) i ও iii

(ঘ) i, ii ও iii

৪। জামিল সাহেব বার্ষিক ১০% মুনাফায় ব্যাংকে ২০০০ টাকা জমা রাখলেন।

১. ১ম বছরান্তে মুনাফা- আসল কত হবে?

(ক) ২০৫০ টাকা

(খ) ২১০০ টাকা

(গ) ২২০০ টাকা

(ঘ) ২২৫০ টাকা

২. সরল মুনাফায় ২য় বছরান্তে মুনাফা- আসল কত হবে?

(ক) ২৪০০ টাকা

(খ) ২৪২০ টাকা

(গ) ২৪৪০ টাকা

(ঘ) ২৪৫০ টাকা

৩. ১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

(ক) ২০৫০ টাকা

(খ) ২১০০ টাকা

(গ) ২১৫০ টাকা

(ঘ) ২২০০ টাকা

৫। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $C = P(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৮০০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময় $n = ৩$ বছর

$$\begin{aligned} C &= ৮০০০ \times \left(1 + \frac{১০}{১০০}\right)^3 \\ &= ৮০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^3 \\ &= ৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^3 \\ &= ৮০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \\ &= ৮ \times ১১ \times ১১ \times ১১ \end{aligned}$$

$$= ১০৬৪৮ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন ১০৬৪৮ টাকা।

৬। বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে?

সমাধান :

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

মুনাফা = আসল \times মুনাফার হার \times সময়

$$= ৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৩$$
$$= ১৫০০ \text{ টাকা}$$

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, মূলধন, $P = ৫০০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময়, $n = ৩$ বছর

$$\therefore C = ৫০০০ \times \left(1 + \frac{১০}{১০০}\right)^৩$$
$$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^৩$$
$$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩$$
$$= ৫০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}$$
$$= ৫ \times ১১ \times ১১ \times ১১$$
$$= ৬৬৫৫ \text{ টাকা}$$

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $C - P$

$$= (৬৬৫৫ - ৫০০০) \text{ টাকা}$$

$$= ১৬৫৫ \text{ টাকা}$$

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল-মুনাফার পার্থক্য

$$= (১৬৫৫ - ১৫০০) \text{ টাকা}$$

$$= ১৫৫ \text{ টাকা}$$

সুতরাং, সরল মুনাফার ও চক্রবৃদ্ধির মুনাফার পার্থক্য ১৫৫ টাকা।

৭। একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৫০০ টাকা ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৭৬০ টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান :

ধরি, এক বছরান্তে মূলধন $C = ৬৫০০$ টাকা

দুই বছরান্তে মূলধন $C = ৬৭৬০$ টাকা

আমরা পাই, $C = P(1+r)^n$ সূত্র হতে

$$৬৫০০ = P(1+r)^1 \quad [\text{যেখানে সময় } n = ১ \text{ বছর}]$$

$$\text{বা, } P(1+r) = ৬৫০০ \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{আবার, } ৬৭৬০ = P(1+r)^2 \quad [\text{যেখানে সময় } n = ২ \text{ বছর}]$$

$$\text{বা, } P(1+r)(1+r) = ৬৭৬০ \dots\dots\dots(ii)$$

সমীকরণ (ii)নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$1+r = \frac{\frac{৩৩৮}{৬৭৬০}}{\frac{৬৫০০}{৩২৫}}$$

$$\text{বা, } 1+r = \frac{৩৩৮}{৩২৫}$$

$$\text{বা, } ৩২৫ + ৩২৫r = ৩৩৮$$

$$\text{বা, } ৩২৫r = ৩৩৮ - ৩২৫$$

$$\text{বা, } r = \frac{১৩}{৩২৫}$$

$$\text{বা, } r = \frac{১}{২৫}$$

r- এর মান (i) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$P\left(1 + \frac{১}{২৫}\right) = ৬৫০০$$

$$\text{বা, } P\left(\frac{২৫+১}{২৫}\right) = ৬৫০০$$

$$\text{বা, } ২৬P = ৬৫০০ \times ২৫$$

$$\text{বা, } P = \frac{৬৫০০ \times ২৫}{২৬}$$

$$\therefore P = ৬২৫০$$

সুতরাং, মূলধন ৬২৫০ টাকা।

৮। বার্ষিক শতকরা ৮.৫০ টাকা চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০০ টাকার ২ বছরের সর্ব্বদ্ধিমূলধন ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি,

$$\text{সর্ব্বদ্ধিমূল } C = P(1 + r)^n$$

এখানে, মূলধন, $P = ১০০০০$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = ৮.৫০\% = \frac{৮.৫০}{১০০}$$

সময়, $n = ২$ বছর

$$\begin{aligned}\therefore C &= ১০০০০ \times \left(1 + \frac{৮.৫০}{১০০}\right)^2 \\&= ১০০০০ \times \left(\frac{১০০+৮.৫}{১০০}\right)^2 \\&= ১০০০০ \times \left(\frac{১০৮.৫০}{১০০}\right)^2 \\&= ১০০০০ \times \frac{১০৮.৫০}{১০০} \times \frac{১০৮.৫০}{১০০} \\&= ১০৮.৫০ \times ১০৮.৫০ \\&= ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{সর্ব্বদ্ধিমূল} = ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} &= (১১৭৭২.২৫ - ১০০০০) \text{ টাকা} \\&= ১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}\end{aligned}$$

সুতরাং, সর্ব্বদ্ধিমূল ১১৭৭২.২৫ টাকা এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ১৭৭২.২৫ টাকা।

৯। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে, ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা $P = ৬৪০০০০০$

$$\begin{aligned}\text{জনসংখ্যার বৃদ্ধির হার} &= \frac{২৫}{১০০০} \times ১০০\% \\ &= ২.৫\%\end{aligned}$$

সময়, $n = ২$ বছর

আমরা জানি, $C = P(১ + r)^n$

$$\therefore C = ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{২.৫}{১০০} \right)^২$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \left(\frac{১০২.৫}{১০০} \right)^২$$

$$= ৬৪০০০০০ \times \frac{১০২.৫}{১০০} \times \frac{১০২.৫}{১০০}$$

$$= ৬৪০ \times ১০২.৫ \times ১০২.৫$$

$$= ৬৭২৮০০০$$

ঐ শহরের জনসংখ্যা ৬৭২৮০০০ জন।

১০। এক ব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতিবছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তাঁর আর কত টাকা ঋণ থাকবে?

সমাধান :

সর্বদ্বিমূল $C = P(১ + r)^n$ হলে ৮% মুনাফায় ১ বছরে সর্বদ্বিমূল

$$C = ৫০০০ \left(১ + \frac{৮}{১০০} \right)^১$$

$$= ৫০০০ \left(১ + \frac{৮}{১০০} \right)$$

$$= ৫০০০ \left(\frac{১০৮}{১০০} \right)$$

$$= \frac{৫৪০০০}{১০০} \times \frac{১০৮}{১০০}$$

$$= ৫৮০০ \text{ টাকা}$$

১ বছর পর ২০০০ টাকা ঋণপরিশোধের পর বাকি থাকে
= (৫৪০০ - ২০০০) টাকা
= ৩৪০০ টাকা
আবার,
৩৪০০ টাকায় ১ বছরে স্বেদ্বিমূল

$$\begin{aligned} C &= ৩৪০০(১ + \frac{৮}{১০০}) \\ &= ৩৪০০(১ + \frac{২}{২৫}) \\ &= ৩৪০০(\frac{২৫+২}{২৫}) \\ &= \frac{১৩৬}{২৫} \times \frac{২৭}{২৫} \\ &= ৩৬৭২ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

∴ ২য় কিস্তিতে ২০০০ টাকা পরিশোধের পর ঋণ বাকি থাকে
= (৩৬৭২ - ২০০০) টাকা
= ১৬৭২ টাকা

সুতরাং, ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার ঋণ থাকবে ১৬৭২ টাকা।

তৃতীয় অধ্যায় ৩ পরিমাপ

দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক : মিটার

ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের একক : লিটার

১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

উদাহরণ ১। একজন দৌড়বিদ ৪০০ মিটারবিশিষ্ট গোলাকার ট্রাকে ২৪ চক্কর দৌড়ালে, সে কত দূরত্ব দৌড়াল?

সমাধান :

১ চক্কর দৌড়ালে ৪০০ মিটার হয়।

∴ ২৪ চক্কর দৌড়ালে দূরত্ব হবে (৪০০×২৪) মিটার

= ৯৬০০ মিটার

= ৯ কিলোমিটার ৬০০ মিটার

অতএব, দৌড়বিদ ৯ কিলোমিটার ৬০০ মিটার দৌড়াল।

উদাহরণ ২। ১ মেট্রিক টন চাল ৬৪ জন শ্রমিকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কী পরিমাণ চাল পাবে?

সমাধান :

১ মেট্রিক টন = ১০০০ কেজি

৬৪ জন শ্রমিক পায় ১০০০ কেজি চাল

∴ ১ " " " $\frac{১০০০}{৬৪}$ " "

= ১৫ কেজি ৬২৫ গ্রাম চাল

সুতরাং, প্রত্যেক শ্রমিক ১৫ কেজি ৬২৫ গ্রাম চাল পাবে।

উদাহরণ ৩। একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩ মিটার, প্রস্থ ২ মিটার ও উচ্চতা ৪ মিটার। এতে কত লিটার এবং কত কিলোগ্রাম বিশুদ্ধ পানি ধরবে?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার

প্রস্থ = ২ মিটার

এবং উচ্চতা = ৪ মিটার

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = $(৩ \times ২ \times ৪)$ ঘন মিটার

= ২৪ ঘন মিটার

= ২৪০০০০০০ ঘন সে.মি.

= ২৪০০০ লিটার

[যেহেতু ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার]

১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

∴ ২৪০০০ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ২৪০০০ কিলোগ্রাম।

অতএব, চৌবাচ্চাটিতে ২৪০০০ লিটার পানি ধরবে এবং এর ওজন ২৪০০০ কিলোগ্রাম।

ক্ষেত্রফল পরিমাপ

আয়তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ × প্রস্থের পরিমাপ

বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = (বাহুর পরিমাপ) ^২

ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = ১/২(ভূমির পরিমাপ × উচ্চতার পরিমাপ)

ক্ষেত্রফলের পরিমাপের একক = বর্গমিটার

আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তনের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ × প্রস্থের পরিমাপ × উচ্চতার পরিমাপ

উদাহরণ ৪। ১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেন্টিমিটার এবং ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ। ১ একরে কত বর্গমিটার?

সমাধান :

১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি.

∴ ৩৬ ইঞ্চি বা ১ গজ = ২.৫৪ × ৩৬ সে.মি.

= ৯১.৪৪ সে.মি.

= $\frac{৯১.৪৪}{১০০}$ মিটার

= ০.৯১৪৪ মিটার

∴ ১ গজ × ১ গজ = ০.৯১৪৪ মিটার × ০.৯১৪৪ মিটার

১ বর্গ গজ = ০.৮৩৬১২৭৩৬ বর্গমিটার

∴ ৪৮৪০ বর্গ গজ = ০.৮৩৬১২৭৩৬ × ৪৮৪০ বর্গমিটার

= ৪০৪৬.৮৫৬৪২২৪০ বর্গমিটার

= ৪০৪৬.৮৬ বর্গ মিটার (প্রায়)

∴ ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গ মিটার (প্রায়)

উদাহরণ ৫। জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ক্যাম্পাসের এলাকা ৭০০ একর। একে নিকটম পূর্ণসংখ্যক হেক্টরে প্রকাশ কর?

সমাধান :

২.৪৭ একর = ১ হেক্টর

∴ ১ " = $\frac{১}{২.৪৭}$ "

∴ ৭০০ " = $\frac{১ \times ৭০০}{২.৪৭}$ "

= ২৮৩.৪ হেক্টর

অতএব, নির্ণেয় এলাকা ২৮৩ হেক্টর (প্রায়)

উদাহরণ ৬। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার

$$= (৪০ \times ১০০) \text{ সে.মি.}$$

$$= ৪০০০ \text{ সে.মি.}$$

এবং প্রস্থ = ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.

$$= (৩০ \times ১০০) \text{ সে.মি.} + ৩০ \text{ সে.মি.}$$

$$= ৩০৩০ \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল} = (৪০০০ \times ৩০৩০) \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= ১২১২০০০০ \text{ বর্গ সে.মি.}$$

$$= ১২১২ \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১২ \text{ এর } ১২ \text{ বর্গমিটার}$$

অতএব, ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২ এর ১২ বর্গমিটার

উদাহরণ ৭। একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য ২ মিটার, প্রস্থ ১ মিটার ৫০ সে.মি. এবং উচ্চতা ১ মিটার। বাক্সটির আয়তন কত?

সমাধান :

দৈর্ঘ্য = ২ মিটার

$$= ২০০ \text{ সে.মি.}$$

প্রস্থ = ১ মিটার ৫০ সে.মি.

$$= ১৫০ \text{ সে.মি.}$$

এবং উচ্চতা = ১ মিটার

$$= ১০০ \text{ সে.মি.}$$

$$\therefore \text{বাক্সটির আয়তন} = \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= (২০০ \times ১৫০ \times ১০০) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= ৩০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= ৩ \text{ ঘন মিটার}$$

সুতরাং, নির্ণেয় আয়তন ৩ ঘনমিটার।

উদাহরণ ৮। একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে, গভীরতা কত?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল} &= ২.৫৬ \text{ মিটার} \times ১.২৫ \text{ মিটার} \\ &= ২৫৬ \text{ সে.মি.} \times ১২৫ \text{ সে.মি.} \\ &= ৩২০০০ \text{ বর্গ সে.মি.}\end{aligned}$$

চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে

$$= ৮০০০ \times ১০০০ \text{ ঘন সে.মি. পানি ধরে।} \quad [\text{যেহেতু } ১০০০ \text{ ঘন সে.মি.} = ১ \text{ লিটার}]$$

অতএব, চৌবাচ্চাটির আয়তন = ৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল \times চৌবাচ্চাটির গভীরতা = চৌবাচ্চাটির আয়তন

বা, ৩২০০০ বর্গ সে.মি. \times চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

$$\begin{aligned}\therefore \text{চৌবাচ্চাটির গভীরতা} &= \frac{৮০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}}{৩২০০০ \text{ বর্গ সে.মি.}} \\ &= ২৫০ \text{ সে.মি.} \\ &= ২.৫ \text{ মিটার}\end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। একটি ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরটি কার্পেট দিয়ে ঢাকাতে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

৭.৫ টাকা খরচ হয় ১ বর্গমিটারে

$$\begin{aligned}\therefore \quad ১ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১}{৭.৫} \quad " \\ \therefore ১১০২.৫০ \quad " \quad " \quad " \quad \frac{১ \times ১১০২.৫}{৭.৫} \quad " \\ = ১৪৭ \text{ বর্গমিটারে}\end{aligned}$$

অর্থাৎ, ঘরের ক্ষেত্রফল ১৪৭ বর্গমিটার।

মনেকরি, ঘরের প্রস্থ = ক মিটার

\therefore ঘরের দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{ঘরের ক্ষেত্রফল} &= (\text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ}) \text{ বর্গ একক} \\ &= (৩ক \times ক) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ৩ক^২ \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

শর্তানুসারে,

$$৩ক^২ = ১৪৭$$

$$\text{বা, } ক^২ = \frac{১৪৭}{৩}$$

$$\begin{aligned}\text{বা, } k^2 &= 81 \\ \therefore k &= \sqrt{81} \\ &= 9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{অতএব, প্রস্থ} &= 9 \text{ মিটার} \\ \text{এবং দৈর্ঘ্য} &= (3 \times 9) \text{ মিটার} \\ &= 27 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

উদাহরণ ১০। বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী। যে ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৬ মিটার, ১২ মিটার ও ৪ মিটার, তাতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{ঘরের আয়তন} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \times \text{উচ্চতা} \\ &= 16 \text{ মি.} \times 12 \text{ মি.} \times 4 \text{ মি.} \\ &= 768 \text{ ঘনমিটার} \\ &= 768 \times 1000000 \text{ ঘন সে.মি.} \\ &= 768000000 \text{ ঘন সে.মি.}\end{aligned}$$

বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী।

$$\therefore 1 \text{ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন} = 0.00129 \text{ গ্রাম}$$

$$\begin{aligned}\text{অতএব, ঘরটিতে বায়ুর পরিমাণ} &= 768000000 \times 0.00129 \text{ গ্রাম} \\ &= 990920 \text{ গ্রাম} \\ &= 990.92 \text{ কিলোগ্রাম}\end{aligned}$$

সুতরাং, ঘরটিতে ৯৯০.৯২ কিলোগ্রাম বায়ু আছে।

উদাহরণ ১১। ২১ মিটার দীর্ঘ এবং ১৫ মিটার প্রস্থ একটি বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য} &= 21 \text{ মিটার} + (2+2) \text{ মিটার} \\ &= 25 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ} &= 15 \text{ মিটার} + (2+2) \text{ মিটার} \\ &= 19 \text{ মিটার}\end{aligned}$$

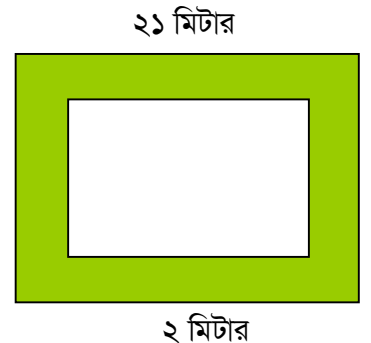
$$\begin{aligned}\text{রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} &= (25 \times 19) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 475 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} &= (21 \times 15) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 315 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} &= (475 - 315) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 160 \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

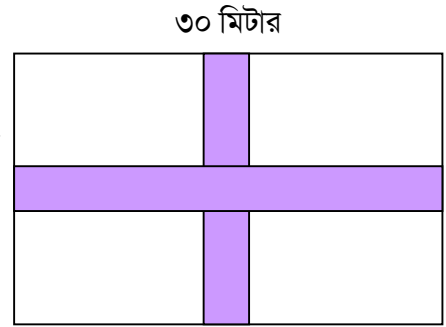
$$\text{ঘাস লাগানোর মোট খরচ} = (160 \times 2.75) \text{ টাকা বা } 440.00 \text{ টাকা}$$

অতএব ঘাস লাগানোর মোট খরচ ৪৪০ টাকা।



সমাধান :

সুতারাং, রাস্তাদ্বয়ের মোট ক্ষেত্রফল ১০২.৭৫ বর্গমিটার।



সমাধান :

১৫০০ টাকা খরচ হয় ৮০ বর্গমিটারে

= ৪০০ বর্গমিটারে

বা, কামরাটির প্রস্থ \times ২০ মিটার = ৪০০ বর্গমিটার

সুতারাং, কামরাটির প্রস্থ ২০ মিটার।

অনুশীলনী ৩

১। একটি শহরের জনসংখ্যা ১৫০০০০। প্রতিদিন ১০ জনের মৃত্যু হয় এবং প্রতিদিন ১৭ জন শিশু জন্ম গ্রহণ করে। এক বছরে পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন

১ দিনে জন্ম গ্রহণ করে ১৭ জন

১ দিনে মৃত্যুবরণ করে ১০ জন

∴ ১ দিনে বৃদ্ধি পায় (১৭ - ১০) জন

= ৭ জন

\therefore ৩৬৫ দিনে বৃদ্ধি পায় (৩৬৫×৭) জন

= ২৫৫৫ জন

∴ ১ বছর পরে জনসংখ্যা হয় $(১৫০০০০ + ২৫৫৫)$ জন

= ১৫২৫৫৫ জন

সুতারাং, ঐ শহরে জনসংখ্যা ১৫২৫৫৫ জন।

২। ২০টি কৈ মাছের দাম ৩৫০ টাকা হলে, ১টি কৈ মাছের দাম কত?

সমাধান :

২০টি কৈ মাছের দাম ৩৫০ টাকা

~~250~~

[illegible]

~~20~~

 μ

= ৩৫ টাকা

۲

= ১৭.৫ টাকা

সুতারাং, ১টি কৈ মাছের দাম ১৭.৫ টাকা।

৩। একটি গাড়ির চাকার পরিধি ৫.২৫ মিটার। ৪২ কিলোমিটার পথ যেতে চাকাটি কত বার ঘুরবে?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ কিলোমিটার = ১০০০ মিটার

$$\therefore 82 \text{ কিলোমিটার} = (1000 \times 82) \text{ মিটার}$$
$$= 82000 \text{ মিটার।}$$

চাকাটি ১ বার ঘুরলে তার পরিধি সমান দূরত্ব অতিক্রম করে

অর্থাৎ, ৫.২৫ মিটার পথ গেলে চাকাটি ১ বার ঘুরবে

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } \frac{1}{5.25} \text{ " "}$$

$$\therefore 82000 \text{ " " " " " } \frac{1 \times 82000 \times 100}{5.25} \text{ " "}$$

$$= 8000 \text{ বার ঘুরবে}$$

সুতরাং, চাকাটি ৮০০০ বার ঘুরবে।

৪। দৌড় প্রতিযোগিতার জন্য ট্রাকের পরিধি কত হলে ১০০০০ মিটার দৌড়ে ১৬ চক্কর দিতে হবে?

সমাধান :

১৬ চক্করে যেতে হবে ১০০০০ মিটার

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } \frac{10000}{16} \text{ "}$$

$$= 625 \text{ মিটার}$$

সুতরাং, ট্রাকের পরিধি ৬২৫ মিটার হতে হবে।

৫। একটি সিমেন্ট ফ্যাক্টরিতে প্রতিদিন ৫০০০ ব্যাগ সিমেন্ট উৎপন্ন হয়। প্রতি ব্যাগ সিমেন্টের ওজন যদি ৪৫ কিলোগ্রাম ৫০০ গ্রাম হয়, তবে দৈনিক সিমেন্টের উৎপাদন কত?

সমাধান :

১ ব্যাগ সিমেন্টের ওজন ৪৫ কিলোগ্রাম ৫০০ গ্রাম

$$\therefore 5000 \text{ " " " } (45 \text{ কি.গ্রা. } 500 \text{ গ্রাম}) \times 5000$$

$$= 225000 \text{ কি.গ্রা. } 2500000 \text{ গ্রাম}$$

$$= 225000 \text{ কি.গ্রাম} + 2500 \text{ কি.গ্রা. } [\because 1000 \text{ গ্রাম} = 1 \text{ কি.গ্রা.}]$$

$$= 229500 \text{ কি.গ্রা.}$$

$$= 229.5 \text{ মেট্রিক টন} \quad [\because 1000 \text{ কি.গ্রা.} = 1 \text{ মেট্রিক টন}]$$

সুতরাং, দৈনিক রড তৈরি হয় ২২৯.৫ মেট্রিক টন।

৬। একটি স্টিল মিলে বার্ষিক ১৫০০০০ মেট্রিক টন রড তৈরি হয়। দৈনিক কী পরিমাণ রড তৈরি হয়?

সমাধান : আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন

৩৬৫ দিনে রড তৈরি হয় ১৫০০০০ মেট্রিক টন

$$\therefore 1 \text{ " " " " " } \frac{150000}{365} \text{ " "}$$

$$= 810.96 \text{ মেট্রিক টন}$$

সুতরাং, দৈনিক রড তৈরি হয় ৮১০.৯৬ মেট্রিক টন (প্রায়)

www.bcsourgoal.com.bd

দেওয়া আছে,

আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার

এবং আয়তকার বাগানের প্রস্থ ২৪ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{আয়তকার বাগানের ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= (৩২ \times ২৪) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ৭৬৮ \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

যেহেতু বাগানের ভিতরের চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে

কাজেই রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য $(৩২ - ২ \times ২)$ মিটার

$$= ২৮ \text{ মিটার}$$

এবং রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ $(২৪ - ২ \times ২)$ মিটার

$$= ২০ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (২৮ \times ২০) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৫৬০ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{রাস্তার ক্ষেত্রফল} = (৭৬৮ - ৫৬০) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ২০৮ \text{ বর্গমিটার}$$

সুতরাং, রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ২০৮ বর্গমিটার।

১০। একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার

এবং পুকুরের প্রস্থ = ৪০ মিটার

$$\begin{aligned}\therefore \text{পুকুরটির ক্ষেত্রফল} &= (৬০ \times ৪০) \text{ বর্গমিটার} \\ &= ২৪০ \text{ বর্গমিটার}\end{aligned}$$

যেহেতু পুকুরের পাড়ের বিস্তার = ৩ মিটার

পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = $(৬০ + ৩ \times ২)$ মিটার

$$= ৬৬ \text{ মিটার}$$

পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = $(৪০ + ৩ \times ২)$ মিটার

$$= ৪৬ \text{ মিটার}$$

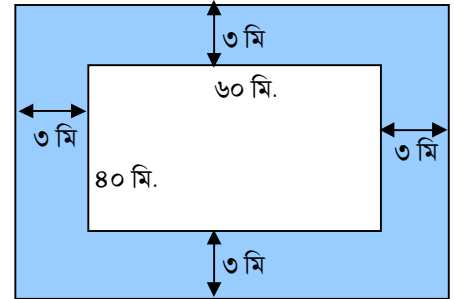
পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬৬×৪৬) বর্গমিটার

$$= ৩০৩৬ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{পুকুরের ক্ষেত্রফল} = (৩০৩৬ - ২৪০০) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৬৩৬ \text{ বর্গমিটার}$$

সুতরাং, পাড়ের ক্ষেত্রফল ৬৩৬ বর্গমিটার।



১১। আয়তকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং তার দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার

$$\therefore ১০ \text{ ”} = (৪০৪৬.৮৬ \times ১০) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= ৪০৪৬৮.৬ \text{ বর্গমিটার}$$

\therefore আয়তকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার

মনেকরি,

ক্ষেত্রটির প্রস্থ = ক মিটার

$$\therefore \text{ ” দৈর্ঘ্য} = (৪ \times \text{ক}) \text{ মিটার}$$
$$= ৪ক \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} = (\text{ক} \times ৪ক) \text{ বর্গমিটার}$$
$$= ৪ক^২ \text{ বর্গমিটার}$$

প্রশ্নমতে,

$$৪ক^২ = ৪০৪৬৮.৬$$

$$\text{বা, } ক^২ = \frac{৪০৪৬৮.৬}{৪}$$

$$\text{বা, } ক^২ = ১০১১৭.১৫$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{১০১১৭.১৫}$$

$$\text{বা, } ক = ১০০.৫৮৪০$$

$$\therefore \text{ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} = (৪ \times \text{ক}) \text{ মিটার}$$
$$= (৪ \times ১০০.৫৮৪০) \text{ মিটার}$$
$$= ৪০২.৩৩৬১ \text{ মিটার}$$
$$= ৪০২.৩৪ \text{ মিটার (প্রায়)}$$

সুতারাং, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)।

১২। একটি আয়তকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ। এ ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত?

সমাধান :

মনেকরি,

আয়তকার ঘরটির প্রস্থ = ক মিটার

যেহেতু দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ

$$\therefore \text{আয়তকার ঘরটির দৈর্ঘ্য} = (\text{ক এর } ১ \frac{১}{২}) \text{ মিটার}$$
$$= \frac{৩ক}{২} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তকার ঘরটির ক্ষেত্রফল} = \left(\frac{৩ক}{২} \times ক \right) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= \frac{৩ক^২}{২} \text{ বর্গমিটার}$$

প্রশ্নমতে,

$$\frac{৩ক^২}{২} = ২১৬$$

$$\text{বা, } ক^২ = \frac{২১৬ \times ২}{৩}$$

$$\text{বা, } ক^২ = ১৪৪$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{১৪৪}$$

$$\therefore ক = ১২$$

$$\therefore \text{আয়তকার ঘরটির প্রস্থ} = ১২ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{দৈর্ঘ্য} = \frac{৩ক}{২} \text{ মিটার}$$

$$= \frac{৩ \times ১২}{২} \text{ মিটার}$$

$$= ১৮ \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{আয়তকার ঘরটির পরিসীমা} = (\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \times ২$$

$$= (১৮ + ১২) \times ২$$

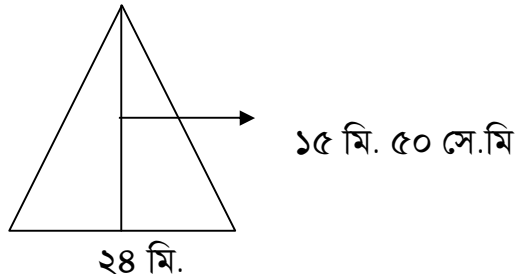
$$= ৩০ \times ২$$

$$= ৬০ \text{ মিটার}$$

সুতরাং, পরিসীমা ৬০ মিটার।

১৩। একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ১৫ মিটার ৬০ সেন্টিমিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি = ২৪ মিটার
এবং উচ্চতা = (১৫ মি. ৫০ সে.মি)

$$\begin{aligned} &= \left(15 + \frac{50}{100} \right) \text{ মিটার} \\ &= (15 + 0.5) \text{ মিটার} \quad [\text{যেহেতু } 100 \text{ সে.মি.} = 1 \text{ মিটার}] \\ &= 15.5 \text{ মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\ &= \frac{1}{2} \times 24 \times 15.5 \text{ বর্গমিটার} \\ &= 186 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

সুতরাং, ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১৮৬ বর্গমিটার।

১৪। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

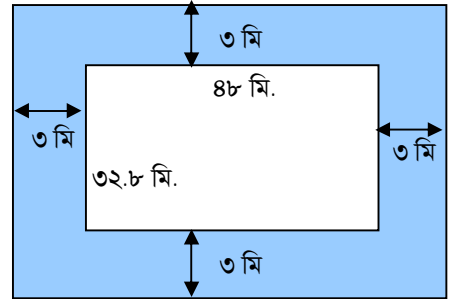
দেওয়া আছে,

আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৪৮ মিটার

এবং আয়তকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.

$$\begin{aligned} &= \left(32 + \frac{80}{100} \right) \text{ মিটার} \\ &= (32 + 0.80) \text{ মিটার} \\ &= 32.8 \text{ মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= (48 \times 32.8) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 1574.4 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$



যেহেতু, ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত রাস্তা আছে।

$$\begin{aligned} \therefore \text{রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য} &= (48 + 3 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= 54 \text{ মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এবং রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির প্রস্থ} &= (32.8 + 3 \times 2) \text{ মিটার} \\ &= 38.8 \text{ মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল} &= \text{দৈর্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} \\ &= (54 \times 38.8) \text{ বর্গমিটার} \\ &= 2095.2 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

রাস্তার ক্ষেত্রফল $(২০৯৫.২ - ১৫৭৪.৪)$ বর্গমিটার
 $= ৫২০.৮$ বর্গমিটার
 সুতরাং, রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৫২০.৮ বর্গমিটার।

১৫। একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এবং বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার

∴ " " " " ক্ষেত্রফল = (৩০০×৩০০) বর্গমিটার
 $= ৯০০০০$ বর্গমিটার

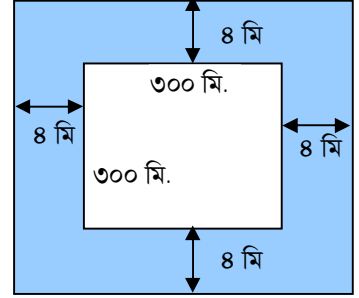
বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাইরে চার দিকে ৪ মি. চওড়া রাস্তা আছে।

রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য $(৩০০ + ৪ \times ২)$ মিটার
 $= ৩০৮$ মিটার

∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৩০৮×৩০৮) বর্গমিটার
 $= ৯৪৮৬৪$ বর্গমিটার

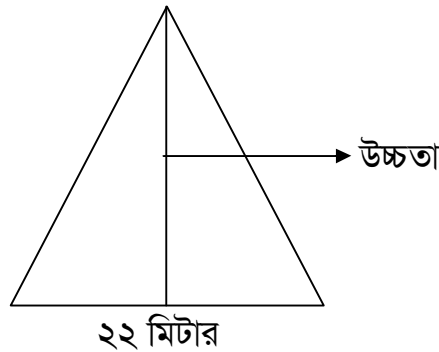
∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = $(৯৪৮৬৪ - ৯০০০০)$ বর্গমিটার
 $= ৪৮৬৪$ বর্গমিটার

সুতরাং রাস্তার ক্ষেত্রফল ৪৮৬৪ বর্গমিটার।



১৬। একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার। এর ভূমি ২২ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি,

ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা = ক মিটার

" " ভূমি = ২২ মিটার

$$\begin{aligned}
\therefore \text{ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল} &= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} \\
&= \frac{1}{2} \times \frac{11}{2} \times \text{ক বর্গমিটার} \\
&= 11\text{ক বর্গমিটার}
\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$11\text{ক} = 268$$

$$\text{বা, ক} = \frac{268}{11} \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{ক} = 28 \text{ মিটার}$$

সুতারাং, ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা ২৮ মিটার।

১৭। একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটিতে ১৯২০০ লিটার পানি ধরে

আমরা জানি,

$$1 \text{ লিটার} = 1000 \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$\begin{aligned}
\therefore 19200 \text{ লিটার} &= (1000 \times 19200) \text{ ঘন সে.মি.} \\
&= 19200000 \text{ ঘন সে.মি.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{চৌবাচ্চাটির আয়তন} &= 19200000 \text{ ঘন সে.মি.} \\
&= 19.2 \text{ ঘন মিটার}
\end{aligned}$$

$$[\because 1000000 = 1 \text{ ঘন মিটার}]$$

$$\text{চৌবাচ্চাটির গভীরতা} = 2.56 \text{ মিটার}$$

$$\text{এবং " " " } = 2.5 \text{ মিটার}$$

$$\text{ধরি, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য} = \text{ক মিটার}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{" " আয়তন} &= (\text{গভীরতা} \times \text{প্রস্থ} \times \text{দৈর্ঘ্য}) \\
&= (2.56 \times 2.5 \times \text{ক}) \text{ ঘন মিটার} \\
&= 6.8\text{ক ঘন মিটার}
\end{aligned}$$

প্রশ্নমতে,

$$6.8\text{ক} = 19.2$$

$$\text{বা, ক} = \frac{19.2}{6.8}$$

$$\therefore \text{ক} = 3$$

সুতারাং, দৈর্ঘ্য ৩ মিটার।

১৮। সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তকার একটি সোনার বারের দৈর্ঘ্য ৭.৮ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৬.৮ সেন্টিমিটার এবং উচ্চতা ২.৫ সেন্টিমিটার। সোনার বারটির ওজন কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

সোনার বারটির দৈর্ঘ্য = ৭.৮ সেন্টিমিটার

প্রস্থ = ৬.৮ সেন্টিমিটার

উচ্চতা = ২.৫ সেন্টিমিটার

সোনার বারটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (৭.৮ × ৬.৮ × ২.৫) ঘন সেন্টিমিটার

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি.

আমরা জানি,

১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম

∴ ১২৪.৮ ” ” ” ” = (১২৪.৮ × ১) গ্রাম

= ১২৪.৮ গ্রাম

সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

∴ ১২৪.৮ ঘন সে.মি. সোনার ওজন (১২৪.৮ × ১৯.৩) গ্রাম

= ২৪০৮.৬৪ গ্রাম

সুতরাং, সোনার বারটির ওজন ২৪০৮.৬৪ গ্রাম।

১৯। একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি., প্রস্থ ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.। বাক্সটির আয়তন কত ঘন সেন্টিমিটার?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বাক্সের দৈর্ঘ্য = ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি.

= $(১৫ + \frac{২.৪}{১০})$ সে.মি. [∵ ১০মি.মি. = ১ সে.মি.]

= ১৫.২৪ সে.মি.

= ১৫.২৪ সে.মি.

বাক্সের প্রস্থ = ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি.

= $(৭ + \frac{৬.২}{১০})$ সে.মি.

= ৭.৬২ সে.মি.

= ৭.৬২ সে.মি.

বাক্সের উচ্চতা = ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.

$$= \left(৫ + \frac{৮}{১০} \right) \text{ সে.মি.}$$

$$= ৫.৮ \text{ সে.মি.}$$

$$= ৫.৮ \text{ সে.মি.}$$

∴ বাক্সটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

$$= (১৫.২৪ \times ৭.৬২ \times ৫.৮) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= ৬৭৩.৫৪৭ \text{ ঘন সে.মি.}$$

সুতরাং, বাক্সটির আয়তন ৬৭৩.৫৪৭ ঘন সে.মি.।

২০। একটি আয়তাকার চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫.৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার। উক্ত চৌবাচ্চাটি পানি ভর্তি থাকলে পানির আয়তন কত লিটার এবং ওজন কত কিলোগ্রাম হবে?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৫.৫ মিটার

$$= (৫.৫ \times ১০০) \text{ সে.মি.}$$

$$= ৫৫০ \text{ সে.মি.}$$

চৌবাচ্চাটির প্রস্থ = ৪ মিটার

$$= (৪ \times ১০০) \text{ সে.মি.}$$

$$= ৪০০ \text{ সে.মি.}$$

চৌবাচ্চাটির উচ্চতা = ২ মিটার

$$= (২ \times ১০০) \text{ সে.মি.}$$

$$= ২০০ \text{ সে.মি.}$$

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

$$= (৫৫০ \times ৪০০ \times ২০০) \text{ ঘন সে.মি.}$$

$$= ৪৪০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}$$

আমরা জানি,

$$১০০০ \text{ ঘন সে.মি.} = ১ \text{ লিটার}$$

$$\therefore ১ \text{ " " " } = \frac{১}{১০০০} \text{ " " "}$$

$$\therefore ৪৪০০০০০০ \text{ " " " } = \frac{৪৪০০০০০০}{১০০০} \text{ " " "}$$

$$= ৪৪০০০ \text{ মিটার।}$$

আবার, ১ লিটার পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

$$৪৪০০ \text{ " " " } (১ \times ৪৪০০০) \text{ " বা } ৪৪০০০ \text{ কিলোগ্রাম}$$

সুতরাং চৌবাচ্চাটিতে ৪৪০০০ লিটার পানি আছে এবং পানির ওজন ৪৪০০০ কিলোগ্রাম।

২১। আয়তকার একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০.০০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে?

সমাধান :

১.৯০ টাকা ব্যয় হয় ১ বর্গমিটারে

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1.90} \\ \therefore 10260 \times \frac{1}{1.90} & \\ & = 5400 \text{ বর্গমিটার} \end{aligned}$$

\therefore আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫৪০০ বর্গমিটার
আবার,

ধরি ক্ষেত্রটির প্রস্থ ক মিটার
তাহলে দৈর্ঘ্য $১.৫ \times ক$ মিটার
প্রশ্নমতে,

$$ক \times ১.৫ \times ক = ৫৪০০$$

$$\text{বা, } ১.৫ক^২ = ৫৪০০$$

$$\text{বা, } ক^২ = \frac{৫৪০০}{১.৫}$$

$$\text{বা, } ক^২ = ৩৬০০$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{৩৬০০}$$

$$\therefore ক = ৬০$$

অর্থাৎ, প্রস্থ ৬০ মিটার এবং প্রস্থ (৬০×১.৫) মিটার বা ৯০ মিটার

$$\begin{aligned} \text{মাঠের পরিসীমা} &= ২(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ}) \\ &= ২(৯০ + ৬০) \text{ মিটার} \\ &= ২ \times ১৫০ \text{ মিটার} \\ &= ৩০০ \text{ মিটার} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে খরচ হবে } &(৩০০ \times ২.৫০) \text{ টাকা} \\ &= ৭৫০ \text{ টাকা} \end{aligned}$$

সুতরাং, ব্যয়ের পরিমাণ ৭৫০ টাকা।

২২। একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত?

সমাধান :

ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো।

অর্থাৎ ৩ মিটারের খরচ ৫৭৬ টাকা

$$\therefore \quad 1 \quad " \quad " \quad \frac{576}{3} \quad "$$

$$= 192 \text{ মিটার}$$

এখন, ১৯২ টাকা খরচ হয় যখন প্রস্থ ১ মিটার

$$\therefore \quad 1 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad \frac{1}{192} \quad "$$

$$\therefore \quad 9200 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad \frac{1 \times 9200}{192} \quad "$$

$$= 47.9 \text{ মিটার}$$

সুতরাং, ঘরটির প্রস্থ ৩৭.৫ মিটার।

২৩। ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তাকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৮ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর খরচ কত?

সমাধান :

পথসহ বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার

এবং পথসহ বাগানের প্রস্থ ৬০ মিটার

$$\therefore \text{পথসহ বাগানের ক্ষেত্রফল} = (80 \times 60) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 8000 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{পথবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য} = (80 - 8 \times 2) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 64 \text{ মিটার}$$

$$\text{পথবাদে বাগানের প্রস্থ} = (60 - 8 \times 2) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 44 \text{ মিটার}$$

$$\therefore \text{পথবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল} = (64 \times 44) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 2816 \text{ বর্গমিটার}$$

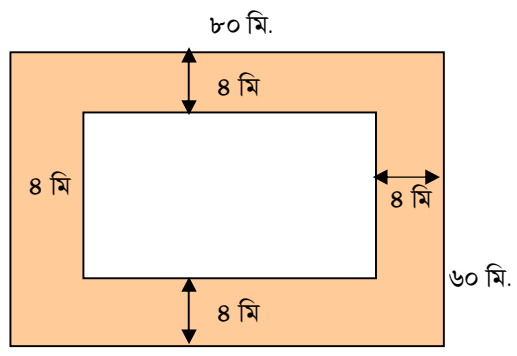
$$\therefore \text{পথের ক্ষেত্রফল} = (8000 - 2816) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= 5184 \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{পথ বাঁধানোর মোট খরচ} = (5184 \times 7.25) \text{ টাকা}$$

$$= 37584 \text{ টাকা}$$

সুতরাং, পথ বাঁধানোর খরচ ৩৭৫৮৪ টাকা



২৪। ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮.৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান :

$$28900 \text{ লিটার} = \frac{28900}{1000} \text{ ঘনমিটার} \quad [\because 1000 \text{ লিটার} = 1 \text{ ঘন মিটার}]$$

$$= 28.9 \text{ ঘন মিটার}$$

\therefore চৌবাচ্চার আয়তন ২৮.৯ ঘন মিটার।

ধরি, বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির পৃষ্ঠের দৈর্ঘ্য ক মিটার

$$\therefore \text{বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল} = ক \times ক \text{ মিটার}$$

$$= ক^2 \text{ মিটার}$$

দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির গভীরতা ২.৫ মিটার

$$\therefore \text{চৌবাচ্চাটির ক্ষেত্রফল} = (ক^2 \times ২.৫) \text{ ঘন মিটার}$$

$$= ২.৫ ক^2 \text{ ঘন মিটার}$$

প্রশ্নমতে,

$$২.৫ ক^2 = ২৮.৯$$

$$\text{বা, } ক^2 = \frac{২৮.৯}{২.৫}$$

$$\text{বা, } ক^2 = ১১.৫৬$$

$$\text{বা, } ক = \sqrt{১১.৫৬}$$

$$\therefore ক = ৩.৪$$

চৌবাচ্চার ভিতরের চার পৃষ্ঠে ও তলায় সীসার পাত লাগাতে হবে।

এখন,

$$\text{চৌবাচ্চার ভিতরের প্রতি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = (৩.৪ \times ২.৫) \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{চার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল} = (৩.৪ \times ২.৫ \times ৪) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৩৪ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{এবং তলার ক্ষেত্রফল} = (৩.৪ \times ৩.৪) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ১১.৫৬ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\therefore \text{মোট সীসার পাত লাগাতে হবে } (৩৪ + ১১.৫৬) \text{ বর্গমিটার}$$

$$= ৪৫.৫৬ \text{ বর্গমিটার}$$

$$\text{প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ হিসেবে } ৪৫.৫৬ \text{ বর্গমিটারে পাত লাগাতে খরচ হবে } (৪৫.৫৬ \times ১২.৫০) \text{ টাকা}$$

$$= ৫৬৯.৫০ \text{ টাকা}$$

সুতরাং মোট খরচ ৫৬৯.৫০ টাকা।

২৫। একটি ঘরের মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া। ৪মি. লম্বা ও ২.৫মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেতে সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

সমাধান :

ঘরটির মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া

∴ ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = ২৬ মি. × ২০ মি.

= ৫২০ বর্গমিটার

১টি মাদুর ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া

∴ ১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল = ৪ মি. × ২.৫ মি.

= ১০ বর্গমিটার

মাদুরের সংখ্যা = $\frac{\text{মেঝের ক্ষেত্রফল}}{\text{১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল}}$

= $\frac{৫২০}{১০}$ টি

= ৫২ টি

১টি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা

∴ ৫২টি " " (২৭.৫০ × ৫২) টাকা

= ১৪৩০ টাকা

সুতারাং, মাদুরের সংখ্যা ৫২টি এবং মোট খরচ হবে ১৪৩০ টাকা।

২৬। একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি.। বইটির পৃষ্ঠাসংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে, বইটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

২০০ পৃষ্ঠা = ১০০ পাতা

[∵ ২ পৃষ্ঠা = ১ পাতা]

১ পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি.

∴ ১০০ " " " (১০০ × ০.১) মি.মি.

= ১০ মি.মি.

= ১ সে.মি.

[∵ ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.]

বইটির দৈর্ঘ্য = ২৫ সে.মি.

প্রস্থ = ১৮ সে.মি.

∴ বইটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × পুরুত্ব)

= (২৫ × ১৮ × ১) ঘন সে.মি.

= ৪৫০ ঘন সে.মি.

সুতারাং বইটির আয়তন ৪৫০ ঘন সে.মি.।

২৭। একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং পুকুরের পানির গভীরতা ৩ মিটার। একটি মেশিন দ্বারা পুকুরটি পানিশূন্য করা হচ্ছে যা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান :

পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৩২ মিটার

প্রস্থ = ২০ মিটার

গভীরতা = ৩ মিটার

পুকুরটির আয়তন = (৩২ × ২০ × ৩) ঘন মিটার

= ১৯২০ ঘন মিটার

০.১ ঘন সে.মি পানি সেচতে পারে ১ সেকেন্ডে

∴ ১ " " " " " $\frac{1}{0.1}$ "

∴ ১৯২০ " " " " " $\frac{1 \times 1920}{0.1}$ "

= ১৯২০০ সেকেন্ডে

= $\frac{19200}{60}$ মিনিট [∵ ৬০ সেকেন্ড = ১ মিনিট]

= ৩২০ মিনিট

= $\frac{320}{60}$ ঘন্টা [∵ ৬০ মিনিট = ১ ঘন্টা]

= ৫ ঘন্টা ২০ মিনিট

সুতরাং, পুকুরটি পানিশূন্য করতে ৫ ঘন্টা ২০ মিনিট সময় লাগবে।

২৮। ৩ মিটার দৈর্ঘ্য, ২ মিটার প্রস্থ ও ১ মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি খালি চৌবাচ্চায় ৫০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব ঘনক রাখা আছে। চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ করার পর ঘনকটি তুলে আনা হলে, পানির গভীরতা কত হবে?

সমাধান :

চৌবাচ্চার আয়তন = (৩ × ২ × ১) ঘন মিটার

= ৬ ঘন মিটার

৫০ সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ঘনকের আয়তন = (৫০)^৩ ঘন সে.মি.

= ১২৫০০০ ঘন সে.মি.

= $\frac{125000}{1000000}$ ঘন মিটার

[∵ ১০০০০০০ ঘন সে.মি.=১ঘন মি.]

= ০.১২৫ ঘন মিটার

$$= ৫.৮৭৫ \text{ ঘন মিটার}$$

৬ ঘন মিটার আয়তনের পানি গভীরতা ১ মিটার

$$\therefore ১ \text{ ” ” ” ” ” ” } \frac{১}{৬} \text{ ”}$$

$$\therefore ৫.৮৭৫ \text{ ” ” ” ” ” ” } \frac{৫.৮৭৫}{৬} \text{ ”}$$

$$= ০.৯৭৯১৬ \text{ মিটার}$$

সুতরাং, গভীরতা হবে ০.৯৭৯১৬ মিটার বা ৯৭.৯২ সে.মি. । (প্রায়)

tanbircox.blogspot.com

চতুর্থ ৪ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

সূত্র ১। $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

সূত্র ২। $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

সূত্র ৩। $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

সূত্র ৪। $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫। $2(a^2 + b^2) = (a + b)^2 + (a - b)^2$

অনুসিদ্ধান্ত ৬। $4ab = (a + b)^2 - (a - b)^2$ বা, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

উদাহরণ ১। $3x + 5y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + 5y)^2 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2 \\ &= 9x^2 + 30xy + 25y^2\end{aligned}$$

উদাহরণ ২। বর্গের সূত্র ব্যবহার করে ২৫ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(25)^2 &= (20 + 5)^2 \\ &= (20)^2 + 2 \times 20 \times 5 + (5)^2 \\ &= 400 + 200 + 25 \\ &= 625\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। $4x - 7y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(4x - 7y)^2 &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7y + (7y)^2 \\ &= 16x^2 - 56xy + 49y^2\end{aligned}$$

উদাহরণ ৪। $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\&= (8)^2 - 2 \times 15 \\&= 64 - 30 \\&= 34\end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। $a - b = 7$ এবং $ab = 60$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\&= (7)^2 + 2 \times 60 \\&= 49 + 120 \\&= 169\end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। $x - y = 3$ এবং $xy = 10$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\&= (3)^2 + 4 \times 10 \\&= 9 + 40 \\&= 49\end{aligned}$$

উদাহরণ ৭। $a + b = 7$ এবং $ab = 10$ হলে, $(a - b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\&= (7)^2 - 4 \times 10 \\&= 49 - 40 \\&= 9\end{aligned}$$

উদাহরণ ৮। $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \times x \times \frac{1}{x}$$

$$\begin{aligned}
&= (5)^2 + 4 \\
&= 25 + 4 \\
&= 29
\end{aligned}$$

কাজ :

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
(2a + 5b)^2 &= (2a)^2 + 2 \times 2a \times 5b + (5b)^2 \\
&= 4a^2 + 20ab + 25b^2
\end{aligned}$$

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
(4x - 7)^2 &= (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + (7)^2 \\
&= 16x^2 - 56x + 49
\end{aligned}$$

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\
&= (7)^2 - 2 \times 9 \\
&= 49 - 18 \\
&= 31
\end{aligned}$$

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
(x + y)^2 &= (x - y)^2 + 4xy \\
&= (5)^2 + 4 \times 6 \\
&= 25 + 24 \\
&= 49
\end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। সূত্রের সাহায্যে $3p + 4$ কে $3p - 4$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (3p + 4)(3p - 4) \\ &= (3p)^2 - (4)^2 \\ &= 9p^2 - 16 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১০। সূত্রের সাহায্যে $5m + 8$ কে $5m + 9$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \text{আমরা জানি, } (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\ & \therefore (5m + 8)(5m + 9) \\ &= (25m)^2 + (8 + 9) \times 5m + 8 \times 9 \\ &= 25m^2 + 17 \times 5m + 72 \\ &= 25m^2 + 85m + 72 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১১। সরল কর : $(5a - 7b)^2 + 2(5a - 7b)(9b - 4a) + (9b - 4a)^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \text{ধরি, } (5a - 7b) = x \\ & \text{এবং } (9b - 4a) = y \\ & \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^2 + 2xy + y^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= (5a - 7b + 9b - 4a)^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (a + 2b)^2 \\ &= a^2 + 4ab + 4b^2 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১২। $(x + 6)(x + 4)$ কে দুইটি রাশির অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$\text{আমরা জানি, } ab = \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 - \left(\frac{a-b}{2} \right)^2$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (x+6)(x+4) &= \left\{ \frac{(x+6)+(x+4)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(x+6)-(x+4)}{2} \right\}^2 \\
 &= \left(\frac{x+6+x+4}{2} \right)^2 - \left(\frac{x+6-x-4}{2} \right)^2 \\
 &= \left(\frac{2x+10}{2} \right)^2 - \left(\frac{2}{2} \right)^2 \\
 &= \left\{ \frac{2(x+5)}{2} \right\}^2 - (1)^2 \\
 &= (x+5)^2 - (1)^2
 \end{aligned}$$

উদাহরণ ১৩। $x=4$, $y=-8$ এবং $z=5$ হলে, $25(x+y)^2 - 20(x+y)(y+z) + 4(y+z)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

ধরি, $x+y=a$

এবং $y+z=b$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 25a^2 - 20ab + 4b^2 \\
 &= (5a)^2 - 2 \times 5a \times 2b + (2b)^2 \\
 &= (5a - 2b)^2 \\
 &= \{5(x+y) - 2(y+z)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= (5x + 5y - 2y - 2z)^2 \\
 &= (5x + 3y - 2z)^2 \\
 &= (5 \times 4 + 3 \times -8 - 2 \times 5)^2 \quad [x, y \text{ ও } z \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= (20 - 24 - 10)^2 \\
 &= (-14)^2 \\
 &= 196
 \end{aligned}$$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $(5x+7y)$ ও $(5x-7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। সূত্রের সাহায্যে $(x+10)$ ও $(x-14)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

৩। $(4x-3y)(6x+5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $(5x + 7y)$ ও $(5x - 7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (5x + 7y)(5x - 7y) \\ &= (5x)^2 - (7y)^2 \\ &= 25x^2 - 49y^2 \end{aligned}$$

২। সূত্রের সাহায্যে $x + 10$ ও $x - 14$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \text{আমরা জানি, } (x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab \\ & \therefore (x + 10)(x - 14) \\ &= (x)^2 + (10 - 14)x - 10 \times 14 \\ &= x^2 - 4x - 140 \end{aligned}$$

৩। $(4x - 3y)(6x + 5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$$\text{আমরা জানি, } ab = \left(\frac{a+b}{2} \right)^2 - \left(\frac{a-b}{2} \right)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (4x - 3y)(6x + 5y) &= \left\{ \frac{(4x - 3y) + (6x + 5y)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(4x - 3y) - (6x + 5y)}{2} \right\}^2 \\ &= \left(\frac{4x - 3y + 6x + 5y}{2} \right)^2 - \left(\frac{4x - 3y - 6x - 5y}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{10x + 2y}{2} \right)^2 - \left(\frac{-2x - 8y}{2} \right)^2 \\ &= \left\{ \frac{2(5x + y)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{-2(x + 4y)}{2} \right\}^2 \\ &= (5x + y)^2 - (x + 4y)^2 \end{aligned}$$

সূত্র ১। $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

উদাহরণ ১৪। $2x + 3y + 5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $2x = a$, $3y = b$ এবং $5z = c$

\therefore প্রদত্ত রাশির বর্গ $= (a + b + c)^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

$= (2x)^2 + (3y)^2 + (5z)^2 + 2 \times 2x \times 3y + 2 \times 3y \times 5z + 2 \times 2x \times 5z$

$= 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$ [a, b, ও c মান বসিয়ে]

$\therefore (4x + 3y + 5z)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 25z^2 + 12xy + 30yz + 20xz$

উদাহরণ ১৫। $5a - 6b - 7c$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(5a - 6b - 7c)^2$

$\{(5a) - (6b + 7c)\}^2$

$= (5a)^2 - 2 \times (5a) \times (6b + 7c) + (6b + 7c)^2$

$= 25a^2 - 10a(6b + 7c) + (6b)^2 + 2 \times (6b) \times (7c) + (7c)^2$

$= 25a^2 - 60ab - 70ac + 36b^2 + 84bc + 49c^2$

$= 25a^2 + 36b^2 + 49c^2 - 60ab + 84bc - 70ac$

বিকল্প সমাধান :

আমরা জানি, $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$

এখানে, $5x = a$, $-6b = y$ এবং $-7c = z$ ধরে

$(5a - 6b - 7c)^2 = (25a)^2 + (-6b)^2 + (-7c)^2$

$+ 2 \times (5a) \times (-6b) + 2 \times (-6b) \times (-7c) + 2 \times (-7c) \times (5a)$

$= 25a^2 + 36b^2 + 49c^2 - 60ab + 84bc - 70ac$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

১। $ax + by + c$

২। $4x + 5y - 7z$

১। $ax + by + c$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(ax + by + c)^2 = (ax)^2 + (by)^2 + c^2 + 2 \times (ax) \times (by) + 2 \times (by) \times c + 2 \times c \times (ax) \\ = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2abxy + 2bcy + 2acx$$

২। $4x + 5y - 7z$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x + 5y - 7z)^2 = (4x)^2 + (5y)^2 + (-7z)^2 + 2(4x)(5y) + 2(5y)(-7z) + 2(4x)(-7z) \\ = 16x^2 + 25y^2 + 49z^2 + 40xy - 70yz - 56xz$$

অনুশীলনী ৪.১

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গনির্ণয় কর :

(ক) $5a + 7b$

(খ) $6x + 3$

(গ) $7p - 2q$

(ঘ) $ax - by$

(ঙ) $x^3 + xy$

(চ) $11a - 12b$

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$

(জ) $-x - y$

(ঝ) $-xyz - abc$

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$

(ট) 108

(ঠ) 606

(ড) 597

(ঢ) $a - b + c$

(ণ) $ax + b + 2$

(ত) $xy + yz - zx$

(থ) $3p + 2q - 5r$

(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

(ক) $5a + 7b$

সমাধান :

$$5a + 7b \text{ এর বর্গ} \\ = (5a + 7b)^2 \\ = (5a)^2 + 2 \times (5a) \times (7b) + (7b)^2 \\ = 25a^2 + 70ab + 49b^2$$

(খ) $6x + 3$

সমাধান :

$$6x + 3 \text{ এর বর্গ} \\ = (6x + 3)^2 \\ = (6x)^2 + 2 \times (6x) \times (3) + (3)^2 \\ = 36x^2 + 36x + 9$$

(গ) $7p - 2q$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 7p - 2q \text{ এর বর্গ} \\ &= (7p - 2q)^2 \\ &= (7p)^2 - 2 \times (7p) \times (2q) + (2q)^2 \\ &= 49p^2 - 28pq + 4q^2 \end{aligned}$$

(ঙ) $x^3 + xy$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^3 + xy \text{ এর বর্গ} \\ &= (x^3 + xy)^2 \\ &= (x^3)^2 + 2 \times (x^3) \times (xy) + (xy)^2 \\ &= x^6 + 2x^4y + x^2y^2 \end{aligned}$$

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 6x^2y - 5xy^2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (6x^2y - 5xy^2)^2 \\ &= (6x^2y)^2 - 2 \times (6x^2y) \times (5xy^2) + (5xy^2)^2 \\ &= 36x^4y^2 - 60x^3y^3 + 25x^2y^4 \end{aligned}$$

(ঝ) $-xyz - acb$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & -xyz - acb \text{ এর বর্গ} \\ &= (-xyz - acb)^2 \\ &= \{-(xyz + abc)\}^2 \\ &= (xyz + abc)^2 \\ &= (xyz)^2 + 2 \times (xyz) \times (abc) + (abc)^2 \\ &= x^2y^2z^2 + 2xyzabc + a^2b^2c^2 \end{aligned}$$

(ঘ) $ax - by$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & ax - by \text{ এর বর্গ} \\ &= (ax - by)^2 \\ &= (ax)^2 - 2 \times (ax) \times (by) + (by)^2 \\ &= a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2 \end{aligned}$$

(চ) $11a - 12b$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 11a - 12b \text{ এর বর্গ} \\ &= (11a - 12b)^2 \\ &= (11a)^2 - 2 \times (11a) \times (12b) + (12b)^2 \\ &= 121a^2 - 264ab + 144b^2 \end{aligned}$$

(জ) $-x - y$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & -x - y \text{ এর বর্গ} \\ &= (-x - y)^2 \\ &= \{-(x + y)\}^2 \\ &= (x + y)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 \end{aligned}$$

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2x^3 - b^2y^4 \text{ এর বর্গ} \\ &= (a^2x^3 - b^2y^4)^2 \\ &= (a^2x^3)^2 - 2 \times (a^2x^3) \times (b^2y^4) + (b^2y^4)^2 \\ &= a^4x^6 - 2a^2b^2x^3y^4 + b^4y^8 \end{aligned}$$

(ট) 108

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 108 \text{ এর বর্গ} \\ &= (108)^2 \\ &= (100 + 8)^2 \\ &= (100)^2 + 2 \times (100) \times (8) + (8)^2 \\ &= 10000 + 1600 + 64 \\ &= 11664 \end{aligned}$$

(ড) 597

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 597 \text{ এর বর্গ} \\ &= (597)^2 \\ &= (600 - 3)^2 \\ &= (600)^2 - 2 \times (600) \times (3) + (3)^2 \\ &= 360000 - 36000 + 9 \\ &= 360009 - 3600 \\ &= 356409 \end{aligned}$$

(ণ) $ax + b + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & ax + b + 2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (ax + b + 2)^2 \\ &= \{(ax + b) + 2\}^2 \\ &= (ax + b)^2 + 2 \times (ax + b) \times (2) + (2)^2 \\ &= a^2x^2 + 2abx + b^2 + 4ax + 4b + 4 \\ &= a^2x^2 + b^2 + 2abx + 4b + 4ax + 4 \end{aligned}$$

(ঠ) 606

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 606 \text{ এর বর্গ} \\ &= (606)^2 \\ &= (600 + 6)^2 \\ &= (600)^2 + 2 \times (600) \times (6) + (6)^2 \\ &= 360000 + 7200 + 36 \\ &= 367236 \end{aligned}$$

(ঢ) $a - b + c$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a - b + c \text{ এর বর্গ} \\ &= (a - b + c)^2 \\ &= \{(a - b) + c\}^2 \\ &= (a - b)^2 + 2 \times (a - b) \times (c) + (c)^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2 \\ &= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac \end{aligned}$$

(ভ) $xy + yz - zx$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & xy + yz - zx \text{ এর বর্গ} \\ &= (xy + yz - zx)^2 \\ &= \{xy + (yz - zx)\}^2 \\ &= (xy)^2 + 2 \times (xy) \times (yz - zx) + (yz - zx)^2 \\ &= x^2y^2 + 2xy^2z - 2x^2yz + (yz)^2 - 2(yz)(zx) + (zx)^2 \\ &= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 - 2x^2yz + 2xy^2z - 2xyz^2 \end{aligned}$$

(শ) $3p + 2q - 5r$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3p + 2q - 5r \text{ এর বর্গ} \\ &= (3p + 2q - 5r)^2 \\ &= \{3p + (2q - 5r)\}^2 \\ &= (3p)^2 + 2 \times (3p) \times (2q - 5r) + (2q - 5r)^2 \\ &= 9p^2 + 12pq - 30qr + (2q)^2 - 2(2q)(5r) + (5r)^2 \\ &= 9p^2 + 12pq - 30qr + 4q^2 - 20qr + 5r^2 \\ &= 9p^2 + 4q^2 + 5r^2 + 12pq - 30qr - 20qr \end{aligned}$$

(ধ) $7a^2 + 8b^2 - 5c^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 7a^2 + 8b^2 - 5c^2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (7a^2 + 8b^2 - 5c^2)^2 \\ &= \{7a^2 + (8b^2 - 5c^2)\}^2 \\ &= (7a^2)^2 + 2(7a^2)(8b^2 - 5c^2) + (8b^2 - 5c^2)^2 \\ &= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + (8b^2)^2 - 2(8b^2)(5c^2) + (5c^2)^2 \\ &= 49a^4 + 112a^2b^2 - 70a^2c^2 + 64b^4 - 80b^2c^2 + 25c^4 \\ &= 49a^4 + 64b^4 + 25c^4 + 112a^2b^2 - 80b^2c^2 - 70a^2c^2 \end{aligned}$$

(দ) $x^2 - y^2 - z^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - z^2 \text{ এর বর্গ} \\ &= (x^2 - y^2 - z^2)^2 \\ &= \{(x^2 - y^2) - z^2\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 - 2 \times (x^2 - y^2) \times (z^2) + (z^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4 - 2x^2z^2 + 2x^2z^2 + z^4 \\ &= x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 + 2y^2z^2 - 2x^2z^2 \end{aligned}$$

২। সরল কর :

(ক) $(x + y)^2 + 2(x + y)(x - y) + (x - y)^2$

(খ) $(2a + 3b)^2 - 2(2a + 3b)(3b - a) + (3b - a)^2$

(গ) $(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2$

(ঘ) $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$

(ঙ) $(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)$

(ক) $(x+y)^2 + 2(x+y)(x-y) + (x-y)^2$

সমাধান :

ধরি, $x + y = a$

এবং $x - y = b$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a + b)^2 \\ &= (x + y + x - y)^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (2x)^2 \\ &= 4x^2\end{aligned}$$

(খ) $(2a+3b)^2 - 2(2a+3b)(3b-a) + (3b-a)^2$

সমাধান :

ধরি, $2a + 3b = x$

এবং $3b - a = y$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 2xy + y^2 \\ &= (x - y)^2 \\ &= \{(2a + 3b) - (3b - a)\}^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (2a + 3b - 3b + a)^2 \\ &= (3a)^2 \\ &= 9a^2\end{aligned}$$

(গ) $(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}&(3x^2 + 7y^2)^2 + 2(3x^2 + 7y^2)(3x^2 - 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)^2 \\ &= \{(3x^2 + 7y^2) + (3x^2 - 7y^2)\}^2 \\ &= (3x^2 + 7y^2 + 3x^2 - 7y^2)^2 \\ &= (6x^2)^2 \\ &= 36x^4\end{aligned}$$

(ঘ) $(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$

সমাধান :

$$(8x + y)^2 - (16x + 2y)(5x + y) + (5x + y)^2$$
$$= (8x + y)^2 - 2(8x + y)(5x + y) + (5x + y)^2$$

ধরি, $8x + y = a$

এবং $5x + y = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 - 2ab + b^2$$
$$= (a - b)^2$$
$$= \{(8x + y) - (5x + y)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$$
$$= (8x + y - 5x - y)^2$$
$$= (3x)^2$$
$$= 9x^2$$

(ঙ) $(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)$

সমাধান :

$$(5x^2 - 3x - 2)^2 + (2 + 5x^2 - 3x)^2 - 2(5x^2 - 3x + 2)(2 + 5x^2 - 3x)$$

ধরি, $5x^2 - 3x - 2 = a$

এবং $2 + 5x^2 - 3x = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^2 + b^2 - 2ab$$
$$= a^2 - 2ab + b^2$$
$$= (a - b)^2$$
$$= \{(5x^2 - 3x - 2) - (2 + 5x^2 - 3x)\}^2 \quad [a \text{ ও } b \text{ এর মান বসিয়ে}]$$
$$= (5x^2 - 3x - 2 - 2 - 5x^2 + 3x)^2$$
$$= (-4)^2$$
$$= 16$$

৩। সূত্র প্রয়োগ করে গুণফল নির্ণয় কর :

- | | |
|------------------------------------|---|
| (ক) $(x + 7)(x - 7)$ | (খ) $(5x + 13)(5x - 13)$ |
| (গ) $(xy + yz)(xy - yz)$ | (ঘ) $(ax + b)(ax - b)$ |
| (ঙ) $(a + 3)(a + 4)$ | (চ) $(ax + 3)(ax + 4)$ |
| (ছ) $(6x + 17)(6x - 13)$ | (জ) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$ |
| (ঝ) $(ax - by + cz)(ax + by - cz)$ | (ঞ) $(3a - 10)(3a - 5)$ |
| (ট) $(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$ | (ঠ) $(ax + by + 5)(ax + by + 3)$ |

(ক) $(x + 7)(x - 7)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &(x + 7)(x - 7) \\ &= (x)^2 - (7)^2 \\ &= x^2 - 49 \end{aligned}$$

(গ) $(xy + yz)(xy - yz)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &(xy + yz)(xy - yz) \\ &= (xy)^2 - (yz)^2 \\ &= x^2y^2 - y^2z^2 \end{aligned}$$

(ঙ) $(a + 3)(a + 4)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &(a + 3)(a + 4) \\ &\text{আমরা জানি,} \\ &(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\ &\therefore (a + 3)(a + 4) \\ &= a^2 + (3 + 4)a + (3)(4) \\ &= a^2 + 7a + 12 \end{aligned}$$

(খ) $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &(5x + 13)(5x - 13) \\ &= (5x)^2 - (13)^2 \\ &= 25x^2 - 169 \end{aligned}$$

(ঘ) $(ax + b)(ax - b)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &(ax + b)(ax - b) \\ &= (ax)^2 - (b)^2 \\ &= a^2x^2 - b^2 \end{aligned}$$

(চ) $(ax + 3)(ax + 4)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} &(ax + 3)(ax + 4) \\ &\text{আমরা জানি,} \\ &(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\ &\therefore (ax + 3)(ax + 4) \\ &= (ax)^2 + (3 + 4)ax + (3)(4) \\ &= a^2x^2 + 7ax + 12 \end{aligned}$$

(ছ) $(6x + 17)(6x - 13)$

সমাধান :

$$(6x + 17)(6x - 13)$$

আমরা জানি,

$$(x + a)(x - b) = x^2 + (a - b)x - ab$$

$$\therefore (6x + 17)(6x - 13)$$

$$= (6x)^2 + (17 - 13)6x - (17)(13)$$

$$= 36x^2 + 4x - 221$$

(ঝ) $(ax - by + cz)(ax + by - cz)$

সমাধান :

$$(ax - by + cz)(ax + by - cz)$$

$$= \{(ax) - (by - cz)\} \{(ax) + (by - cz)\}$$

$$= (ax)^2 - (by - cz)^2$$

$$= a^2x^2 - \{(by)^2 - 2(by)(cz) + (cz)^2\}$$

$$= a^2x^2 - b^2y^2 + 2bcyz - c^2z^2$$

(ট) $(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$

সমাধান :

$$(5a + 2b - 3c)(5a + 2b + 3c)$$

$$= \{(5a + 2b) - (3c)\} \{(5a + 2b) + (3c)\}$$

$$= (5a + 2b)^2 - (3c)^2$$

$$= (5a)^2 + 2(5a)(2b) + (2b)^2 - (3c)^2$$

$$= 25a^2 + 20ab + 4b^2 - 9c^2$$

(জ) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$

সমাধান :

$$(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(a^4 + b^4)$$

$$= \{(a^2)^2 - (b^2)^2\}(a^4 + b^4)$$

$$= (a^4 - b^4)(a^4 + b^4)$$

$$= (a^4)^2 - (b^4)^2$$

$$= a^8 - b^8$$

(ঞ) $(3a - 10)(3a - 5)$

সমাধান :

$$(3a - 10)(3a - 5)$$

আমরা জানি,

$$(x - a)(x - b) = x^2 - (a + b)x + ab$$

$$\therefore (3a - 10)(3a - 5)$$

$$= (3a)^2 - (10 + 5)3a + (10)(5)$$

$$= 9a^2 - (15)3a + 50$$

$$= 9a^2 - 45a + 50$$

(ঠ) $(ax + by + 5)(ax + by + 3)$

$$= \{(ax + by) + (5)\} \{(ax + by) + (3)\}$$

সমাধান :

$$(ax + by + 5)(ax + by + 3)$$

আমরা জানি,

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$\therefore (ax + by)^2 + (5 + 3)(ax + by) + (5)(3)$$

$$= (ax)^2 + 2(ax)(by) + (by)^2 + 8(ax + by) + 15$$

$$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 + 8ax + 8by + 15$$

৪। $a = 4$, $b = 6$ এবং $c = 3$ হলে $4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 4$, $b = 6$

এবং $c = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 4a^2b^2 - 16ab^2c + 16b^2c^2 \\ &= (2ab)^2 - 2 \times 2ab \times 4bc + (4bc)^2 \\ &= (2ab - 4bc)^2 \\ &= (2 \times 4 \times 6 - 4 \times 6 \times 3)^2 \quad [a, b \text{ ও } c \text{ এর মান বসিয়ে}] \\ &= (48 - 72)^2 \\ &= (-24)^2 \\ &= 576\end{aligned}$$

৫। $x - \frac{1}{x} = 3$ হলে, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 + \frac{1}{x^2} \\ &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} \\ &= (3)^2 + 2 \quad \left[\because x - \frac{1}{x} = 3 \right] \\ &= 9 + 2 \\ &= 11\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 11.

৬। $a + \frac{1}{a} = 4$ হলে, $a^4 + \frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 4$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{ \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \times a \times \frac{1}{a} \right\}^2 - 2$$

$$= \{(4)^2 - 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (16 - 2)^2 - 2$$

$$= (14)^2 - 2$$

$$= 196 - 2$$

$$= 194$$

৭। $m = 6$, $n = 7$ হলে, $16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $m^2 + n^2 = a$

এবং $3m^2 - 2n^2 = b$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= 16(m^2 + n^2)^2 + 56(m^2 + n^2)(3m^2 - 2n^2) + 49(3m^2 - 2n^2)^2$

$$= 16(a)^2 + 56(a)(b) + 49(b)^2$$

$$= (4a)^2 + 2(4a)(7b) + (7b)^2$$

$$= (4a + 7b)^2$$

$$= \{4(m^2 + n^2) + 7(3m^2 - 2n^2)\}^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\begin{aligned}
&= \{4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14n^2\}^2 \\
&= \{25m^2 - 10n^2\}^2 \\
&= \{25 \times (6)^2 - 10 \times (7)^2\}^2 \quad [m \text{ ও } n \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
&= \{25 \times 36 - 10 \times 49\}^2 \\
&= \{900 - 490\}^2 \\
&= \{410\}^2 \\
&= 168100
\end{aligned}$$

৮। $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 4$

দেখাতে হবে যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

বামপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$

$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$

$$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$$

$$= \{(m)^2 + 2\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (m^2 + 2)^2 - 2$$

$$= (m^2)^2 + 2 \times m^2 \times 2 + (2)^2 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2$$

$$= m^4 + 4m^2 + 2$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

৯। $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

$$\text{বামপক্ষ} = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x}$$

$$= (4)^2 + 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 16 + 2$$

$$= 18$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

১০। $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

$$\text{বামপক্ষ} = m^4 + \frac{1}{m^4}$$

$$\begin{aligned}
&= (m^2)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2 \\
&= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2} \\
&= \left\{ \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m} \right\}^2 - 2 \\
&= \{(2)^2 - 2\}^2 - 2 \quad \text{[মান বসিয়ে]} \\
&= (4 - 2)^2 - 2 \\
&= (2)^2 - 2 \\
&= 4 - 2 \\
&= 2 \\
&= \text{ডানপক্ষ} \\
\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} &= 2 \quad (\text{প্রমাণিত})
\end{aligned}$$

১১। $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x - y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + y = 12$

এবং $xy = 27$

$$\begin{aligned}
\text{প্রথম রাশি} &= (x - y)^2 \\
&= (x + y)^2 - 4xy \\
&= (12)^2 - 4 \times 27 \\
&= 144 - 108 \\
&= 36
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{এবং } x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\
&= (12)^2 - 2 \times 27 \\
&= 144 - 54 \\
&= 90
\end{aligned}$$

১২। $a + b = 13$ এবং $a - b = 3$ হলে, $2a^2 + 2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + b = 13$

এবং $a - b = 3$

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 2a^2 + 2b^2 \\ &= 2(a^2 + b^2) \\ &= (a + b)^2 + (a - b)^2 \\ &= (13)^2 - (3) \\ &= 169 + 9 \\ &= 178\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{এবং } ab &= \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2 \\ &= \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= \frac{169}{4} - \frac{9}{4} \\ &= \frac{169 - 9}{4} \\ &= \frac{160}{4} \\ &= 40\end{aligned}$$

১৩। দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর :

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| (ক) $(5p - 3q)(p + 7q)$ | (খ) $(6a + 9b)(7b - 8a)$ |
| (গ) $(3x + 5y)(7x - 5y)$ | (ঘ) $(5x + 13)(5x - 13)$ |

(ক) $(5p - 3q)(p + 7q)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (5p - 3q)(p + 7q) &= \left\{ \frac{(5p - 3q) + (p + 7q)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(5p - 3q) - (p + 7q)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{5p - 3q + p + 7q}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{5p - 3q - p - 7q}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{6p + 4q}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{4p - 10q}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2(3p + 2q)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(2p - 5q)}{2} \right\}^2 \\ &= (3p + 2q)^2 - (2p - 5q)^2\end{aligned}$$

(খ) $(6a + 9b)(7b - 8a)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (6a + 9b)(7b - 8a) &= \left\{ \frac{(6a + 9b) + (7b - 8a)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(6a + 9b) - (7b - 8a)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{6a + 9b + 7b - 8a}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{6a + 9b - 7b + 8a}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{16b - 2a}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{14a + 2b}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{2(8b - a)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{2(7a + b)}{2} \right\}^2 \\ &= (8b - a)^2 - (7a + b)^2\end{aligned}$$

(গ) $(3x + 5y)(7x - 5y)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (3x + 5y)(7x - 5y) &= \left\{ \frac{(3x + 5y) + (7x - 5y)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(3x + 5y) - (7x - 5y)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{3x + 5y + 7x - 5y}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{3x + 5y - 7x + 5y}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{10x}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{-2x + 10y}{2} \right\}^2 \\ &= (5x)^2 - \left\{ \frac{-2(x - 5y)}{2} \right\}^2 \\ &= (5x)^2 - (x - 5y)^2\end{aligned}$$

(ঘ) $(5x + 13)(5x - 13)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\begin{aligned}\therefore (5x + 13)(5x - 13) &= \left\{ \frac{(5x + 13) + (5x - 13)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(5x + 13) - (5x - 13)}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{5x + 13 + 5x - 13}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{5x + 13 - 5x + 13}{2} \right\}^2 \\ &= \left\{ \frac{10x}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{26}{2} \right\}^2 \\ &= (5x)^2 - (13)^2\end{aligned}$$

চতুর্থ 4.2 ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

$$\text{সূত্র : } (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{অনুসিদ্ধান্ত : } a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$$

$$\text{সূত্র : } (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\text{অনুসিদ্ধান্ত : } a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$$

উদাহরণ ১৬। $3x + 2y$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + 2y)^3 &= (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times 2y + 3 \times (3x) \times (2y)^2 + (2y)^3 \\&= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times 2y + 3 \times 3x \times 4y^2 + 8y^3 \\&= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৭। $2a + 5b$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2a + 5b)^3 &= (2a)^3 + 3 \times (2a)^2 \times 5b + 3 \times (2a) \times (5b)^2 + (5b)^3 \\&= 8a^3 + 3 \times 4a^2 \times 5b + 3 \times 2a \times 25b^2 + 125b^3 \\&= 8a^3 + 60a^2b + 150ab^2 + 125b^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৮। $m - 2n$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(m - 2n)^3 &= (m)^3 - 3 \times (m)^2 \times 2n + 3 \times m \times (2n)^2 - (2n)^3 \\&= m^3 - 3m^2 \times 2n + 3m \times 4n^2 - 8n^3 \\&= m^3 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৯। $4x - 5y$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(4x - 5y)^3 &= (4x)^3 - 3 \times (4x)^2 \times 5y + 3 \times m \times (5y)^2 - (5y)^3 \\&= 64x^3 - 3 \times 16x^2 \times 5y + 3 \times 4x \times 25y^2 - 125y^3 \\&= 64x^3 - 240x^2y + 300xy^2 - 125y^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ২০। $x + y - z$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x + y - z) &= \{(x + y) - z\}^3 \\&= (x + y)^3 - 3 \times (x + y)^2 \times z + 3 \times (x + y) \times (z)^2 - (z)^3 \\&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3z(x^2 + 2xy + y^2) + 3xz^2 + 3yz^2 - z^3 \\&= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2z - 6xyz - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - z^3 \\&= x^3 + y^3 - z^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 3x^2z - 3y^2z + 3xz^2 + 3yz^2 - 6xyz\end{aligned}$$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

১। $ab + bc$

২। $2x - 5y$

৩। $2x - 3y - z$

১। $ab + bc$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(ab + bc)^3 &= (ab)^3 + 3(ab)^2 \times bc + 3ab(bc)^2 + (bc)^3 \\&= a^3b^3 + 3a^2b^2bc + 3abb^2c^2 + b^3c^3 \\&= a^3b^3 + b^3c^3 + 3a^2b^3c + 3ab^3c^2\end{aligned}$$

২। $2x - 5y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2x - 5y)^3 &= (2x)^3 - 3 \times (2x)^2 \times 5y + 3 \times 2x \times (5y)^2 - (5y)^3 \\&= 8x^3 - 15y \times 4x^2 + 6x \times 25y^2 - 125y^3 \\&= 8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3\end{aligned}$$

৩। $2x - 3y - z$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2x - 3y - z)^3 \\ &= \{(2x - 3y) - z\}^3 \\ &= (2x - 3y)^3 - 3(2x - 3y)^2 \cdot z + 3(2x - 3y) \cdot z^2 - (z)^3 \\ &= (2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot 3y + 3 \cdot 2x \cdot (3y)^2 - (3y)^3 - 3z\{(2x)^2 - 2(2x)(3y) + (3y)^2\} + 3z^2(2x - 3y) - z^3 \\ &= 8x^3 - 36yx^2 + 54xy^2 - 27y^3 - 12x^2z + 36xyz - 27y^2z + 6xz^2 - 9yz^2 - z^3 \\ &= 8x^3 - 27y^3 - z^3 - 36x^2y - 12x^2z + 54xy^2 - 27y^2z + 6xz^2 - 9yz^2 + 36xyz \end{aligned}$$

উদাহরণ ২১। সরল কর :

$$(4m + 2n)^3 + 3(4m + 2n)^2(m - 2n) + 3(4m + 2n)(m - 2n)^2 + (m - 2n)^3$$

সমাধান :

ধরি, $4m + 2n = a$ এবং $m - 2n = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= (4m + 2n + m - 2n)^3 \\ &= (5m)^3 \\ &= 125m^3 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২২। সরল কর :

$$(4a - 8b)^3 - (3a - 9b)^3 - 3(a + b)(4a - 8b)(3a - 9b)$$

সমাধান :

ধরি, $4a - 8b = x$ এবং $3a - 9b = y$

$$\begin{aligned} \therefore x - y &= (4a - 8b) - (3a - 9b) \\ &= 4a - 8b - 3a + 9b \\ &= a + b \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{এখন প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - y^3 - 3(x - y)xy \\ &= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \\ &= (x - y)^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৩। $a + b = 3$ এবং $ab = 2$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\&= (3)^3 - 3 \times 2 \times 3 \\&= 27 - 18 \\&= 9\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৪। $x - y = 10$ এবং $xy = 30$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}x^3 - y^3 &= (x - y)^3 + 3xy(x - y) \\&= (10)^3 + 3 \times 30 \times 10 \\&= 1000 + 900 \\&= 1900\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৫। $x + y = 4$ হলে, $x^3 + y^3 + 12xy$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}x^3 + y^3 + 12xy &= x^3 + y^3 + 3 \times 4 \times xy \\&= x^3 + y^3 + 3 \times (x + y) \times xy \\&= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \\&= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) \\&= (x + y)^3 \\&= (4)^3 \\&= 64\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৬। $a + \frac{1}{a} = 7$ হলে, $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned}a^3 + \frac{1}{a^3} &= a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\&= \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \times a \times \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \\&= (7)^3 - 3 \times (7) \\&= 343 - 21 = 322\end{aligned}$$

উদাহরণ ২৭। $m = 2$ হলে, $27m^3 + 54m^2 + 36m + 3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= (3m)^3 + 3 \times (3m) \times 2 + 3 \times (3m) \times (2)^2 + (2)^3 - 5 \\&= (3m + 2)^3 - 5 \\&= (3 \times 2 + 2)^3 - 5 \quad [m \text{ এর মান বসিয়ে}] \\&= (8)^3 - 5 \\&= 512 - 5 \\&= 507\end{aligned}$$

কাজ : ১। সরল কর : $(7x - 6)^3 - (5x - 6)^3 - 6x(7x - 6)(5x - 6)$

২। $a + b = 10$ এবং $ab = 21$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

৩। $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$

১। $(7x - 6)^3 - (5x - 6)^3 - 6x(7x - 6)(5x - 6)$

সমাধান :

ধরি, $7x - 6 = a$

এবং $5x - 6 = b$

$$\begin{aligned}\therefore a - b &= 7x - 6 - 5x + 6 \\&= 2x\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 - 3(a - b)ab \\&= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\&= (a - b)^3 \\&= (2x)^3 \\&= 8x^3\end{aligned}$$

২। $a + b = 10$ এবং $ab = 21$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + b = 10$

এবং $ab = 21$

$$\begin{aligned}\text{এখন, } a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= (10)^3 - 3 \times 21 \times (10) \\ &= 1000 - 630 \\ &= 370\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 370.

৩। $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে, দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 = (3)^3 \quad [\text{ঘন করে}]$$

$$\text{বা, } a^3 + \left(\frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right) = 27$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} + 3(3) = 27 \quad [\because a + \frac{1}{a} = 3]$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 27 - 9$$

$$\text{বা, } a^3 + \frac{1}{a^3} = 18$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 18 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

ঘনফলের আরো দুইটি সূত্রাবলি

$$\text{সূত্র : } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{সূত্র : } a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

উদাহরণ ২৮। $27x^4 + 8xy^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 27x^4 + 8xy^3 \\ &= x(27x^3 + 8y^3) \\ &= x\{(3x)^3 + (2y)^3\} \\ &= x(3x + 2y)\{(3x)^2 - (3x) \times (2y) + (2y)^2\} \\ &= x(3x + 2y)(9x^2 - 6xy + 4y^2) \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৯। $24x^3 - 81y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 24x^3 - 81y^3 \\ &= 3(8x^3 - 27y^3) \\ &= 3\{(2x)^3 - (3y)^3\} \\ &= 3(2x - 3y)\{(2x)^2 + (2x) \times (3y) + (3y)^2\} \\ &= 3(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩০। সূত্রের সাহায্যে $(x + 2)$ ও $x^4 - 2x^2 + 4$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2)(x^4 - 2x^2 + 4) \\ &= (x^2 + 2)\{(x^2)^2 - x^2 \times 2 + (2)^2\} \\ &= (x^2)^3 + (2)^3 \\ &= x^6 + 8 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৩১। সূত্রের সাহায্যে $(4a - 5b)$ ও $16a^2 + 20ab + 25b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (4a - 5b)(16a^2 + 20ab + 25b^2) \\ &= (4a - 5b)\{(4a)^2 + 4a \times 5b + (5b)^2\} \\ &= (4a)^3 - (5b)^3 \\ &= 64a^3 - 125b^3 \end{aligned}$$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $2a + 3b$ ও $4a^2 - 6ab + 9b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। $27a^3 - 8$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $2a + 3b$ ও $4a^2 - 6ab + 9b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2a + 3b)(4a^2 - 6ab + 9b^2) \\ &= (2a + 3b)\{(2a)^2 - (2a)(3b) + (3b)^2\} \\ &= (2a)^3 + (3b)^3 \\ &= 8a^3 + 27b^3 \end{aligned}$$

নির্ণেয় গুণফল $8a^3 + 27b^3$

২। $27a^3 - 8$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= 27a^3 - 8 \\ &= (3a)^3 - (2)^3 \\ &= (3a - 2)\{(3a)^2 + 3a \cdot 2 + (2)^2\} \\ &= (3a - 2)(9a^2 + 6a + 4) \end{aligned}$$

অনুশীলনী ৪.২

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর ঘন নির্ণয় কর :

(ক) $3x + y$ (খ) $x^2 + y$ (গ) $5p + 2q$ (ঘ) $a^2b + c^2d$ (ঙ) $6p - 7$

(চ) $ax - by$ (ছ) $2p^2 - 3r^2$ (জ) $x^3 + 2$ (ঝ) $2m + 3n - 5p$

(ঞ) $x^2 - y^2 + z^2$ (ট) $a^2b^2 - c^2d^2$ (ঠ) $a^2b - b^3c$ (ড) $x^3 - 2y^3$

(ঢ) $11a - 12b$ (ণ) $x^3 + y^3$

(ক) $3x + y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x + y)^3 &= (3x)^3 + 3 \times (3x)^2 \times y + 3 \times (3x) \times (y)^2 + (y)^3 \\&= 27x^3 + 3 \times 9x^2 \times y + 3 \times 3x \times y^2 + y^3 \\&= 27x^3 + 27x^2y + 9xy^2 + y^3\end{aligned}$$

(খ) $x^2 + y$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^2 + y)^3 &= (x^2)^3 + 3 \times (x^2)^2 \times y + 3 \times (x^2) \times (y)^2 + (y)^3 \\&= x^6 + 3 \times x^4 \times y + 3 \times x^2 \times y^2 + y^3 \\&= x^6 + 3x^4y + 3x^2y^2 + y^3\end{aligned}$$

(গ) $5p + 2q$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(5p + 2q)^3 &= (5p)^3 + 3 \times (5p)^2 \times 2q + 3 \times (5p) \times (2q)^2 + (2q)^3 \\&= 125p^3 + 3 \times 25p^2 \times 2q + 3 \times 5p \times 4q^2 + 8q^3 \\&= 125p^3 + 150p^2q + 60pq^2 + 8q^3\end{aligned}$$

(ঘ) $a^2b + c^2d$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(a^2b + c^2d)^3 &= (a^2b)^3 + 3 \times (a^2b)^2 \times c^2d + 3 \times (a^2b) \times (c^2d)^2 + (c^2d)^3 \\&= a^6b^3 + 3 \times a^4b^2 \times c^2d + 3 \times a^2b \times c^4d^2 + c^6d^3 \\&= a^6b^3 + 3a^4b^2c^2d + 3a^2bc^4d^2 + c^6d^3\end{aligned}$$

(ঙ) $6p - 7$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(6p - 7)^3 &= (6p)^3 - 3 \times (6p)^2 \times 7 + 3 \times (6p) \times (7)^2 - (7)^3 \\&= 216p^3 - 3 \times 36p^2 \times 7 + 3 \times 6p \times 49 - 343 \\&= 216p^3 - 756p^2q + 882pq^2 - 343\end{aligned}$$

(চ) $ax - by$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(ax - by)^3 &= (ax)^3 - 3 \times (ax)^2 \times by + 3 \times (ax) \times (by)^2 - (by)^3 \\&= a^3x^3 - 3 \times a^2x^2 \times by + 3 \times ax \times b^2y^2 - b^3y^3 \\&= a^3x^3 - 3a^2bx^2y + 3ab^2xy^2 - b^3y^3\end{aligned}$$

(ছ) $2p^2 - 3r^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2p^2 - 3r^2)^3 &= (2p^2)^3 - 3 \times (2p^2)^2 \times 3r^2 + 3 \times (2p^2) \times (3r^2)^2 - (3r^2)^3 \\&= 8p^6 - 3 \times 4p^4 \times 3r^2 + 3 \times 2p^2 \times 9r^4 - 27r^6 \\&= 8p^6 - 36p^4r^2 + 54p^2r^4 - 27r^6\end{aligned}$$

(জ) $x^3 + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^3 + 2)^3 &= (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times 2 + 3 \times (x^3) \times (2)^2 + (2)^3 \\&= x^9 + 3 \times x^6 \times 2 + 3 \times x^3 \times 4 + 8 \\&= x^9 + 6x^6 + 12x^3 + 8\end{aligned}$$

(ঝা) $2m + 3n - 5p$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2m + 3n - 5p)^3 &= \{(2m + 3n) - (5p)\}^3 \\&= (2m + 3n)^3 - 3 \times (2m + 3n)^2 \times (5p) + 3 \times (2m + 3n) \times (5p)^2 - (5p)^3 \\&= \{(2m)^3 + 3 \times (2m)^2 \times 3n + 3 \times (2m) \times (3n)^2 + (3n)^3\} \\&\quad - 15p \times \{(2m)^2 + 2 \times 2m \times 3n + (3n)^2\} + 3 \times (2m + 3n) \times 25p^2 - 125p^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 8m^3 + 9n \times 4m^2 + 6m \times 9n^2 + 27n^3 - 15p \times \{4m^2 - 12mn + 9n^2\} \\
&\quad + 75p^2 \times (2m + 3n) - 125p^3 \\
&= 8m^3 + 36nm^2 + 54mn^2 + 27n^3 - 60pm^2 + 180mnp - 135n^2p \\
&\quad + 150mp^2 + 225np^2 - 125p^3 \\
&= 8m^3 + 27n^3 - 125p^3 + 36nm^2 - 60pm^2 + 54mn^2 + 150mp^2 - 135n^2p + 225p^2 - 180mnp
\end{aligned}$$

(এ) $x^2 - y^2 + z^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
&(x^2 - y^2 + z^2)^3 \\
&= \{(x^2 - y^2) + (z^2)\}^3 \\
&= (x^2 - y^2)^3 + 3(x^2 - y^2)^2 z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3 \\
&= \{(x^2)^3 - 3(x^2)^2 y^2 + 3x^2(y^2)^2 - (y^2)^3\} + 3(x^2 - y^2)^2 z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3 \\
&= x^6 - 3x^4 y^2 + 3x^2 y^4 - y^6 + 3z^2 \{(x^2)^2 - 2x^2 y^2 + (y^2)^2\} + 3z^4(x^2 - y^2) + z^6 \\
&= x^6 - 3x^4 y^2 + 3x^2 y^4 - y^6 + 3x^4 z^2 - 6x^2 y^2 z^2 + 3y^6 z^2 + 3z^4 x^2 - 3z^4 y^2 + z^6 \\
&= x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4 y^2 + 3x^2 y^4 + 3x^4 z^2 - 6x^2 y^2 z^2 + 3y^6 z^2 + 3x^2 z^4 - 3y^2 z^4
\end{aligned}$$

(ট) $a^2 b^2 - c^2 d^2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
(a^2 b^2 - c^2 d^2)^3 &= (a^2 b^2)^3 - 3 \times (a^2 b^2)^2 \times c^2 d^2 + 3 \times (a^2 b^2) \times (c^2 d^2)^2 - (c^2 d^2)^3 \\
&= a^6 b^6 - 3a^4 b^4 c^2 d^2 + 3a^2 b^2 c^4 d^4 - c^6 d^6
\end{aligned}$$

(ঠ) $a^2 b - b^3 c$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
(a^2 b - b^3 c)^3 &= (a^2 b)^3 - 3 \times (a^2 b)^2 \times b^3 c + 3 \times (a^2 b) \times (b^3 c)^2 - (b^3 c)^3 \\
&= a^6 b^3 - 3a^4 b^2 b^3 c + 3a^2 b b^6 c^2 - b^9 c^3 \\
&= a^6 b^3 - 3a^4 b^5 c + 3a^2 b^7 c^2 - b^9 c^3
\end{aligned}$$

(ড) $x^3 - 2y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^3 - 2y^3)^3 &= (x^3)^3 - 3 \times (x^3)^2 \times 2y^3 + 3 \times (x^3) \times (2y^3)^2 - (2y^3)^3 \\ &= x^9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9\end{aligned}$$

(ঢ) $11a - 12b$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(11a - 12b)^3 &= (11a)^3 - 3 \times (11a)^2 \times 12b + 3 \times (11a) \times (12b)^2 - (12b)^3 \\ &= 1331a^3 - 4356a^2b + 4752ab^2 - 1728b^3\end{aligned}$$

(ণ) $x^3 + y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned}(x^3 + y^3)^3 &= (x^3)^3 + 3 \times (x^3)^2 \times y^3 + 3 \times (x^3) \times (y^3)^2 + (y^3)^3 \\ &= x^9 + 3x^6y^3 + 3x^3y^6 + y^9\end{aligned}$$

২। সরল কর :

(ক) $(3x + y)^3 + 3(3x + y)^2(3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3$

(খ) $(2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2(5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^3$

(গ) $(x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3$

(ঘ) $(6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2(6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 + (6m - 4)^3$

(ঙ) $(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

(ক) $(3x + y)^3 + 3(3x + y)^2(3x - y) + 3(3x + y)(3x - y)^2 + (3x - y)^3$

সমাধান :

ধরি, $3x + y = a$

এবং $3x - y = b$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$= (a + b)^3$$

$$= (3x + y + 3x - y)^3$$

$$= (6x)^3$$

$$= 216x^3$$

$$(খ) (2p + 5q)^3 + 3(2p + 5q)^2(5q - 2p) + 3(2p + 5q)(5q - 2p)^2 + (5q - 2p)^3$$

সমাধান :

$$\text{ধরি, } 2p + 5q = a$$

$$\text{এবং } 5q - 2p = b$$

$$\therefore a + b = 2p + 5q + 5q - 2p \\ = 10q$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = (a + b)^3 \\ = (10q)^3 \\ = 1000q^3$$

$$(গ) (x + 2y)^3 - 3(x + 2y)^2(x - 2y) + 3(x + 2y)(x - 2y)^2 - (x - 2y)^3$$

সমাধান :

$$\text{ধরি, } x + 2y = a$$

$$\text{এবং } x - 2y = b$$

$$\therefore a - b = (x + 2y) - (x - 2y) \\ = x + 2y - x + 2y \\ = 4y$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = (a - b)^3 \\ = (4y)^3 \\ = 64y^3$$

$$(ঘ) (6m + 2)^3 - 3(6m + 2)^2(6m - 4) + 3(6m + 2)(6m - 4)^2 + (6m - 4)^3$$

সমাধান :

$$\text{ধরি, } 6m + 2 = a$$

$$\text{এবং } 6m - 4 = b$$

$$\therefore a - b = (6m + 2) - (6m - 4) \\ = 6m + 2 - 6m + 4 \\ = 6$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\
&= (a - b)^3 \\
&= (6)^3 \\
&= 216
\end{aligned}$$

$$(ঙ) (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
&(x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) \\
&= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 3 \times 2x \times (x - y)(x + y)
\end{aligned}$$

$$\text{ধরি, } x - y = a$$

$$\text{এবং } x + y = b$$

$$\begin{aligned}
\therefore a + b &= x - y + x + y \\
&= 2x \\
&= 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 3 \times 2x \times (x - y)(x + y) \\
&= a^3 + b^3 + 3(a + b)ab \\
&= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\
&= (a + b)^3 \\
&= (2x)^3 \\
&= 8x^3
\end{aligned}$$

$$৩। a + b = 8 \text{ এবং } ab = 15 \text{ হলে, } a^3 + b^3 \text{ এর মান কত?}$$

সমাধান :

$$\text{দেওয়া আছে, } a + b = 8$$

$$\text{এবং } ab = 15$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 \\
&= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\
&= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8 \\
&= 512 - 360 \\
&= 152
\end{aligned}$$

৪। $x + y = 2$ হলে, দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + y = 2$

দেখাতে হবে যে, $x^3 + y^3 + 6xy = 8$

বামপক্ষ $x^3 + y^3 + 6xy$

$$= x^3 + y^3 + 3xy \cdot 2$$

$$= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) [\because 2 = x + y]$$

$$= (x + y)^3$$

$$= (2)^3$$

$$= 8$$

= ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + y^3 + 6xy = 8$ (দেখানো হলো)

৫। $2x + 3y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $8x^3 + 27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $2x + 3y = 13$

এবং $xy = 6$

\therefore প্রদত্ত রাশি $= 8x^3 + 27y^3$

$$= (2x)^3 + (3y)^3$$

$$= (2x + 3y)^3 - 3 \times 2x \times 3y \times (2x + 3y)$$

$$= (13)^3 - 18xy(13)$$

$$= (13)^3 - 18 \times 6 \times 13$$

$$= 2197 - 1404$$

$$= 793$$

নির্ণেয় মান 793.

৬। $p - q = 5$, $pq = 3$ হলে, $p^3 - q^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $p - q = 5$

এবং $pq = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 \\ &= (p - q)^3 + 3pq(p - q) \\ &= (5)^3 + 3 \times 3 \times (5) \\ &= 125 + 45 \\ &= 170\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 170.

৭। $x - 2y = 3$ হলে, $x^3 - 8y^3 - 18xy$ এর মান নির্ণয় কর?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - 2y = 3$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 8y^3 - 18xy \\ &= (x)^3 - (2y)^3 - 3 \times (x) \times (2y) \times 3 \\ &= (x)^3 - (2y)^3 - 3 \times x \times (2y)(x - 2y) [\because 3 = x - 2y] \\ &= (x - 2y)^3 \\ &= (3)^3 \\ &= 27\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 27.

৮। $4x - 3 = 5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $4x - 3 = 5$

প্রমাণ করতে হবে যে, $64x^3 - 27 - 180x = 125$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ } &64x^3 - 27 - 180x \\ &= (4x)^3 - (3)^3 - 180x \\ &= (4x - 3)^3 + 3 \cdot 4x \cdot 3(4x - 3) - 180x \\ &= (5)^3 + 36x \cdot (5) - 180x\end{aligned}$$

$$= 125 + 180x - 180x$$

$$= 125$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \text{বামপক্ষ} = \text{ডানপক্ষ} \text{ (প্রামাণিত)}$$

৯। $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = -3$

এবং $b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3 \\ &= (2a)^3 + 3.(2a)^2.3b + 3.2a.(3b)^2 + (3b)^3 \\ &= (2a + 3b)^3 \\ &= \{2(-3) + 3(2)\}^3 \\ &= (-6 + 6)^3 \\ &= (0)^3 \\ &= 0\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 0.

১০। $a = 7$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 7$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 6a^2 + 12a + 1 \\ &= (a)^3 + 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7 \\ &= (a + 2)^3 - 7 \\ &= \{7 + 2\}^3 - 7 \\ &= (9)^3 - 7 \\ &= 729 - 7 \\ &= 722\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 722.

১১। $x = 5$ হলে, $x^3 - 12x + 48x - 64$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 5$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 12x + 48x - 64 \\ &= (x)^3 - 3.(x)^2.4 + 3.x.(4)^2 - (4)^3 \\ &= (x - 4)^3 \\ &= \{5 - 4\}^3 \\ &= (1)^3 \\ &= 1\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 1.

১২। $a^2 + b^2 = c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2 \\ &= (a^2 + b^2)^3 - 3a^2.b^2(a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2 \\ &= (c^2)^3 - 3a^2.b^2(c^2) + 3a^2b^2c^2 \\ &= c^6 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

\therefore বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

১৩। $x + \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 52$

$$\begin{aligned}
\text{বামপক্ষ} &= x^3 + \frac{1}{x^3} \\
&= (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\
&= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \\
&= (4)^3 - 3(4) \\
&= 64 - 12 \\
&= 52 \\
&= \text{ডানপক্ষ}
\end{aligned}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রমাণিত)

১৪। $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 4$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - \frac{1}{a^3}$

$$\begin{aligned}
&= (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3 \\
&= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right) \\
&= (5)^3 + 3(5) \\
&= 125 + 15 \\
&= 140
\end{aligned}$$

নির্ণেয় মান 140.

১৫। সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর :

- (ক) $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ (খ) $(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$
 (গ) $(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$ (ঘ) $(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$
 (ঙ) $(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$ (চ) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$
 (ছ) $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$
 (জ) $(5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$

(ক) $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4) \\ &= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2b^2 + (b^2)^2\} \\ &= (a^2)^3 + (b^2)^3 \\ &= a^6 + b^6 \end{aligned}$$

(খ) $(ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (ax - by)(a^2x^2 + abxy + b^2y^2) \\ &= (ax - by)\{(ax)^2 + abxy + (by)^2\} \\ &= (ax)^2 + (by)^2 \\ &= a^2x^2 + b^2y^2 \end{aligned}$$

(গ) $(2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2ab^2 - 1)(4a^2b^4 + 2ab^2 + 1) \\ &= (2ab^2 - 1)\{(2ab^2)^2 + 2ab^2 \cdot 1 + (1)^2\} \\ &= (2ab^2)^3 - (1)^3 \\ &= 8a^3b^6 - 1 \end{aligned}$$

(ঘ) $(x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x^2 + a)(x^4 - ax^2 + a^2) \\ &= (x^2 + a)\{(x^2)^2 - x^2 \cdot a + (a)^2\} \\ &= (x^2)^3 + (a)^3 \\ &= x^6 + a^3 \end{aligned}$$

(ঙ) $(7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (7a + 4b)(49a^2 - 28ab + 16b^2) \\ &= (7a + 4b)\{(7a)^2 - 7a \times 4b + (4b)^2\} \\ &= (7a)^3 + (4b)^3 \\ &= 343a^3 + 64b^3 \end{aligned}$$

(চ) $(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)(8a^3 + 1) \\ &= (2a - 1)\{(2a)^2 + 2a \times 1 + (1)^2\}(8a^3 + 1) \\ &= \{(2a)^3 - (1)^3\}(8a^3 + 1) \\ &= (8a^3 - 1)(8a^3 + 1) \\ &= (8a^3)^2 - (1)^2 \\ &= 64a^6 - 1 \end{aligned}$$

(ছ) $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2)$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2) \\ &= (x^3 + a^3)(x^3 - a^3) \\ &= (x^3)^2 - (a^3)^2 \\ &= x^6 - a^6 \end{aligned}$$

$$(জ) (5a + 3b)(25a^2 - 15ab + 9b^2)(125a^3 - 27b^3)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (5a + 3b)\{(5a)^2 - 5a \times 3b + (3b)^2\}\{125a^3 - 27b^3\} \\ & = \{(5a)^3 - (3b)^3\}(125a^3 - 27b^3) \\ & = (125a^3 + 27b^3)(125a^3 - 27b^3) \\ & = (125a^3)^2 - (27b^3)^2 \\ & = 15625a^6 - 729b^6 \end{aligned}$$

১৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

$$(ক) a^3 + 8$$

$$(খ) 8x^3 + 343$$

$$(গ) 8a^4 + 27ab^3$$

$$(ঘ) 8x^3 + 1$$

$$(ঙ) 64a^3 + 125b^3$$

$$(চ) 729a^3 - 64b^3c^6$$

$$(ছ) 27a^3b^3 + 64b^3c^3$$

$$(জ) 56x^3 - 189y^3$$

$$(ক) a^3 + 8$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^3 + 8 \\ & = (a)^3 + (2)^3 \\ & = (a + 2)\{(a)^2 - a \times 2 + (2)^2\} \\ & = (a + 2)(a^2 - 2a + 4) \end{aligned}$$

$$(গ) 8a^4 + 27ab^2$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8a^4 + 27ab^3 \\ & = a(8a^3 + 27b^3) \\ & = a\{(2a)^3 + (3b)^3\} \\ & = a(2a + 3)\{(2a)^2 - 2a \times 3 + (3)^2\} \\ & = a(2a + 3)(4a^2 - 6a + 9) \end{aligned}$$

$$(খ) 8x^3 + 343$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8x^3 + 343 \\ & = (2x)^3 + (7)^3 \\ & = (x + 7)\{(2x)^2 - 2x \times 7 + (7)^2\} \\ & = (x + 7)(4x^2 - 14x + 49) \end{aligned}$$

$$(ঘ) 8x^3 + 1$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8x^3 + 1 \\ & = (2x)^3 + (1)^3 \\ & = (2x + 1)\{(2x)^2 - 2x \times 1 + (1)^2\} \\ & = (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1) \end{aligned}$$

(ঙ) $64a^3 + 125b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 64a^3 + 125b^3 \\ &= (4a)^3 + (5b)^3 \\ &= (4a + 5b)\{(4a)^2 - 4a \times 5b + (5b)^2\} \\ &= (4a + 5b)(16a^2 - 20ab + 25b^2) \end{aligned}$$

(ছ) $27a^3b^3 + 64b^3c^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 27a^3b^3 + 64b^3c^3 \\ &= b^3\{(3a)^3 + (4c)^3\} \\ &= b^3(3a + 4c)\{(3a)^2 - 3a \times 4c + (4c)^2\} \\ &= b^3(3a + 4c)(9a^2 - 12ac + 16c^2) \end{aligned}$$

(চ) $729a^3 - 64b^3c^6$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 729a^3 - 64b^3c^6 \\ &= (9a)^3 - (4bc^2)^3 \\ &= (9a - 4bc^2)\{(9a)^2 + 9a \times 4bc^2 + (4bc^2)^2\} \\ &= (9a - 4bc^2)(81a^2 + 36abc^2 + 16b^2c^4) \end{aligned}$$

(জ) $56x^3 - 189y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 56x^3 - 189y^3 \\ &= 7(8x^3 - 27y^3) \\ &= 7\{(2x)^3 - (3y)^3\} \\ &= 7(2x - 3y)\{(2x)^2 + 2x \times 3y + (3y)^2\} \\ &= 7(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2) \end{aligned}$$