

সহস্র গাণিতিক সূত্র

(Thousand Formulas of Mathematics)

(মাধ্যমিক, স্নাতক এবং ইঞ্জিনিয়ারিং শিক্ষার্থীদের জন্য বিশেষ সহায়ক গ্রন্থ)

সৌমেন সাহা

পাটগণিত
সংখ্যা সেট
বীজগণিত
জ্যামিতি
ত্রিকোণমিতি
মেট্রিক্স ও নির্ণয়ক
ভেস্টের
স্থানাংক জ্যামিতি
অঙ্গরকলন বিদ্যা
সমাকলন বিদ্যা
অঙ্গরকল সমীকরণ
ধারা বা শ্রেণী
বিশ্লাস ও সমাবেশ

বুকস্ ফেয়ার ॥ ঢাকা

সূচিপত্র

শারণ্তিক

প্রথম অধ্যায় : সিম্বল (Symbol) বা প্রতীক

- ১.১ সাধারণ গাণিতিক প্রতীকসমূহ
- ১.২ জ্যামিতিক প্রতীকসমূহ
- ১.৩ বীজগাণিতিক প্রতীকসমূহ
- ১.৪ রৈখিক বীজগাণিতিক প্রতীকসমূহ
- ১.৫ বিগ্যাস ও সমাবেশের প্রতীকসমূহ
- ১.৬ সন্তান্যতা ও পরিসংখ্যানের প্রতীকসমূহ
- ১.৭ সেট তত্ত্বের প্রতীকসমূহ
- ১.৮ যুক্তিবিদ্যার প্রতীকসমূহ
- ১.৯ ক্যালকুলাস ও বিশ্লেষণাত্মক গাণিতিক প্রতীকসমূহ
- ১.১০ সংখ্যা প্রতীকসমূহ
- ১.১১ গ্রীক বর্ণমালার অক্ষর সমূহ

দ্বিতীয় অধ্যায় : পাটিগণিতের সূত্র সমূহ

- ২.১ বিভাজ্যতা
- ২.২ সরল অংক করা নিয়ম
- ২.৩ দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিবর্তনের নিয়ম
- ২.৪ গ.স.গ এবং ল.স.গ
- ২.৫ অনুপাত
- ২.৬ শতকরা হিসাব এবং তার ব্যবহার
- ২.৭ লাভ ও ক্ষতি
- ২.৮ সুদকষা
- ২.৯ ক্ষেত্র পরিমাপ
- ২.১০ বিবিধ পরিমাপ
- ২.১১ এক নজরে পাটিগণিতের গুরুত্বপূর্ণ সূত্রসমূহ

তৃতীয় অধ্যায় : সংখ্যা সেট

- ৩.১ সেটের পরিচয়
- ৩.২ সেটের সংখ্যা
- ৩.৩ সাধারণ অভেদাবলী
- ৩.৪ জটিল সংখ্যা

চতুর্থ অধ্যায় : বীজগণিত

- ৪.১ গৌণিক সূত্র সমূহ
- ৪.২ গুণফলের সূত্র সমূহ
- ৪.৩ ঘাত
- ৪.৪ বীজ
- ৪.৫ লগারিদম
- ৪.৬ সমীকরণ
- ৪.৭ মৌলিক অসমতা
- ৪.৮ চক্ৰবৃদ্ধিৰ সূত্র

পঞ্চম অধ্যায় : জ্যামিতি

- ৫.১ সমকোণী ত্রিভুজ
- ৫.২ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ
- ৫.৩ সমবাহু ত্রিভুজ
- ৫.৪ বিষমবাহু ত্রিভুজ
- ৫.৫ বর্গক্ষেত্র
- ৫.৬ আয়তক্ষেত্র
- ৫.৭ সামান্তরিক
- ৫.৮ রম্বস
- ৫.৯ ট্রাপিজিয়াম
- ৫.১০ সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম
- ৫.১১ অন্তঃবৃত্তের মধ্যে সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়াম
- ৫.১২ অন্তঃবৃত্তের মধ্যে ট্রাপিজিয়াম
- ৫.১৩ কাইট
- ৫.১৪ সমবৃত্ত চতুর্ভুজ
- ৫.১৫ স্পষ্টায় চতুর্ভুজ
- ৫.১৬ সাধারণ চতুর্ভুজ
- ৫.১৭ সমবাহু ষড়ভূজ
- ৫.১৮ সমবাহু বহুভূজ
- ৫.১৯ বৃত্ত
- ৫.২০ বৃত্ত খণ্ড
- ৫.২১ বৃত্তাংশ
- ৫.২২ ঘনক
- ৫.২৩ আয়তকার সামন্তরিক
- ৫.২৪ প্রিজম
- ৫.২৫ সমবাহু চতুর্তলক
- ৫.২৬ সমবাহু পিরামিড
- ৫.২৭ সমবাহু পিরামিডের ছিন্নক
- ৫.২৮ আয়তকার লম্ব কীল
- ৫.২৯ অষ্টতলক
- ৫.৩০ লম্ব বৃত্তীয় বেলন
- ৫.৩১ লম্ববৃত্তীয় বেলন সহ তীর্যক সমতলীয় তল
- ৫.৩২ লম্ব বৃত্তীয় কোণক
- ৫.৩৩ লম্ব বৃত্তীয় কোণক এর ছিন্নক
- ৫.৩৪ গোলক
- ৫.৩৫ গোলীয় কাপ
- ৫.৩৬ গোলীয় বৃত্তখণ্ড
- ৫.৩৭ গোলীয় রেখাংশ
- ৫.৩৮ গোলীয় কীল
- ৫.৩৯ উপবৃত্তক
- ৫.৪০ বৃত্তাকার বৃম্ম

ষষ্ঠ অধ্যায় : ত্রিকোণমিতি .

- ৬.১ ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সূত্র
- ৬.২ কোণ পরিমাপের রেডিয়ান ও ডিগ্রী কোণের মধ্যে সম্পর্ক
- ৬.৩ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের সংজ্ঞা ও লেখ
- ৬.৪ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের চিহ্ন
- ৬.৫ বিভিন্ন কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের মান
- ৬.৬ ত্রিকোণমিতির গুরুত্বপূর্ণ সূত্র সমূহ
- ৬.৭ লঘুকরণ সূত্র
- ৬.৮ ত্রিকোণমিতির পর্যায়বৃত্ত অপেক্ষক
- ৬.৯ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক
- ৬.১০ ত্রিকোণমিতিক যোগ-বিয়োগের সূত্র
- ৬.১১ দ্বিকোণের সূত্র
- ৬.১২ শুণিত কোণের সূত্র
- ৬.১৩ অর্ধ কোণের সূত্র
- ৬.১৪ অর্ধ কোণের ট্যানজেন্ট পরিচয়
- ৬.১৫ অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক সূত্র সমূহ
- ৬.১৬ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের শক্তি
- ৬.১৭ ত্রিকোণমিতিক বিপরীত অপেক্ষকের লেখ
- ৬.১৮ ত্রিকোণমিতিক বিপরীত অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক
- ৬.১৯ ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ
- ৬.২০ পরাবৃত্তীয় অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক

সপ্তম অধ্যায় : মেট্রিক্স ও নির্ণায়ক

- ৭.১ নির্ণায়ক
- ৭.২ নির্ণায়কের ধর্ম
- ৭.৩ মেট্রিক্স
- ৭.৪ রৈখিক সমীকরণের নিয়ম

অষ্টম অধ্যায় : ভেষ্টন

- ৮.১ ভেষ্টন স্থানাংক
- ৮.২ ভেষ্টন যোগ
- ৮.৩ ভেষ্টন বিয়োগ
- ৮.৪ ভেষ্টন ক্ষেলিং
- ৮.৫ ক্ষেলার গুণফল
- ৮.৬ ভেষ্টন গুণফল
- ৮.৭ ত্রয়ী গুণফল

অন্নম অধ্যায় : স্থানাংক জ্যামিতি

- ৯.১ একমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি
- ৯.২ দ্বিমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি
- ৯.৩ সমতলে সরল রেখা
- ৯.৪ বৃত্ত
- ৯.৫ উপবৃত্ত
- ৯.৬ পরাবৃত্ত
- ৯.৭ অতিবৃত্ত
- ৯.৮ ত্রিমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি
- ৯.৯ সমতল

১০.০৮ বিষয় সমূহ

৯.১২ গোলক

দশম অধ্যায় : অন্তরকলন বিদ্যা

- ১০.১ অপেক্ষক এবং তাদের লেখ
- ১০.২ অপেক্ষকের সীমা
- ১০.৩ অন্তরকলজের সংজ্ঞা ও ধর্ম
- ১০.৪ অন্তরকলজের তালিকা
- ১০.৫ উচ্চমের অন্তরকলজ
- ১০.৬ অন্তরকলজের আবেদন
- ১০.৭ অন্তরকল
- ১০.৮ অন্তরকল প্রকারক

একাদশ অধ্যায় : সমাকলন বিদ্যা

- ১১.১ অনিদিষ্ট সমাকলন
- ১১.২ মূলদ অপেক্ষকের সমাকলন
- ১১.৩ অমূলদ অপেক্ষকের সমাকলন
- ১১.৪ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের সমাকলন
- ১১.৫ পরাবৃত্তীয় অপেক্ষকের সমাকলন
- ১১.৬ সূচক এবং লগারিদমীক অপেক্ষকের সমাকলন
- ১১.৭ লঘুকরণ সূত্র
- ১১.৮ নির্দিষ্ট সমাকল
- ১১.৯ অপ্রকৃত সমাকলন
- ১১.১০ দ্বৈত সমাকলন
- ১১.১১ ত্রৈ সমাকলন
- ১১.১২ চেখা সমাকলন
- ১১.১৩ তলের সমাকলন

দ্বাদশ অধ্যায় : অন্তরকল সমীকরণ

- ১২.১ প্রথম ক্রমের সাধারণ অন্তরকল সমীকরণ
- ১২.২ দ্বিতীয় ক্রমের সাধারণ অন্তরকল সমীকরণ
- ১২.৩ কিছু আংশিক অন্তরকলন সমীকরণ

এয়োদশ অধ্যায় : ধারা বা শ্রেণি

- ১৩.১ পাটিগাণিতিক ধারা
- ১৩.২ জ্যামিতিক ধারা
- ১৩.৩ কিছু সৌন্দর্য ধারা
- ১৩.৪ অসীম ধারা
- ১৩.৫ অপসারী ধারা
- ১৩.৬ ঘাত ধারা
- ১৩.৭ শক্তি শ্রেণীর অন্তরকলন ও সমাকলন
- ১৩.৮ টেলর ও ম্যাকলারিণ শ্রেণী
- ৩.৯ কিছু অপেক্ষকের জন্য শক্তি শ্রেণীর বিস্তৃতি
- ১৩.১০ দ্বিপদ শ্রেণী
- ১৩.১১ ফুরিয়ার শ্রেণী
- ১৩.১২ বিণ্যাস ও সমাবেশ

ভূমিকা

অংক বা গণিত শেখার শেষ নেই। সাধারণত দেখা যায় মাধ্যমিক স্তরের ছাত্র-ছাত্রীরা অংক করার সময় প্রায়ই অংকের সূত্রগুলি ভুলে যায়। তাই তাদের আবার সূত্রগুলিকে এক স্থানে লিখে তা তাদের পড়ার টেবিলে বা সামনে রেখে দেয় এবং সব সময়ই চোখ বোলায়, যাতে করে সূত্রগুলি যেন মনে থাকে। তাছাড়া বার বার বই উল্টানোও অসজ্য মনে করেন অনেকে। তাই গাণিতিক সূত্রের উপর একটি ভালো মানের বইয়ের অভাব অনেকে করে থাকেন। বাজারে যেসব সূত্রের বই পাওয়া যায় তা অনেকটাই গভীর বা উচ্চতর শ্রেণীর জন্য সহায়ক নয়। বর্তমান প্রচ্ছে সেই অভাবকেই পূরণ করার চেষ্টা করা হয়েছে। বইটিতে পাটিগণিত, বীজগণিত, ক্যালকুলাস, জ্যামিতি, ত্রিকোণমিতি, পরিমিতির গুরুত্বপূর্ণ সূত্রাবলী একত্রে সাজানো হয়েছে। মাধ্যমিক, উচ্চমাধ্যমিক হতে শুরু করে উচ্চ পর্যায়ে যেসকল ছাত্র-ছাত্রী অধ্যায়নরত বা গণিতের উচ্চতর পর্যায়ে অধ্যায়ন করতে আগ্রহী তাদের জন্য বইটি অনেক উপকারে আসবে বলে মনে করি। এখানে প্রসঙ্গত একটি কথা বিশেষভাবে বলে রাখি, গণিতের অনেক শব্দের বাংলা প্রতিশব্দ পাওয়া কঠিন তদুপরী যতদূর সম্ভব মূল ইংরেজী শব্দের বাংলা প্রতিশব্দ দেবার চেষ্টা করা হয়েছে। আশাকরি, সকল শ্রেণীর ছাত্র-ছাত্রীদের যারা গণিত শিখতে আগ্রহী তাদের জন্য বইটি অসাধারণ ভূমিকা রাখতে পারবে। অনিচ্ছাকৃত ভুল-ক্রটির জন্য ক্ষমা প্রার্থনা করছি। ভুল সংক্রান্ত যে কোন অভিযোগ সাদরে গ্রহণ করব এবং তা পরবর্তি সংক্ষরণে শুধরে নেবার চেষ্টা করব। এছাড়া অভিজ্ঞ অধ্যাপকবৃন্দের মতমত সাদরে গ্রহণীয়।

বইটি সকলের ভালো লাগলে বা উপকারে আসলে আমার পরিশ্রম সার্থক হয়েছে বলে মনে করব।

খুলনা,
ফেব্রুয়ারী ২০১৮

সৌমেন সাহা
sahasoumen024@gmail.com

প্রারম্ভিক

কোন শিক্ষার্থীকে যদি জিজ্ঞাসা করা যায়, ‘কোন পাঠিত বিষয়টি আপনার সবচেয়ে কঠিন মনে হয় ? তবে সে এক কথায় উত্তর দেবে, ‘অংক’। সত্যি, অঙ্কের মত বিদ্যুটে বিষয় বোধহয় দ্বিতীয়টি আর নেই। শুধু ছাত্র-ছাত্রীদের কথাই বা বলি কেন, যে কোন সাধারণ শিক্ষিত লোককে ওই একই প্রশ্ন করলে সম্ভবত ছবছ একই উত্তর মিলবে। তবে এমন দুই-একজন লোকও পাবেন যাদের কাছে অংক খারপ লাগার বিষয়ই নয় বরং তারা উল্টো তাতে আনন্দ পান। অনেকে মনে করেন (যারা অংক কষে আনন্দ পান), জীবনের সবচেয়ে বড় আনন্দ হচ্ছে প্রত্যেকদিন একটা করে অতি কঠিন অংকের সমাধান করা। আপনারা শুনলে অবাক হবেন যে সম্ভবত সভ্য মানুষের মধ্যে বিজ্ঞানের যতগুলি বিভাগ চালু আছে গণিত তথা অংকই হলো তার মধ্যে সবচেয়ে পুরাতন। বোধহয় মানুষ প্রয়োজনের তাগিদেই অংকের বিভিন্ন প্রক্রিয়া আবিষ্কার করতে বাধ্য হয়েছিল, যেমন প্রয়োজনই তাদেরকে দিয়ে আবিষ্কার করিয়েছিল বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার।

এখন প্রশ্ন হলো, মানুষের মাথায় কি করে অংক এলো ? এর উত্তর বলা যায়, বন্য মানুষ গোষ্ঠীবন্দ হয়ে যখনই বস-বাস করতে শুরু করেছে কৃষির আবিষ্কার তখনো হয়নি, বন্য পশু শিকার করে মানুষের চলে স্কুলবৃত্তি-তখনই সম্ভবত গণনা করার প্রয়োজন হয়েছিল মানুষের জীবনে। নিজের গোষ্ঠীর লোকদের হিসেব রাখা বা শিকারের পরিমান কতটুকু হলো তার মাপ রাখা এই সব থেকেই হয়তো অঙ্কের সূচনা। অবশ্য এ কাজটি সে সময়ে কিভাবে, কোন পদ্ধতির সাহায্য নিয়ে তারা করত তা আজ নিশ্চিত করে বলা সম্ভব নয়। কিন্তু সে সব পুরোনো কথা থাক। বিজ্ঞানের যত রকম শাখার সঙ্গে আজ আমাদের পরিচয় হয়েছে অংকশাস্ত্রই হলো তার মধ্যে সবচেয়ে প্রধান এবং গোড়ার বিষয়- এ কথা বললে হয়তো ভুল বলা হবে না। কারণ অংকশাস্ত্রের সাহায্য ছাড়া প্রায় কোন বিজ্ঞানই তেমন করে এগিয়ে যেতে পারে না। তা ছাড়া এর চৰ্চা খুবই সহজ, অর্থাৎ ব্যায়সাধ্য নয়।

এখন প্রশ্ন হলো গণিত বা অংক কথাটির অর্থ কি ? গণিত কথাটি এসেছে ‘গণনা করা’ থেকে। কথাটির অর্থ হলো ‘গণনা-বিজ্ঞান’ অর্থাৎ যে বিশেষ জ্ঞান দ্বারা গণনা করা হয়ে থাকে তাকেই গণিত বলা হয়। কথাটি অনেক দিনের পুরোনো। আর্যদের প্রাচীন শাস্ত্র বেদ, সেই বেদেরও বিভিন্ন জ্ঞানগায় ‘গণিত’ কথাটির বিশেষ উল্লেখ আছে। এক কথায় ‘গণিত’ বলে প্রকাশ করলেও এর বিভিন্ন বিভাগ সম্বন্ধেও হিন্দু পঞ্জিতেরা বেশ কিছু জানতেন। বৌদ্ধ শাস্ত্রাদিতে দেখা যায় যে গণিতের রয়েছে তিনটি বিভিন্ন গুণ, যথা : ১) মুদ্রা অর্থাৎ আঙুলের সাহায্যে গণনা করা যায় যে গণিত, ২) গণনা অর্থাৎ মনে মনে হিসেব করে করা যায় যে গণিত এবং ৩) সংখ্যায়ন অর্থাৎ উচ্চ পর্যায়ের গণিত। অবশ্য সংখ্যায়ন কথাটি গণিতের সব রকম শাখা সম্বন্ধেই ব্যবহার করা চলে। আজকালকার দিনে আমরা গণিত বা অংক বলতে শুধুমাত্র গণনা বা

সংখ্যায়ন বুঝি না, কথাটি আজ আরো ব্যাপক হয়ে দাঢ়িয়েছে। এর মধ্যে রয়েছে পাটিগণিত, বীজগণিত, জ্যামিতি, ত্রিকোণমিতি, পরিমিতি প্রভৃতি।

অংকশাস্ত্রের ইংরেজী নাম ম্যাথমেটিক্স (Mathematics)। কথাটি এসেছে গ্রীক শব্দ ‘ম্যাথিন’ থেকে; এ কথাটির মানে হলো শিক্ষা করা। পাটিগণিতের ইংরেজী নাম অ্যারিথ্মেটিক ; এ কথাটি ‘অ্যারিথমোস’ কথার রূপান্তর। অ্যারিথমোস মানে সংখ্যা। জ্যামিতি বা ক্ষেত্রগণিতের ইংরেজী নাম জিওমেট্রি। এ শব্দটি এসেছে পৃথিবী এবং পরিমাপ থেকে। (জিও হচ্ছে পৃথিবী এবং মেট্রি হচ্ছে পরিমাপ করা)। ত্রিভুজের তিনটি কোণ, ত্রিভুজের গুণাঙ্গণ নিয়ে গণিত শাস্ত্রের যে বিভাগটি গড়ে উঠেছে তার সংস্কৃত এবং বাংলা নাম ত্রিকোণমিতি। ইংরেজীতে ‘ট্রাঙ্কেল’ অর্থাৎ ত্রিভুজ থেকেই ট্রিগনোমেট্রি।

যে কোন শাখার গণিতের কথা ধরা যাক না কেন, না লিখে কোন গণনাকার্য করা যায় না। অবশ্য আঙুলে গুণে বা মনে মনে হিসেব করে ছোটখাটো অংকের সমাধান করা যায় বটে, কিন্তু জটিল কিছু করতে গেলেই তার জন্যে কোন লেখার সরঞ্জাম দরকার। এ কাজে দুইটি জিনিষ প্রয়োজন। এক-যার উপর লেখা হবে; দুই-যা দিয়ে লেখা হবে। যার উপর লেখা হবে সে কাজে কোন বোর্ড বা ‘পাটি’ ব্যবহার করা চলে; যা দিয়ে লেখা হবে তা কোন খড়িমাটি হতে বাঁধা নেই। এইভাবে পাটি বা বোর্ডের উপর লিখে যে গণনাকার্য করা হতো তারই নাম দেওয়া হয় পাটি গণিত। সেকালে মাটি বা পাটির উপর বালি ছড়িয়েও এ কাজটি সমাধান করা হতো। এজন্যেই পাটিগণিতের আর এক নাম দেওয়া হয়েছিল ধুলি-কর্ম। অবশ্য এ নামটার তেমন চল আজ নেই, কিন্তু পাটিতে লেখার চল উঠে গেলেও পাটিগণিত নামটি রয়ে গেছে। পাটিগণিত বলতে এখন আমরা বুঝি যে শাস্ত্রের সাহায্যে উচ্চ পর্যায়ের গণনাকার্য করা যায়।

এখন প্রশ্ন হলো, পাটিগণিত আর বীজগণিতের তফাংটা কি? পাটিগণিতে কতকগুলো সংখ্যা ব্যবহার করার রীতি আছে। কিন্তু বীজগণিতে অজানা সংখ্যা বা “বীজ” ব্যবহার করা হয় সংখ্যার বদলে। কোনও প্রতীক (ইংরেজীতে যাকে বলে ‘সিম্বল’) বা কোন অক্ষর দিয়ে এই অজানা সংখ্যা বা বীজ বোঝানো হয়। প্রাচীন ভারতবর্ষের বিশিষ্ট গণিতজ্ঞ ব্রহ্মগুপ্ত সর্বপ্রথম পাটিগণিত ও বীজগণিতের মধ্যে প্রভেদ করেন। তিনি বীজগণিতকে নাম দিয়েছিলেন ‘কুট্টক গণিত’।

কাজেই দেখা যাচ্ছে যে, পৃথিবীর যেখানেই গণিতশাস্ত্রের আরম্ভ হয়ে থাকুক না কেন, গণিতশাস্ত্র দুটি মূল ধারণার উপর নির্ভর করেই সৃষ্টি হয়েছে। প্রথমটি হচ্ছে গণনা করা; আর দ্বিতীয়টি হচ্ছে প্রাচীন কালের লোকের পৃথিবী এবং বিশ্বব্রহ্মাণ্ড সম্বন্ধে ধারণা। অবশ্য আজকের দিনে আমরা যে গণিতের বিভিন্ন শাখার সঙ্গে পরিচিত তার মধ্যেও এই দুটি মূল ধারণার প্রভাব পুরোপুরি বর্তমান। তবে সম্পদশ শতাব্দীর শেষের দিকে গণিতের আর একটি নতুন শাখার প্রবর্তন হয়। সেটি হচ্ছে ‘বিশ্লেষণ গণিত’ যাকে ইংরেজীতে বলা হয় অ্যানালিটিক্যাল ম্যাথেমেটিক্স। এর প্রবর্তক হলেন মহাজ্ঞানী

নিউটন এবং লিব্নিংস। বর্তমানে ইন্ট্রিগ্যাল ও ডিফারেনশিয়াল ক্যালকুলাস নামে যে গণিত পরিচিত তা আসলে বিশ্লেষণ গণিতেরই অংশ বিশেষ। কিন্তু মজার কথা হলো এই গণিতেরও আবিষ্কার হয়েছিল নিউটন-লাইবনিংসেরও জন্মের বহু আগে প্রাচীন ভারতের আরেক শ্রেষ্ঠ গণিতজ্ঞ দ্বিতীয় ভাক্ষরাচার্যের হাতে।

আজকের দিনের গণিতকে আমরা মোটুমুটি দুইটি ভাগে প্রধাণত ভাগ করে থাকি। একটিকে বলি বিশুদ্ধ গণিত (পিওর ম্যাথমেটিক্স), অন্যটি ফলিত গণিত। গণিতের যে সব শাখা সমস্কে এতক্ষণ আলোচনা করা হলো তা সবই বিশুদ্ধ গণিতের (Pure Mathematics) অংশ বিশেষ। গণিতের নানা প্রক্রিয়া অন্যান্য ব্যবহারিক বিজ্ঞানের নানা কাজে লাগে। এর মধ্যে রয়েছে পদার্থবিদ্যা, রসায়নশাস্ত্র; জ্যাতিষ্পদ্ধতি, তর্কশাস্ত্র, প্রভৃতি। গণিতের যে যে অংশ এ সবের বিভিন্ন সমাধানের কাজে লাগে তারই নাম ফলিত গণিত বা Applied Mathematics (অ্যাপ্লাইড ম্যাথমেটিক্স)।

প্রথম অধ্যায়

সিম্বল (Symbol) বা প্রতীক

১.১ সাধারণ গাণিতিক প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
=	সমান (equals sign)	.	পর্যায় (period)
≠	অসমান (not equal sign)	a^b	ঘাত/শক্তি (power)
>	বৃহত্তর (strict inequality)	a^b	caret
<	ক্ষুদ্রতর (strict inequality)	\sqrt{a}	বর্গমূল (square root)
≥	সমান ও বৃহত্তর (inequality)	$\sqrt[3]{a}$	ঘনমূল (cube root)
≤	সমান ও ক্ষুদ্রতর (inequality)	$\sqrt[4]{a}$	চতুর্থ মূল (fourth root)
()	প্রথম বক্ষনী (parentheses)	$\sqrt[n]{a}$	nth মূল (n-th root (radical))
[]	তৃতীয় বক্ষনী (brackets)	%	শতকরা / শতাংশ (percent)
+	যোগ (plus sign)	%o	প্রতি মাইল (per-mille)
-	বিয়োগ (minus sign)	ppm	প্রতি মিলিয়ন (per-million)
±	যোগ-বিয়োগ (plus - minus)	ppb	প্রতি বিলিয়ন (per-billion)
∓	বিয়োগ-যোগ (minus - plus)	ppt	প্রতি ট্রিলিয়ন (per-trillion)
*	গুণ (asterisk)	÷	ভাগ (division sign / obelus)
×	ক্রস/গুণ (times sign)	/	ভাগ (division slash)
.	ডট/গুণ (multiplication dot)	-	ভাগ (horizontal line)
mod	মুড় (modulo)		

১.২ জ্যামিতিক প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
\angle	কোণ (angle)	\widehat{AB}	চাপ (arc)
\measuredangle	পরিমাপকৃত কোণ (measured angle)	\perp	লম্ব (perpendicular)
\sphericalangle	spherical angle	\parallel	সমান্তরাল (parallel)
\angle	সমকোণ (right angle)	\cong	congruent to
$^{\circ}$	ডিগ্রী (degree)	\sim	সদৃশ্য (similarity)
'	arcminute	Δ	ত্রিভুজ (triangle)
''	arcsecond	$ x-y $	পার্থক্য (distance)
\leftrightarrow AB	অসীম রেখা (line)	π	পাই ত্রিকোণ (pi constant)
AB	রেখাংশ (line segment)	rad	রেডিয়ান (radians)
\overrightarrow{AB}	রশ্মি (ray)	grad	গ্রেড (grads)

১.৩ বীজগাণিতিক প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
x	x variable	$x!$	exclamation mark
\equiv	equivalence	$ x $	single vertical bar
\triangleq	equal by definition	$f(x)$	function of x
$::=$	equal by definition	$(f \circ g)$	function composition
\sim	approximately equal	(a,b)	open interval
\approx	approximately equal	$[a,b]$	closed interval
\propto	proportional to	Δ	delta
∞	lemniscate	Δ	discriminant

\ll	much less than	Σ	sigma
\gg	much greater than	$\Sigma\Sigma$	sigma
()	parentheses	\prod	capital pi
[]	brackets	e	e constant / Euler's number
{ }	braces	γ	Euler-Mascheroni constant
$\lfloor x \rfloor$	floor brackets	φ	golden ratio
$\lceil x \rceil$	ceiling brackets	π	pi constant

১.৪ রৈখিক (লিনিয়ার) বীজগাণিতিক প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
.	dot	$\ x \ $	double vertical bars
\times	cross	A^T	transpose
$A \otimes B$	tensor product	A^\dagger	Hermitian matrix
$\langle x, y \rangle$	inner product	A^*	Hermitian matrix
[]	brackets	A^{-1}	inverse matrix
()	parentheses	$\text{rank}(A)$	matrix rank
$ A $	determinant	$\dim(U)$	dimension
$\det(A)$	determinant		

১.৫ বিশ্যাস ও সমাবেশের প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
$n!$	factorial
$n P_k$	permutation
$\binom{n}{k}$	combination

১.৬ সম্ভাব্যতা ও পরিসংখ্যানের প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
$P(A)$	probability function	Md	sample median
$P(A \cap B)$	probability of events intersection	Q_1	lower / first quartile
$P(A \cup B)$	probability of events union	Q_2	median / second quartile
$P(A B)$	conditional probability function	Q_3	upper / third quartile
$f(x)$	probability density function (pdf)	x	sample mean
$F(x)$	cumulative distribution function (cdf)	s^2	sample variance
μ	population mean	s	sample standard deviation
$E(X)$	expectation value	z_x	standard score
$E(X Y)$	conditional expectation	$X \sim$	distribution of X
$var(X)$	variance	$N(\mu, \sigma^2)$	normal distribution
σ^2	variance	$U(a, b)$	uniform distribution
$std(X)$	standard deviation	$exp(\lambda)$	exponential distribution
σ_X	standard deviation	$gamma(c, \lambda)$	gamma distribution
\tilde{x}	median	$\chi^2(k)$	chi-square distribution
$cov(X, Y)$	covariance	$F(k_1, k_2)$	F distribution
$corr(X, Y)$	correlation	$Bin(n, p)$	binomial distribution
$\rho_{X,Y}$	correlation	$Poisson(\lambda)$	Poisson distribution
Σ	summation	$Geom(p)$	geometric distribution
$\Sigma\Sigma$	double summation	$HG(N, K, n)$	hyper-geometric distribution
Mo	mode	$Bern(p)$	Bernoulli distribution
MR	mid-range		

১.৭ সেট তত্ত্বের প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
{ }	set	$x \notin A$	not element of
$A \cap B$	intersection	(a,b)	ordered pair
$A \cup B$	union	$A \times B$	cartesian product
$A \subseteq B$	subset	$ A $	cardinality
$A \subset B$	proper subset / strict subset	$\#A$	cardinality
$A \not\subseteq B$	not subset	\aleph_0	aleph-null
$A \supseteq B$	superset	\aleph_1	aleph-one
$A \supset B$	proper superset / strict superset	\emptyset	empty set
$A \not\supset B$	not superset	\mathbb{U}	universal set
2^A	power set	\mathbb{N}_0	natural numbers / whole numbers set (with zero)
$\mathcal{P}(A)$	power set	\mathbb{N}_1	natural numbers / whole numbers set (without zero)
$A = B$	equality	\mathbb{Z}	integer numbers set
A^c	complement	\mathbb{Q}	rational numbers set
$A \setminus B$	relative complement	\mathbb{R}	real numbers set
$A - B$	relative complement	\mathbb{C}	complex numbers set
$A \Delta B$	symmetric difference	$A \ominus B$	symmetric difference
$a \in A$	element of		

১.৮ যুক্তিবিদ্যার প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
.	and	⊕	circled plus / oplus
^	caret / circumflex	~	tilde
&	ampersand	⇒	implies
+	plus	↔	equivalent
∨	reversed caret	∀	for all
	vertical line	∃	there exists
x'	single quote	∅	there does not exists
x̄	bar	∴	therefore
¬	not	∴	because / since
!	exclamation mark		

১.৯ ক্যালকুলাস ও বিশ্লেষণাত্মক গাণিতিক প্রতীকসমূহ

প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)	প্রতীক (Symbol)	প্রতীকের নাম (Symbol Name)
$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$	limit	\dot{y}	time derivative
ε	epsilon	\ddot{y}	time second derivative
e	e constant / Euler's number	$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$	partial derivative
y'	derivative	ʃ	integral
y''	second derivative	ʃʃ	double integral
$y^{(n)}$	nth derivative	ʃʃʃ	triple integral
$\frac{dy}{dx}$	derivative	∮	closed contour / line integral
$\frac{d^2y}{dx^2}$	second derivative	∬	closed surface integral

$\frac{d^n y}{dx^n}$	nth derivative	\iiint	closed volume integral
[a,b]	closed interval	\vec{x}	vector
(a,b)	open interval	\hat{x}	unit vector
i	imaginary unit	x^*y	convolution
z^*	complex conjugate	\mathcal{L}	Laplace transform
z	complex conjugate	\mathcal{F}	Fourier transform
∇	nabla / del	δ	delta function
		∞	lemniscate

১.১০ সংখ্যা প্রতীকসমূহ

নাম (Name)	ইউরোপিয়ান (European)	রোমান (Roman)	নাম (Name)	ইউরোপিয়ান (European)	রোমান (Roman)
zero	0			200	CC
one	1	I		300	CCC
two	2	II		400	CD
three	3	III		500	D
four	4	IV		600	DC
five	5	V		700	DCC
six	6	VI		800	DCCC
seven	7	VII		900	CM
eight	8	VIII		1000	M
nine	9	IX			
ten	10	X			
eleven	11	XI			
twelve	12	XII			
thirteen	13	XIII			
fourteen	14	XIV			
fifteen	15	XV			
sixteen	16	XVI			
seventeen	17	XVII			
eighteen	18	XVIII	sixty	60	LX
nineteen	19	XIX	seventy	70	LXX

twenty	20	XX	eighty	80	LXXX
thirty	30	XXX	ninety	90	XC
fourty	40	XL	one hundred	100	C
fifty	50	L			

১.১১ গ্রীক বর্ণমালার অক্ষর সমূহ

গ্রীক (Upper Case) বড় হাতের	গ্রীকের নাম (Lower Case) ছোট হাতের	গ্রীক অক্ষরের নাম (Greek Letter Name)	সমতুল্য ইংরেজী অক্ষর (English Equivalent)
A	α	Alpha	a
B	β	Beta	b
Γ	γ	Gamma	g
Δ	δ	Delta	d
E	ε	Epsilon	e
Z	ζ	Zeta	z
H	η	Eta	h
Θ	θ	Theta	th
I	ι	Iota	i
K	κ	Kappa	k
Λ	λ	Lambda	l
M	μ	Mu	m
N	ν	Nu	n
Ξ	ξ	Xi	x
O	ο	Omicron	o
Π	π	Pi	p
R	ρ	Rho	r
Σ	σ	Sigma	s
T	τ	Tau	t
Y	υ	Upsilon	u
Φ	φ	Phi	ph
X	χ	Chi	ch
Ψ	ψ	Psi	ps
Ω	ω	Omega	o

দ্বিতীয় অধ্যায়

পাটিগণিতের সূত্রসমূহ

(Formoula's of Arithmetic)

২.১ বিভাজ্যতা :

মনে করি, 'ক', 'খ' স্বাভাবিক সংখ্যা। 'খ', 'ক' দ্বারা বিভাজ্য (Divisible) বলতে বুঝায় এমন একটি স্বাভাবিক সংখ্যা 'গ' রয়েছে, যেন 'ক' 'গ' = 'খ' হয়। তখন 'ক' কে 'খ'-এর উৎপাদক (Factor) বা গুণনীয়ক এবং 'খ' কে 'ক'-এর গুণিতক (Multiple) বলা হয়।

→ 'খ' 'ক' দ্বারা বিভাজ্য বলতে $\frac{\text{ক}}{\text{খ}}$ লেখা হয়।

→ যে কোন সংখ্যা ১ এবং ঐ সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য ; প্রতীকে : $\frac{1}{\text{ক}}$ এবং $\frac{\text{ক}}{\text{ক}}$

→ বিভাজ্যতার একটি গুরুত্বপূর্ণ ধর্ম হলো অনুবর্তিতা (Transitivity) :

$$\frac{\text{ক}}{\text{খ}} \text{ এবং } \frac{\text{খ}}{\text{গ}} \text{ হলে } \frac{\text{ক}}{\text{গ}}$$

→ আরেকটি সহজ অথচ প্রয়োজনীয় ধর্ম হচ্ছে :

$\frac{\text{ক}}{\text{খ}} \text{ এবং } \frac{\text{ক}}{\text{গ}} \text{ হলে } \frac{\text{ক}}{(\text{খ} + \text{গ})} \text{ এবং } \frac{\text{ক}}{(\text{খ} - \text{গ})}$; এখানে, $\text{খ} > \text{গ}$ ধরে নেওয়া হয়েছে।

→ ১ এবং 'ক' বাদে 'ক'-এর অন্য কোন উৎপাদককে তার প্রকৃত উৎপাদক বলা হয়। 'খ' যদি 'ক' এর প্রকৃত উৎপাদক হয়, তবে 'খ' '১ এর চেয়ে বড় এবং 'ক'-এর চেয়ে ছোট হবে।

→ যদি 'ক'-এর আদৌ কোন প্রকৃত উৎপাদক না থাকে, তবে 'ক' কে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় অর্থাৎ যে সংখ্যা অথবা ১ ছাড়া অন্য কোন সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য নয় তাকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন ২,৩,৫,৭,১১,১৩ ইত্যাদি।

→ যে সংখ্যা অন্তত একটি প্রকৃত উৎপাদক আছে, তাকে কৃত্রিম সংখ্যা বলা হয়।

→ ১-এর যদি ও কোন প্রকৃত উৎপাদক নেই, তবু একে মৌলিক সংখ্যা বলা হয় না ; কেননা ১-কে মৌলিক সংখ্যা ধরলে কোন সংখ্যারই মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ আর অনন্য হতো না (যেমন : $6 = 2 \times 3 = 1 \times 2 \times 3 = 1 \times 1 \times 2 \times 3$ ইত্যাদি।

→ ১ বাদে প্রত্যেক সংখ্যারই অন্তত একটি মৌলিক উৎপাদক রয়েছে। a মৌলিক সংখ্যা হলে a এর একমাত্র মৌলিক উৎপাদক a নিজেই। a কৃত্রিম সংখ্যা হলে a এর প্রকৃত উৎপাদকগুলোর মধ্যে (যদি একাধিক প্রকৃত উৎপাদক থাকে) যেটি ক্ষুদ্রতম, সেটি মৌলিক সংখ্যা হতে বাধ্য। কেননা, ঐ সংখ্যাটি মৌলিক না হলে তার অন্তত

একটি প্রকৃত উৎপাদক থাকতো, যা a এরও উৎপাদক হতো এবং ঐ সংখ্যার ছোট হতো। এক এক করে a এর সকল মৌলিক উৎপাদক বের করে a কে মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা যায়। কোন সংখ্যাকে যেভাবেই মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা হোক না কেন, তার মৌলিক উৎপাদকগুলো একই থাকবে। ঐ বিশ্লেষণে কোন কোন মৌলিক উৎপাদক অবশ্য একাধিকবার উপস্থিত থাকতে পারে। কিন্তু এই উপস্থিতির সংখ্যাও যে কোন বিশ্লেষণে একই হবে। যেমন ৭২-এর মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ হচ্ছে : $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ।

এখানে ২ তিনি বার এবং ৩ দুই বার উপস্থিত। কোন মৌলিক উৎপাদকের এই উপস্থিতির সংখ্যাকে ঐ উৎপাদকের সূচক (Exponent) বলা হয়। a যে কোন সংখ্যা হলে $a \times a$ কে a^2 , $a \times a \times a$ কে a^3 ইত্যাদি দ্বারা সূচিত করা হয়। অতএব আমরা লিখতে পারি- $72 = 2^3 \times 3^2$ ।

→ যে কোন স্বাভাবিক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ যে অনন্য এই অতি তাৎপর্যপূর্ণ ফল পাচিগাণিতের মূল উপপাদ্য নামে পরিচিত।

→ মৌলিক সংখ্যার শেষ নেই। অর্থাৎ অসংখ্য মৌলিক সংখ্যা রয়েছে।

→ কোন সংখ্যা মৌলিক ঠিক না প্রমাণের জন্য, যেসব মৌলিক সংখ্যার বর্গ ঐ সংখ্যার চেয়ে বড় নয়, এমন প্রত্যেক মৌলিক সংখ্যা দ্বারা তা অবিভাজ্য; দেখানোই যথেষ্ট। কেননা কোন কৃত্রিম সংখ্যার ক্ষুদ্রতম মৌলিক উৎপাদক ঐ সংখ্যার বর্গমূলের চেয়ে বড় নয়। যেমন ১৩৯ সংখ্যাটি মৌলিক। কেননা যেসব মৌলিক সংখ্যার বর্গ ১৩৯-এর বড় নয়, তার হচ্ছে $2, 3, 5, 7, 11$ এবং এদের কোনটিই ১৩৯ এর উৎপাদক নয়।

→ যে সংখ্যা ২ দ্বারা বিভাজ্য তাকে যুগ্ম বা জোড় সংখ্যা (Even Number) বলা হয়।

→ যে সংখ্যা ২ দ্বারা অবিভাজ্য তাকে অযুগ্ম বা বিজোড় সংখ্যা (Odd Number) বলা হয়।

→ যুগ্ম সংখ্যার সাধারণ রূপ $2n$, সূতরাং

$\{2n : n \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা}\} = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$ হচ্ছে সকল (স্বাভাবিক) যুগ্ম সংখ্যার সেট।

$\{2n+1 : n \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা বা শূণ্য}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ হচ্ছে সকল (স্বাভাবিক) অযুগ্ম সংখ্যার সেট।

২.২ সরল অংক করা নিয়ম :

সরল অংক করবার সময় প্রথমে রেখা বন্ধনীর কাজ এবং পরে ক্রমান্বয়ে ‘১ম বন্ধনী’, ‘২য় বন্ধনী’, ‘৩য় বন্ধনী’, ‘এর’, ‘ভাগ’, ‘গুণ’, ‘যোগ’ ও ‘বিয়োগ’-এর কাজ করতে হয়। অবশ্য সম্ভব হলে গুণ ও ভাগের কাজ একত্রেও করা যায়। যেমন-

$$\begin{aligned}
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \left\{ 8 - \left(3 \div 2 - \frac{1}{2} \right) \right\} \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \left\{ 8 - \left(3 \div \frac{8-1}{2} \right) \right\} \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \left\{ 8 - \left(3 \div \frac{3}{2} \right) \right\} \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \left\{ 8 - \left(3 \times \frac{2}{3} \right) \right\} \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \{ 8 - 2 \} \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \{ 6 \} \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{1}{8} \text{ এর } 6 \right] \\
 & = 5 - \left[5 - \frac{3}{8} \right] \\
 & = 5 - \left[\frac{20-3}{8} \right] \\
 & = 5 - \frac{17}{8} \\
 & = \frac{20-17}{8} = \frac{3}{8} \text{ উত্তর} .
 \end{aligned}$$

২.৩ দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিবর্তনের নিয়ম :

[মনে রাখুন : কোন সংখ্যার সামনে যদি ফোঁটা থাকে তা হলে তাকে দশমিক আর কোন সংখ্যার উপরে যদি ফোঁটা থাকে তাহলে তাকে পৌণ্ডপুণিক বলে। যেমন :

২.৪ এটিকে পড়তে হবে এভাবে- দুই দশমিক আট এবং .২৭ = দশমিক দুই সাত পৌণ্ডপুণিক]

→ এক একটি পৌণ্ডপুণিকের জন্য হরে এক একটি ৯ লিখতে হবে। লবে দশমিক উঠিয়ে দিয়ে পুরো সংখ্যা লিখতে হবে এবং পৌণ্ডপুণিকের অংকগুলো ছাড়া তার বামে

$$\text{যে সকল অংক থাকে তা বিয়োগ করতে হবে ; যেমন : } 2.77 = \frac{277 - 2}{99} .$$

→ দশমিক থেকে আরম্ভ করে পৌণ্ডপুণিবের পূর্ব পর্যন্ত অর্থাৎ দশমিক এবং পৌণ্ডপুণিকের পূর্ব পর্যন্ত অর্থাৎ দশমিক এবং পৌণ্ডপুণিকের মাঝে যে সকল অংক থাকে তাদের প্রত্যেকটির জন্য হরে এক একটি করে শৃঙ্গ (o) হবে ; যেমন :

$$2.83 = \frac{283 - 28}{90} .$$

→ পৌণ্ডপুণিক ছাড়া যদি দশমিকের অংক থাকে তা হলে দশমিকের জন্য এক (1) এবং দশমিকের পরে যতটি অংক থাকবে তার প্রত্যেকটির জন্য একটি শৃঙ্গ (o) হবে;

$$\text{যেমন } .883 = \frac{883 - 88}{1000} .$$

২.৪ গ.সা.গু এবং ল.সা.গু :

গ.সা.গু : দুইটি সংখ্যার সবচেয়ে বড় সাধারণ গুণনীয়ককে তাদের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক (সংক্ষেপে গ.সা.গু) বলা হয়।

দুইটি সংখ্যার ১ ভিন্ন কোন সাধারণ গুণনীয়ক নাও থাকতে পারে। সেক্ষেত্রে তাদের গ.সা.গু হবে ১। এরূপ সংখ্যাযুগলকে সহমৌলিক (relatively বা coprime) বলা হয়; যেমন- ৮, ৯। দুইটি বিভিন্ন মৌলিক সংখ্যা অবশ্যই সহমৌলিক। কিন্তু সহমৌলিক সংখ্যাযুগলের কোন একটি সংখ্যা মৌলিক নাও হতে পারে।

দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ জানা থাকলে, তাদের গ.সা.গু। সহজেই লেখা যায়। যেমন-

$$2772 = 2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11 \text{ এবং}$$

$8200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ এর গ.সা.গু $= 2^2 \times 3 \times 7 = 84$ । এই প্রক্রিয়াতে উভয় সংখ্যার সাধারণ মৌলিক উৎপাদকগুলো চিহ্নিত করে উভয় সংখ্যার মধ্যে তাদের স্ফুরণমূল সূচক নিতে হয়, এভাবে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোর গুণফলই নির্ণয় গ.সা.গু।

ইউক্লিডের গ.সা.গু. নির্ণয়ের পদ্ধতি :

মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ না করে, কিভাবে দুইটি সংখ্যার গ.সা.গু. নির্ণয় করা যায়, তা সর্বথম উল্লেখ দেখা যায় ইউক্লিডের গণিতশাস্ত্রের মহাগ্রন্থ “অবতারণিকায়” (Euclid's Elements)। তাই ওই প্রণালী ইউক্লিডীয় গ.সা.গু. প্রক্রিয়া নামে পরিচিত। একটি উদাহরণের সাহায্যে প্রক্রিয়াটি ব্যাখ্যা করা যাক।

মনেকরি, ১৪৪ ও ৬৩০ এর গ.সা.গু নির্ণয় করতে হবে। প্রথমে বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যাটি দিয়ে ভাগ করি। ভাগফল হলো ৪, এবং ভাগশেষ হলো ৫৪। এখন এই ভাগশেষ দিয়ে ছোট সংখ্যাটিকে ভাগ দিই। ভাগফল হলো ২, ভাগশেষ হলো ৩৬। এখন আবার এই ভাগশেষ দিয়ে পূর্ববর্তী ভাগশেষ ৫৪-কে ভাগ দিই; ভাগফল হলো ১, ভাগশেষ হলো ১৮। এখন এই ভাগশেষ দিয়ে পূর্ববর্তী ভাগশেষ ৩৬-কে ভাগ দিলে কোন অবশিষ্ট থাকে না। ভাগ মিলে যাওয়ায় ঠিক আগের ভাগশেষই নির্ণয় গ.সা.গু। এক্ষেত্রে গ.সা.গু. হচ্ছে ১৮।

১৪৪) ৬৩০ (৪

৫৭৬

৫৪) ১৪৪ (২

১০৮

৩৬) ৫৪ (১

৩৬

১৮) ৩৬ (২

৩৬

×

ল.সা.গু : দুইটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতকদের মধ্যে ক্ষুদ্রতম সংখ্যাকে তাদের লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক (সংক্ষেপে ল.সা.গু) বলা হয়।

দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ জানা থাকলে তাদের ল.সা.গু. ও সহজে লেখা যায়। যেমন-

$$2772 = 2^3 \times 3^2 \times 7 \times 11 \text{ এবং}$$

$8200 = 2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ এর ল.সা.গু $= 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 138600$ । এই প্রক্রিয়ায় উভয় সংখ্যায় উপস্থিত সকল মৌলিক উৎপাদকগুলোর উভয় সংখ্যার মধ্যে বৃহত্তম সূচক নিতে হয়। এভাবে প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোর গুণফলই নির্ণয় ল.সা.গু।

→ দুইটি সহমৌলিক সংখ্যার ল.সা.গু. সংখ্যাদ্বয়ের গুণফল ; কেননা এরূপ দুইটি সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকে বিশ্লেষণ আদোৱা কোন সাধারণ উৎপাদক থাকতে পারে না। অতএব এদের ল.সা.গু. পেতে হলে সংখ্যাদ্বয়ের সকল মৌলিক উৎপাদকের গুণফল নিতে হবে, যা সংখ্যাদ্বয়ের গুণফলের সমান।

ভগ্নাংশের ল.সা.গু. ও গ.সা.গু. :

$$\text{দুই (বা ততোধিক) ভগ্নাংশের গ.সা.গু} = \frac{\text{লবগুলোর গ.সা.গু}}{\text{হরগুলোর ল.সা.গু}}$$

$$\text{দুই (বা ততোধিক) ভগ্নাংশের ল.সা.গু} = \frac{\text{লবগুলোর ল.সা.গু}}{\text{হরগুলোর গ.সা.গু}}$$

২.৫ অনুপাত :

অনুপাত দ্বারা একই জাতীয় দুইটি রাশির মধ্যে তুলনা বোঝায়। দুইটি একজাতীয় রাশি একটি অপরটির তুলনায় কতগুণ বা অংশ তাই ঐ রাশি দুইটির অনুপাত।

দুইটি রাশির অনুপাত নির্ণয় করতে হলে প্রথম রাশিকে দ্বিতীয় রাশি দ্বারা ভাগ করা হয়। প্রথম রাশিকে ‘পূর্ব রাশি’ এবং দ্বিতীয় রাশিকে ‘উত্তর রাশি’ বলা হয়।

যেমন : যদি রতন ও মানিক ঘন্টায় যথাক্রমে ৫ কি.মি. ও ৪ কি.মি. দৌড়ায় তবে

রতন ও মানিকের গতিবেগের অনুপাত = $\frac{5 \text{ কি.মি.}}{4 \text{ কি.মি.}}$ । অর্থাৎ রতনের গতিবেগ

মানিকের গতিবেগের $\frac{5}{8}$ গুণ।

অনুপাত একটি প্রকৃত ও অপ্রকৃত ভগ্নাংশ। সুতরাং ভগ্নাংশের সকল নিয়মই অনুপাতের বেলায় প্রযোজ্য। অনুপাতকে ‘ $\frac{3}{4}$ ’ এরূপ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কোন অনুপাতের মান ১ অপেক্ষা বড় হলে তাকে গুরু অনুপাত এবং ১ অপেক্ষা ছোট হলে তাকে লম্বু অনুপাত ও ১ হলে তাকে একানুপাত বলা হয়। যেমন-

$\frac{12}{5}$ গুরু অনুপাত এবং $\frac{3}{8}$ লম্বু অনুপাত।

বিভিন্ন প্রকার অনুপাত :

ব্যস্ত অনুপাত : কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশিকে যথাক্রমে উত্তর ও পূর্ব রাশি ধরে যে অনুপাত হয় তাকে প্রথম অনুপাতের ব্যস্ত অনুপাত বলা হয়। যেমন- $3 : 4$ এর ব্যস্ত অনুপাত $4 : 3$ ।

মিশ্র অনুপাত : দুইটি রাশির অনুপাতকে সরল অনুপাত বলা হয়। একাধিক সরল অনুপাতের পূর্ব রাশির গুণফলকে পূর্বরাশি ও উত্তর রাশির গুণফলকে উত্তর রাশি ধরে যে অনুপাত হয়, তাকে মিশ্র অনুপাত বলা হয়। যেমন- $5 : 6, 3 : 4$ ও $2 : 3$ তিনটি সরল অনুপাত। তাদের পূর্ব রাশিগুলোর গুণফল 30 এবং উত্তর রাশিগুলোর গুণফল 72 ; সুতরাং প্রদত্ত অনুপাত তিনটির মিশ্র অনুপাত $30 : 72$ ।

দ্বিগুণানুপাত : কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির বর্গের অনুপাতকে তার দ্বিগুণানুপাত বলা হয়। যেমন- $3 : 2$ এর দ্বিগুণানুপাত $3^2 : 2^2 = 9 : 4$ ।

দ্বিভাজিত অনুপাত : কোন অনুপাতের পূর্ব ও উত্তর রাশির বর্গমূলের অনুপাতকে তার দ্বিভাজিত অনুপাত বলা হয়।

যেমন- $16 : 9$ এর দ্বিভাজিত অনুপাত $\sqrt{16} : \sqrt{9} = 4 : 3$ ।

সমানুপাত : যদি চারটি রাশি একুপ হয় যে প্রথম ও দ্বিতীয়টির অনুপাত তৃতীয় ও চতুর্থটির অনুপাতের সমান, তবে ওই চারটি রাশি নিয়ে একটি সমানুপাত উৎপন্ন হয়। যেমন- ৫ টাকা, ১৫ টাকা, ৬ কি.মি. এবং ১৮ কি.মি.। রাশি চারটি একটি সমানুপাত তৈরী করে। কেননা, প্রথম দুইটি রাশির অনুপাত $\frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ এবং দ্বিতীয় দুইটি রাশির

$$\text{অনুপাত } \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \text{। এই অনুপাতকে } 5 : 15 = 6 : 18 \text{ প্রকাশ করা হয়।}$$

সমানুপাতের চারটি রাশিই একজাতীয় হওয়ার প্রয়োজন হয় না। প্রত্যেক অনুপাতের রাশি দুইটি একজাতীয় হলেই চলে। সমানুপাতের প্রথম ও চতুর্থ রাশিকে প্রাতীয় রাশি ও দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্য রাশি বলা হয়। চতুর্থ রাশিকে ১ম, ২য় ও ৩য় রাশির চতুর্থ সমানুপাতিক বলা হয়। সমানুপাতের ১ম, ২য়, ৩য় ও ৪র্থ রাশিকে উল্লিখিত ক্রমে সমানুপাতি বলা হয়।

ক্রমিক সমানুপাত : যদি একই জাতীয় তিনটি রাশি একুপ হয় যে ১ম : ২য় = ২য় : ৩য়, তবে ওই রাশি তিনটি ক্রমিক সমানুপাতে আছে বলা হয়। এখানে ২য় রাশিটিকে ১ম ও ৩য় রাশির মধ্যক বা মধ্য সমানুপাতী এবং তৃতীয় রাশিকে ১ম ও ২য় রাশির তৃতীয় সমানুপাতিক বলা হয়।

সম্পর্কীয় :

- 1) চারটি রাশি সমানুপাতী হলে প্রাতীয় রাশি দুইটির মানের গুণফল মধ্যরাশি দুইটির মানের গুণফলের সমান হয়। অর্থাৎ, ক : খ = গ : ঘ হলে কঘ = গঘ।
- 2) সমানুপাতের অনুপাত দুইটির ব্যস্ত অনুপাত দুইটি ও সমান হয়।
- 3) চারটি একজাতীয় রাশি সমানুপাতিক হলে ১ম ও ৩য় রাশির অনুপাত, ২য় ও ৪র্থ রাশির অনুপাতের সমান হয়। অর্থাৎ, ক : খ = গ : ঘ হলে ক : গ = খ : ঘ।

২.৬ শতকরা হিসাব এবং তার ব্যবহার :

শতকরা একটি ভগ্নাংশ, যার হর ১০০। সুদ-কষা, লাভ-ক্ষতি, জনসংখ্যা সম্পর্কিত তথ্য প্রভৃতি দৈনন্দিন ব্যবহারিক ক্ষেত্রে আমরা শতকরা ব্যবহার করে থাকি।

শতকরা প্রকাশের প্রতীক ‘%’। এর অর্থ প্রতি ‘শতে’। যেমন, শতকরা ৭ অর্থ $\frac{7}{100}$ । একে ৭% লেখা হয়।

নিম্নে কয়েকটি ভগ্নাংশের সঙ্গে তাদের শতকরা সম্পর্ক দেখানো হলো :

ভগ্নাংশ	দশমিক ভগ্নাংশ	শতাংশ	শতকরা
১ — ৮	.125	২৫ — ১০০	২০%
১ — ৫	.20	২০ — ১০০	২০%
৩ — ২	.150	১৫০ — ১০০	১৫০%
১ — ৮	.125	১২ — ১০০	১২ — ২%
১ — ২০০	.005	১ — ১০০	১ — ২%

যে কোন সাধারণ বা দশমিক ভগ্নাংশকে শতকরায় এবং শতকরাকে সাধারণ বা দশমিক ভগ্নাংশে রূপান্তরিত করা যায়।

শতকরাকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ :

$$18\% = \frac{18}{100} = \frac{9}{50} ; \quad 2\frac{1}{3}\% = \frac{\frac{7}{3}}{100} = \frac{7}{300} = \frac{9}{3} \times \frac{1}{100} = \frac{9}{300}$$

সাধারণ ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ :

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{80}{100} = 80\% ; \quad \frac{1}{8} = \frac{1}{8} \times \frac{12\frac{1}{2}}{12\frac{1}{2}} = \frac{12\frac{1}{2}}{100} = 12\frac{1}{2}\%$$

শতকরাকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ :

$$2.8\% = \frac{2.8}{100} = .028 ; \quad 130\% = \frac{130}{100} = 1.30$$

সূত্র : যদি b = মোট রাশি, r = শতকরা ভগ্নাংশ = $\frac{r}{100}\%$ ও

p = শতকরা অংশ = b এর $S\%$ হয় তাহলে $p = br$.

দশমিক ভগ্নাংশকে শতকরায় প্রকাশ :

$$.0067 = \frac{.0067 \times 100}{100} = \frac{.67}{100} = .67\%$$

$$1.35 = \frac{1.35 \times 100}{100} = \frac{135}{100} = 135\%$$

২.৭ লাভ ও ক্ষতি :

জিনিসপত্র কেনাবেচায় লাভ বা ক্ষতি হতে পারে। কোন জিনিস কিনতে বা তৈরী করতে যে ব্যয় হয়, তাকে 'ক্রয়মূল্য' বলা হয়। আর কোন জিনিস বিক্রয় করলে যে দাম পাওয়া যায় তাকে 'বিক্রয়মূল্য' বলা হয়।

বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য অপেক্ষা বেশ হলে লাভ হয়।

বিক্রয়মূল্য ক্রয়মূল্য অপেক্ষা কম হলে ক্ষতি হয়।

সাধারণ ব্যবসায়ীরা কেনাবেচার জন্য দোকানভাড়া, কুলিভাড়া, গাড়িভাড়া ও কর্মচারীর বেতন দিয়ে থাকেন। এসব খরচকে আনুষঙ্গিক খরচ বলা হয়। একটি জিনিসের ক্রয়মূল্য এবং তা কেনাবেচার খাতে আনুষঙ্গিক খরচকে একত্রে ওই জিনিসের জন্য বিনিয়োগ বলা হয়। অর্থাৎ একটি জিনিস বিক্রয়ের পূর্ব পর্যন্ত সেই খাতে সর্বমোট খরচই বিনিয়োগ। অনেক সময় বিনিয়োগকে প্রকৃত ক্রয়মূল্য বা সর্বমোট খরচ বলে ধরা হয়। ব্যবসায়ীরা বিনিয়োগের উপর নির্ভর করে বিক্রয়মূল্য নির্দিষ্ট করে। অর্থাৎ উপরের আলোচনা থেকে বলা যায় যে,

বিক্রয়মূল্য - ক্রয়মূল্য = লাভ

ক্রয়মূল্য - বিক্রয়মূল্য = ক্ষতি

ক্রয়মূল্য + আনুষঙ্গিক খরচ = বিনিয়োগ

বিনিয়োগ + লাভ = বিক্রয়মূল্য

বিনিয়োগ - ক্ষতি = বিক্রয় মূল্য

মনে রাখতে হবে যে লাভ বা ক্ষতি সবসময় বিনিয়োগের উপর হিসাব করা হয় এবং তাকে সাধারণ বিনিয়োগের শতকরা রূপে প্রকাশ করা হয়। আনুষঙ্গিক খরচের উল্লেখ না থাকলে ক্রয়মূল্যকেই বিনিয়োগ বলে গণ্য করা হয়।

S% লাভ বা ক্ষতি বললে লাভ বা ক্ষতি বিনিয়োগের S% বুঝায়। এর অর্থ 100 টাকা বিনিয়োগের লাভ বা ক্ষতি S টাকা। b টাকা বিনিয়োগে S% লাভ বা ক্ষতি

$$\text{হলে } p = br \text{ সূত্র থেকে পাওয়া যায়, } p = br = b \times \frac{S}{100}$$

সূতরাং S% লাভে b টাকা বিনিয়োগকৃত জিনিসের বিক্রয়মূল্য = $b + \frac{b \times S}{100}$ টাকা।

$S\%$ ক্ষতিতে b টাকা বিনিয়োগকৃত জিনিসের বিক্রয়মূল্য = $b - \frac{b \times S}{100}$ টাকা।

b টাকা বিনিয়োগে মোট p টাকা লাভ বা ক্ষতি হলে $p=br$ সূত্র থেকে পাওয়া যায়।

$$r = \frac{p}{b} = \frac{p \times 100}{100} = \frac{p \times 100}{b} \% .$$

অর্থাৎ শতকরা লাভ বা ক্ষতি = $\frac{p \times 100}{b}$ টাকা।

২.৮ সুদকষ্ট :

কোনো ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠান অপর কোন ব্যক্তি বা প্রতিষ্ঠানকে টাকা ধার দিলে ধারদাতাকে পাওনাদার এবং ধার গ্রহীতাকে দেনাদার বলা হয়।

ধার দেওয়া টাকাকে সাধারণত মূলধন বা আসল বলা হয়।

পাওনাদার দেনাদারের নিকট থেকে মূলধনের উপর যে অতিরিক্ত টাকা পেয়ে থাকে তাকে মূলধনের সুদ বলা হয়। অর্থাৎ মূলধন ব্যবহারের জন্য মূলধনের মালিককে যে অতিরিক্ত অর্থ দিতে হয় তাই সুদ।

সুদ ও মূলধন বা আসলের সমষ্টিকে সুদ মূল বা সুদ-আসল বলা হয়।

কোন নির্দিষ্ট টাকার উপর কোন নির্দিষ্ট সময়ের জন্য যে সুদ দেয়া হয় তাকে সুদের হার বলা হয়। সুদের হার সাধারণত ১০০ টাকার উপর এক বছরের জন্য ধরা হয়ে থাকে এবং তাকে শতকরা বার্ষিক সুদের হার বলা হয়।

সুদ সাধারণত দুই প্রকার : সরল সুদ ও চক্ৰবৃদ্ধি সুদ।

কেবল আসল বা মূলধনের উপর যে সুদ হিসাব করা হয় তাকে সরল সুদ বলা হয়। আবার নির্দিষ্ট সময়তে উদ্ভৃত সুদ-আসলকে আসল ধরে পরবর্তী নির্দিষ্ট সময়ের জন্য তার উপর সুদ নির্ধারণ করা হলে ওই সুদকে চক্ৰবৃদ্ধি সুদ বলা হয়।

অন্যরূপ উল্লেখ না থাকলে 'সুদের হার' বলতে শতকরা বার্ষিক সুদের হার বুঝায়। সরল সুদকষ্টার ক্ষেত্রে আসল, সুদ, সুদের হার ও সময়-এই চারটি উপাদের যে কোন তিনটি জানা থাকলে, চতুর্থটি ঐকিক নিয়মে নির্ণয় করা যায়।

লক্ষণীয় যে,

শতকরা বার্ষিক সুদের হার S হলে,

১০০ টাকার ১ বছরের সুদ S টাকা

$$1 \text{ টাকার } 1 \text{ বছরের সুদ } \frac{S}{100} \text{ টাকা}$$

$$b \text{ টাকার } 1 \text{ বছরের সুদ } b \times \frac{S}{100} \text{ টাকা}$$

$$b \text{ টাকার } t \text{ বছরের সুদ } b \times \frac{S}{100} \times t \text{ টাকা}$$

অর্থাৎ, $i = brt$

যেখানে $b = \text{মূলধন}, r = 1 \text{ টাকার } 1 \text{ বছরের সুদ} = \frac{S}{100}$, যেখানে সুদের হার $S\%$

, $t = \text{সময় (বছর)}, i = \text{মোট সুদ}$

উল্লেখ যে, $S\%$ সুদের হার একক মূলধনের একক সময়ের সুদ $r = \frac{S}{100}$

সুদ-কষার উপরোক্ত $i = brt$ সূত্রের ব্যবহার অনেক ক্ষেত্রে সুবিধাজনক।

সাধারণভাবে ৩০ দিনে ১ মাস, ১২ মাসে ১ বছর এবং ৩৬৫ দিনে ১ বছর ধরা হয়। বছরের কোন নির্দিষ্ট সময় থেকে অন্য কোন নির্দিষ্ট সময় হিসাব করতে হলে প্রতি ইংরেজী মাসে যতদিন থাকে তা ধরতে হবে-যেমন, জুন মাসে ৩০ দিন, জুলাই ও আগস্ট মাসে ৩১ দিন, ইত্যাদি।

২.৯ ক্ষেত্র পরিমাপ :

কোন সমতলের সীমাবদ্ধ স্থানকে ক্ষেত্র বলে। আর সীমাবদ্ধ স্থানের পরিমাপকে ওই ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বলা হয়।

যে কোন পরিমাপে একক প্রয়োজন। ক্ষেত্র পরিমাপের জন্য, যে বর্গক্ষেত্রের বাহু ১ দৈর্ঘ্য-একক (যথা : সে.মি., ইঞ্চি ইত্যাদি), তার ক্ষেত্রফলকে একক হিসাবে নেয়া হয় এবং একে ১ বর্গ দৈর্ঘ্য একক (যথা : বর্গ সে.মি., বর্গ ইঞ্চি ইত্যাদি) বলা হয়।

যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ১ সে.মি., তার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ.সে.মি.। যে বর্গক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ১ ইঞ্চি, তার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ ইঞ্চি। বড় আকারের ক্ষেত্রের পরিমাপের জন্য বৃহত্তর একক ব্যবহার করা হয়। যথা : ১ বর্গ মিটার (বর্গ মি.) ১ বর্গ কি.মি., ১ বর্গ মাইল ইত্যাদি।

মেট্রিক পদ্ধতিতে ভূমি পরিমাপের একক এয়র।

১ এয়র = ১ বর্গ ডেকামিটার = ১০০ বর্গ মিটার।

দেশীয় পদ্ধতিতে পূর্বে বর্গগজ, বর্গ চেইন, একর, বর্গমাইল এবং ছটাক, কাঠা, বর্গরাশি, বিঘা ইত্যাদি ব্যবহৃত হতো। নিচে ক্ষেত্র পরিমাপের বিভিন্ন এককের সম্পর্ক উল্লেখ করা হলো :

১ বর্গ মিটার = ১০০ বর্গ ডেসিমিটার = ১০০০০ বর্গ সে.মি.

১ এয়র = ১ বর্গ ডেকামিটার = ১০০ বর্গ মিটার

১ বর্গ ফুট = ১৪৪ বর্গ ইঞ্চি

১ বর্গ গজ = ৯ বর্গ ফুট

- ১ চেইন = ২২ গজ
 ১ বর্গ চেইন = ৪৮৪ বর্গগজ
 ১ একর = ১০ বর্গ চেইন = ৪৮৪০ বর্গ গজ
 ১ বর্গ মাইল = ৬৪০ একর
 ১ ছাটাক = ৫ বর্গগজ
 ১ কাঠা = ১৬ ছাটাক = ৮০ বর্গগজ
 ১ বিঘা = ২০ কাঠা = ১৬০০ বর্গগজ
 ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ = ৩ বিঘা ৮ ছাটাক
 ১ রশি = ৪০ গজ
 ১ বর্গ রশি = ১৬০০ বর্গগজ = ১ বিঘা

বিভিন্ন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সূত্রসমূহ :

আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $(বাহু)^2$

বর্গক্ষেত্রের কর্ণ = $\sqrt{(বাহু)^2 + (বাহু)^2}$

সামন্তরিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

ত্রিভূজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times ভূমি \times উচ্চতা$

সমকোণী ত্রিভূজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের গুণফলের অর্ধেক।
 যেখানে, a, b, c ত্রিভূজের বাহু তিনটির দৈর্ঘ্য এবং $2S = a + b + c$ (ত্রিভূজের পরিসীমা) সেখানে, ত্রিভূজ-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

অর্ধ পরিসীমা = $(S) = \frac{a+b+c}{2} = \frac{\text{পরিসীমা}}{2}$

বর্গক্ষেত্রের পরিসীমা = $8 \times$ এক বাহুর পরিমাণ

সমদ্বিবাহু ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{a}{8} \sqrt{8b^2 - a^2}$ [যেখানে a = ভূমি, b = অপর বাহু]

সমবাহু ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল = $\frac{\sqrt{3}}{8} a^2$ [যেখানে a = যে কোন বাহুর দৈর্ঘ্য]

২.১০ বিবিধ পরিমাপ :

ওজন পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ

১০ মিলিগ্রাম	=	১ সেন্টিগ্রাম
১০ সেন্টিগ্রাম	=	১ ডেসিগ্রাম
১০ ডেসি গ্রাম	=	১ গ্রাম
১০ গ্রাম	=	১ ডেকাগ্রাম
১০ ডেকাগ্রাম	=	১ হেক্টোগ্রাম
১০ হেক্টোগ্রাম	=	১ কিলোগ্রাম
১০০ কিলোগ্রাম	=	১ কুইন্টাল
১০০০ কিলোগ্রাম বা	=	১ মেট্রিক টন
১০ কুইন্টাল		

তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ

১০ মিলিলিটার	=	১ সেন্টিলিটার
১০ সেন্টিলিটার	=	১ ডেসিলিটার
১০ ডেসিলিটার	=	১ লিটার
১০ লিটার	=	১ ডেকালিটার
১০ ডেকালিটার	=	১ হেক্টোলিটার
১০ হেক্টোলিটার	=	১ কিলোলিটার

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ

১০ মিলিমিটার	=	১ সেন্টিমিটার
১০ সেন্টিমিটার	=	১ ডেসিমিটার
১০ ডেসিমিটার	=	১ মিটার
১০ মিটার	=	১ ডেকামিটার
১০ ডেকামিটার	=	১ হেক্টোমিটার
১০ হেক্টোমিটার	=	১ কিলোমিটার

দৈর্ঘ্য পরিমাপের মেট্রিক ও ব্রিটিশ পদ্ধতির সম্পর্ক

১ মিটার	=	৩৯.৩৭ ইঞ্চি (প্রায়)
১ কিলো মিটার	=	০.৬২ মাইল (প্রায়)
১ ইঞ্চি	=	২.৫৪ সে.মি. (প্রায়)
১ গজ	=	০.৯১৪৮ মিটার (প্রায়)
১ মাইল	=	১.৬ কিলোমিটার (প্রায়)

ক্ষেত্রফল পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ	
ভূমি পরিমাপের মূল একক	:
১০০ বর্গ সেন্টিমিটার	= ১ বর্গ ডেসিমিটার
১০০ বর্গ ডেসিমিটার	= ১ বর্গ মিটার
১০০ বর্গ মিটার	= ১ এয়ার (বর্গ ডেকামিটার)
১০০ এয়ার	= ১ হেক্টর বা ১ বর্গ হেক্টোমিটার
ক্ষেত্রফল পরিমাপের ত্রিটিশ এককসমূহ	
১৪৪ বর্গ ইঞ্চি	= ১ বর্গ ফুট
৯ বর্গ ফুট	= ১ বর্গ গজ
৪৮৪০ বর্গ গজ	= ১ একর
১০০ শতক (ডেসিমেল)	= ১ একর
১৭৬০ বর্গগজ	= ১ মাইল
ক্ষেত্রফল পরিমাপের দেশীয় এককসমূহ	
১ বর্গ হাত	= ১ গণ্ডা
২০ গণ্ডা	= ১ ছাঁটাক
১৬ ছাঁটাক	= ১ কাঠা
২০ কাঠা	= ১ বিঘা
ক্ষেত্রফল পরিমাপের মেট্রিক ও ত্রিটিশ পদ্ধতির সম্পর্ক	
১ বর্গ সেন্টিমিটার	= ০.১৬ বর্গ ইঞ্চি (প্রায়)
১ বর্গ মিটার	= ১০.৭৬ বর্গফুট (প্রায়)
১ হেক্টর	= ২.৪৭ একর (প্রায়)
১ বর্গ ইঞ্চি	= ৬.৪৫ বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)
১ বর্গ ফুট	= ৯২৯ বর্গ সেন্টিমিটার (প্রায়)
১ বর্গ গজ	= ০.৮৪ বর্গ মিটার (প্রায়)
১ বর্গ মাইল	= ৬৪০ একর
ক্ষেত্রফল পরিমাপের মেট্রিক , ত্রিটিশ ও দেশীয় এককের সম্পর্ক	
১ বর্গ হাত	= ৩২৪ বর্গ ইঞ্চি
৮ বর্গগজ বা ৮ গণ্ডা	= ৯ ফুট = ০.৮৩৬ বর্গমিটার (প্রায়)
১ কাঠা	= ৭২০ বর্গফুট = ৮০ বর্গগজ = ৬৬.৮৯ বর্গমিটার (প্রায়)
১ বিঘা	= ১৬০০ বর্গ গজ = ১৩৩৭.৮ বর্গমিটার (প্রায়)
১ শতক	= ৪৩৫.৬ বর্গফুট (প্রায়) = ১০০০ বর্গকড়ি (১০০ কড়ি=৬৬ ফুট)
১ বর্গমাইল	= ১৯৩৬ বিঘা

১ বর্গমিটার	= ৪.৭৮ গণ্ডা (প্রায়)
	= ০.২৩৯ ছটাক (প্রায়)
১ এয়র	= ২৩.৯ ছটাক (প্রায়)

আয়তন পরিমাপের মেট্রিক এককসমূহ

১০০০ ঘনসেন্টিমিটার	= ১ ঘন ডেসিমিটার
১০০০ ঘন ডেসিমিটার	= ১ ঘন মিটার
১ ঘন মিটার	= ১ স্টেয়র
১০ ঘনস্টেয়র	= ১ ডেকাস্টেয়র
আয়তনে মেট্রিক ও ব্রিটিশ এককের সম্পর্ক	
১ স্টেয়র	= ৩৫.৩ ঘনফুট (প্রায়)
১ ডেকাস্টেয়র	= ১৩.০৮ ঘনগজ (প্রায়)
১ ঘনফুট	= ২৮.৩৬ লিটার (প্রায়)
১ ইঞ্চি	= ২.৫৪ সেন্টিমিটার (প্রায়)
১ মিটার	= ৩৯.৩৭ ইঞ্চি
১০০ এয়র	= ১ হেক্টর
১ হেক্টর	= ১০০০ বর্গমিটার
১ ঘন মিটার	= ১০,০০,০০০ ঘন সেন্টিমিটার
১ বর্গমিটার	= ১০.৭৬ বর্গফুট
২.৪৭ একর	= ১ হেক্টর
১ লিটার	= ১০০০ ঘন সেন্টিমিটার
১ লিটার	= ০.২২ গ্যালন (প্রায়)
১ গ্যালন	= ৪.৫৫ লিটার (প্রায়)
১ কিলোগ্রাম	= ২.২ পাউণ্ড বা $1\frac{1}{28}$ সের
১ কুইন্টাল	= ১০০ কিলোগ্রাম
১ মেট্রিক টন	= ১০ কুইন্টাল = ১০০০ কি.গ্রাম
১ এয়র	= ১ বর্গ ডেকামিটার = ১০০ বর্গ মিটার
১ বর্গমিটার	= ১০০ বর্গ ডেসিমিটার = ১০,০০০ বর্গ সে.মি.
১ বর্গ ফুট	= ১৪৪ বর্গ ইঞ্চি
১ বর্গ গজ	= ৯ বর্গ ফুট
১ বর্গ চেইন	= ৮৪৪ বর্গগজ (১ চেইন = ২২ গজ)
১ একর	= ৮৪৪০ বর্গ গজ

১ বর্গ মাইল	=	১০ বর্গ চেইন
১ ছটাক	=	৬৪০ একর
১ কাঠা	=	৫ বর্গ গজ
১ বিঘা	=	১৬ ছটাক = ৮০ বর্গগজ
১ একর	=	২০ কাঠা = ১৬০০ বর্গ গজ
	=	৪৮৪০ বর্গগজ
১ বর্গ রশি	=	=৩ বিঘা ৮ ছটাক
	=	১৬০০ বর্গগজ
১০০০ ঘন সেন্টিমিটার পানির ভর	=	=১ বিঘা (১ রশি = ৮০ গজ)
	=	১ কিলোগ্রাম

পরিমাপ সংখ্যা পাতন

স্থানীয়মান	সহজ	শতক	দশক	একক	দশমাংশ	শতাংশ	সহস্রাংশ
দশমিক মান	১০০০	১০০	১০	১	১/১০	১/১০০	১/১০০০
মেট্রিক মান	কিলো	হেক্টে	ডেকা	এককের মান	ডেসি	সেন্টি	মিলি
দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক	কিলো- কিলো	হেক্টো- মিটার	ডেকা- মিটার	মিটার	ডেসি- মিটার	সেন্টি- মিটার	মিলি- মিটার
ওজন পরিমাপের একক	কিলো- গ্রাম	হেক্টো- গ্রাম	ডেকা- গ্রাম	গ্রাম	ডেসি- গ্রাম	সেন্টি- গ্রাম	মিলি- গ্রাম
তরল পরিমাপের একক	কিলো- লিটার	হেক্টো- লিটার	ডেকা- লিটার	লিটার	ডেসি- লিটার	সেন্টি- লিটার	মিলি- লিটার

ক্ষেত্রফলের শুরুত্পূর্ণ একক সমূহের পূর্ণ ও সাংকেতিক নাম

রাশির পূর্ণ নাম	বাংলা সংকেত	ইংরেজী সংকেত	রাশির পূর্ণ নাম	বাংলা সংকেত	ইংরেজী সংকেত
কিলোমিটার	কি.মি.	km	ইঞ্চি	ই.	inch
পাউণ্ড	পা.	lbs	ফুট	ফুট	ft
ড্রাম	ড্রা.	dr	গজ	গ.	yds
কোয়ার্টার	কো.	qr	হাত	হা.	cubit
হন্দর	হ.	cwt	ফার্লং	ফা.	fur
জিল	জি.	gi	লিটার	লি.	L
পাইন্ট	পাই.	pt	মিলিলিটার	মিলি.	ml

২.১১ এক নজরে পাটিগণিতের শুল্কপূর্ণ সূত্রসমূহ :

বিভাজ্যতার সূত্র সমূহ :

১. ভাজ্য = ভাগফল \times ভাজক + ভাগশেষ
২. ভাজক = ভাজ্য - ভাগশেষ \div ভাগফল

ভগ্নাংশের গ.সা.গু. ও ল.সা.গু-র সূত্র সমূহ :

৩. ভগ্নাংশের গ.সা.গু =
$$\frac{\text{লবগুলার গ.সা.গু}}{\text{হরগুলার ল.সা.গু}}$$
৪. ভগ্নাংশের ল.সা.গু =
$$\frac{\text{লবগুলার ল.সা.গু}}{\text{হরগুলার গ.সা.গু}}$$
৫. ভগ্নাংশদ্বয়ের গুণফল = ভগ্নাংশদ্বয়ের ল.সা.গু \times ভগ্নাংশদ্বয়ের গ.সা.গু.

গড় নির্ণয়ের সূত্র সমূহ :

৬. গড় = রাশি সমষ্টি \div রাশি সংখ্যা বা, গড় =
$$\frac{\text{রাশির সমষ্টি}}{\text{রাশির সংখ্যা}}$$
৭. রাশির সমষ্টি = গড় \times রাশির সংখ্যা
৮. রাশির সংখ্যা = রাশির সমষ্টি \div গড়
৯. আয়ের গড় =
$$\frac{\text{মোট আয়ের পরিমাণ}}{\text{মোট লোকের সংখ্যা}} \text{ অথবা, } \frac{\text{মোট টাকা}}{\text{মোট জন}}$$

$$10. \text{ সংখ্যাগুলার যোগফল} = \frac{\text{সংখ্যাগুলার পরিমাণ বা সংখ্যা}}{\text{সংখ্যার পরিমাণ বা সংখ্যা}}$$

$$11. \text{ ক্রমিক ধারার গড়} = \frac{\text{শেষ পদ} + 1\text{ম পদ}}{2}$$

$$12. \text{ এক জাতীয় কতিপয় রাশির যোগফল} = \text{গড়} \times \text{রাশির সংখ্যা}$$

$$13. \text{ শ্রেণী বিন্যাসকৃত উপান্তের গড়} =$$

$$\frac{\text{শ্রেণীর মধ্যবিন্দু ও ঘটন সংখ্যাগুলার গুণফলের সমষ্টি}}{\text{ঘটনসংখ্যাগুলার সমষ্টি}}$$

উপরোক্ত ১৩নং সূত্রটির সহজ রূপ :

$$14. \text{ শ্রেণী বিন্যাসকৃত উপান্তের গড়} =$$

$$\text{অনুমিত শ্রেণীর মধ্য বিন্দু} + \frac{\sum (\text{ঘটন সংখ্যা বিচ্ছিন্ন সংখ্যা})}{\text{মোট ঘটনসংখ্যা}} \times \text{শ্রেণী বিস্তার}$$

$$[\text{সমষ্টিকে } \sum \text{ চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা হয়}]$$

শতকরাহাস-বৃদ্ধির সূত্র সমূহ :

১৫. হিসাবকৃত মূল্য = বর্ধিত মূল্য \times হাসকৃত মূল্য / 100

১৬. শতকরা ব্যবহারহাস = শতকরা বৃদ্ধি / বর্ধিত মূল্য \times 100%

১৭. শতকরা ব্যবহার বৃদ্ধি = শতকরাহাস / হাসকৃত মূল্য \times 100%

$$\text{বা, ক্রয়মূল্য} = \frac{100 \times \text{বেশি}}{\text{ক্ষতি} + \text{লাভ}}$$

গ্রেডিক নিয়মের সূত্র সমূহ : সময় ও দূরত্বাটিত সমস্যা, কাজ, সময় দূরত্ব ও গতি বিষয়ক সমস্যা ও নৌকা ও স্রোতের বেগ সম্পর্কিত সমস্যার জন্য

সময় ও দূরত্বাটিত সমস্যার জন্য সূত্র :

১৮. দূরত্ব = গতিবেগ \times সময়

$$19. \text{ গতিবেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}}$$

$$20. \text{ সময়} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{গতিবেগ}}$$

২১. সময় = প্রাথমিক লোক সংখ্যা \times দিন/ঘণ্টা \div পরিবর্তিত লোকসংখ্যা
[যদি লোকসংখ্যা এবং দিন বা ঘণ্টা দেওয়া থাকে তবে সময় নির্ণয়ের জন্য এই
সূত্র ব্যবহার হবে]

কাজ-এর সূত্র :

২২. কাজের সময় = $\frac{1}{\text{মোট কাজ}} \times \frac{\text{উভয় জনের কাজ}}{\text{১ম জনের কাজ} - \text{উভয় জনের কাজ}}$

$$\text{অর্থাৎ, কাজের সময় (y)} = \frac{x \times g}{x - g}$$

সময়, দূরত্ব ও গতি নির্ণয়ের সূত্র :

$$23. \text{ গতি বা বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} \text{ বা, } \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$$

$$24. \text{ সময়} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{বেগ}}$$

$$25. \text{ স্থানটির দূরত্ব} = \frac{\text{বেশি গতি} \times \text{কম গতি}}{\text{বেশি গতি} - \text{কম গতি}} \times \text{সময়ের পার্থক্য}$$

নৌকা ও স্রোতের বেগ সম্পর্কিত সূত্র :

$$26. \text{গড় গতিবেগ} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{মোট সময়}}$$

$$27. \text{প্রতিকূল ক্ষেত্রে, সময়} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{গতির ব্যবধান}}$$

$$28. \text{অনুকূল ক্ষেত্রে, সময়} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{গতির সমষ্টি}}$$

$$29. \text{অনুকূল} + \text{প্রতিকূল ক্ষেত্রে, সময়} = \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{গতির সমষ্টি}} + \frac{\text{মোট দূরত্ব}}{\text{গতির ব্যবধান}}$$

$$30. \text{স্রোতের বেগ} = \frac{\text{অনুকূল} - \text{প্রতিকূল}}{2}$$

$$31. \text{নৌকার বেগ} = \frac{\text{অনুকূল} + \text{প্রতিকূল}}{2}$$

শতকরা লাভ-ক্ষতি নির্ণয়ের সূত্র :

$$32. \text{টাকা হিসাব করে শতকরা লাভ} = \frac{\text{লাভের পরিমাণ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100\%$$

$$33. \text{পণ্য হিসাবে শতকরা লাভ} = \frac{\text{লাভ পণ্য}}{\text{বিক্রয় পণ্য}} \times 100\%$$

$$34. \text{পণ্য হিসাবে শতকরা ক্ষতি} = \frac{\text{ক্ষতি পণ্য}}{\text{বিক্রয় পণ্য}} \times 100\%$$

$$35. \text{টাকা হিসাব করে শতকরা ক্ষতি} = \frac{\text{ক্ষতির পরিমাণ}}{\text{ক্রয়মূল্য}} \times 100\%$$

ক্রয় হিসাব

$$36. \text{ক্রয়মূল্য} = \text{বিক্রয়মূল্য} \times 100 / \text{পরিবর্তিত মূল্য}$$

$$37. \text{ধার্যমূল্য} = \text{পরিবর্তিত মূল্য}/\text{হাসকৃত মূল্য} \times \text{ক্রয়মূল্য}$$

$$38. \text{শেষ বিক্রয়মূল্য} = \text{ক্রয়মূল্য} \times \text{বর্ধিত মূল্য}/100 \times \text{হাসকৃত মূল্য}/100$$

$$39. \text{কমিশন/ ছাড় : মূল্য বা ক্রয়মূল্য} (\text{পরপর ডিসকাউন্টের পরে})$$

$$\text{সূত্র} = \text{মূল টাকা} \times 1\text{মহাসকৃত মূল্য}/100 \times 2\text{য়হাসকৃত মূল্য}/100$$

সুদ-ক্ষমার সূত্র সমূহ :

$$40. \text{আসল} = \frac{100 \times \text{সুদ}}{\text{সময়} \times \text{সুদের হার}}$$

$$81. \text{সুদ} = \frac{\text{আসল} \times \text{সময়} \times \text{সুদের হার}}{100}$$

$$82. \text{সুদের হার} = \frac{100 \times \text{সুদ}}{\text{আসল} \times \text{সময়}} \text{ আসল সময় সুদের হার}$$

$$83. \text{সময়} = \frac{100 \times \text{সুদ}}{\text{আসল} \times \text{সুদের হার}}$$

সময়, সুদের হার ও সুদাসল জানা থাকলে আসল নির্ণয়ের সূত্র :

$$84. \text{আসল} = \frac{100 \times \text{সুদাসল}}{100 + \text{সময়} \times \text{সুদের হার}}$$

$$85. \text{চক্রবৃদ্ধি সুদাসল} = \text{আসল} \left(1 + \frac{\text{সুদের হার}}{100} \right) \text{বছর}$$

জনমিতির সূত্র সমূহ :

$$86. \text{স্তুল জন্মহার} = \frac{B}{P} \times 1000$$

[$B = 1$ বছরে জন্মগ্রহণকারী শিশু, $P =$ বছরের মধ্যে জনসংখ্যা]

$$87. \text{স্তুল মৃত্যুহার} = \frac{D}{P} \times 1000$$

[$D = 1$ বছরে মৃত শিশু, $P =$ বছরের মধ্যে জনসংখ্যা]

$$88. \text{স্বাভাবিক বৃদ্ধির হার} = \frac{B - D}{P} \times 1000 = CBR - CDR$$

$$89. \text{স্বাভাবিক শতকরা বৃদ্ধির হার} = \frac{CBR - CDR}{10}$$

$$90. \text{শিশু মৃত্যুর হার} = \frac{D_{0-1}}{P_{0-1}} \times 1000$$

[$D_{0-1} = 1$ বছরে জন্ম নেওয়া শিশু, $P_{0-1} =$ বছরে শিশু মৃত্যুর সংখ্যা]

$$91. \text{সাধারণ প্রজনন ক্ষমতার হার} = \frac{B}{F_{12-49}} \times 1000$$

92. জনসংখ্যা দিগ্নি হওয়ার সময় = $70 \div$ স্বাভাবিক বৃদ্ধির শতকরা হার

$$93. \text{জনসংখ্যার ঘনত্ব} = \frac{\text{জনসংখ্যা}}{\text{মোট আয়তন}}$$

পরিসংখ্যানের সূত্র সমূহ :

৫৪. উপাত্তের সংখ্যাগুলোর পরিমাণ বেজোড় হলে মাঝের সংখ্যা = মধ্যক

৫৫. জোড় হলে, মধ্যক = মাঝের দুই সংখ্যার যোগফল / ২

৫৬. উপাত্তের সর্বাধিকবার সংখ্যাটি = প্রচুরক

৫৭. উপাত্তগুলোর গড় = উপাত্তগুলোর সমষ্টি/ পদসংখ্যা

বর্গের সূত্র :

৫৮. অমিক সংখ্যা দুটির যোগফল = সংখ্যাদ্বয়ের বর্গের অন্তর

৫৯. ছোট সংখ্যা = বর্গের অন্তর-১ ÷ ২

৬০. বড় সংখ্যা = ছোট সংখ্যা +১

৬১. বড় সংখ্যা = বর্গের অন্তর +১ ÷ ২

৬২. বর্গের অন্তর = $\sqrt{\text{বর্গের সমষ্টি} + 2 \times \text{গুণফল}}$

তৃতীয় অধ্যায়

সংখ্যা সেট

(Number Set)

৩.১ সেটের পরিচয় (Set Identities) :

সেট (Sets) : A,B,C

সার্বিক সেট (Universal Set) : I

পূরক (Complement) : A'

প্রকৃত উপসেট (Proper Subset) : $A \subset B$

ফাঁকা সেট (Empty Set) : Ø

সেটের সংযোগ (Union of sets) : $A \cup B$

সেটের ছেদ (Intersection of sets) : $A \cap B$

সেটের পার্থক্য (Difference of sets) : A\B

সেটের সূত্র সমূহ :

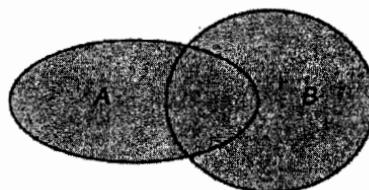
১. $A \subset I$

২. $A \subset A$

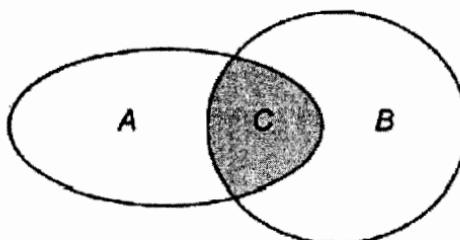
৩. $A = B$ যদি $A \subset B$ এবং $B \subset A$

৪. ফাঁকা সেট $\emptyset \subset A$

৫. সেটের সংযোগ $C = A \cup B = \{x | x \in A, \text{or}, x \in B\}$



৬. বিনিময় যোগ্য (Commutativity) $A \cup B = B \cup A$
 ৭. সংযোজ্য (Associativity) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
 ৮. সেটের ছেদ $C = A \cup B = \{x | x \in A, \text{and}, x \in B\}$

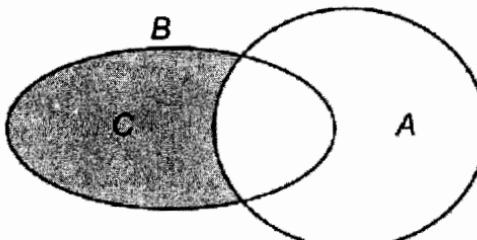


৯. বিনিময় যোগ্য (Commutativity) $A \cap B = B \cap A$
 ১০. সংযোজ্য (Associativity) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
 ১১. বন্টন (Distributivity) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

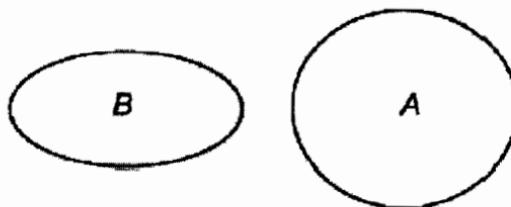
$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

 ১২. বাণিজক সম (Idempotency) $A \cap A = A, A \cup A = A$
 ১৩. ক্ষেত্রকরণ (Domination) $A \cap \emptyset = A, A \cup I = I$
 ১৪. অভেদ (Identity) $A \cup \emptyset = A, A \cap I = A$
 ১৫. পূরক (Complement) $A' = \{x \in I | x \notin A\}$
 ১৬. পূরক সেটের ছেদ ও সংযোগ (Complement of Intersection and Union)
 $A \cup A' = I, A \cap A' = \emptyset$
 ১৭. ডি.মরগানের সূত্র $(A \cup B)' = A' \cap B', (A \cap B)' = A' \cup B'$
 ১৮. সেটের পার্থক্য (Difference of Sets)

$$C = B \setminus A = \{x | x \in B, \text{and}, x \notin A\}$$



১৯. $B \setminus A = B \setminus (A \cap B)$
 ২০. $B \setminus A = B \cap A'$
 ২১. $A \setminus A = \emptyset$
 ২২. $A \setminus B = A$ যদি $A \cap B = \emptyset$



২৩. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$
 ২৪. $A' = I \setminus A$
 ২৫. $C = A \times B = \{(x, y) | x \in A, \text{and}, y \in B\}$

৩.২ সেটের সংখ্যা (Sets of Numbers) :

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Numbers) : N

সমগ্রসংখ্যা (Whole numbers) : N_0

পূর্ণ সংখ্যা (Integers) : Z

ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা (Positive integers) : Z^+

ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা (Negative integers) : Z^-

ঘূর্ণায়ন সংখ্যা (Rational numbers) : Q

বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) : R

জটিল সংখ্যা (Complex numbers) : C

$$26. N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$27. N_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$28. Z^+ = N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

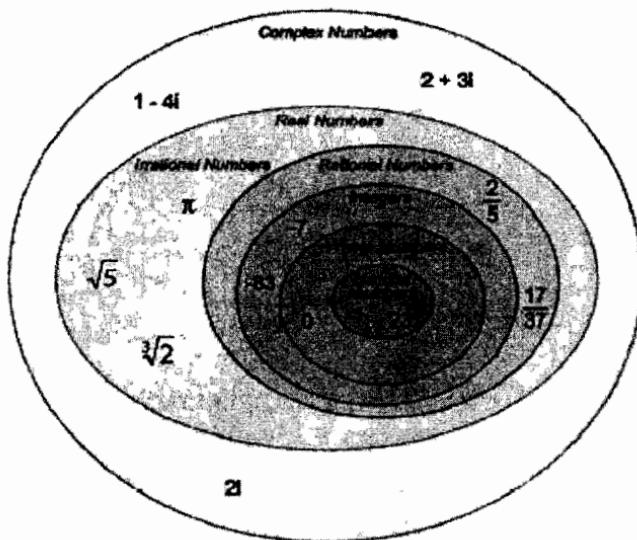
$$Z^- = \{\dots, -3, -2, -1, \dots\}$$

$$Z = Z^- \cup \{0\} \cup Z^+ = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$29. Q = \left\{ x \middle| x = \frac{a}{b} \text{ and, } a \in Z, \text{ and, } b \in Z, \text{ and, } b \neq 0 \right\}$$

$$30. C = \{x + iy \mid x \in R, \text{ and, } y \in R\}, \text{ যেখানে } i \text{ হলো কান্ট্রিক একক।}$$

$$৩১. N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$$



৩.৩ সাধারণ অভিদোবলী (Basic Identities) :

বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) : a,b,c

- | | |
|---|---|
| ৩২. $a + 0 = a$ | ৩৩. $a + (-a) = 0$ |
| ৩৪. $a + b = b + a$ | ৩৫. $(a + b) + c = a + (b + c)$ |
| ৩৬. $a - b = a + (-b)$ | ৩৭. $a \cdot 1 = a$ |
| ৩৮. $a \cdot \frac{1}{a} = 1, a \neq 0$ | ৩৯. $a \cdot 0 = 0$ |
| ৪০. $a \cdot b = b \cdot a$ | ৪১. $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ |
| ৪২. $a(b + c) = ab + ac$ | ৪৩. $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$ |

৩.৪ জটিল সংখ্যা (Complex Numbers) :

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural number) : n

কান্ট্রনিক সংখ্যা (Imaginary unit) : i

জটিল সংখ্যা (Complex number) : z

বাস্তব অংশ (Real part) : a,c

কাল্পনিক অংশ (Imaginary part) : bi,di

একটি জটিল সংখ্যার মাপাঙ্ক

(Modulus of a complex number) : r,r₁,r₂

একটি কাল্পনিক সংখ্যার কোণাঙ্ক

(Argument of a complex number) : $\varphi, \varphi_1, \varphi_2$

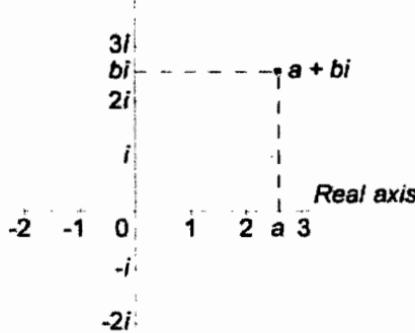
88.

$i^1 = i$	$i^5 = i$	$i^{4n+1} = i$
$i^2 = -1$	$i^6 = -1$	$i^{4n+2} = -1$
$i^3 = -i$	$i^7 = -i$	$i^{4n+3} = -i$
$i^4 = 1$	$i^8 = 1$	$i^{4n} = 1$

89. $z = a + bi$

৪৬. জটিল সমতল : অপর পৃষ্ঠার চিত্রাতি লক্ষ্য করুন।

Imaginary axis



$$89. (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$$

$$88. (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$$

$$89. (a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

$$90. \frac{a + bi}{c + di} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc + ad}{c^2 + d^2}i$$

$$91. a - bi = a - bi$$

৫২. $a = r \cos \varphi, b = r \sin \varphi$

৫৩. $a + bi = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

৫৪. যদি $a + bi$ একটি জটিল সংখ্যা হয় তবে, $r = \sqrt{a^2 + b^2}, \varphi = \arctan \frac{b}{a}$

৫৫. $z_1 \cdot z_2 = r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) \cdot r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)$
 $= r_1 r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$

৫৬. $r(\cos \varphi + i \sin \varphi) = r[\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)]$

৫৭. $\frac{1}{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \frac{1}{r} [\cos(-\varphi) + i \sin(-\varphi)]$

৫৮. $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1(\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1)}{r_2(\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$

৫৯. $z^n = [r(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = r^n [\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)]$

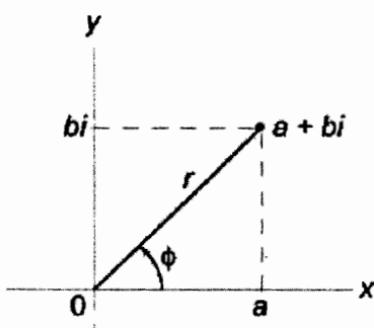
৬০. ডি.মুভরির সূত্র : $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n = \cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)$

৬১. একটি জটিল সংখ্যার n^{th} তম বর্গের সূত্র :

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r(\cos \varphi + i \sin \varphi)} = \sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} - i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$$

যেখানে $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$.

৬২. অয়লারের সূত্র : $e^{ix} = \cos x + i \sin x$



চতুর্থ অধ্যায়

বীজগণিত (Algebra)

৪.১ গৌণিক সূত্র সমূহ (Factoring Formulas) :

বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) : a,b,c

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural numbers) : n

$$63. \quad a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$64. \quad a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$65. \quad a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$66. \quad a^4 - b^4 = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) = (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)$$

$$67. \quad a^5 - b^5 = (a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$$

$$68. \quad a^5 + b^5 = (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$$

৬৯. যদি n অযুগ্ম বা বিজোড় হয় তবে,

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

৭০. যদি n যুগ্ম বা জোড় হয় তবে,

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}),$$

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + ab^{n-2} - b^{n-1})$$

৪.২ গুণফলের সূত্র সমূহ (Product Formulas) :

বাস্তব সংখ্যা (Real numbers) : a,b,c

পূর্ণ সংখ্যা (Whole numbers) : n,k

$$71. \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$72. \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$73. \quad (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$74. \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$75. \quad (a-b)^4 = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$$

$$76. \quad (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

৭৭. দ্বিপদী সূত্র :

$$(a+b)^n = c_0 a^n + c_1 a^{n-1} b + c_2 a^{n-2} b^2 + \dots + c_{n-1} a b^{n-1} + c_n b^n,$$

যেখানে ${}^n C_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ হলো দ্বিপদ সহগ ।

$$78. (a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$79. (a+b+c+\dots+u+v)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + \dots + u^2 + v^2 + \\ 2(ab + ac + \dots + au + av + bc + \dots + bu + bv + \dots + uv)$$

8.3 ঘাত (Powers) :

ভূমি (ধনাত্ত্বক প্রকৃত সংখ্যা) (Bases-Positive real number) : a,b

ঘাত (মূলদ সংখ্যা) (Powers-rational numbers) : n,m

$$80. a^m a^n = a^{m+n}$$

$$81. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$82. (ab)^m = a^m b^m$$

$$83. \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$84. (a^m)^n = a^{mn}$$

$$85. a^0 = 1, a \neq 0$$

$$86. a^1 = 1$$

$$86. a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$87. a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

8.4 বীজ (Roots) :

ভূমি (Bases) : a,b

ঘাত (মূলদ সংখ্যা) (Powers-rational numbers) : n,m

$a, b \geq 0$ হলো যুগ্ম বীজ ($n=2k, k \in N$)

$$88. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b}$$

$$89. \sqrt[n]{a} \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m b^n}$$

$$90. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, b \neq 0$$

$$91. (\sqrt[n]{a^m})^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$$

$$92. (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$$93. \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[np]{a^{mp}}$$

$$94. \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$95. \sqrt[mn]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}$$

$$96. (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$97. \frac{1}{\sqrt[n]{a}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}, a \neq 0$$

$$98. \sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a + \sqrt{a^2 - b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a - \sqrt{a^2 - b}}{2}}$$

$$99. \frac{1}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{a - b}$$

৪.৫ লগারিদম (Logarithms) :

ধনাত্মক প্রকৃত সংখ্যা (Positive real numbers) : x,y,a,c,k

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural numbers) : n

১০০. লগারিদমের সংজ্ঞা :

$$y = \log_a x \text{ যদি এবং কেবল যদি } x = a^y, a > 0, a \neq 1$$

$$101. \log_a 1 = 0$$

$$102. \log_a a = 1$$

$$103. \log_a 0 = \begin{cases} -\infty & \text{যদি } a > 1 \text{ এবং } a < 1 \\ +\infty & \end{cases}$$

$$104. \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y \quad 105. \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$106. \log_a(x^n) = n \log_a x$$

$$107. \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$108. \log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a} = \log_c x \cdot \log_a c, c > 0, c \neq 1$$

$$109. \log_a c = \frac{1}{\log_c a}$$

$$110. x = a^{\log_a x}$$

$$111. \text{লগারিদমের ভূমি } 10 \text{ হলে, } \log_{10} x = \log x$$

$$112. \text{স্বাভাবিক লগারিদম } \log_e x = \ln x$$

$$\text{যেখানে } e = \lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = 2.718281828\dots$$

$$113. \log x = \frac{1}{\ln 10} \ln x = 0.434294 \ln x$$

$$118. \ln x = \frac{1}{\log e} \log x = 2.302585 \log x$$

৮.৬ সমীকরণ (Equations) :

বাস্তব সংখ্যা : a,b,c,p,q,u,v

সমাধান : x₁,x₂,y₁,y₂,y₃

$$115. \text{এক চল রৈখিক সমীকরণ} : ax + b = 0, x = -\frac{b}{a}$$

$$116. \text{দ্বিঘাত সমীকরণ} : ax^2 + bx + c = 0, x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$117. \text{নিরূপক} : D = b^2 - 4ac$$

$$118. \text{ভিটি'র সূত্র} : \text{যদি } x^2 + px + q = 0, \text{হয় তাহলে} \begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 x_2 = q \end{cases}$$

$$119. ax^2 + bx + c = 0, x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$120. ax^2 + c = 0, x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$121. \text{ত্রিঘাত সমীকরণ বা কার্ডিনোর সূত্র} : y^3 + py + q = 0$$

$$y_1 = u + v, y_{2,3} = -\frac{1}{2}(u + v) \pm \frac{\sqrt{3}}{2}(u + v)i$$

$$\text{যেখানে } u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^2}}, v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^2}}$$

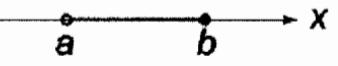
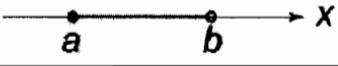
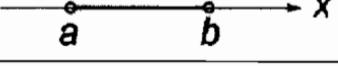
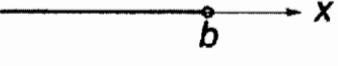
৮.৭ মৌলিক অসমতা (Inequalities) :

চল : x,y,z

বাস্তব সংখ্যা : $\{a, b, c, d, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, m, n\}$

নির্ণয়ক : D,D_x,D_y,D_z

১২২. মৌলিক অসমতা, অন্তরাল চিহ্ন এবং লেখ :

মৌলিক অসমতা	অন্তরাল চিহ্ন	লেখ
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	
$a < x \leq b$	$(a, b]$	
$a \leq x < b$	$[a, b)$	
$a < x < b$	(a, b)	
$-\infty < x \leq b, x \leq b$	$(-\infty, b]$	
$-\infty < x < b, x < b$	$(-\infty, b)$	
$a \leq x < \infty, x \geq a$	$[a, \infty)$	
$a < x < \infty, x > a$	(a, ∞)	

১২২. যদি $a > b$ হয় , তাহলে $b < a$

১২৩. যদি $a > b$ হয় , তাহলে $a-b > 0$ এবং $b-a < 0$

১২৪. যদি $a > b$ হয় , তাহলে $a+c > b+c$

১২৫. যদি $a > b$ হয় , তাহলে $a-c > b-c$

১২৬. যদি $a > b$ এবং $c > d$ হয়, তাহলে $a+c > b+d$

১২৭. যদি $a > b$ এবং $c > d$ হয়, তাহলে $a - d > b - c$

১২৮. যদি $a > b$ এবং $m > 0$ হয়, তাহলে $ma > mb$

১২৯. যদি $a > b$ এবং $m > 0$ হয়, তাহলে $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

১৩০. যদি $a > b$ এবং $m < 0$ হয়, তাহলে $ma < mb$

১৩১. যদি $a > b$ এবং $m < 0$ হয়, তাহলে $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$

১৩২. যদি $0 < a < b$ এবং $n > 0$ হয়, তাহলে $a^n < b^n$

১৩৩. যদি $0 < a < b$ এবং $n < 0$ হয়, তাহলে $a^n > b^n$

১৩৪. যদি $0 < a < b$ হয়, তাহলে $\sqrt{a} < \sqrt{b}$

$$135. \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2},$$

যেখানে $a > 0, b > 0$; একটি মৌলিক অসমতা হবে যদি $a = b$ হয়।

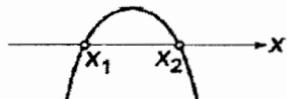
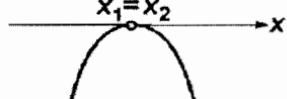
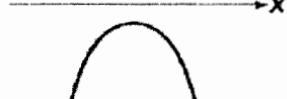
$$136. a + \frac{1}{a} \geq 2, \text{ যেখানে } a > 0; \text{ একটি মৌলিক অসমতা হবে যদি } a = 1 \text{ হয়।}$$

$$137. \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}, \text{ যেখানে } a_1, a_2, \dots, a_n > 0$$

$$138. \text{ যদি } ax + b > 0 \text{ এবং } a > 0 \text{ হয় তাহলে } x > -\frac{b}{a}$$

$$139. \text{ যদি } ax + b > 0 \text{ এবং } a < 0 \text{ হয় তাহলে } x < -\frac{b}{a}$$

$$140. ax^2 + bx + c > 0$$

	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$		
$D = 0$		
$D < 0$		

১৪১. $|a+b| \leq |a| + |b|$

১৪২. যদি $|x| < a$ হয় তাহলে $-a < x < a$, যেখানে $a > 0$

১৪৩. যদি $|x| > a$ হয় তাহলে $x < -a$ এবং $x > a$ যেখানে $a > 0$

১৪৪. যদি $x^2 < a$ হয় তাহলে $|x| < \sqrt{a}$, যেখানে $a > 0$

১৪৫. যদি $x^2 > a$ হয় তাহলে $|x| > \sqrt{a}$, যেখানে $a > 0$

১৪৬. যদি $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ হয় তাহলে $\begin{cases} f(x).g(x) > 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$

১৪৭. যদি $\frac{f(x)}{g(x)} < 0$ হয় তাহলে $\begin{cases} f(x).g(x) < 0 \\ g(x) \neq 0 \end{cases}$

৮.৮ চক্রবৃদ্ধির সূত্র (Compound Interest Formulas) :

ভবিষ্যত মূল্য : A

প্রাথমিক সংখ্যা : C

বার্ষিক লাভের পরিমাণ : r

লাইকৃত বৎসর সংখ্যা : t

প্রতি বছর চক্রবৃদ্ধির সংখ্যা : n

১৪৮. সাধারণ চক্রবৃদ্ধির সূত্র : $A = C \left(1 + \frac{r}{n}\right)^n$

১৪৯. সরলীকৃত চক্রবৃদ্ধির সূত্র : $A = C(1+r)^t$

১৫০. নিয়মিত চক্রবৃদ্ধির সূত্র : যদি নিয়মিত চক্রবৃদ্ধি ঘটে ($n \rightarrow \infty$) ,

তাহলে $A = Ce^r$

পঞ্চম অধ্যায়

জ্যামিতি (Geometry)

৫.১ সমকোণী ত্রিভুজ (Right Triangle) :

সমকোণী ত্রিভুজের বাহু : a, b

অতিভূজ : c

উচ্চতা : h

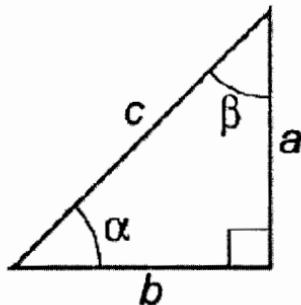
মধ্যমা : m_a, m_b, m_c

কোণ : α, β

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

ক্ষেত্রফল : S



$$151. \alpha + \beta = 90^{\circ}$$

$$152. \sin \alpha = \frac{a}{c} = \cos \beta$$

$$153. \cos \alpha = \frac{b}{c} = \sin \beta$$

$$154. \tan \alpha = \frac{a}{b} = \cot \beta$$

$$155. \cot \alpha = \frac{b}{a} = \tan \beta$$

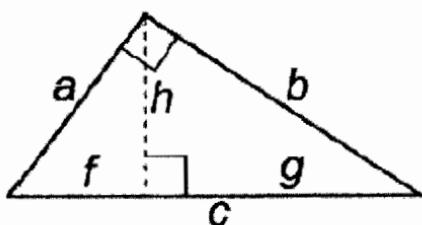
$$156. \sec \alpha = \frac{c}{b} = \operatorname{cosec} \beta$$

$$157. \operatorname{cosec} \alpha = \frac{c}{a} = \sec \beta$$

$$158. \text{পিথাগোরাসের সূত্র} : a^2 + b^2 = c^2$$

$$159. a^2 = fc, b^2 = gc,$$

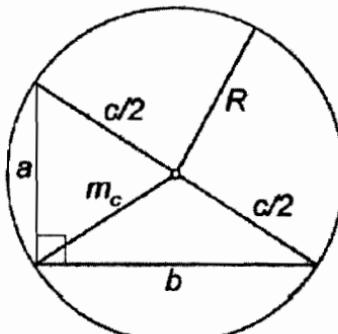
যেখানে f হলো যথাক্রমে a, b বাহুর প্রক্ষেপ এবং c অতিভূজ।



$$160. h^2 = fg, \text{ যেখানে } h \text{ হলো সমকোণের উচ্চতা।}$$

$$161. m_a^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}, m_b^2 = a^2 - \frac{b^2}{4},$$

যেখানে m_a এবং m_b হলো a, b বাহুর মধ্যমা।



$$162. m_c = \frac{c}{2}, \text{ যেখানে } m_c \text{ হলো অতিভূজ } c \text{ এর মধ্যমা।}$$

$$163. R = \frac{c}{2} = m_c$$

$$168. r = \frac{a+b-c}{2} = \frac{ab}{a+b+c}$$

$$165. ab = ch$$

$$166. S = \frac{ab}{2} = \frac{ch}{2}$$

৫.২ সমদিবাহু ত্রিভূজ (Isosceles Triangle) :

ভূমি : a

বাহু : b

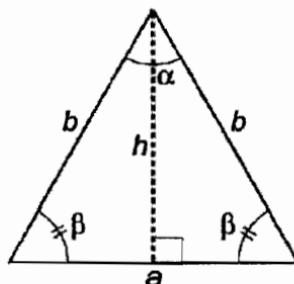
ভূমি সংলগ্ন কোণ : β

শীর্ষ কোণ : α

ভূমির উচ্চতা : h

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$167. \beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

$$168. h^2 = b^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$169. L = a + 2b$$

$$170. S = \frac{ah}{2} = \frac{b^2}{2} \sin \alpha$$

৫.৩ সমবাহ ত্রিভুজ (Equilateral Triangle) :

সমবাহ ত্রিভুজের পার্শ্ব : a

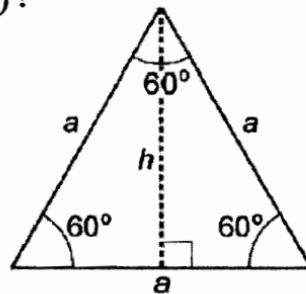
উচ্চতা : h

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$191. \quad h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$192. \quad R = \frac{2}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$193. \quad r = \frac{1}{3}h = \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{R}{2}$$

$$194. \quad L = 3a$$

$$195. \quad S = \frac{ah}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

৫.৪ বিষমবাহ ত্রিভুজ (Scalene Triangle) :

ত্রিভুজের পার্শ্ব : a, b, c

পরিসীমার্ধ : p = $\frac{a+b+c}{2}$

ত্রিভুজের কোণ : α, β, γ

পার্শ্বের উচ্চতা : a, b, c : h_a, h_b, h_c

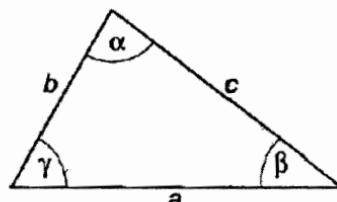
পার্শ্বের মধ্যমা : a, b, c : m_a, m_b, m_c

কোণের সমদ্বিখণক : $\alpha, \beta, \gamma : t_a, t_b, t_c$

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

ক্ষেত্রফল : S

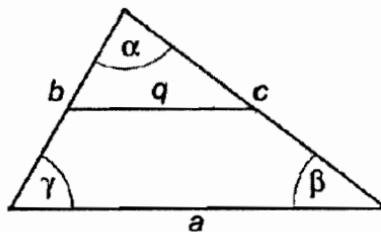


$$196. \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$197. \quad a + b > c, b + c > a, c + a > b.$$

$$198. \quad |a - b| < c, |b - c| < a, |a - c| < b$$

১৭৯. মধ্যমা : $q = \frac{a}{2}, q \parallel a$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha,$$

১৮০. কোসাইনের সূত্র : $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta,$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

১৮১. সাইন এর সূত্র : $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R,$

যেখানে R হলো পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ ।

১৮২. $R = \frac{a}{2 \sin \alpha} = \frac{b}{2 \sin \beta} = \frac{c}{2 \sin \gamma} = \frac{bc}{2h_a} = \frac{ac}{2h_b} = \frac{ab}{2h_c} = \frac{abc}{4S}$

১৮৩. $r^2 = \frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}, \frac{1}{r} = \frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{bc}},$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{p(p-a)}{bc}},$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(p-b)(p-c)}{p(p-a)}},$$

$$h_a = \frac{2}{a} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

১৮৫. $h_b = \frac{2}{b} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$

$$h_c = \frac{2}{c} \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

$$h_a = b \sin \gamma = c \sin \beta,$$

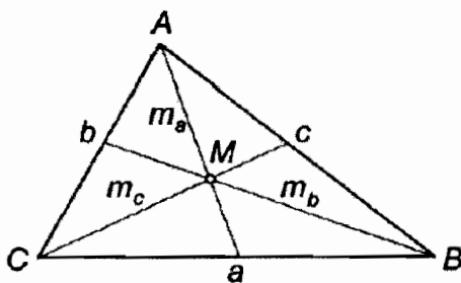
১৮৬. $h_b = a \sin \gamma = c \sin \alpha,$
 $h_c = a \sin \beta = b \sin \alpha$

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4},$$

১৮৭. $m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4},$

$$m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

১৮৮. $AM = \frac{2}{3}m_a, BM = \frac{2}{3}m_b, CM = \frac{2}{3}m_c$ (নীচের চিত্রে দ্রষ্টব্য)



$$t_a^2 = \frac{4bc p(p-a)}{(b+c)^2},$$

১৮৯. $t_b^2 = \frac{4ac p(p-b)}{(a+c)^2},$

$$t_c^2 = \frac{4ab p(p-c)}{(a+b)^2}$$

১৯০. $S = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}$

৪৪

$$S = \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2}$$

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ হেরনের সূত্র

$$S = pr, S = \frac{abc}{4P}, S = 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \lambda,$$

$$S = p^2 \tan \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\beta}{2} \tan \frac{\gamma}{2}$$

৫.৫ বর্গক্ষেত্র (Square) :

বর্গক্ষেত্রের বাহু : a

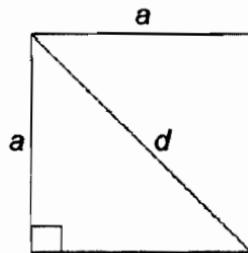
কর্ণ : d

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$191. d = a\sqrt{2}$$

$$192. R = \frac{d}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$193. r = \frac{a}{2}$$

$$198. L = 4a$$

$$195. S = a^2$$

৫.৬ আয়তক্ষেত্র (Rectangle) :

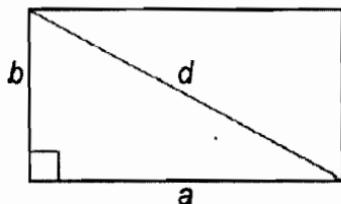
আয়তক্ষেত্রের বাহু : a, b

আয়তক্ষেত্রের কর্ণ : d

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$196. d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$197. R = \frac{d}{2}$$

$$198. L = 2(a+b)$$

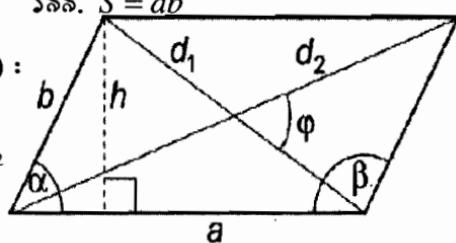
$$199. S = ab$$

৫.৭ সামান্তরিক (Parallelogram) :

সামান্তরিকের বাহু : a, b

সামান্তরিকের কর্ণ : d_1, d_2

ক্রমিক কোণ : α, β



কর্ণ সংলগ্ন কোণ : φ

উচ্চতা : h

পরিসীমা : L

ফ্রেক্ষফল : S

$$200. \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$201. d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$202. h = b \sin \alpha = b \sin \beta$$

$$203. L = 2(a+b)$$

$$208. S = ah = ab \sin \alpha, S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

৫.৮ রম্বস (Rhombus) :

রম্বসের বাহু : a

রম্বসের কর্ণ : d_1, d_2

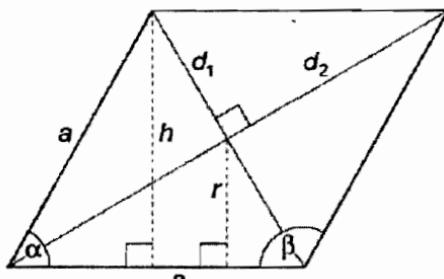
ক্রমিক কোণ : α, β

উচ্চতা : H

অঙ্গবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিসীমা : L

ফ্রেক্ষফল : S



$$205. \alpha + \beta = 180^\circ$$

$$206. d_1^2 + d_2^2 = 4a^2$$

$$207. h = a \sin \alpha = \frac{d_1 d_2}{2a}$$

$$208. r = \frac{h}{2} = \frac{d_1 d_2}{4a} = \frac{a \sin \alpha}{2}$$

$$209. L = 4a$$

$$210. S = ah = a^2 \sin \alpha, S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

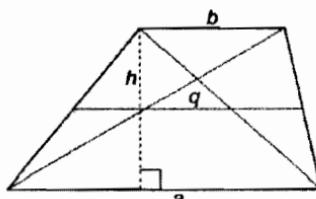
৫.৯ ট্রাপিজিয়াম (Trapezoid) :

ট্রাপিজিয়ামের ভূমি : a,b

মধ্যমা : q

উচ্চতা : h

ফ্রেক্ষফল : S



$$211. q = \frac{a+b}{2}$$

$$212. S = \frac{a+b}{2} \cdot h = qh$$

৫.১০ সমদিবাহু ট্রাপিজিয়াম (Isosceles Trapezoid) :

ট্রাপিজিয়ামের ভূমি : a,b

বাহু : c

মধ্যমা : q

উচ্চতা : h

কর্ণ : d

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

ক্ষেত্রফল : S

$$213. q = \frac{a+b}{2}$$

$$218. d = \sqrt{ab+c^2}$$

$$215. h = \sqrt{c^2 - \frac{1}{4}(b-a)^2}$$

$$216. R = \frac{c\sqrt{ab+c^2}}{\sqrt{(2c-a+b)(2c+a-b)}}$$

$$217. S = \frac{a+b}{2} \cdot h = qh$$

৫.১১ অন্তঃবৃত্তের মধ্যে সমবিবাহ ট্রাপিজিয়াম

(Isosceles Trapezoid with Inscribed Circle) :

ভূমি : a,b

বাহু : c

মধ্যমা : q

উচ্চতা : h

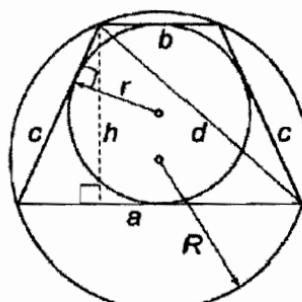
কর্ণ : d

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S

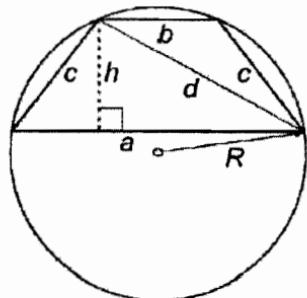


$$218. a + b = 2c$$

$$219. q = \frac{a+b}{2} = c$$

$$220. d^2 = h^2 + c^2$$

$$221. r = \frac{h}{2} = \frac{\sqrt{ab}}{2}$$



$$222. R = \frac{cd}{2h} = \frac{cd}{4r} = \frac{c}{2} \sqrt{1 + \frac{c^2}{ab}} = \frac{c}{2h} \sqrt{h^2 + c^2} = \frac{a+b}{8} \sqrt{\frac{a}{b} + 6 + \frac{b}{a}}$$

$$223. L = 2(a+b) = 4c$$

$$224. S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{(a+b)\sqrt{ab}}{2} = qh = ch = \frac{Lr}{2}$$

৫.১২ অঙ্গবৃত্তের মধ্যে ট্রাপিজিয়াম (Trapezoid with Inscribed Circle) :

ট্রাপিজিয়ামের ভূমি : a,b

পার্শ্ব বাহু : c,d

মধ্যমা : q

উচ্চতা : h

কর্ণ : d_1, d_2

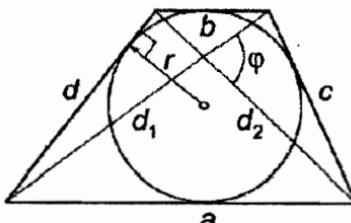
কর্ণের মধ্যবর্তী কোণ : φ

অঙ্গবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$225. a + b = c + d$$

$$226. q = \frac{a+b}{2} = \frac{c+d}{2}$$

$$227. L = 2(a+b) = 2(c+d)$$

$$228. S = \frac{a+b}{2} \cdot h = \frac{(a+b)\sqrt{ab}}{2} = qh,$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

৫.১৩ কাইট (Kite) :

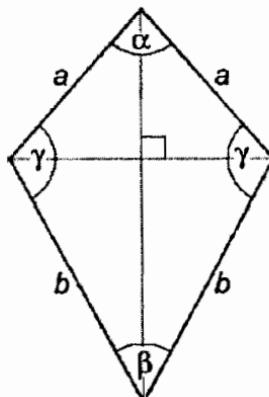
কাইট-এর বাহু : a, b

কর্ণ : d_1, d_2

কোণ : α, β, γ

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$২২৯. \alpha + \beta + 2\gamma = 360^{\circ}$$

$$২৩০. L = 2(a+b)$$

$$২৩১. S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

৫.১৪ সমবৃত্ত চতুর্ভুজ (Cyclic Quadrilateral) :

চতুর্ভুজের বাহু : a, b, c, d

চতুর্ভুজের কর্ণ : d_1, d_2

কর্ণের মধ্যস্থ কোণ : φ

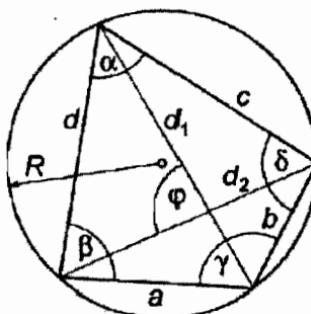
অন্তঃস্থ কোণ : $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

পরিসীমা : L

পরিসীমার্ধ : p

ক্ষেত্রফল : S



$$২৩২. \alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^{\circ}$$

$$২৩৩. টলেমির সূত্র : ac + bd = d_1 d_2$$

$$২৩৪. L = a + b + c + d$$

$$২৩৫. R = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{(ac+bd)(ad+bc)(ab+cd)}{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}} \text{ যেখানে } p = \frac{L}{2}$$

$$২৩৬. S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi, S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$$

$$\text{যেখানে } p = \frac{L}{2}$$

৫.১৫ স্পর্শীয় চতুর্ভুজ (Tangential Quadrilateral) :

চতুর্ভুজের বাহু : a, b, c, d

কর্ণ : d_1, d_2

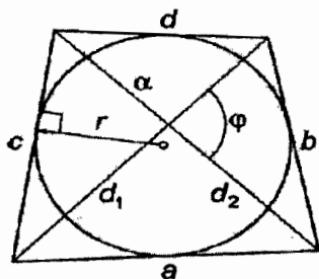
কর্ণের মধ্যের কোণ : φ

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিসীমা : L

পরিসীমার্ধ : p

ক্ষেত্রফল : S



$$237. a+b=c+d$$

$$238. L = a+b+c+d = 2(a+c) = 2(b+d)$$

$$239. R = \frac{\sqrt{d_1^2 d_2^2 - (a-b)^2 (a+b-p)^2}}{2p} \text{ যেখানে } p = \frac{L}{2}$$

$$240. S = pr = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

৫.১৬ সাধারণ চতুর্ভুজ (General Quadrilateral) :

চতুর্ভুজের বাহু : a, b, c, d

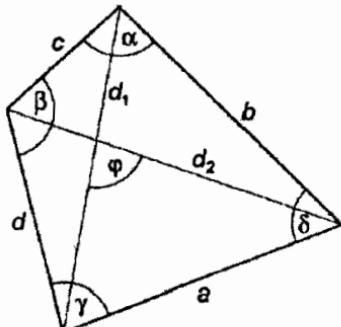
কর্ণ : d_1, d_2

কর্ণের মধ্যের কোণ : φ

অন্তঃঙ্গ কোণ : $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S



$$241. \alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$242. L = a+b+c+d$$

$$243. S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \varphi$$

৫.১৭ সমবাহু ষড়ভূজ (Regular Hexagon) :

পার্শ্ব / বাহু : a

অন্তঃঙ্গ কোণ : α

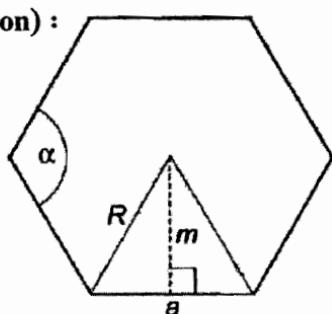
ত্রিকোণ উচ্চতা : m

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

পরিসীমা : L

পরিসীমার্ধ : p



ক্ষেত্রফল : S

$$288. \alpha = 120^\circ$$

$$285. r = m = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$286. R = a$$

$$287. L = 6a$$

$$288. S = pr = \frac{a^2 3\sqrt{3}}{2} \text{ যেখানে } p = \frac{L}{2}$$

৫.১৮ সমবাহু বহুভুজ (Regular Polygon) :

পার্শ্ব / বাহু : a, বাহুর সংখ্যা : n

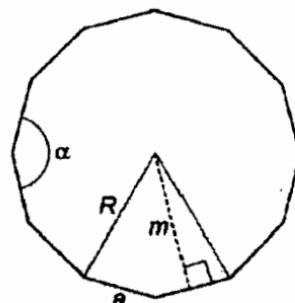
অন্তঃস্থু কোণ : α , তীর্যক উচ্চতা : m

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

পরিসীমা : L, পরিসীমার্ধ : p

ক্ষেত্রফল : S



$$289. \alpha = \frac{n-2}{2} \cdot 180^\circ$$

$$290. R = \frac{a}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$$

$$291. r = m = \frac{a}{2 \tan \frac{\pi}{n}} = \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$292. L = na$$

$$293. S = \frac{nR^2}{2} \sin \frac{2\pi}{n}, S = pr = p \sqrt{R^2 - \frac{a^2}{4}} \text{ যেখানে } p = \frac{L}{2}$$

৫.১৯ বৃত্ত (Circle) :

ব্যাসার্ধ : R

সিকান্ট বৃত্তাংশ : e.f

মধ্যবর্তী কোণ : α

পরিসীমা : L

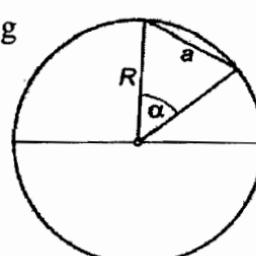
ব্যাস : d

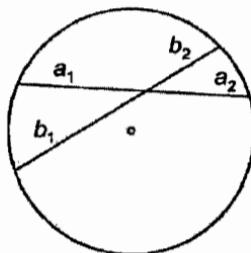
ট্যানজেন্ট বৃত্তাংশ : g

অন্তঃকোণ : β

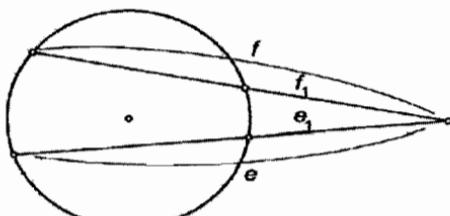
ক্ষেত্রফল : S

$$294. a = 2RSin \frac{\alpha}{2}$$



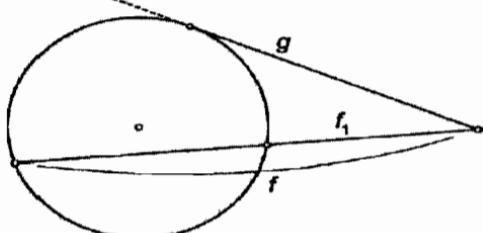


২৫৫. $a_1 a_2 = b_1 b_2$

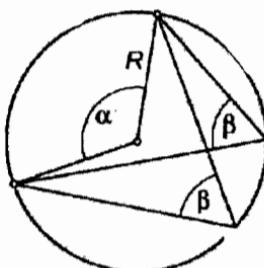


২৫৬. $ee_1 = ff_1$

২৫৭. $g^2 = ff_1$



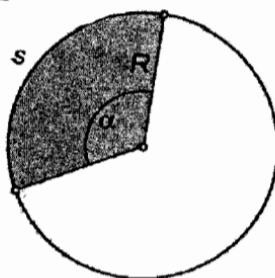
২৫৮. $\beta = \frac{\alpha}{2}$



২৫৯. $L = 2\pi R = \pi d$

২৬০. $S = \pi R^2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{LR}{2}$

৬.২০ বৃত্ত খণ্ড (Sector of a Circle) :



বৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

বৃত্তচাপ : s

বৃত্ত মধ্যস্থ কোণ (রেডিয়ানে) : x

বৃত্ত মধ্যস্থ কোণ (ডিগ্রীতে) : α

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S

$$261. s = Rx$$

$$262. s = \frac{\pi R \alpha}{180^\circ}$$

$$263. L = s + 2R$$

$$264. S = \frac{Rs}{2} = \frac{R^2 x}{2} = \frac{\pi R^2 \alpha}{360^\circ}$$

৫.২১ বৃত্তাংশ (Segment of a Circle) :

বৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

বৃত্তচাপ : s

ব্যাস : a

বৃত্ত মধ্যস্থ কোণ (রেডিয়ানে) : x

বৃত্ত মধ্যস্থ কোণ (ডিগ্রীতে) : α

বৃত্তাংশের উচ্চতা : h

পরিসীমা : L

ক্ষেত্রফল : S

$$265. a = 2\sqrt{2hR - h^2}$$

$$266. h = R - \frac{1}{2}\sqrt{4R^2 - a^2}, h < R$$

$$267. L = s + a$$

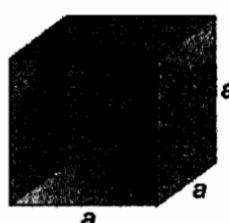
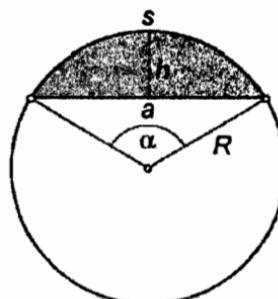
$$268. S = \frac{1}{2}[sR - a(R - h)] = \frac{R^2}{2} \left(\frac{\alpha\pi}{180^\circ} - \sin \alpha \right) = \frac{R^2}{2}(x - \sin x)$$

$$S \approx \frac{2}{3}ha$$

৫.২২ ঘনক (Cube) :

ধার : a

কর্ণ : d



অন্তঃলিখিত গোলকের ব্যাসার্ধ : r

বহিঃস্থ গোলকের ব্যাসার্ধ : R

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$269. d = a\sqrt{3}$$

$$270. r = \frac{a}{2}$$

$$271. R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$272. S = 6a^2$$

$$273. V = a^3$$

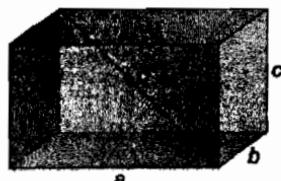
৫.২৩ আয়তকার সামন্তরিক (Rectangular Parallelepiped) :

ধার : a,b,c

কর্ণ : d

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$274. d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$275. S = 2(ab + ac + bc)$$

$$276. V = abc$$

৫.২৪ প্রিজম (Prism) :

পার্শ্বিয় ধার : l

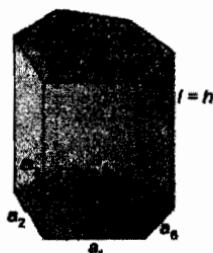
উচ্চতা : h

পার্শ্বিয় ক্ষেত্রফল : S_L

ভূমির ক্ষেত্রফল : S_B

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$277. S = S_L + 2S_B$$

$$278. \text{ডান পার্শ্বস্থ প্রিজমের পার্শ্বিয় ক্ষেত্রফল} : S_L = (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)l$$

$$279. \text{তীর্যক প্রিজমের পার্শ্বিয় ক্ষেত্রফল} : S_L = pl,$$

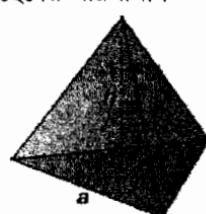
যেখানে p হলে ছেদের পরিসীমা।

$$280. V = S_B h$$

৫.২৫ সমবাহ ত্রুটলক (Regular Tetrahedron) :

ত্রিভুজের পার্শ্বিয় দৈর্ঘ্য : a

উচ্চতা : h



ভূমির ক্ষেত্রফল : S_B

তলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$281. h = \sqrt{\frac{2}{3}}a$$

$$282. S_B = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$$

$$283. S = \sqrt{3}a^2$$

$$284. V = \frac{1}{3}S_B h = \frac{a^3}{6\sqrt{2}}$$

৫.২৬ সমবাহ পিরামিড (Regular Pyramid) :

ভূমির পার্শ্ব : a পার্শ্বীয় ধার : b

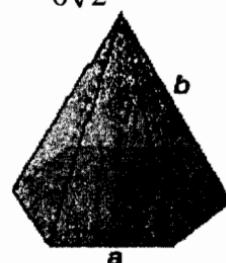
উচ্চতা : h তীর্যক উচ্চতা : m

পার্শ্বের সংখ্যা : n ভূমির পরিসীমার্ধ : p

ভূমির অন্তঃগ্রণিত ব্যাসার্ধ : r

ভূমির ক্ষেত্রফল : S_B পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

সমগ্র ভূমির ক্ষেত্রফল : S আয়তন : V



$$285. m = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}$$

$$286. h = \frac{\sqrt{4b^2 \sin^2 \frac{\pi}{n} - a^2}}{2 \sin \frac{\pi}{n}}$$

$$287. S_L = \frac{1}{2}nam = \frac{1}{4}na\sqrt{4b^2 - a^2} = pm$$

$$288. S_B = pr$$

$$289. S = S_B + S_L$$

$$290. V = \frac{1}{3}S_B h = \frac{1}{3}prh$$

৫.২৭ সমবাহ পিরামিডের ছিন্নক (Frustum of a Regular Pyramid) :

উচ্চতা : h

তীর্যক উচ্চতা : m

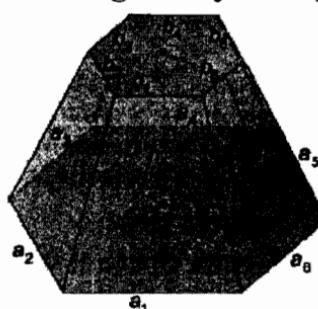
ভূমির ক্ষেত্রফল : S_1, S_2

পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

ভূমির পরিসীমা : P_1, P_2

ক্ষেত্র গুণক : k

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল : S



আয়তন : V

$$২৯১. \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \frac{b_3}{a_3} = \dots = \frac{b_n}{a_n} = \frac{b}{a} = k$$

$$২৯২. \frac{S_2}{S_1} = k^2$$

$$২৯৩. S_L = \frac{m(P_1 + P_2)}{2}$$

$$২৯৪. S = S_L + S_1 + S_2$$

$$২৯৫. V = \frac{h}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$২৯৬. V = \frac{h S_1}{3} \left[1 + \frac{b}{a} + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] = \frac{h S_1}{3} [1 + k + k^2]$$

৫.২৮ আয়তকার লম্ব কীল (Rectangular Right Wedge) :

ভূমির পার্শ্ব : a,b

উপরের ধার : c

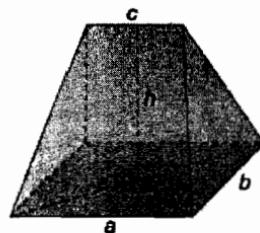
উচ্চতা : h

পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

ভূমির ক্ষেত্রফল : S_B

সমগ্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$২৯৭. S_L = \frac{1}{2} (a+c) \sqrt{4h^2 + b^2} + b \sqrt{h^2 + (a-c)^2}$$

$$২৯৮. S_B = ab$$

$$২৯৯. S = S_B + S_L$$

$$৩০০. V = \frac{bh}{6} (2a+c)$$

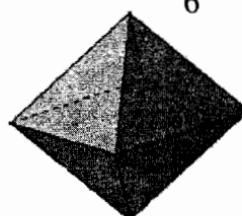
৫.২৯ অষ্টভুজক (Octahedron) :

ধার : a

অন্তঃবৃত্তের ব্যাসার্ধ : r

পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধ : R

ক্ষেত্রফল : S



আয়তন : V

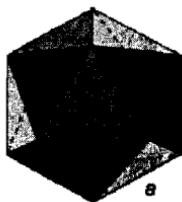
$$301. r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$303. S = 2a^2\sqrt{3}$$

$$302. R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$308. V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

বিংশতি তলক (Ocosahedron) :



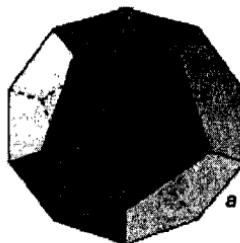
$$305. r = \frac{a\sqrt{3}(3+\sqrt{5})}{12}$$

$$307. S = 5a^2\sqrt{3}$$

$$306. R = \frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$$

$$308. V = \frac{5a^3(3+\sqrt{5})}{12}$$

দ্বাদশ তলক (Dodecahedron) :



$$309. r = \frac{a\sqrt{10(25+11\sqrt{5})}}{2}$$

$$310. R = \frac{a\sqrt{3}(1+\sqrt{5})}{4}$$

$$311. S = 3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$$

$$312. V = \frac{a^3(15+7\sqrt{5})}{4}$$

৫.৩০ লম্ব বৃত্তীয় বেলন (Right Circular Cylinder) :

ভূমির ব্যাসার্ধ : R

অনুবর্কী ভূমি : d

উচ্চতা : H

পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

ভূমির ক্ষেত্রফল : S_B

সমগ্র পৃষ্ঠার ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$313. S_L = 2\pi RH$$



$$318. S = S_L + 2S_B = 2\pi R(H + R) = \pi d \left(H + \frac{d}{2} \right)$$

$$315. V = S_B H = \pi R^2 H$$

৫.৩১ লম্ববৃত্তীয় বেলন সহ তীর্যক সমতলীয় তল (Right Circular Cylinder with an Oblique Plane Face) :

ভূমির ব্যাসার্ধ : R

পার্শ্বের সর্বোচ্চ উচ্চতা : h_1

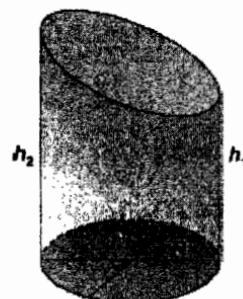
পার্শ্বের সর্বনিম্ন উচ্চতা : h_2

পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

সমতলীয় তলের ক্ষেত্রফল : S_B

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$316. S_L = \pi R(h_1 + h_2)$$

$$317. S_B = \pi R^2 + \pi R \sqrt{R^2 + \left(\frac{h_1 - h_2}{2} \right)^2}$$

$$318. S = S_L + S_B = \pi R \left[h_1 + h_2 + R + \sqrt{R^2 + \left(\frac{h_1 - h_2}{2} \right)^2} \right]$$

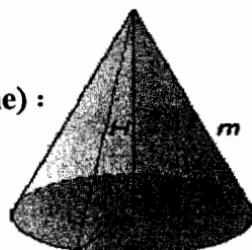
$$319. V = \frac{\pi R^2}{2} (h_1 + h_2)$$

৫.৩২ লম্ববৃত্তীয় কোণক (Right Circular Cone) :

ভূমির ব্যাসার্ধ : R

অনুবঙ্গী ভূমি : d

উচ্চতা : H



তীর্যক উচ্চতা : m

পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

ভূমির ক্ষেত্রফল : S_B

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$320. H = \sqrt{m^2 - R^2}$$

$$321. S_L = \pi R m = \frac{\pi m d}{2}$$

$$322. S_B = \pi R^2$$

$$323. S = S_L + S_B = \pi R(m + R) = \frac{1}{2} \pi d \left(m + \frac{d}{2} \right)$$

$$324. V = \frac{1}{3} S_B H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

৫.৩৩ সম বৃত্তীয় কোণক এবং ছিন্নক (Frustum of a Right Circular Cone) :

ভূমির ব্যাসার্ধ : R, r

উচ্চতা : H

তীর্যক উচ্চতা : m

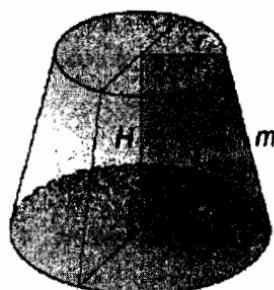
ক্ষেল গুণাংক : k

ভূমির ক্ষেত্রফল : S_1, S_2

পার্শ্বীয় ভূমির ক্ষেত্রফল : S_L

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$325. H = \sqrt{m^2 - (R - r)^2}$$

$$326. \frac{R}{r} = k$$

$$327. \frac{S_2}{S_1} = \frac{R^2}{r^2} = k^2$$

$$328. S_L = \pi m(R + r)$$

$$329. S = S_1 + S_2 + S_L = \pi [R^2 + r^2 + m(R + r)]$$

$$330. V = \frac{h}{3} (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$$

$$331. V = \frac{hs}{3} \left[1 + \frac{R}{r} + \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right] = \frac{hS_1}{3} [1 + k + k^2]$$

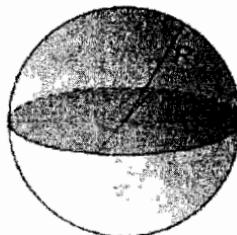
৫.৩৪ গোলক (Sphere) :

ব্যাসার্ধ : R

অনুবন্ধী/ জ্যা : d

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$৩৩২. S = 4\pi R^2$$

$$৩৩৩. V = \frac{4}{3}\pi R^3 H = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{1}{3}SR$$

৫.৩৫ গোলীয় কাপ (Spherical Cap) :

গোলকের ব্যাসার্ধ : R

ভূমির ব্যাসার্ধ : r

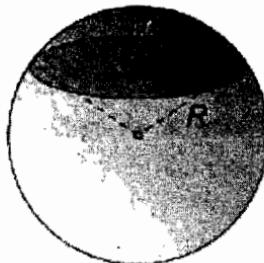
উচ্চতা : h

পৃষ্ঠাতলের ক্ষেত্রফল : S_B

গোলীয় তলের ক্ষেত্রফল : S_C

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$৩৩৪. R = \frac{r^2 + h^2}{2h}$$

$$৩৩৫. S_B = \pi r^2$$

$$৩৩৬. S_C = \pi(h^2 + r^2)$$

$$৩৩৭. S = S_B + S_C = \pi(h^2 + 2r^2) = \pi(2Rh + r^2)$$

$$৩৩৮. V = \frac{\pi}{6}h^2(3R - h) = \frac{\pi}{6}h(3r^2 + h^2)$$

৫.৩৬ গোলীয় বৃত্তখণ্ড (Spherical Sector) :

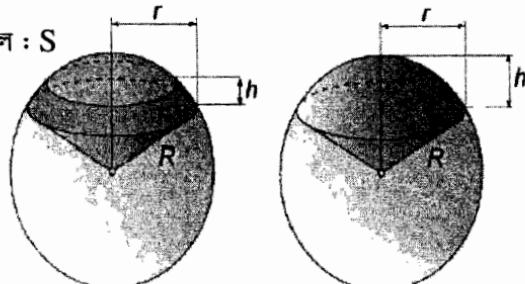
গোলকের ব্যাসার্ধ : R

গোলীয় পাত্রের ভূমির ব্যাসার্ধ : r

উচ্চতা : h

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$379. S = \pi R(2h + r)$$

$$380. V = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

[নোট : উপরের সূত্রগুলো সত্য যখন গোলীয় বৃত্তখণ্ড ‘খোলা’ ও ‘বন্ধ’ থাকে।]

৫.৩৭ গোলীয় রেখাংশ (Spherical Segment) :

গোলকের ব্যাসার্ধ : R

ভূমির ব্যাসার্ধ : r_1, r_2

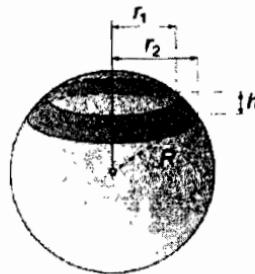
উচ্চতা : h

গোলীয় তলের ক্ষেত্রফল : S_s

সমতলীয় তলের ক্ষেত্রফল : S_1, S_2

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$381. S_s = 2\pi Rh$$

$$382. S = S_s + S_1 + S_2 = \pi(2Rh + r_1^2 + r_2^2)$$

$$383. V = \frac{1}{6} \pi h (3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2)$$

৫.৩৮ গোলীয় কীল (Spherical Wedge) :

ব্যাসার্ধ : R

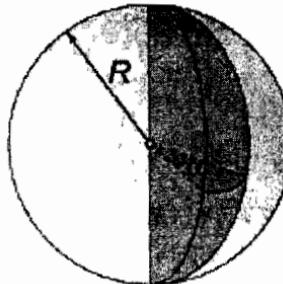
বিতল কোণ (ডিগ্রীতে) : x

বিতল কোণ (রেডিয়ানে) : α

গোলীয় রেখার ক্ষেত্রফল : S_L

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V



$$388. S_L = \frac{\pi R^2}{90} \alpha = 2R^2 x$$

$$385. S = \pi R^2 + \frac{\pi R^2}{90} \alpha = \pi R^2 + 2R^2 x$$

$$386. V = \frac{\pi R^3}{270} \alpha = \frac{2}{3} R^3 x$$

৫.৩৯ উপবৃক্তক (Ellipsoid) :

অক্ষার্ধ : a,b,c

আয়তন : V

$$387. V = \frac{4}{3} \pi abc$$

স্ফীত আবর্ত উপগোলক (Prolate Spheroid) :

অক্ষার্ধ : a,b,b ($a > b$)

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$388. S = 2\pi b \left(b + \frac{a \arcsin e}{e} \right), \text{ যেখানে } e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

$$389. V = \frac{4}{3} \pi b^2 a$$

পিণ্ঠ আবর্ত উপগোলক (Oblate Spheroid) :

অক্ষার্ধ : a,b,b ($a < b$)

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$390. S = 2\pi b \left(b + \frac{a \arcsin h \left(\frac{be}{a} \right)}{\frac{be}{a}} \right), \text{ যেখানে } e = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{b}$$

$$391. V = \frac{4}{3} \pi b^2 a$$

৫.৪০ বৃষ্টাকার বৃশ (Circular Torus) :

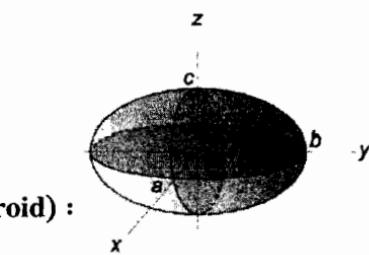
প্রধান ব্যাসার্ধ : R

অপ্রধান ব্যাসার্ধ : r

ভূমির ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

$$392. S = 4\pi^2 Rr$$



$$393. V = 2\pi^2 Rr^2$$

ষষ্ঠ অধ্যায়

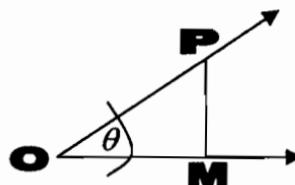
ত্রিকোণমিতি (Trigonometry)

সংজ্ঞা : 'ত্রি' অর্থ তিন আর 'মিতি' অর্থ পরিমাপ। সুতরাং 'ত্রিকোণমিতি' শব্দের অর্থ তিন কোণের পরিমাপ। তবে ত্রিকোণমিতি শব্দ কোণের পরিমাপ নিয়েই আলোচনা করে না বরং তিন বাহু নিয়ে আলোচনা করে। সর্বোপরি বলা যায়, যে শাস্ত্র ত্রিভুজের তিন কোণ ও অন্যান্য বিষয়গুলিয়ে আলোচনা করে তাই ত্রিকোণমিতি। ত্রিকোণমিতির অনুপাত হলো ছয়টি। যথা : \sin , \cos , \tan , \cot , \sec , \cosec .

৬.১ ছয়টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের সূত্র :

পার্শ্বের চিত্রটি লক্ষ্য করণ,

চিত্রে OP =অতিভূজ, PM = লম্ব, OM = ভূমি



$$\sin \theta = \frac{PM}{OP} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{অতিভূজ}}$$

$$\cos \theta = \frac{OM}{OP} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{অতিভূজ}}$$

$$\tan \theta = \frac{PM}{OM} = \frac{\text{লম্ব}}{\text{ভূমি}}$$

$$\cosec \theta = \frac{OP}{PM} = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{লম্ব}}$$

$$\sec \theta = \frac{OP}{OM} = \frac{\text{অতিভূজ}}{\text{ভূমি}}$$

$$\cot \theta = \frac{OM}{PM} = \frac{\text{ভূমি}}{\text{লম্ব}}$$

কোণ : α, β

বাস্তব সংখ্যা (একটি বিন্দুর স্থানাংক) : x, y

সমগ্র সংখ্যা : k

৬.২ কোণ পরিমাপের রেডিয়ান ও ডিগ্রী কোণের মধ্যে সম্পর্ক :

$$358. \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^0}{\pi} \approx 57^0 17' 45''$$

$$355. \quad 1^0 = \frac{\pi}{180} \text{ rad} \approx 0.017453 \text{ rad}$$

৩৫৬. $1' = \frac{\pi}{180.60} rad \approx 0.000291 rad$

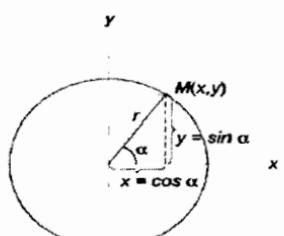
৩৫৭. $1'' = \frac{\pi}{180.3600} rad \approx 0.000005 rad$

৩৫৮.

কোণ (ডিগ্রীতে)	0	30	45	60	90	180	270	360
কোণ (রেডিয়ানে)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

৬.৩ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের সংজ্ঞা ও লেখ :

৩৫৯. $\sin \alpha = \frac{y}{r}$



৩৬০. $\cos \alpha = \frac{x}{r}$

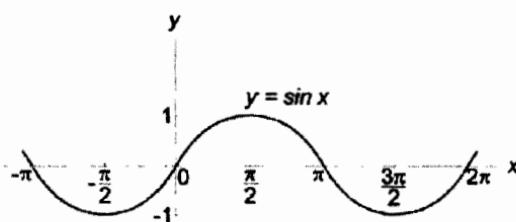
৩৬১. $\tan \alpha = \frac{y}{x}$

৩৬২. $\cot \alpha = \frac{x}{y}$

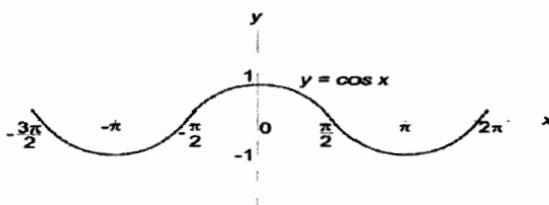
৩৬৩. $\sec \alpha = \frac{r}{x}$

৩৬৪. $\cosec \alpha = \frac{r}{y}$

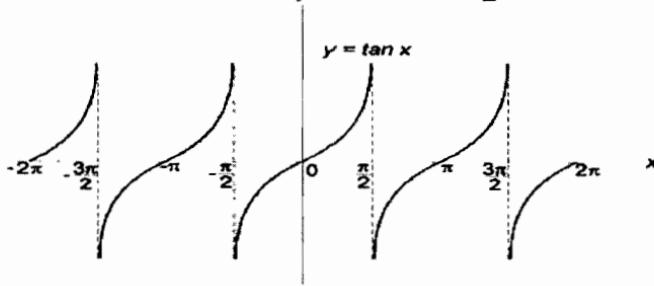
৩৬৫. সাইন অপেক্ষক : $y = \sin x, -1 \leq \sin x \leq 1$



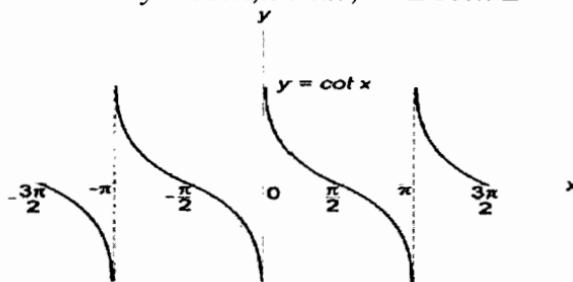
৩৬৬. কোসাইন অপেক্ষক : $y = \cos x, -1 \leq \cos x \leq 1$



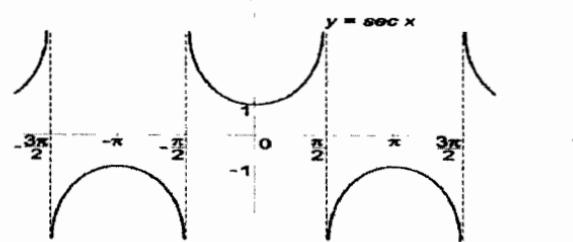
৩৬৭. ট্যানজেন্ট অপেক্ষক : $y = \tan x, x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}, -\infty \leq \tan x \leq \infty$



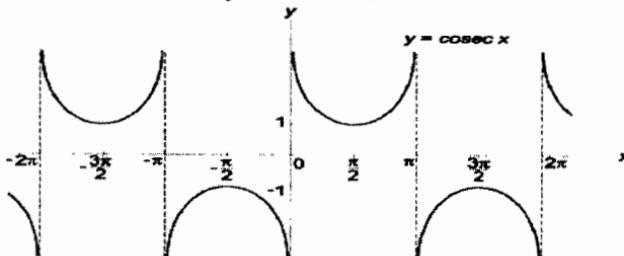
৩৬৮. কটজেন্ট অপেক্ষক : $y = \cot x, x \neq k\pi, -\infty \leq \cot x \leq \infty$



৩৬৯. সেকজেন্ট অপেক্ষক : $y = \sec x, x \neq (2k+1)\frac{\pi}{2}.$



৩৭০. কোসাইনজেন্ট অপেক্ষক : $y = \csc x, x \neq k\pi.$

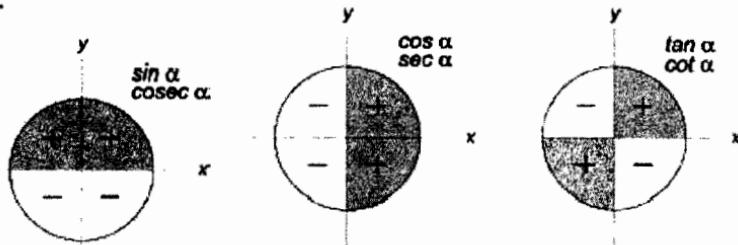


৬.৪ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের চিহ্ন :

৩৭১.

অক্ষ	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$	$\sec \alpha$	$\cosec \alpha$
I	+	+	+	+	+	+
II	+					
III						
IV						

৩৭২.



৬.৫ বিস্তৃত কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের মান :

৩৭৩.

α^0	α rad	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$	$\sec \alpha$	$\cosec \alpha$
0	0	0	1	0	∞	1	∞
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	2
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	2	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
90	$\frac{\pi}{2}$	1	0	∞	0	∞	1
120	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
180	π	0	-1	0	∞	-1	∞

270	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0	∞	0	∞	-1
360	2π	0	1	0	∞	1	∞

৩৭৮.

α^0	α rad	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
15	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$2-\sqrt{3}$	$2+\sqrt{3}$
18	$\frac{\pi}{10}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$
36	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}$
54	$\frac{3\pi}{10}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{4}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}$	$\frac{\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{\sqrt{5}+1}$
72	$\frac{2\pi}{5}$	$\frac{\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}$	$\frac{\sqrt{5}-1}{4}$	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$\sqrt{\frac{5-2\sqrt{5}}{5}}$
75	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$2+\sqrt{3}$	$2-\sqrt{3}$

৬.৬ ত্রিকোণমিতির শুল্কপূর্ণ সূত্র সমূহ :

$$375. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$376. \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha = 1$$

$$377. \operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha = 1$$

$$378. \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$379. \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$380. \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$381. \sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$382. \ cosec \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

৬.৭ লম্বকরণ সূত্র :

৩৮৩.

β	$\sin \beta$	$\cos \beta$	$\tan \beta$	$\cot \beta$
$-\alpha$	$-\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$90^\circ - \alpha$	$+\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	$+\cot \alpha$	$+\tan \alpha$
$90^\circ + \alpha$	$+\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$
$180^\circ - \alpha$	$+\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$180^\circ + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$+\tan \alpha$	$+\cot \alpha$
$270^\circ - \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$+\cot \alpha$	$+\tan \alpha$
$270^\circ + \alpha$	$-\cos \alpha$	$+\sin \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$
$360^\circ - \alpha$	$-\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$360^\circ + \alpha$	$+\sin \alpha$	$+\cos \alpha$	$+\tan \alpha$	$+\cot \alpha$

৬.৮ ত্রিকোণমিতির পর্যায়বৃত্ত অপেক্ষক :

$$384. \sin(\alpha \pm 2\pi) = \sin \alpha, \text{ পর্যায় } 2\pi \text{ বা, } 360^\circ$$

$$385. \cos(\alpha \pm 2\pi) = \cos \alpha, \text{ পর্যায় } 2\pi \text{ বা, } 360^\circ$$

$$386. \tan(\alpha \pm \pi) = \tan \alpha, \text{ পর্যায় } \pi \text{ বা, } 180^\circ$$

$$387. \cot(\alpha \pm \pi) = \cot \alpha, \text{ পর্যায় } \pi \text{ বা, } 180^\circ$$

৬.৯ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক :

$$388. \sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)} = 2 \cos^2 \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4} \right) - 1$$

$$= \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$389. \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)} = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - 1$$

$$= \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

৩৯০. $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \pm \sqrt{\sec^2 \alpha - 1} = \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}} = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

৩৯১. $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \pm \sqrt{\cosec^2 \alpha - 1} = \frac{1 + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}$

$$= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha}} = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \tan \frac{\alpha}{2}}$$

৩৯২. $\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = \pm \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$

৩৯৩. $\cosec \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = \pm \sqrt{1 + \cot^2 \alpha} = \frac{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \tan \frac{\alpha}{2}}$

৬.১০ ত্রিকোণমিতিক যোগ-বিয়োগের সূত্র :

৩৯৪. $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$

৩৯৫. $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$

৩৯৬. $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

৩৯৭. $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

৩৯৮. $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$

$$৩৯৯. \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

$$৪০০. \cot(\alpha + \beta) = \frac{1 - \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

$$৪০১. \cot(\alpha - \beta) = \frac{1 + \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha - \tan \beta}$$

৬.১১ দ্বিকোণের সূত্র :

$$৪০২. \sin 2\alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$৪০৩. \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$৪০৪. \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2}{\cot \alpha - \tan \alpha}$$

$$৪০৫. \cot 2\alpha = \frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha} = \frac{\cot \alpha - \tan \alpha}{2}$$

৬.১২ ত্রিগত কোণের সূত্র :

$$৪০৬. \sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha = 3\cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha - \sin^3 \alpha$$

$$৪০৭. \sin 4\alpha = 4\sin \alpha \cdot \cos \alpha - 8\sin^3 \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$৪০৮. \sin 5\alpha = 5\sin \alpha - 20\sin^3 \alpha + 16\sin^5 \alpha$$

$$৪০৯. \cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha = \cos^3 \alpha - 3\cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$$

$$৪১০. \cos 4\alpha = 8\cos^4 \alpha - 8\cos^2 \alpha + 1$$

$$৪১১. \cos 5\alpha = 16\cos^5 \alpha - 20\cos^3 \alpha + 5\cos \alpha$$

$$৪১২. \tan 3\alpha = \frac{3 \tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 3 \tan^2 \alpha}$$

$$৪১৩. \tan 4\alpha = \frac{4 \tan \alpha - 4 \tan^3 \alpha}{1 - 6 \tan^2 \alpha + \tan^4 \alpha}$$

$$৪১৪. \tan 5\alpha = \frac{\tan^5 \alpha - 10 \tan^3 \alpha + 5 \tan \alpha}{1 - 10 \tan^2 \alpha + 5 \tan^4 \alpha}$$

$$৪১৫. \cot 3\alpha = \frac{\cot^3 \alpha - 3 \cot \alpha}{3 \cot^2 \alpha - 1}$$

$$816. \cot 4\alpha = \frac{1 - 6\tan^2 \alpha + \tan^4 \alpha}{4\tan \alpha - 4\tan^3 \alpha}$$

$$817. \cot 5\alpha = \frac{1 - 10\tan^2 \alpha + 5\tan^4 \alpha}{\tan^5 \alpha - 10\tan^3 \alpha + 5\tan \alpha}$$

৬.১৩ অর্দ্ধ কোণের সূত্র :

$$818. \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$819. \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$820. \tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{cosec} \alpha - \cot \alpha$$

$$821. \cot \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{cosec} \alpha + \cot \alpha$$

৬.১৪ অর্দ্ধ কোণের ট্যানজেন্ট পরিচয় :

$$822. \sin \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$823. \cos \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$824. \tan \alpha = \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$825. \cot \alpha = \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{2 \tan \frac{\alpha}{2}}$$

৬.১৫ অন্যান্য ত্রিকোণমিতিক সূত্র সমূহ :

$$826. \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$827. \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$828. \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$828. \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$829. \tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$830. \tan \alpha - \tan \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta}$$

$$831. \cot \alpha + \cot \beta = \frac{\sin(\beta + \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$832. \cot \alpha - \cot \beta = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$833. \cos \alpha + \sin \alpha = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$834. \cos \alpha - \sin \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$835. \tan \alpha + \cot \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$836. \tan \alpha - \cot \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \alpha \cdot \sin \beta}$$

$$837. 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad 838. 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

$$839. 1 + \sin \alpha = 2 \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$840. 1 - \sin \alpha = 2 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$841. \sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$842. \cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)}{2}$$

$$843. \sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)}{2}$$

$$884. \tan \alpha \cdot \tan \beta = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

$$885. \cot \alpha \cdot \cot \beta = \frac{\cot \alpha + \cot \beta}{\tan \alpha + \tan \beta}$$

$$886. \tan \alpha \cdot \cot \beta = \frac{\tan \alpha + \cot \beta}{\cot \alpha + \tan \beta}$$

৬.১৬ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের শক্তি :

$$887. \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad 888. \sin^3 \alpha = \frac{3\sin \alpha - \sin 3\alpha}{4}$$

$$889. \sin^4 \alpha = \frac{\cos 4\alpha - 4\cos 2\alpha + 3}{8}$$

$$890. \sin^5 \alpha = \frac{10\sin \alpha - 5\sin 3\alpha + \sin 5\alpha}{16}$$

$$891. \sin^6 \alpha = \frac{10 - 15\cos 2\alpha + 6\cos 4\alpha - \cos 6\alpha}{32}$$

$$892. \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \quad 893. \cos^3 \alpha = \frac{3\cos \alpha + \cos 3\alpha}{4}$$

$$894. \cos^4 \alpha = \frac{\cos 4\alpha + 4\cos 2\alpha + 3}{8}$$

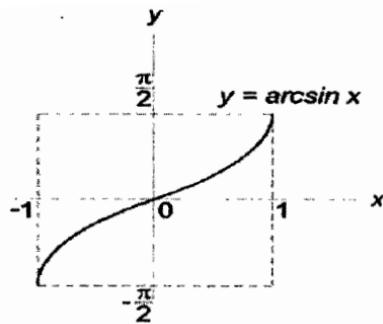
$$895. \cos^5 \alpha = \frac{10\cos \alpha + 5\sin 3\alpha + \cos 5\alpha}{16}$$

$$896. \cos^6 \alpha = \frac{10 + 15\cos 2\alpha + 6\cos 4\alpha + \cos 6\alpha}{32}$$

৬.১৭ ত্রিকোণমিতিক বিপরীত অপেক্ষকের লেখ :

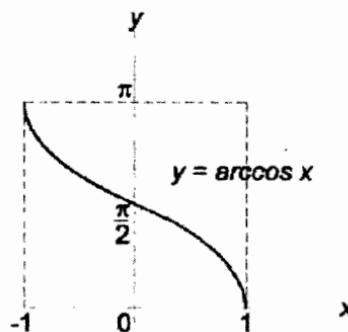
৮৯৮. বিপরীত সাইন অপেক্ষক :

$$y = \arcsin x, -1 \leq x \leq 1, -\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$$



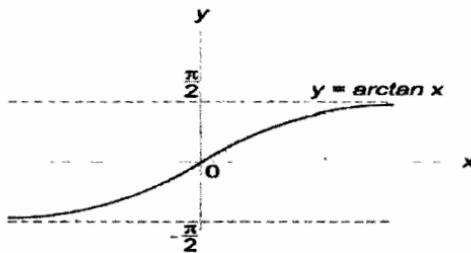
৪৫৯. বিপরীত কোসাইন অপেক্ষক :

$$y = \arccos x, -1 \leq x \leq 1, 0 \leq \arccos x \leq \pi$$



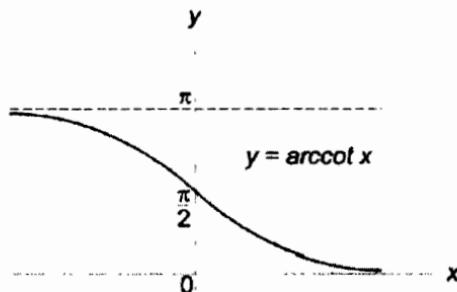
৪৬০. বিপরীত ট্যানজেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \arctan x, -\infty \leq x \leq \infty, -\frac{\pi}{2} \leq \arctan x \leq \frac{\pi}{2}$$



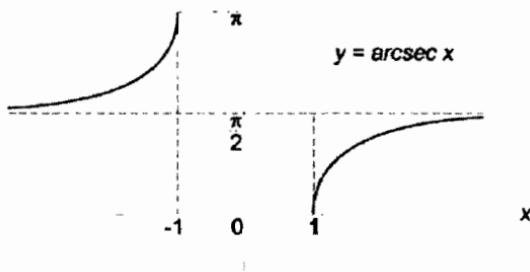
৪৬১. বিপরীত কটজেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \operatorname{arccot} x, -\infty \leq x \leq \infty, 0 \leq \operatorname{arccot} x \leq \pi$$



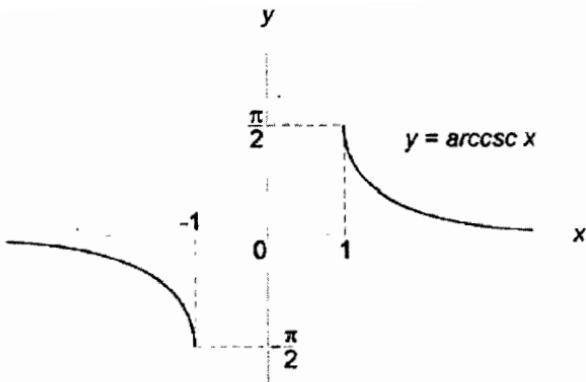
৪৬২. বিপরীত সেকজেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \operatorname{arcsec} x, x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty), \operatorname{arcsec} x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$



৪৬৩. বিপরীত কোসেকজেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \operatorname{arccosec} x, x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty), \operatorname{arccosec} x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right) \cup \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$$



৬.১৮ ত্রিকোণমিতিক বিপরীত অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক :

$$868. \arcsin(-x) = -\arcsin x$$

$$865. \arcsin x = \frac{\pi}{2} - \arccos x$$

$$866. \arcsin x = \arccos \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq 1$$

$$867. \arcsin x = -\arccos \sqrt{1-x^2}, -1 \leq x \leq 0$$

$$868. \arcsin x = \arctan \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, x^2 < 1.$$

$$869. \arcsin x = \operatorname{arc cot} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, 0 < x \leq 1.$$

$$870. \arcsin x = \operatorname{arc cot} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} - \pi, -1 \leq x \leq 0.$$

$$871. \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$872. \arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$$

$$873. \arccos x = \arcsin \sqrt{1-x^2}, 0 \leq x \leq 1$$

$$874. \arccos x = \pi - \arcsin \sqrt{1-x^2}, -1 \leq x \leq 0$$

$$895. \arccos x = \arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, 0 < x \leq 1.$$

$$896. \arccos x = \pi + \arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, -1 \leq x \leq 0.$$

$$897. \arccos x = \operatorname{arc cot} \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, -1 \leq x \leq 1.$$

$$898. \arctan(-x) = -\arctan x$$

$$899. \arctan x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arc cot} x$$

$$900. \arctan x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$901. \arctan x = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x \geq 0.$$

$$902. \arctan x = -\arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x \leq 0.$$

$$903. \arctan x = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{x}, x > 0.$$

$$904. \arctan x = -\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{x}, x < 0.$$

$$905. \arctan x = \operatorname{arc cot} \frac{1}{x}, x > 0.$$

$$906. \arctan x = \operatorname{arc cot} \frac{1}{x} - \pi, x < 0.$$

$$907. \operatorname{arc cot}(-x) = \pi - \operatorname{arc cot} x$$

$$908. \operatorname{arc cot} x = \frac{\pi}{2} - \arctan x$$

$$909. \operatorname{arc cot} x = \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x > 0.$$

$$890. \arccot x = \pi - \arcsin \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, x < 0.$$

$$891. \arccot x = \arccos \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$892. \arccot x = \arctan \frac{1}{x}, x > 0.$$

$$893. \arccot x = \pi + \arctan \frac{1}{x}, x < 0.$$

৬.১৯ ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ : সমগ্র সংখ্যা : n

$$894. \sin x = a, x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$$

$$895. \cos x = a, x = \pm \arccos a + 2\pi n$$

$$896. \tan x = a, x = \arctan a + \pi n$$

$$897. \cot x = a, x = \arccot a + \pi n$$

৬.২০ পরাবৃত্তীয় অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক : কাঙ্গনিক সংখ্যা : i

$$898. \sin(ix) = i \sinh x$$

$$899. \tan(ix) = i \tanh x$$

$$900. \cot(ix) = -i \coth x$$

$$901. \sec(ix) = \operatorname{sech} x$$

$$902. \cosec(ix) = -i \operatorname{cosech} x$$

সপ্তম অধ্যায়

মেট্রিক্স ও নির্ণয়ক (Matrix & Determinants)

মেট্রিক্স : A,B,C

মেট্রিক্স-এর উপাদান : $a_i, b_i, a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}$

মেট্রিক্স-এর নির্ণয়ক : $\det A$

উপাদানের মাইনর $a_{ij} : M_{ij}$

উপাদানের সহ উৎপাদক $a_{ij} : C_{ij}$

মেট্রিক্স-এর পক্ষান্তর : A^T, \tilde{A}

সংলগ্ন মেট্রিক্স : $\text{adj } A$

মেট্রিক্স-এর কর্ণাঙ্ক : $\text{tr } A$

বিপরীত মেট্রিক্স : A^{-1}

বাস্তব সংখ্যা : k

বাস্তব চল : x_i

স্বাভাবিক সংখ্যা : m,n

৭.১ নির্ণয়ক (Determinants) :

৫০৩. দ্বিতীয় পর্যায়ের নির্ণয়ক : $\det A = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$

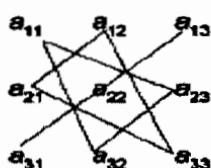
৫০৪. তৃতীয় পর্যায়ের নির্ণয়ক : $\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}$$

৫০৫. তীর নিয়ম :



+



-

$$506. N \text{ তম ক্রমের নির্ণয়ক : } \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \dots \dots \\ a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{ij} \dots a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \dots \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nj} \dots a_{nn} \end{vmatrix}$$

৫০৭. সহ উৎপাদক : $C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$

৫০৮. N তম ক্রমের নির্ণয়কের জন্য ল্যাপলসের বিষ্ণুতি :

$$i \text{ তম সারির জন্য } \det A = \sum_{j=1}^n a_{ij} C_{ij}, i = 1, 2, \dots, n.$$

$$j \text{ তম সারির জন্য } \det A = \sum_{i=1}^n a_{ij} C_{ij}, i = 1, 2, \dots, n.$$

৭.২ নির্ণয়কের ধর্ম :

$$509. \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$510. \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_2 & b_2 \\ a_1 & b_1 \end{vmatrix}$$

$$511. \begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$512. \begin{vmatrix} ka_1 & kb_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$513. \begin{vmatrix} a_1 + kb_1 & b_1 \\ a_2 + kb_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

৭.৩ মেট্রিক্স :

$$518. \text{ সংজ্ঞা : } A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

৫১৫. বর্গ মেট্রিক্স হলো একটি মেট্রিক্স যার ক্রম $n \times n$

৫১৬. যদি $a_{ij} = a_{ji}$ হয় তাহলে বর্গ মেট্রিক্স হবে $[a_{ij}]$

৫১৭. যদি $A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ এবং

$B = [b_{ij}] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$ হয় তাহলে,

$A+B = \begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$

৫১৮. যদি k একটি ক্ষেত্রার রাশি এবং $A = [a_{ij}]$ একটি মেট্রিক্স, তাহলে

$kA = [ka_{ij}] = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} & \cdots & ka_{1n} \\ ka_{21} & ka_{22} & \cdots & ka_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ ka_{m1} & ka_{m2} & \cdots & ka_{mn} \end{bmatrix}$

৫১৯. দুটি মেট্রিক্স-এর গুণ :

যদি $A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ এবং

$$B = [b_{ij}] = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1k} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \cdots & b_{nk} \end{bmatrix} \text{ হয় তাহলে}$$

$$AB = C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \cdots & c_{mk} \end{bmatrix}, \text{ যেখানে}$$

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{in}b_{nj} = \sum_{\lambda=1}^n a_{i\lambda}b_{\lambda j} \quad (i=1,2,\dots,m; j=1,2,\dots,k)$$

$$\text{তাহলে হয় } A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}, B = [b_i] = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, \text{ তাহলে}$$

$$AB = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_1 & a_{12}b_2 & a_{13}b_3 \\ a_{21}b_1 & a_{22}b_2 & a_{23}b_3 \end{bmatrix}$$

$$৫২০. (AB)^T = B^T A^T.$$

$$৫২১. adjA = [C_{ij}]$$

$$৫২২. trA = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}.$$

$$৫২৩. A^{-1} = \frac{adjA}{\det A}$$

$$৫২৪. (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

$$৫২৫. AX = \lambda X, |A - \lambda I| = 0$$

৭.৮ রৈখিক সমীকরণের নিয়ম :

চল : x, y, z, x_1, x_2, \dots

বাস্তব সংখ্যা : $a_1, a_2, a_3, b_1, a_{11}, a_{12}, \dots$

নির্ণয়ক : D, D_x, D_y, D_z

মেট্রিক্স : A, B, X

৫২৬. $\begin{cases} a_1x + b_1y = d_1 \\ a_2x + b_2y = d_2 \end{cases}, x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}$

যেখানে $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1,$

$$D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{vmatrix} = d_1b_2 - d_2b_1,$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix} = a_1d_2 - a_2d_1$$

৫২৭. যদি $D \neq 0$ হয় তাহলে পদ্ধতিটির একটি একক সমাধান হলো।

$$x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}$$

যদি $D = 0$ এবং $D_x \neq 0$ (অথবা $D_y \neq 0$) হয় তাহলে পদ্ধতিটির কোন সমাধান হবে না।

যদি $D = D_x = D_y = 0$ হয় তাহলে পদ্ধতিটির সমাধান হবে অসংখ্য এবং অসীম।

৫২৮. $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}, x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}, z = \frac{D_z}{D}$, যেখানে

$$D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

৫২৯. রেখিক সমীকরণের সেট

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

একে মেট্রিক্সের আকালে লেখা যায় এভাবে

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \text{ যেহেতু } A.X = B,$$

$$\text{यद्यपि } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

৫৩০. রেখিত সমীকরণ $n \times n$ এর সমাধান সেট হলো $X = A^{-1}B$, যেখানে A^{-1} হলো A এর বিপরীত।

অষ্টম অধ্যায়

ভেক্টর (Vectors)

ভেক্টর : $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}, \vec{r}, \vec{AB}, \dots$

ভেক্টরের দৈর্ঘ্য : $|\vec{u}|, |\vec{v}|, \dots$

একক ভেক্টর : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

শূণ্য ভেক্টর : $\vec{0}$

ভেক্টরের স্থানাংক $\vec{u} : X_1, Y_1, Z_1$, $\vec{v} : X_2, Y_2, Z_2$

স্কেলার : λ, μ

কোসাইনের দিক : $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$

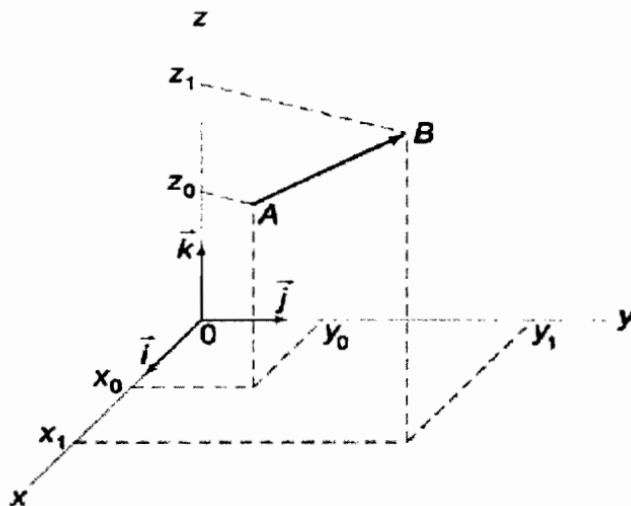
দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ : θ

৪.১ ভেক্টর স্থানাংক :

৫৩১. একক ভেক্টর :

$$\vec{i} = (1, 0, 0), \vec{j} = (0, 1, 0), \vec{k} = (0, 0, 1), |\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

৫৩২. $\vec{r} = \vec{AB} = (x_1 - x_0)\vec{i} + (y_1 - y_0)\vec{j} + (z_1 - z_0)\vec{k}$

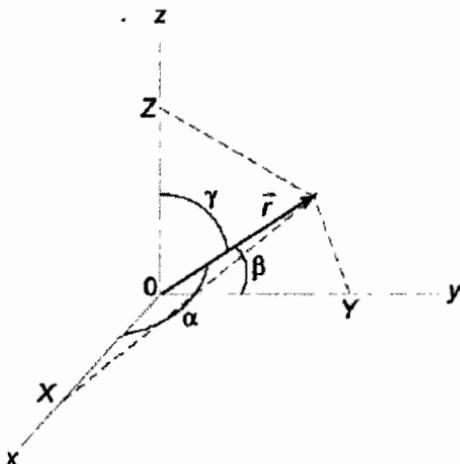


৫৩৩. $\vec{r} = |\vec{AB}| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}$

৫৩৪. যদি $\vec{AB} = \vec{r}$ হয় তাহলে $\vec{BA} = -\vec{r}$



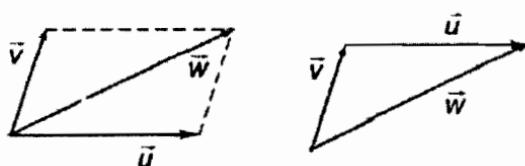
৫৩৫. $X = |\vec{r}| \cos \alpha, Y = |\vec{r}| \cos \beta, Z = |\vec{r}| \cos \gamma$



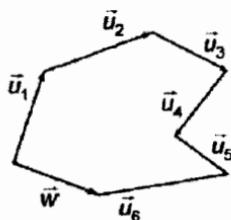
৫৩৬. যদি $\vec{r}(X, Y, Z) = \vec{r}(X_1, Y_1, Z_1)$, হয় তাহলে $X = X_1, Y = Y_1, Z = Z_1$

৮.২ ভেক্টর যোগ :

৫৩৭. $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$



৫৩৮. $\vec{w} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2 + \vec{u}_3 + \dots + \vec{u}_n$



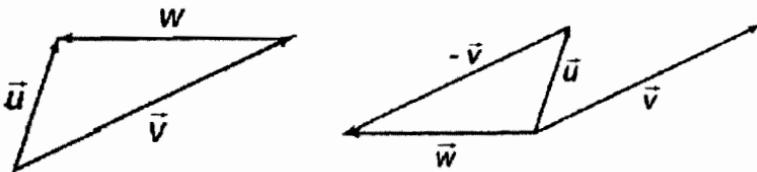
৫৩৯. $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

৫৮০. $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

৫৮১. $\vec{u} + \vec{v} = (X_1 + X_2, Y_1 + Y_2, Z_1 + Z_2)$

৮.৩ ভেক্টর বিয়োগ :

৫৮২. $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$ যদি $\vec{v} + \vec{w} = \vec{u}$



৫৮৩. $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$

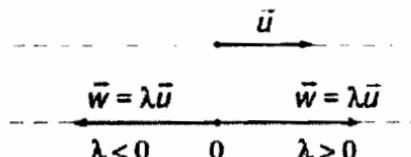
৫৮৪. $\vec{u} - \vec{u} = \vec{0} = (0,0,0)$

৫৮৫. $|\vec{0}| = 0$

৫৮৬. $\vec{u} - \vec{v} = (X_1 - X_2, Y_1 - Y_2, Z_1 - Z_2)$

৮.৪ ভেক্টর ক্ষেপণ :

৫৮৭. $\vec{w} = \lambda \vec{u}$



৫৮৮. $|\vec{w}| = |\lambda| |\vec{u}|$

৫৮৯. $\lambda \vec{u} = (\lambda X, \lambda Y, \lambda Z)$

৫৯০. $\lambda \vec{u} = \vec{u} \lambda$

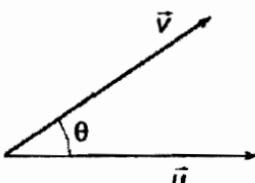
৫৯১. $(\lambda + \mu) \vec{u} = \lambda \vec{u} + \mu \vec{u}$

৫৯২. $\lambda(\mu \vec{u}) = \mu(\lambda \vec{u}) = (\lambda \mu) \vec{u}$

৫৯৩. $\lambda(\vec{u} + \vec{v}) = \lambda \vec{u} + \lambda \vec{v}$

৮.৫ ক্লেলার গুণফল :

৫৯৪. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \theta$



৫৯৫. যদি $\vec{u} = (X_1, Y_1, Z_1), \vec{v} = (X_2, Y_2, Z_2)$ হয় তাহলে,

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2$$

৫৯৬. দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ :

যদি $\vec{u} = (X_1, Y_1, Z_1), \vec{v} = (X_2, Y_2, Z_2)$ হয় তাহলে,

$$\cos \theta = \frac{X_1 X_2 + Y_1 Y_2 + Z_1 Z_2}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2} \sqrt{X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2}}$$

৫৫৭. $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$ ৫৫৮. $(\lambda \vec{u}) \cdot (\mu \vec{v}) = \lambda \mu \vec{u} \cdot \vec{v}$
 ৫৫৯. $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

৫৬০. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ যদি \vec{u}, \vec{v} লম্ব ($\theta = \frac{\pi}{2}$) হয়।

৫৬১. $\vec{u} \cdot \vec{v} > 0$ যদি $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ হয়। ৫৬২. $\vec{u} \cdot \vec{v} < 0$ যদি $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ হয়।

৫৬৩. $\vec{u} \cdot \vec{v} \leq |\vec{u}| |\vec{v}|$

৫৬৪. $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}|$ যদি \vec{u}, \vec{v} সমান্তরাল ($\theta = 0$) হয়।

৫৬৫. যদি $\vec{u} = (X_1, Y_1, Z_1)$ হয় তাহলে $\vec{u} \cdot \vec{u} = \vec{u}^2 = |\vec{u}|^2 = X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2$

৫৬৬. $\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$ ৫৬৭. $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$

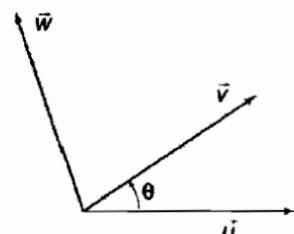
৮.৬ ভেক্টর গুণফল :

৫৬৮. \vec{u} এবং \vec{v} ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল হলো $\vec{u} \times \vec{v} = \vec{w}$, যেখানে

* $|\vec{w}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta$, যেখানে $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$

* $\vec{w} \perp \vec{u}$ এবং $\vec{w} \perp \vec{v}$

৫৬৯. $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}$



৫৭০. $\vec{w} = \vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} Y_1 & Z_1 \\ Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{vmatrix} \right)$

৫৭১. $S = |\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| |\vec{v}| \sin \theta$ (পূর্বের চিত্রটি লক্ষ্য করুন)

৫৭২. দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ : $\sin \theta = \frac{\vec{u} \times \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$ (পূর্বের চিত্রটি লক্ষ্য করুন)

৫৭৩. $\vec{u} \times \vec{v} = -(\vec{v} \times \vec{u})$

৫৭৪. $(\lambda \vec{u}) \times (\mu \vec{v}) = \lambda \mu \vec{u} \times \vec{v}$

$$575. \vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{u} \times \vec{v} + \vec{u} \times \vec{w}$$

$$576. \vec{u} \times \vec{v} = \vec{0} \text{ হবে যদি যদি } \vec{u}, \vec{v} \text{ সমান্তরাল } (\theta = 0) \text{ হয়।}$$

$$577. \vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$$

$$578. \vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}, \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}, \vec{k} \times \vec{i} = \vec{j}$$

৪.৭ অয়ী গুণফল :

$$579. \text{ক্ষেত্রার অয়ী গুণফল : } [\vec{u} \vec{v} \vec{w}] = \vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = \vec{v}.(\vec{w} \times \vec{u}) = \vec{w}.(\vec{u} \times \vec{v})$$

$$580. [\vec{u} \vec{v} \vec{w}] = [\vec{w} \vec{u} \vec{v}] = [\vec{v} \vec{w} \vec{u}] = -[\vec{v} \vec{w} \vec{u}] = -[\vec{w} \vec{u} \vec{v}] = -[\vec{u} \vec{v} \vec{w}]$$

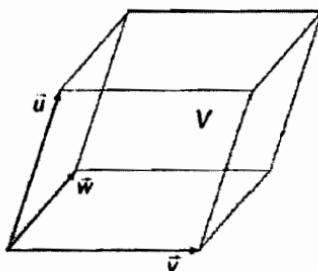
$$581. k\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = k[\vec{u} \vec{v} \vec{w}]$$

৫৮২. স্থানাংক ব্যবস্থায় ক্ষেত্রার অয়ীগুণফল :

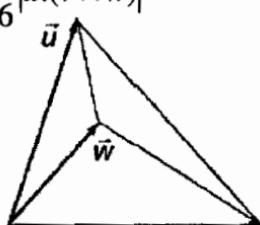
$$\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w}) = \begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 \end{vmatrix}, \text{ যেখানে}$$

$$\vec{u} = (X_1, Y_1, Z_1), \vec{v} = (X_2, Y_2, Z_2), \vec{w} = (X_3, Y_3, Z_3)$$

$$583. \text{সামন্তরিকের ষড়তলকের আয়তন : } V = |\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})|$$



$$584. \text{পিরামিডের আয়তন : } V = \frac{1}{6} |\vec{u}.(\vec{v} \times \vec{w})|$$



$$585. \text{ভেট্টেরের অয়ী গুণফল : } \vec{u} \times (\vec{v} \times \vec{w}) = (\vec{u} \cdot \vec{w})\vec{v} - (\vec{u} \cdot \vec{v})\vec{w}$$

নবম অধ্যায়

স্থানাংক জ্যামিতি (Analytic Geometry)

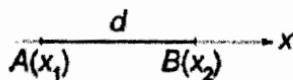
৯.১ একমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি :

স্থানাংক বিন্দু : $x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2$

বাস্তব সংখ্যা : λ

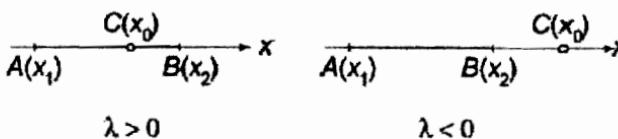
দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

৫৮৬. দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : $d = AB = |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$



৫৮৭. একটি রেখাংশের অনুপাত λ হলে বিভাজন হবে :

$$x_0 = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, \lambda = \frac{AC}{BC}, \lambda \neq 1$$



৫৮৮. রেখাংশের মধ্য বিন্দু : $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, \lambda = 1$

৯.২ দ্বিমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি :

স্থানাংক বিন্দু : $x_0, x_1, x_2, y_0, y_1, y_2$

মেরু স্থানাংক : r, φ

বাস্তব সংখ্যা : λ

ধনাত্মক বাস্তব সংখ্যা : a, b, c

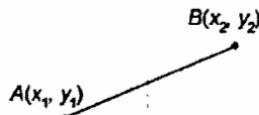
দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

ক্ষেত্রফল : S

৫৮৯. দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব :

$$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

y



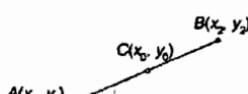
0

x

৫৯০. একটি রেখাংশের অনুপাত λ হলে বিভাজন হবে :

$$x_0 = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y_0 = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, \lambda = \frac{AC}{BC}, \lambda \neq -1$$

y



0

x

0

x

$\lambda > 0$

$\lambda < 0$

৫৯১. রেখাংশের মধ্যবিন্দু : $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \lambda = 1.$

৫৯২. ত্রিভুজের কেন্দ্রীয় বিন্দু (মধ্যমার ছেদ):

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y_0 = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

y



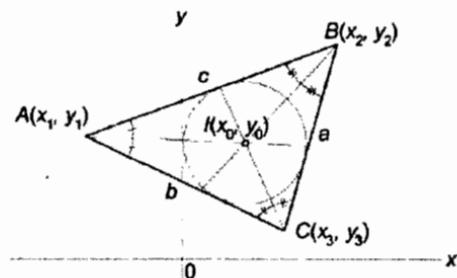
0

x

১০৫

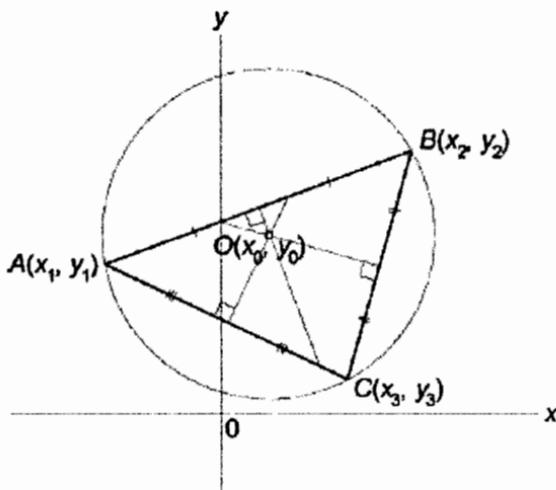
৫৯৩. ত্রিভুজের অন্তর্কেন্দ্র : $x_0 = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a+b+c}, y_0 = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a+b+c}$.

যেখানে $a = BC, b = CA, c = AB$



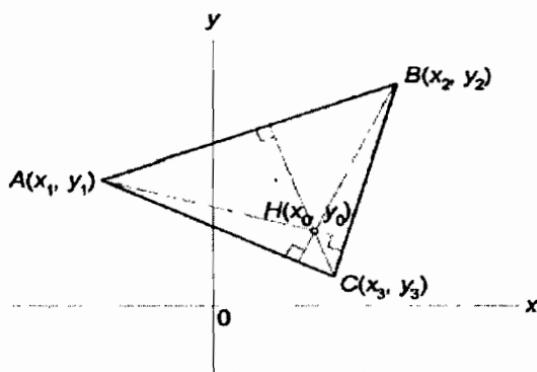
৫৯৪. ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র :

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 + y_1^2 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} x_1 & x_1^2 + y_1^2 & 1 \\ x_2 & x_2^2 + y_2^2 & 1 \\ x_3 & x_3^2 + y_3^2 & 1 \end{vmatrix}}{2\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}$$



৫৯৫. ত্রিভূজের লম্ব বিন্দু :

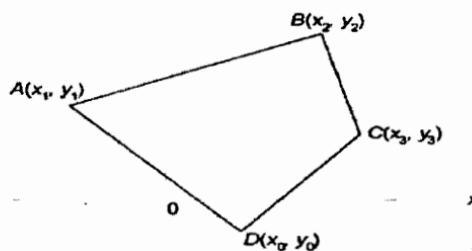
$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & x_2x_3 + y_1^2 & 1 \\ y_2 & x_3x_1 + y_2^2 & 1 \\ y_3 & x_1x_2 + y_3^2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}, \quad y_0 = \frac{\begin{vmatrix} x_1^2 + y_2y_3 & x_1 & 1 \\ x_2^2 + y_3y_1 & x_2 & 1 \\ x_3^2 + y_1y_2 & x_3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}}$$



৫৯৬. ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল : $S = (\pm) \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = (\pm) \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}$

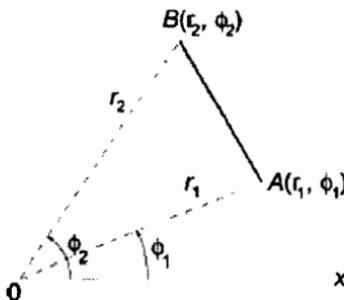
৫৯৭. চতুর্ভূজের ক্ষেত্রফল :

$$S = (\pm) \frac{1}{2} \left[(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + (x_3 - x_4)(y_3 + y_4) + (x_4 - x_1)(y_4 + y_1) \right]$$

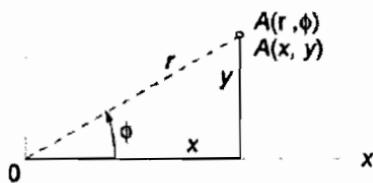


৫৯৮. দুটি মেরুস্থানাংকের মধ্যের দূরত্ব :

$$d = AB = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)}$$



৫৯৯. সমকোণী স্থানাংক হতে মেরুস্থানাংকের পরিবর্তন : $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$



৬০০. মেরুস্থানাংককে সমকোণী স্থানাংকে পরিবর্তন : $r = \sqrt{x^2 + y^2}, \tan \varphi = \frac{y}{x}$

৯.৩ সমতলে সরল রেখা :

স্থানাংক বিন্দু : $X, Y, x, x_0, x_1, y_0, y_1, a_1, a_2, \dots$

বাস্তব সংখ্যা : $k, a, b, p, t, A, B, C, A_1, A_2, \dots$

কোণ : α, β

দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ : φ

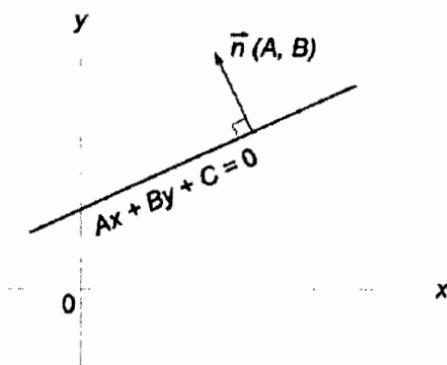
সাধারণ ভেক্টর : \vec{n}

অবস্থান ভেক্টর : $\vec{r}, \vec{a}, \vec{b}$

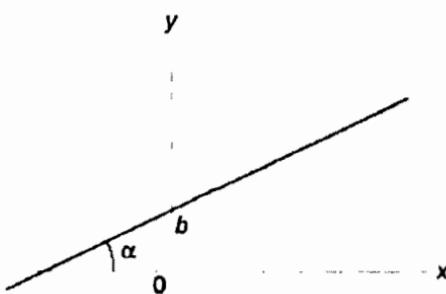
৬০১. সরল রেখার সাধারণ সমীকরণ : $Ax + By + C = 0$

৬০২. সরল রেখার স্থারণ ভেষ্টের :

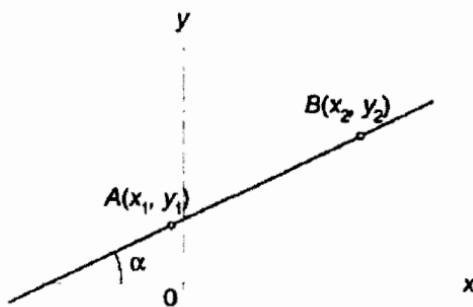
$$\vec{n}(A, B) \text{ যখন } \text{সরলরেকাটি } Ax + By + C = 0$$



৬০৩. $y = kx + b$ যখনে রেখার নতিমাত্রা $k = \tan \alpha$

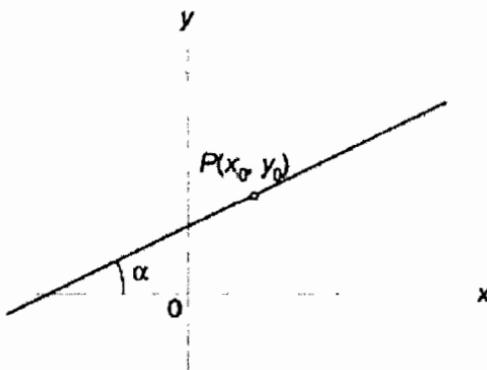


৬০৪. রেখার নতিমাত্রা : $k = \tan \alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$



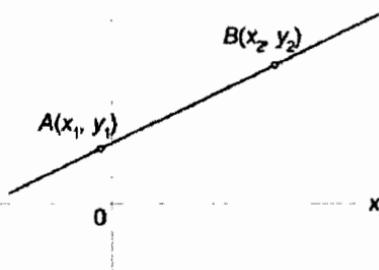
৬০৫. একটি বিন্দু ও একটি রেখার মধ্যে নতিমাত্রার সমীকরণ :

$y = y_0 + k(x - x_0)$ যেখানে $P(x_0, y_0)$ রেখার উপর একটি বিন্দু ।

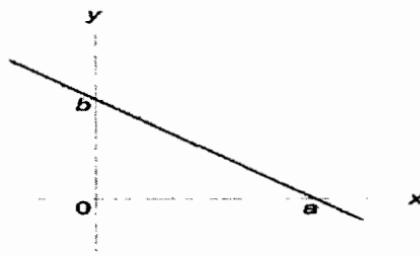


৬০৬. দুইটি বিন্দুর মধ্যবর্তী একটি রেখার সমীকরণ :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \text{ অথবা, } \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

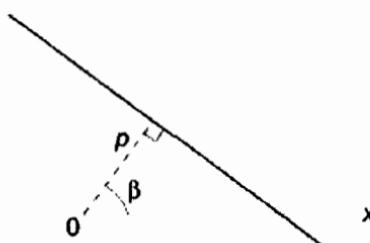


৬০৭. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$



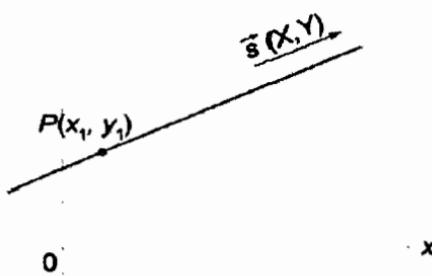
৬০৮. সাধারণ অবস্থায় : $x \cos \beta + y \sin \beta - p = 0$

y



৬০৯. বিন্দু নির্দেশক অবস্থান : $\frac{x - x_1}{X} = \frac{y - y_1}{Y}$

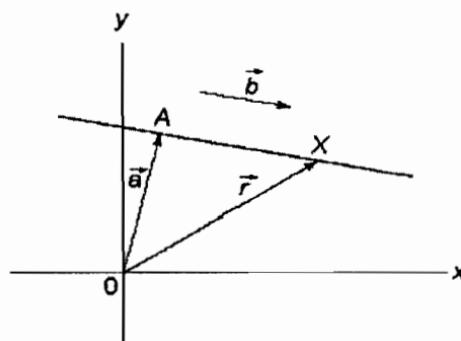
y



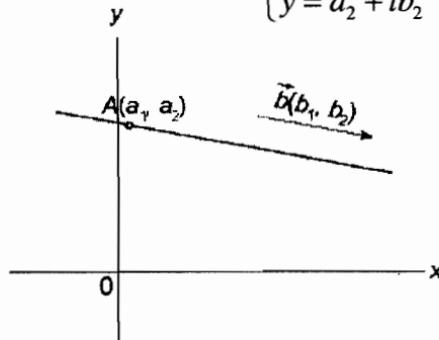
৬১০. উল্লম্ব রেখা : $x = a$

৬১১. অনুভূমিক রেখা : $y = b$

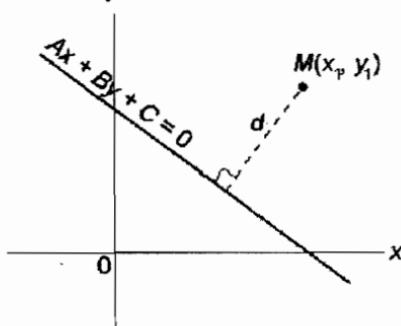
৬১২. একটি সরলরেখার ভেট্টের সমীকরণ : $\vec{r} = \vec{a} + t\vec{b}$



৬১৩. সরলরেখার প্রচলিক রূপ : $\begin{cases} x = a_1 + tb_1 \\ y = a_2 + tb_2 \end{cases}$



৬১৪. একটি বিন্দু থেকে একটি রেখার মধ্যে দূরত্ব : $d = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

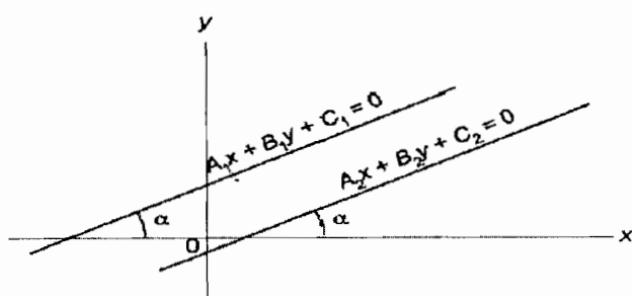


৬১৫. সমান্তরাল রেখা :

দুটি রেখা $y = k_1x + b_1$ এবং $y = k_2x + b_2$ সমান্তরাল হয় যদি $k_1 = k_2$ ।

দুটি রেখা $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ সমান্তরাল হয় যদি

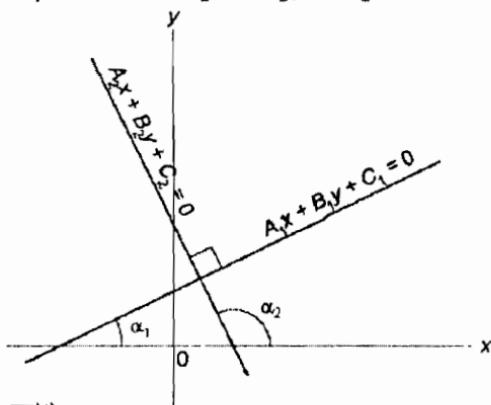
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \text{ } |$$



৬১৬. লম্ব রেখা :

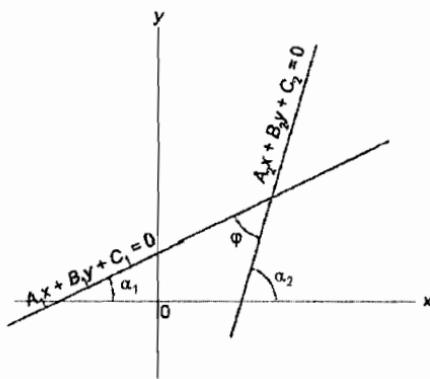
দুটি রেখা $y = k_1x + b_1$ এবং $y = k_2x + b_2$ লম্ব হয় যদি $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ এবং $k_1k_2 = -1$ সমান হয়।

দুটি রেখা $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ লম্ব হয় যদি $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$ ।



৬১৭. দুটি রেখার মধ্যবর্তী কোণ :

$$\tan \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}, \cos \varphi = \frac{A_1A_2 + B_1B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$



৬১৮. দুটি রেখার ছেদ : যদি দুটি রেখা $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ পরস্পরকে ছেদ করে তাহলে ছেদ বিন্দুর স্থানাংক হবে

$$x_0 = \frac{-C_1B_2 + C_2B_1}{A_1B_2 - A_2B_1}, y_0 = \frac{-A_1C_2 + A_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1}$$

৯.৪ বৃত্ত :

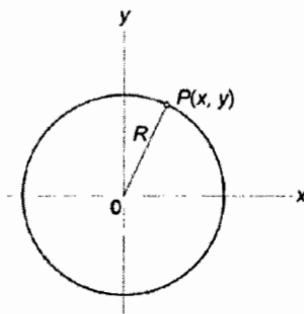
ব্যাসার্ধ : R

বৃত্তের কেন্দ্র : (a,b)

বিন্দু স্থানাংক : x, y, x_1, y_1, \dots

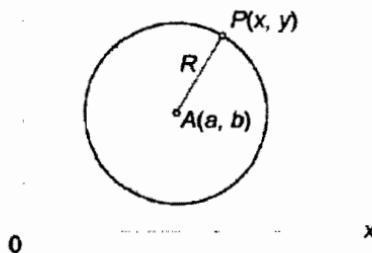
বাস্তব সংখ্যা : A,B,C,D,E,F,t

৬১৯. বৃত্তের সমীকরণ : $x^2 + y^2 = R^2$



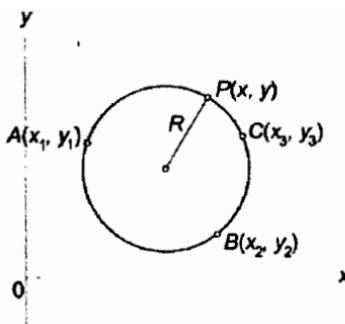
৬২০. যেকোন বিন্দু (a,b) এর সাপেক্ষে বৃত্তের সমীকরণ : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

y



৬২১. অয়ী বিন্দুর রূপ :

$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & x & y & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$



৬২২. প্রচলিক রূপ : $\begin{cases} x = R \cos t, 0 \leq t \leq 2\pi \\ y = R \sin t \end{cases}$

৬২৩. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0$

৯.৫ উপবৃত্ত :

পরাক্রার্থ : a

উপাক্রার্থ : b

ফোকাস : $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$

দুটি ফোকাসের মধ্যবর্তী দূরত্ব : $2c$

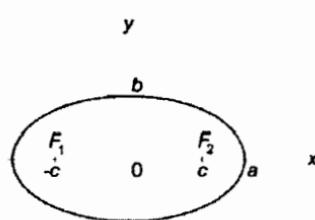
বাস্তব সংখ্যা : A, B, C, D, E, F, t

ক্ষেত্রের পরিসীমা : L

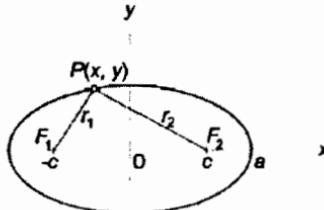
ক্ষেত্রফল : S

উৎকেন্দ্রতা : e

৬২৪. উপবৃত্তের সমীকরণ : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



৬২৫. $r_1 + r_2 = 2a$



$$626. a^2 = b^2 + c^2$$

$$627. \text{উৎকেন্দ্রতা} : e = \frac{c}{a} < 1$$

$$628. x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a^2}{c}$$

$$629. \text{প্রচলিক রূপ} : \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$$

$$630. \text{সাধারণ রূপ} : Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0,$$

$$\text{যেখানে } B^2 - 4AC < 0$$

631. সমান্তরাল রেখার সাথে স্থানাংক রেখার সাধারণ রূপ :

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \text{যেখানে } AC > 0$$

$$632. \text{পরিধি} : L = 4aE(e)$$

$$633. \text{পরিধির সমীকরণ} : L = \pi(1.5(a+b) - \sqrt{ab}), L = \pi\sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

$$634. S = \pi ab$$

৯.৬ পরাবৃত্ত :

অনুপস্থি অক্ষ : a

অনুবন্ধী অক্ষ : b

ফোকাস : $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$

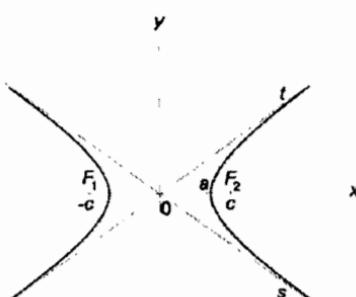
দূটি ফোকাসের মধ্যবর্তী দূরত্ব : $2c$

উৎকেন্দ্রতা : e

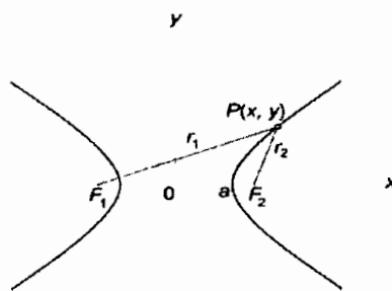
স্পর্শপ্রবণ রেখা : s, t

বাস্তব সংখ্যা : A, B, C, D, E, F, t, k

$$635. \text{পরাবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ} : \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



৬৩৬. $|r_1 - r_2| = 2a$



৬৩৭. স্পর্শপ্রবণ রেখার সমীকরণ : $y = \pm \frac{b}{a}x$

৬৩৮. $c^2 = a^2 + b^2$

৬৩৯. উৎকেন্দ্রতা : $e = \frac{c}{a} > 1$

৬৪০. সমীকরণ : $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a^2}{c}$

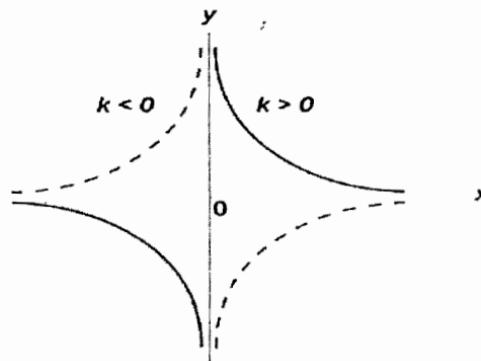
৬৪১. $\begin{cases} x = a \cosh t \\ y = b \sinh t \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi$

৬৪২. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0,$

যেখানে $B^2 - 4AC > 0$

৬৪৩. $Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0,$ যেখানে $AC < 0$

৬৪৪. স্পর্শপ্রবণ রেখার রূপ : $xy = \frac{e^2}{4},$ অথবা $y = \frac{k}{x},$ যেখানে $k = \frac{e^2}{4}$



৯.৭ অতিবৃত্ত :

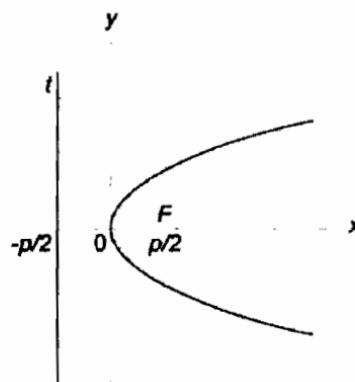
ফোকাস প্রচল : p

ফোকাস : F

শীর্ষবিন্দু : $M(x_0, y_0)$

বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, D, E, F, p, a, b, c$

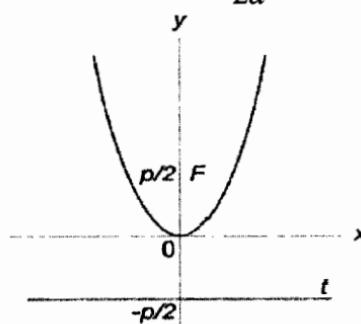
৬৪৫. অতিবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ : $y^2 = 2px$



৬৪৬. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0,$

$$\text{যেখানে } B^2 - 4AC = 0$$

৬৪৭. নিয়মকের সমীকরণ : $y = ax^2, p = \frac{1}{2a}$



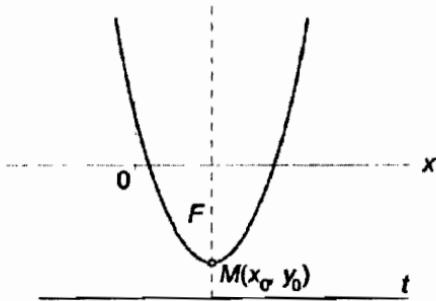
৬৪৮. y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সাধারণ রূপ :

$$Ax^2 + Dx + Ey + F = 0, (A, E \neq 0), \quad y = ax^2 + bx + c, p = \frac{1}{2a}$$

যেখানে, $y = y_0 - \frac{p}{2}$, ফোকাসের স্থানাংক: $F\left(x_0, y_0 + \frac{p}{2}\right)$ এবং

$$\text{শীর্ষ বিন্দুর স্থানাংক} : x_0 = -\frac{b}{2a}, y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

y



৯.৮ ত্রিমাত্রিক স্থানাংক পদ্ধতি :

স্থানাংক বিন্দু : $x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, \dots$

বাস্তব সংখ্যা : λ

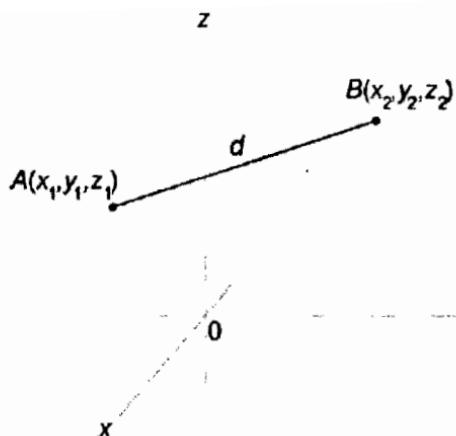
দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

ক্ষেত্রফল : S

আয়তন : V

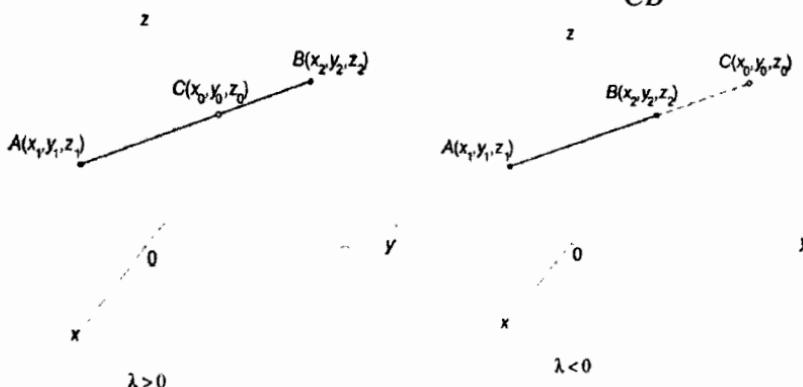
৬৪৯. দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব :

$$d = AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\text{বস্তু। } x_0 = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}, y_0 = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}, z_0 = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$$

যেখানে $\lambda = \frac{AC}{CB}, \lambda \neq -1$



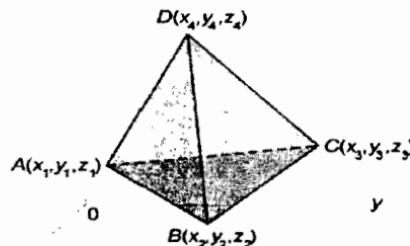
$$651. \text{ রেখাংশের মধ্যবিন্দু : } x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}, z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}, \lambda = 1$$

652. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল :

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\begin{vmatrix} y_1 & z_1 & 1 \\ y_2 & z_2 & 1 \\ y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} z_1 & x_1 & 1 \\ z_2 & x_2 & 1 \\ z_3 & x_3 & 1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}^2}$$

৬৫৩. চতুর্স্তলকের আয়তন :

$$V = \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix}, \text{ or, } V = \pm \frac{1}{6} \begin{vmatrix} x_1 - x_4 & y_1 - x_4 & z_1 - x_4 \\ x_2 - x_4 & y_2 - x_4 & z_2 - x_4 \\ x_3 - x_4 & y_3 - x_4 & z_3 - x_4 \end{vmatrix}$$



৬.৯ সমতল :

স্থানাংক বিন্দু : $x, y, z, x_0, y_0, z_0, x_1, y_1, z_1, \dots$

বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, D, A_1, A_2, a, b, c, a_1, a_2, \lambda, p, t, \dots$

সাধারণ ভেষ্টের : $\vec{n}, \vec{n}_1, \vec{n}_2$

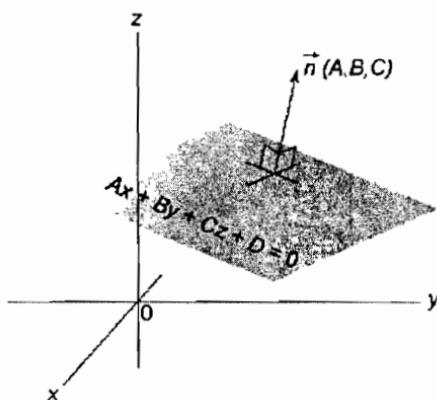
কোসাইন দিগন্ক গোষ্ঠী : $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$

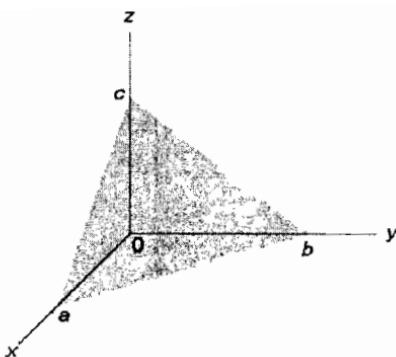
বিন্দু থেকে সমতলের দূরত্ব : d

৬৫৪. সমতলের সাধারণ সমীকরণ : $Ax + By + Cz + D = 0$

৬৫৫. সমতলের সাধারণ ভেষ্টের : ভেষ্টের $\vec{n}(A, B, C)$ সাধারণ সমতলের সমীকরণ

$$Ax + By + Cz + D = 0$$





৬৫৬. বিশেষ ক্ষেত্রে সমতলের সমীকরণ : $Ax + By + Cz + D = 0$

যদি $A = 0$, সমতল x অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $B = 0$, সমতল y অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

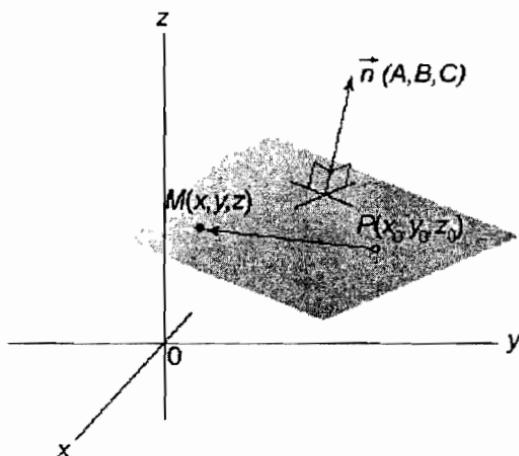
যদি $C = 0$, সমতল z অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $A = B = 0$, সমতল xy অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $B = C = 0$, সমতল yz অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

যদি $A = C = 0$, সমতল xz অক্ষের সাথে সমান্তরাল হলে।

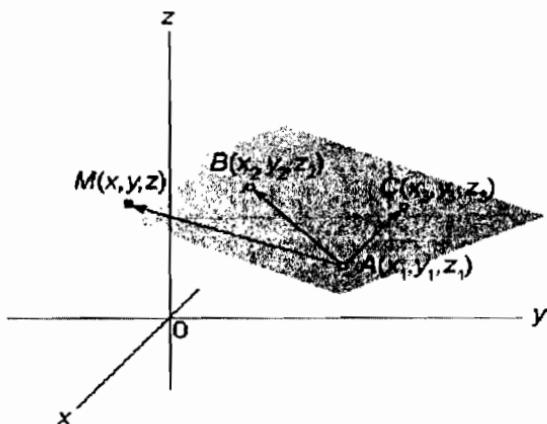
৬৫৭. বিন্দু নির্দেশক রূপ : $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$



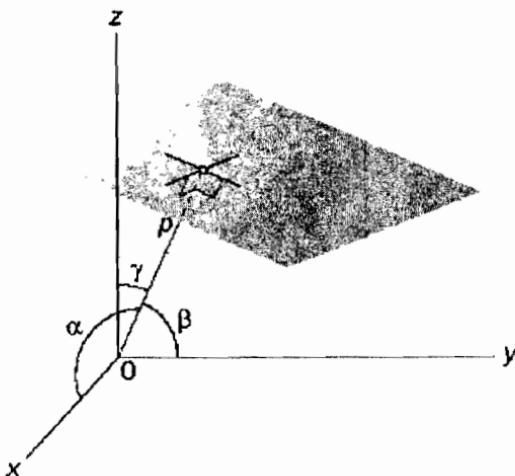
৬৫৮. রেখা খণ্ডিতাংশ রূপ : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

৬৫৯. অয়ী বিন্দুর রূপ :

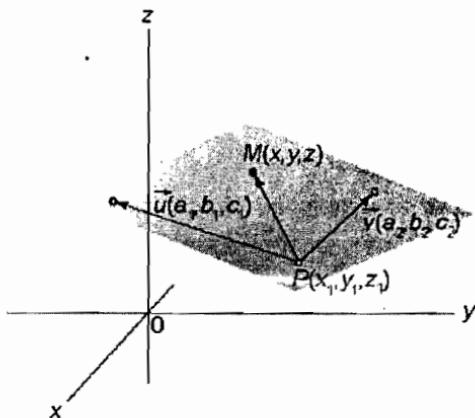
$$\begin{vmatrix} x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \\ x_1 - x_3 & y_1 - y_3 & z_1 - z_3 \\ x_2 - x_3 & y_2 - y_3 & z_2 - z_3 \end{vmatrix} = 0 \text{ অথবা, } \begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$



৬৬০. সাধারণ রূপ : $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma - p = 0$



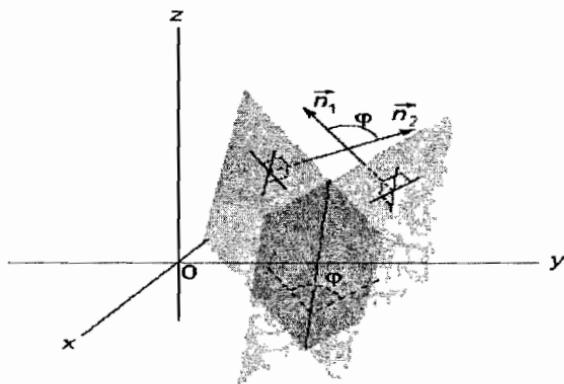
৬৬১. প্রচলিক রূপ : $\begin{cases} x = x_1 + a_1 s + a_2 t \\ y = y_1 + b_1 s + b_2 t \\ z = z_1 + c_1 s + c_2 t \end{cases}$



৬৬২. দুটি সমতলের দ্বিতল কোণ : যদি দুটি সমতল

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$, এবং $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ হয়।
তাহলে তাদের দ্বিতল কোণ

$$\cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$



৬৬৩. সমান্তরাল সমতল : দুটি সমতল $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ সমান্তরাল হবে যদি $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$ হয়।

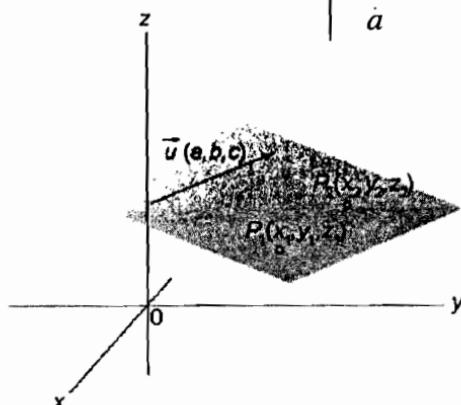
৬৬৪. লম্ব সমতল : দুটি সমতল $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ এবং $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ লম্ব হবে যদি $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$ হয়।

৬৬৫. সমতলের সমীকরণ যখন $P(x_1, y_1, z_1)$ সমান্তরাল হবে (a_1, b_1, c_1) এবং

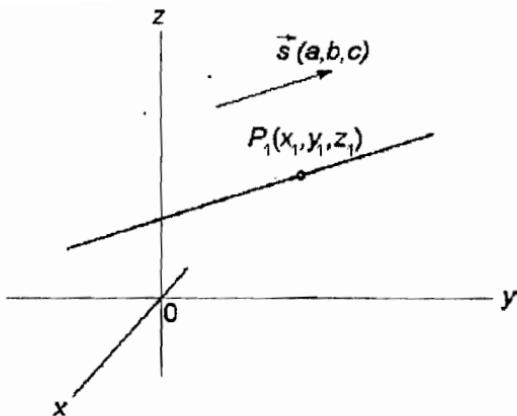
$$(a_2, b_2, c_2) \text{ ভেক্টরের জন্য, তখন } \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

৬৬৬. একটি সমতলের সমীকরণ $P_1(x_1, y_1, z_1)$ এবং $P_2(x_2, y_2, z_2)$ সমান্তরাল হবে ভেক্টর (a, b, c) এর জন্য, তখন

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a & b & c \end{vmatrix} = 0$$



৬৬৭. বিন্দু ও সমতলের মধ্যে দূরত্ব : $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$



৯.১০ কোন স্থানে সরলরেখা :

বিন্দু স্থানাংক : $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots$

কোসাইনের দিগন্তগোষ্ঠী : $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$

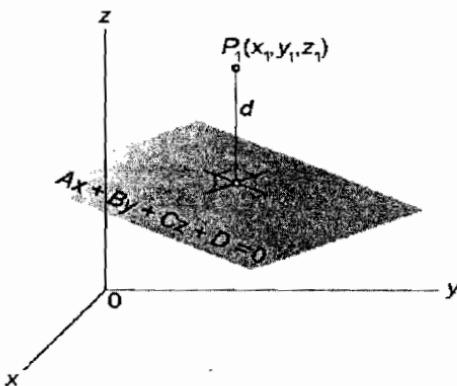
বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, D, a, b, c, a_1, a_2, t, \dots$

সমতলের ডেক্টরের দিক : $\vec{s}, \vec{s}_1, \vec{s}_2$

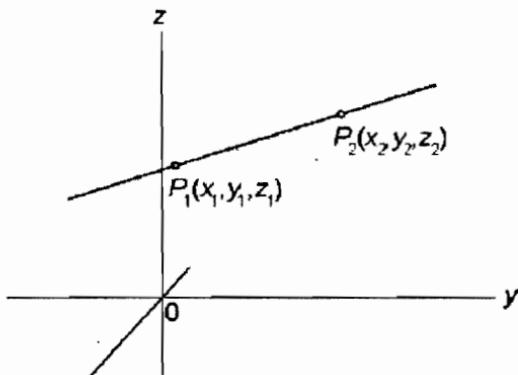
সাধারণ ডেক্টর : \vec{n}

দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব : φ

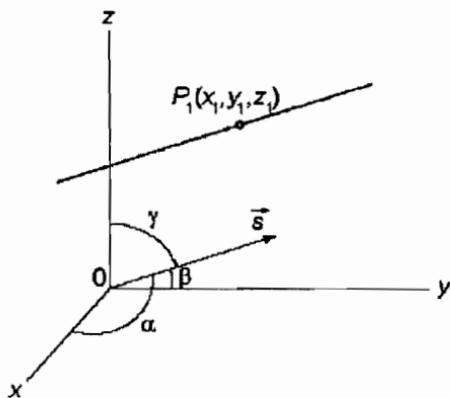
৬৬৮. সমতলের বিন্দু নির্দেশক রূপের সমীকরণ : $\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$



৬৬৯. দ্বি-বিন্দুর রূপ : $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$

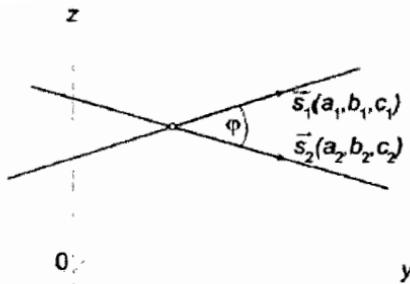


৬৭০. প্রচলিক রূপ : $\begin{cases} x = x_1 + t \cos \alpha \\ y = y_1 + t \cos \beta \\ z = z_1 + t \cos \gamma \end{cases}$



৬৭১. দুটি সরলরেখার কোণ :

$$\cos \varphi = \frac{\vec{s}_1 \cdot \vec{s}_2}{|\vec{s}_1| |\vec{s}_2|} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$



৬৭২. সমান্তরাল রেখা :

দুটি রেখা সমান্তরাল হবে যদি $\vec{S}_1 \parallel \vec{S}_2$ এবং $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ হয়।

৬৭৩. লম্ব রেখা :

দুটি রেখা সমান্তরাল হবে যদি $\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = 0$ এবং $a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$ হয়।

৬৭৪. দুটি রেখার ছেদাংক : দুটি সরল রেখার ছেদ বিন্দু

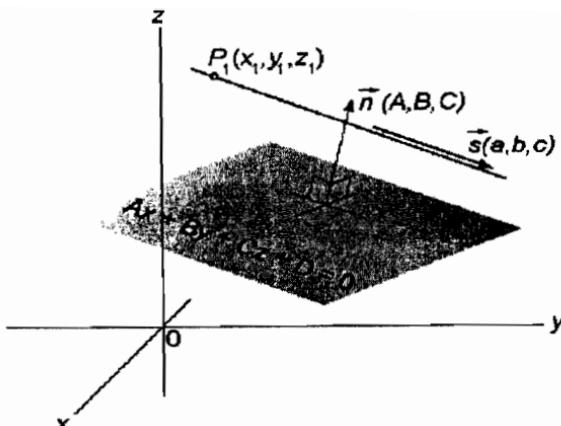
$\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$ এবং $\frac{x - x_2}{a_2} = \frac{y - y_2}{b_2} = \frac{z - z_2}{c_2}$ হলে

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = 0$$

৬৭৫. সমান্তরাল রেখা এবং সমতল :

সমান্তরাল রেখা $\frac{x - x_1}{a_1} = \frac{y - y_1}{b_1} = \frac{z - z_1}{c_1}$

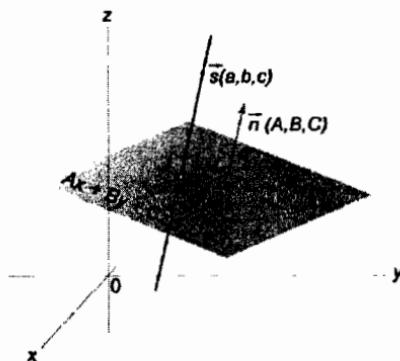
এবং সমতল $Ax + By + Cz + D = 0$ লম্ব হবে যদি $\vec{n} \cdot \vec{s} = 0$ অথবা,
 $Aa + Bb + Cc = 0$ হয়।



৬৭৬. লম্ব রেখা এবং সমতল :

সরলরেখা $\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c}$ এবং সমতল $Ax + By + Cz + D = 0$

লম্ব হবে যদি $\vec{n} \parallel \vec{s}$ এবং $\frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$ হয়।



৯.১১ দ্বিঘাত তল :

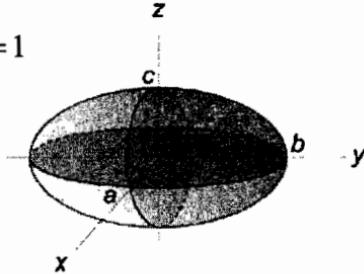
দ্বিঘাত তলের স্থানাংক বিন্দু : x, y, z

বাস্তব সংখ্যা : $A, B, C, a, b, c, k_1, k_2, k_3, \dots$

৬৭৭. সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ :

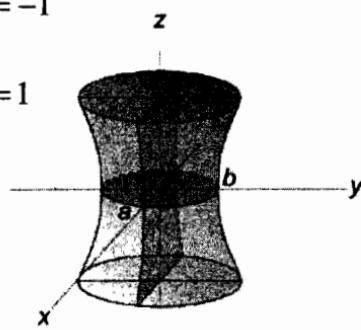
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Fyz + 2Gzx + 2Hxy + 2Px + 2Qy + 2Rz + D = 0$$

৬৭৮. বাস্তব উপবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

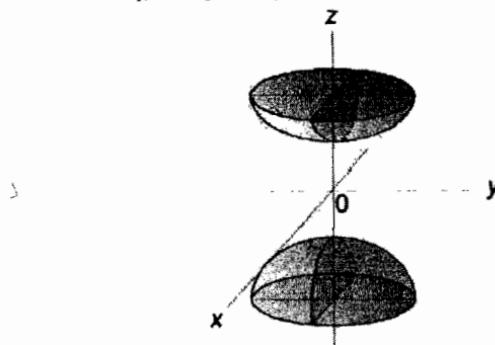


৬৭৯. কাঙ্গনিক উপবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$

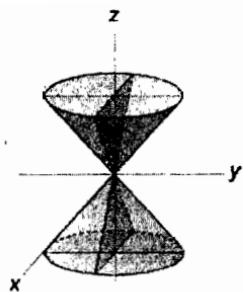
৬৮০. একপত্রী পরাবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$



৬৮১. দ্বিপত্রী পরাবৃত্তক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

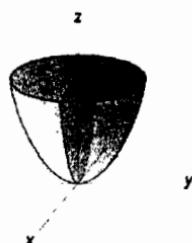


৬৮২. বাস্তব দিঘাত কোণ : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$

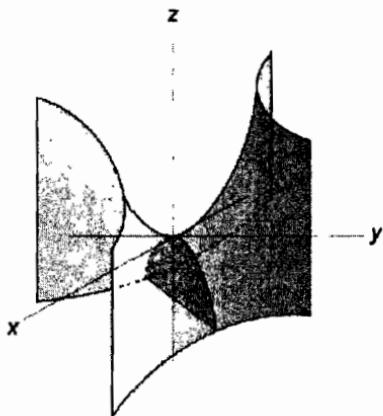


৬৮৩. কাল্পনিক দ্বিঘাত কোণ : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$

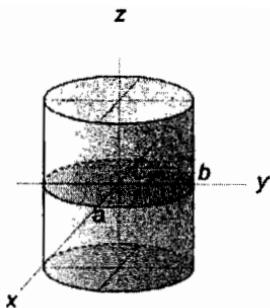
৬৮৪. উপবৃত্তক অধিবৃত্ত : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - z = 0$



৬৮৫. পরাবৃত্তক অধিবৃত্ত : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z = 0$

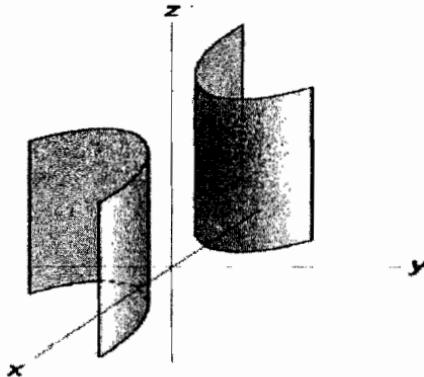


৬৮৬. বাস্তব উপবৃত্তক বেলক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$



৬৮৭. কাল্পনিক উপবৃত্তক বেলক : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$

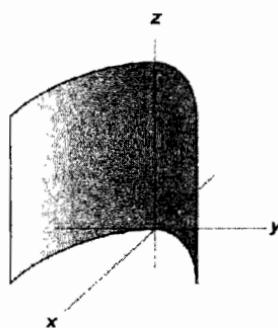
৬৮৮. অধিবৃত্তক বেলক : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$



৬৮৯. বাস্তব পরস্পরছেদী তল : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

৬৯০. কাল্পনিক পরস্পর ছেদী তল : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$

৬৯১. অধিবৃত্তাকার বেলক : $\frac{x^2}{a^2} - y = 0$



৬৯২. বাস্তব সমান্তরাল তল : $\frac{x^2}{a^2} = 1$ ৬৯৩. কাঞ্চনিক সমান্তরাল তল : $\frac{x^2}{a^2} = -1$

৬৯৪. শঙ্খ আকৃতি তল : $x^2 = 0$

৯.১২ গোলক :

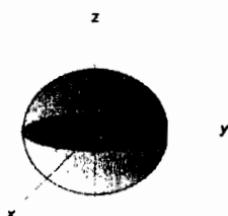
গোলকের ব্যাসার্ধ : R

বিন্দু স্থানাংক : $x, y, z, x_1, y_1, z_1, \dots$

গোলকের কেন্দ্র : (a, b, c)

বাস্তব সংখ্যা : A, D, E, F, M

৬৯৫. কেন্দ্রস্থ গোলকের সাধারণ সমীকরণ : $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$



৬৯৬. যেকোন বিন্দুতে (a, b, c) কেন্দ্রস্থ গোলকের সমীকরণ :

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

৬৯৭. অনুবন্ধী রূপ :

$$(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) + (z - z_1)(z - z_2) = 0$$

৬৯৮. চতুর্থ বিন্দু রূপ :
$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 + z^2 & x & y & z & 1 \\ x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3^2 + y_3^2 + z_3^2 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4^2 + y_4^2 + z_4^2 & x_4 & y_4 & z_4 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

৬৯৯. সাধারণ রূপ : $Ax^2 + Ay^2 + Az^2 + Dx + Ey + Fz + M = 0 \quad (A \neq 0)$

গোলকের ব্যাসার্ধ : $R = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 + F^2 - 4A^2M}}{2A}$

গোলকের কেন্দ্রের স্থানাংক (a, b, c) হলে $a = -\frac{D}{2A}, b = -\frac{E}{2A}, c = -\frac{F}{2A}$

দশম অধ্যায়

অন্তরকলন বিদ্যা (Differential Calculus)

অপেক্ষক : f, g, y, u, v ,

কোণাঙ্ক : x

বাস্তব সংখ্যা : a, b, c, d

স্বাভাবিক সংখ্যা : n

কোণ : α

বিপরীত অপেক্ষক : f^{-1}

১০.১ অপেক্ষক এবং তাদের লেখ :

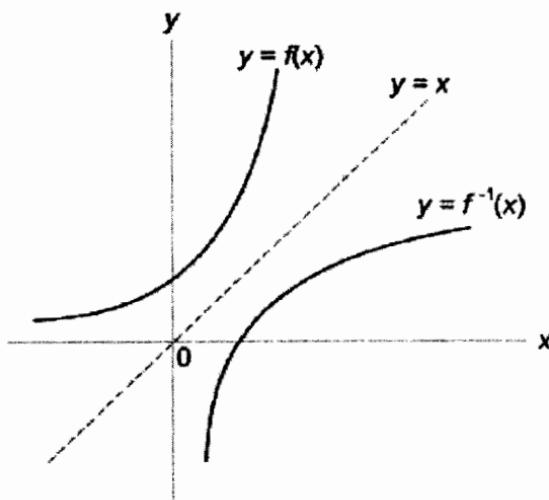
৭০০. যুগ্ম অপেক্ষক : $f(-x) = f(x)$

৭০১. অযুগ্ম অপেক্ষক : $f(-x) = -f(x)$

৭০২. পর্যবৃন্ত অপেক্ষক : $f(x + nT) = f(x)$

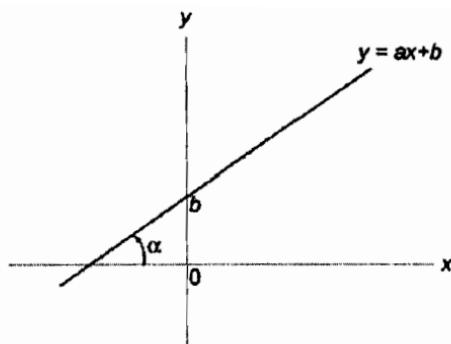
৭০৩. বিপরীত অপেক্ষক : যে কোন অপেক্ষক $y = f(x)$ এর জন্য $x = g(y)$

অথবা $y = f^{-1}(x)$ একটি বিপরীত অপেক্ষক হবে।

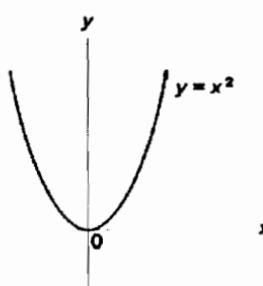


৭০৪. সংযোজক অপেক্ষক : $y = f(u), u = g(x), y = (g(x))$

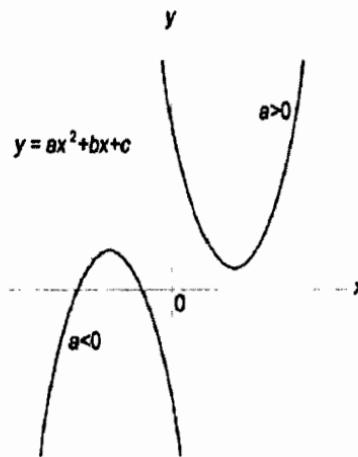
৭০৫. রৈখিক অপেক্ষক : $y = ax + b, x \in R, a = \tan \alpha$

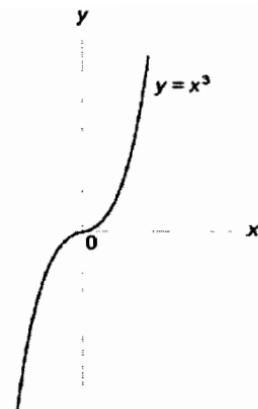


৭০৬. দিঘাত অপেক্ষক : $y = x^2, x \in R$.

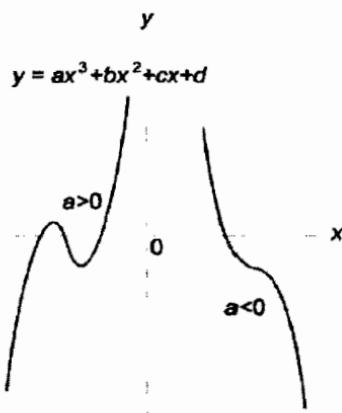


৭০৭. $y = ax^2 + bx + c, x \in R$



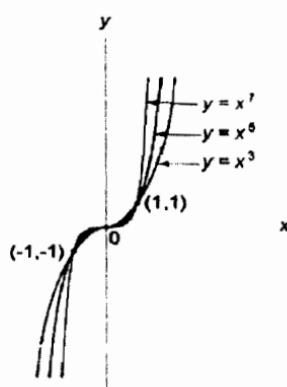
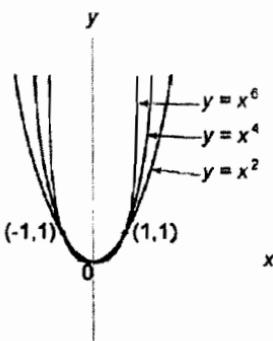


৭০৮. ঘনক অপেক্ষক : $y = x^3, x \in R$

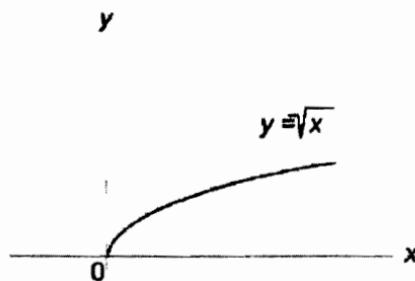


৭০৯. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, x \in R$.

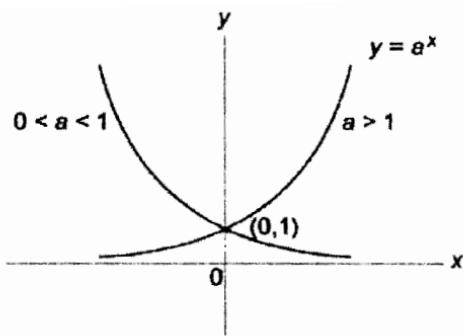
৭১০. ঘাত অপেক্ষক : $y = x^n, n \in N$



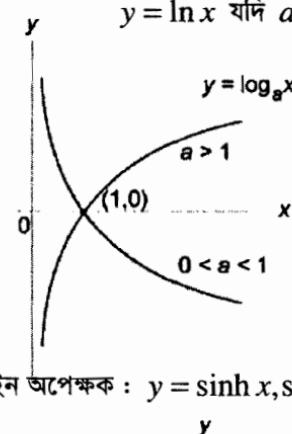
৭১১. বর্গমূল অপেক্ষক : $y = \sqrt{x}, x \in [0, \infty)$



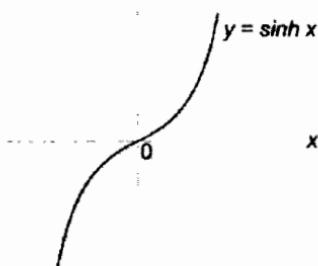
৭১২. সূচক অপেক্ষক : $y = a^x, a > 0, a \neq 1$,
 $y = e^x$ যদি $a = e, e = 2.71828182846\dots$



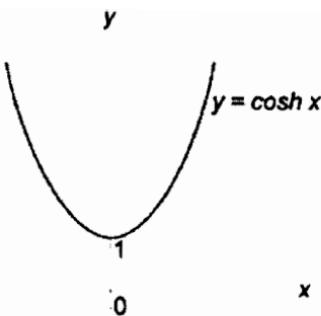
৭১৩. লগারিদমীক অপেক্ষক : $y = \log_a x, x \in (0, \infty), a > 0, a \neq 1,$
 $y = \ln x$ যদি $a = e, x > 0$



৭১৪. পরাবৃত্তীয় সাইন অপেক্ষক : $y = \sinh x, \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, x \in R.$

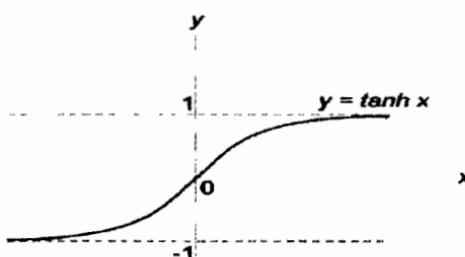


৭১৫. পরাবৃত্তীয় কোসাইন অপেক্ষক : $y = \cosh x, \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, x \in R.$



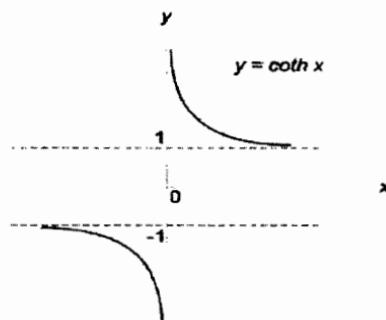
৭১৬. পরাবৃত্তীয় ট্যানজেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \tanh x, y = \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}, x \in R.$$



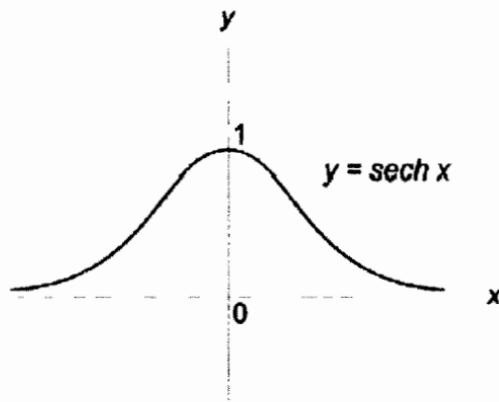
৭১৭. পরাবৃত্তীয় কটজেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \coth x, y = \coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}, x \in R, x \neq 0$$



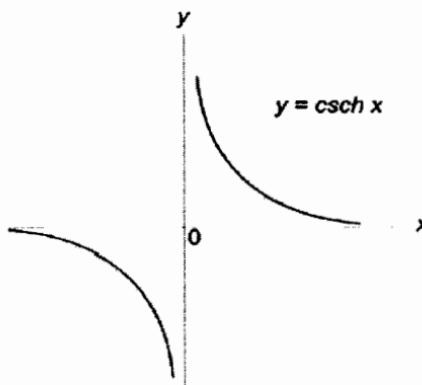
৭১৮. পরাবৃত্তীয় সেকসেন্ট অপেক্ষক :

$$y = \operatorname{sech} x, y = \operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}}, x \in R.$$

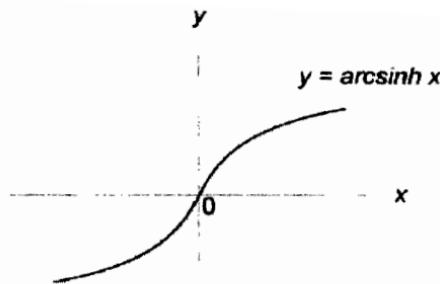


৭১৯. পরাবৃত্তীয় কোসেন্ট অপেক্ষক :

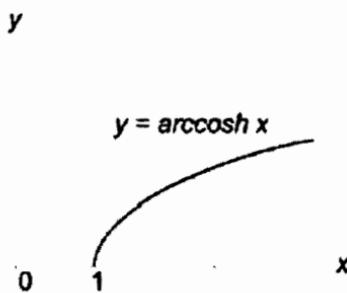
$$y = \operatorname{cosech} x, y = \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\sinh x} = \frac{2}{e^x - e^{-x}}, x \in R, x \neq 0.$$



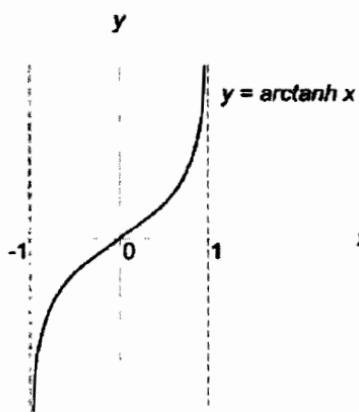
৭২০. বিপরীত পরাবৃত্তীয় সাইন অপেক্ষক : $y = \arcsin hx, x \in R$.



৭২১. বিপরীত পরাবৃত্তীয় কোসাইন অপেক্ষক : $y = \text{arccosh } x, x \in [1, \infty)$.

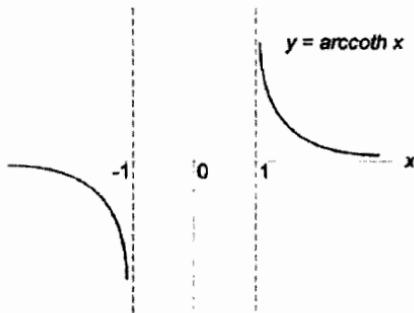


৭২২. বিপরীত পরাবৃত্তীয় ট্যানজেন্ট অপেক্ষক : $y = \text{arctanh } x, x \in (-1, 1)$.

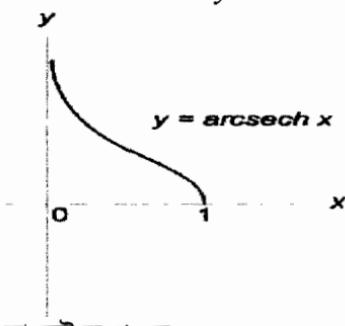


৭২৩. বিপরীত পরাবৃত্তীয় কটজেন্ট অপেক্ষক :

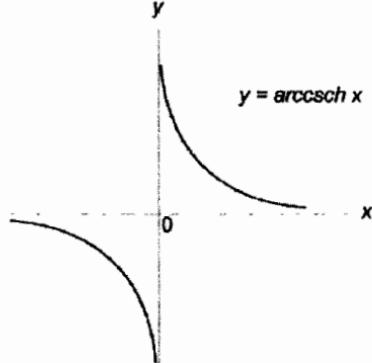
$$y = \operatorname{arccoth} x, x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty).$$



৭২৪. বিপরীত পরাবৃত্তীয় সেকসেন্ট অপেক্ষক : $y = \operatorname{arcsech} x, x \in (0, 1]$



৭২৫. বিপরীত পরাবৃত্তীয় কোসেন্ট অপেক্ষক : $y = \operatorname{arccosech} x, x \in R, x \neq 0.$



১০.২ অপেক্ষকের সীমা :

অপেক্ষক : $f(x), g(x)$

কোণাঙ্ক : x

বাস্তব প্রবক : a, k

$$926. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$927. \lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$928. \lim_{x \rightarrow a} [f(x).g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$929. \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \text{ যদি } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

$$930. \lim_{x \rightarrow a} [kf(x)] = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

$$931. \lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow a} g(x)\right)$$

$$932. \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a) \text{ যদি অপেক্ষক } f(x) \text{ ধারাবাহিকভাবে } x = a \text{ হয়।}$$

$$933. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$938. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$935. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin^{-1} x}{x} = 1$$

$$936. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\tan^{-1} x}{x} = 1$$

$$937. \lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$938. \lim_{x \rightarrow a} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$939. \lim_{x \rightarrow a} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$$

$$980. \lim_{x \rightarrow a} a^x = 1$$

১০.৩ অস্তরকলজের সংজ্ঞা ও ধর্ম :

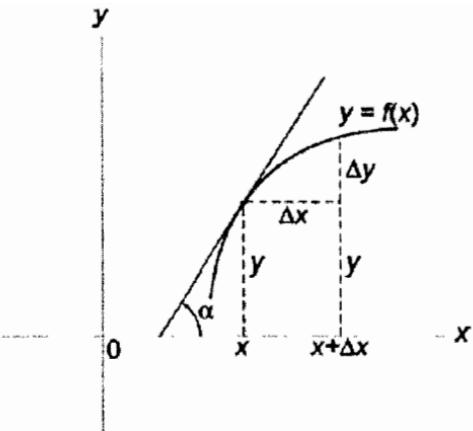
অপেক্ষক : f, g, y, u, v

স্বাধীন চলক : x

বাস্তব প্রবক : k

কোণ : α

$$981. y'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$$



$$982. \frac{dy}{dx} = \tan \alpha$$

$$983. \frac{d(u+v)}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

$$988. \frac{d(u-v)}{dx} = \frac{du}{dx} - \frac{dv}{dx}$$

$$985. \frac{d(ku)}{dx} = k \frac{du}{dx}$$

$$986. \text{ গুণফলের পদ্ধতি: } \frac{d(u.v)}{dx} = \frac{du}{dx}.v + u.\frac{dv}{dx}$$

$$987. \frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{\frac{du}{dx}.v - u.\frac{dv}{dx}}{v^2}$$

$$988. y = f(g(x)), u = g(x), \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$989. \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} \text{ যখানে } x(y), y(x) \text{ এর বিপরীত অপেক্ষক।}$$

$$990. \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{y}\right) = -\frac{\frac{dy}{dx}}{y^2}$$

$$991. y = f(x), \ln y = \ln f(x), \frac{dy}{dx} = f(x) \cdot \frac{d}{dx}[\ln f(x)]$$

১০.৮ অস্তরকলজের তালিকা :

স্থায়ীন চলক : x

বাস্তব ধ্রুবক : C, a, b, c

সাধারণ সংখ্যা : n

$$q2. \frac{d}{dx}(C) = 0$$

$$q53. \frac{d}{dx}(x) = 1$$

$$q58. \frac{d}{dx}(ax+b) = a$$

$$q55. \frac{d}{dx}(ax^2 + bx + c) = ax + b$$

$$q56. \frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$$

$$q57. \frac{d}{dx}(x^{-n}) = -\frac{n}{x^{n+1}}$$

$$q58. \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$q59. \frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$q60. \frac{d}{dx}(\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$$

$$q61. \frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$$

$$q62. \frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}, a > 0, a \neq 1.$$

$$q63. \frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a, a > 0, a \neq 1.$$

$$q64. \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$q65. \frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$q66. \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$q67. \frac{d}{dx}(\tan x) = \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

$$q68. \frac{d}{dx}(\cot x) = -\frac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$$

$$q69. \frac{d}{dx}(\sec x) = \tan x \cdot \sec x$$

$$q70. \frac{d}{dx}(\operatorname{cosec} x) = -\cot x \cdot \operatorname{cosec} x$$

$$q71. \frac{d}{dx}(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$992. \frac{d}{dx}(\arccos x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$993. \frac{d}{dx}(\arctan x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$994. \frac{d}{dx}(arccot x) = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$995. \frac{d}{dx}(arcsec x) = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$996. \frac{d}{dx}(arccosec x) = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

$$997. \frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x$$

$$998. \frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$$

$$999. \frac{d}{dx}(\tanh x) = \frac{1}{\cosh^2 x} = \operatorname{sech}^2 x$$

$$1000. \frac{d}{dx}(\coth x) = -\frac{1}{\sinh^2 x} = -\operatorname{cosech}^2 x$$

$$1001. \frac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \cdot \tanh x$$

$$1002. \frac{d}{dx}(\operatorname{cosech} x) = -\operatorname{cosech} x \cdot \coth x$$

$$1003. \frac{d}{dx}(\arcsinh x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$1004. \frac{d}{dx}(\arccosh x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$1005. \frac{d}{dx}(\arctanh x) = \frac{1}{1-x^2}, |x| < 1$$

$$1006. \frac{d}{dx}(arccoth x) = -\frac{1}{x^2-1}, |x| > 1$$

$$৭৮৭. \frac{d}{dx}(u^v) = vu^{v-1} \cdot \frac{du}{dx} + u^v \ln u \cdot \frac{dv}{dx}$$

১০.৫ উচ্চক্রমের অন্তরকলজ :

অপেক্ষক : f, y, u, v

স্বাধীন চলক : x

স্বাভাবিক সংখ্যা : n

$$৭৮৮. f'' = (f')' = \left(\frac{dy}{dx} \right)' = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$৭৮৯. f^{(n)} = \frac{d^n y}{dx^n} = y^{(n)} = (f^{(n-1)})'$$

$$৭৯০. (u+v)^{(n)} = u^{(n)} + v^{(n)}$$

$$৭৯১. (u-v)^{(n)} = u^{(n)} - v^{(n)}$$

$$৭৯২. লাইবনিজ-এর সূত্র : (uv)^{'''} = u'''v + 2u''v' + uv'''$$

$$(uv)^{'''} = u'''v + 3u''v' + 3u'v'' = uv'''$$

$$(uv)^{(n)} = u^{(n)}v + nu^{(n-1)}v' + \frac{n(n-1)}{1.2}u^{(n-2)}v'' + \dots + uv^{(n)}$$

$$৭৯৩. (x^m)^{(n)} = \frac{m!}{(m-n)!} x^{m-n} \quad ৭৯৪. (x^n)^{(n)} = n!$$

$$৭৯৫. (\log_a x)^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{x^n \ln a}$$

$$৭৯৬. (\ln x)^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1}(n-1)!}{x^n}$$

$$৭৯৭. (a^x)^{(n)} = a^x \ln^n a$$

$$৭৯৮. (e^x)^{(n)} = e^x$$

$$৭৯৯. (a^{mx})^{(n)} = m^n a^{mx} \ln^n a$$

$$৮০০. (\sin x)^{(n)} = \sin\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$$

$$৮০১. (\cos x)^{(n)} = \cos\left(x + \frac{n\pi}{2}\right)$$

১০.৬ অন্তরকলজের আবেদন :

অপেক্ষক : f, g, y

একটি বক্তুর অবস্থান : s

বেগ : v

ত্বরণ : w

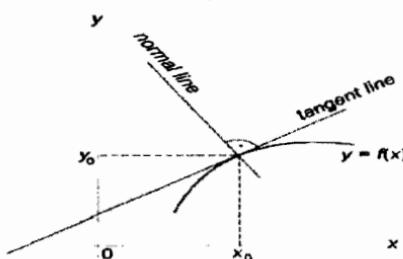
স্বাধীন চলক : x

সময় : t

স্বাভাবিক সংখ্যা : n

৮০২. ট্যানজেন্ট রেখা : $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ (নীচের চিত্রে দ্রষ্টব্য)

৮০৩. সাধারণ রেখা : $y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$ (নীচের চিত্রে দ্রষ্টব্য)



৮০৪. L'Hopital's-এর নিয়ম :

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} \text{ যদি } \lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = \begin{cases} 0 \\ \infty \end{cases}$$

১০.৭ অন্তরকল :

অপেক্ষক : f, u, v

স্বাধীন চল : x

অপেক্ষকের অন্তরকলজ : $y'(x), f'(x)$

বাস্তব ধ্রুবক : C

অন্তরকল অপেক্ষক $y = f(x) : dy$

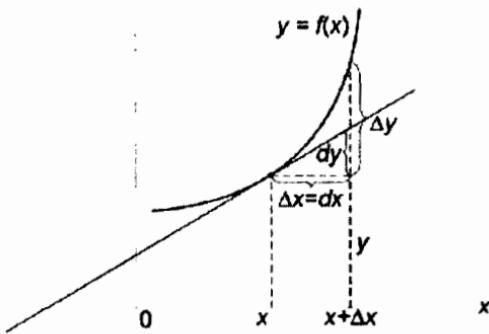
x এর অন্তরকল : dx

x এর ক্ষুদ্র পরিবর্তন : Δx

y এর ক্ষুদ্র পরিবর্তন : Δy

৮০৫. $dy = y' dx$

৮০৬. $f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x$
y



৮০৭. y এর ক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

৮০৮. $d(u+v) = du + dv$

৮১০. $d(Cu) = Cdu$

৮১২. $d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{vdu - udv}{v^2}$

৮০৯. $d(u-v) = du - dv$

৮১১. $d(uv) = vdu + udv$

১০.৮ অস্তরকল প্রকারক :

স্থানাংক রেখায় একক ভেষ্টর : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$

ক্ষেলার অপেক্ষক : $f(x, y, z), u(x_1, x_2, \dots, x_n)$

ক্ষেলার ক্ষেত্রে নতিমাত্রা : $grad \ u, \nabla u$

দিক অস্তরকলজ : $\frac{\partial f}{\partial l}$

ভেষ্টর অপেক্ষক : $\vec{F}(P, Q, R)$

ভেষ্টর ক্ষেত্রের অপসরণ : $div \ \vec{F}, \nabla \cdot \vec{F}$

ভেষ্টর ক্ষেত্রের কার্ল : $curl \ \vec{F}, \nabla \times \vec{F}$

ল্যাপলস অপেক্ষক : ∇^2

৮১৩. ক্ষেলার অপেক্ষকের নতিমাত্রা :

$$grad \ f = \nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right),$$

$$grad \ u = \nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \frac{\partial u}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial u}{\partial x_n} \right)$$

$$818. \text{ দিক অন্তরকলজ : } \frac{\partial f}{\partial l} = \frac{\partial f}{\partial x} \cos \alpha + \frac{\partial f}{\partial y} \cos \beta + \frac{\partial f}{\partial z} \cos \gamma,$$

$$\text{যখন } \vec{l}(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma), \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$815. \text{ ভেষ্টির ক্ষেত্রের অপসরণ : } div \ \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$$

$$816. \text{ ভেষ্টির ক্ষেত্রের কার্লি : } curl \ \vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \vec{k}$$

$$817. \text{ ল্যাপলস অপেক্ষক : } \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$818. \ div (curl \vec{F}) = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{F}) \equiv 0$$

$$819. \ curl (grad f) = \nabla \times (\nabla f) \equiv 0$$

$$820. \ div (grad f) = \nabla \cdot (\nabla f) = \nabla^2 f$$

$$821. \ curl (curl \vec{F}) = grad (div \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F} = \nabla (\nabla \cdot \vec{F}) - \nabla^2 \vec{F}$$

একাদশ অধ্যায়

সমাকলন বিদ্যা (Integral Calculus)

অপেক্ষক : f, g, u, v

স্থায়ীন চলক : x, t, ξ

অনিদিষ্ট সমাকলন অপেক্ষক : $\int f(x)dx, \int g(x)dx, \dots$

অপেক্ষকের অন্তরকলজ : $y'(x), f'(x), F'(x), \dots$

বাস্তব ধৰণ : C, a, b, c, d, k

স্বাভাবিক সংখ্যা : m, n, i, j

১১.১ অনিদিষ্ট সমাকলন :

$$822. \int f(x)dx = F(x) + C \text{ যদি } F'(x) = f(x) \text{ হয়।}$$

$$823. \left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$$

$$824. \int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

$$825. \int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

$$826. \int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$$

$$827. \int f(ax)dx = \frac{1}{a}F(ax) + C$$

$$828. \int f(ax+b)dx = \frac{1}{a}F(ax+b) + C$$

$$829. \int f(x)f'(x)dx = \frac{1}{2}f^2(x) + C$$

$$830. \int \frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln|f(x)| + C$$

$$831. \int f(x)dx = \int f(u(t))u'(t)dt \text{ যদি } x = u(t) \text{ হয়।}$$

$$832. \int u dv = uv - \int v du$$

১১.২ মূলদ অপেক্ষকের সমাকলন :

$$833. \int adx = ax + C$$

$$838. \int xdx = \frac{x^2}{2} + C$$

$$835. \int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$$

$$836. \int x^p dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C, p \neq -1$$

$$837. \int (ax+b)^n dx = \frac{(ax)+b^{n+1}}{a(n+1)} + C, n \neq -1$$

$$838. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$839. \int \frac{dx}{ax+b} = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C$$

$$840. \int \frac{ax+b}{cx+d} dx = \frac{a}{c}x + \frac{bc-ad}{c^2} \ln|cx+d| + C$$

$$841. \int \frac{dx}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{a-b} \ln \left| \frac{x+b}{x+a} \right| + C, a \neq b$$

$$842. \int \frac{xdx}{a+bx} = \frac{1}{b^2} (a + bx - a \ln|a+bx|) + C$$

$$843. \int \frac{x^2 dx}{a+bx} = \frac{1}{b^3} \left[\frac{1}{2} (a+bx)^2 - 2a(a+bx) + a^2 \ln|a+bx| \right] + C$$

$$844. \int \frac{dx}{x(a+bx)} = \frac{1}{a} \ln \left| \frac{a+bx}{x} \right| + C$$

$$845. \int \frac{dx}{x^2(a+bx)} = -\frac{1}{ax} + \frac{b}{a^2} \ln \left| \frac{a+bx}{x} \right| + C$$

$$846. \int \frac{xdx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^2} \left(\ln|a+bx| + \frac{a}{a+bx} \right) + C$$

$$847. \int \frac{x^2 dx}{(a+bx)^2} = \frac{1}{b^3} \left(a + bx - 2a \ln|a+bx| - \frac{a^2}{a+bx} \right) + C$$

$$848. \int \frac{dx}{x(a+bx)^2} = \frac{1}{a(a+bx)} + \frac{1}{a^2} \ln \left| \frac{a+bx}{x} \right| + C$$

১৪৯. $\int \frac{dx}{x^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$
১৫০. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+1}{x-1} \right| + C$
১৫১. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C$
১৫২. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$
১৫৩. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + C$
১৫৪. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C$
১৫৫. $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + a^2) + C$
১৫৬. $\int \frac{dx}{a+bx^2} = \frac{1}{\sqrt{ab}} \arctan \left(x \sqrt{\frac{b}{a}} \right) + C, ab > 0$
১৫৭. $\int \frac{xdx}{a+bx^2} = \frac{1}{2b} \ln \left| x^2 + \frac{a}{b} \right| + C$
১৫৮. $\int \frac{dx}{x(a+bx^2)} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x^2}{a+bx^2} \right| + C$
১৫৯. $\int \frac{dx}{a^2 - b^2 x^2} = \frac{1}{2ab} \ln \left| \frac{a+bx}{a-bx} \right| + C$
১৬০. $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \ln \left| \frac{2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}}{2ax+b+\sqrt{b^2-4ac}} \right| + C,$
 $b^2 - 4ac > 0$
১৬১. $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c} = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}} \arctan \frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}} + C,$
 $b^2 - 4ac < 0$

১১.৩ অমূলদ অপেক্ষকের সমাকলন :

$$বৰুৱা. \int \frac{dx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax+b} + C$$

$$বৰুৱা. \int \sqrt{ax+b} dx = \frac{2}{3a} (ax+b)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$বৰুৱা. \int \frac{xdx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2(ax-2b)}{3a^2} \sqrt{ax+b} + C$$

$$বৰুৱা. \int x\sqrt{ax+b} dx = \frac{2(3ax-2b)}{15a^2} (ax+b)^{\frac{3}{2}} + C$$

$$বৰুৱা. \int \frac{dx}{(x+c)\sqrt{ax+b}} = \frac{1}{\sqrt{b-ac}} \ln \left| \frac{\sqrt{ax+b} - \sqrt{b-ac}}{\sqrt{ax+b} + \sqrt{b-ac}} \right| + C, \\ b-ac > 0$$

$$বৰুৱা. \int \frac{dx}{(x+c)\sqrt{ax+b}} = \frac{1}{\sqrt{ac-b}} \arctan \sqrt{\frac{ax+b}{ac-b}} + C, \\ b-ac < 0$$

$$বৰুৱা. \int \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}} dx = \frac{1}{c} \sqrt{(ax+b)(cx+d)} - \frac{ad-bc}{c\sqrt{ac}} \\ \ln \left| \sqrt{a(cx+d)} + \sqrt{c(ax+b)} \right| + C, a > 0$$

$$বৰুৱা. \int \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}} dx = \frac{1}{c} \sqrt{(ax+b)(cx+d)} - \frac{ad-bc}{c\sqrt{ac}}$$

$$বৰুৱা. \arctan \sqrt{\frac{a(cx+d)}{c(ax+b)}} + C, (a < 0, C > 0)$$

$$বৰুৱা. \int x^2 \sqrt{a-bx} dx = \frac{2(8a^2 - 12abx + 15b^2 x^2)}{105b^3} \sqrt{(a+bx)^3} + C$$

$$বৰুৱা. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a+bx}} = \frac{2(8a^2 - 4abx + 3b^2 x^2)}{15b^3} \sqrt{a+bx} + C$$

৮৭২. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \frac{\sqrt{a+bx} - \sqrt{a}}{\sqrt{a+bx} + \sqrt{a}} \right| + C, a > 0$
৮৭৩. $\int \frac{dx}{x\sqrt{a+bx}} = \frac{2}{\sqrt{-a}} \arctan \left| \frac{a+bx}{-a} \right| + C, a < 0$
৮৭৪. $\int \sqrt{\frac{a-x}{b+x}} dx = \sqrt{(a-x)(b+x)} + (a+b) \arcsin \sqrt{\frac{x+b}{a+b}} + C$
৮৭৫. $\int \sqrt{\frac{a+x}{b-x}} dx = -\sqrt{(a+x)(b-x)} - (a+b) \arcsin \sqrt{\frac{b-x}{a+b}} + C$
৮৭৬. $\int \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = -\sqrt{1-x^2} + \arcsin x + C$
৮৭৭. $\int \frac{dx}{\sqrt{(x-a)(b-a)}} = 2 \arcsin \sqrt{\frac{x-a}{b-a}} + C$
- $\int \sqrt{a+bx-cx^2} dx = \frac{2cx-b}{4c} \sqrt{a+bx-cx^2} +$
৮৭৮. $\frac{b^2-4ac}{8\sqrt{c^3}} \arcsin \frac{2cx-b}{\sqrt{b^2+4ac}} + C$
৮৭৯. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \ln |2ax+b+2\sqrt{a(ax^2+bx+c)}| + C, a > 0$
৮৮০. $\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}} = -\frac{1}{\sqrt{a}} \arcsin \frac{2ax+b}{4a} \sqrt{b^2-4ac} + C, a < 0$
৮৮১. $\int \sqrt{x^2+a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2} \ln |x+\sqrt{x^2+a^2}| + C$
৮৮২. $\int x\sqrt{x^2+a^2} dx = \frac{1}{3}(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}} + C$
৮৮৩. $\int x^2\sqrt{x^2+a^2} dx = \frac{x}{8}(2x^2+a^2)\sqrt{x^2+a^2} - \frac{a^4}{8} \ln |x+\sqrt{x^2+a^2}| + C$
৮৮৪. $\int \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x^2} dx = -\frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x} + \ln |x+\sqrt{x^2+a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{\sqrt{x^2 + a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 + a^2} + a \ln \left| \frac{x}{a + \sqrt{x^2 + a^2}} \right| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \sqrt{x^2 + a^2} + C$

বৰুৱা. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} - \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{a} \ln \left| \frac{x}{a + \sqrt{x^2 + a^2}} \right| + C$

বৰুৱা. $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int x \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{3} (x^2 - a^2)^{3/2} + C$

বৰুৱা. $\int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx = \sqrt{x^2 - a^2} + a \arcsin \frac{a}{x} + C$

বৰুৱা. $\int \frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} dx = -\frac{\sqrt{x^2 - a^2}}{x} + \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \sqrt{x^2 - a^2} + C$

বৰুৱা. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} + \frac{a^2}{2} \ln|x + \sqrt{x^2 - a^2}| + C$

বৰুৱা. $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 - a^2}} = -\frac{1}{a} \arcsin \frac{a}{x} + C$

$$\text{১৯৮৮. } \int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{x-a}{x+a}} + C$$

$$\text{১৯৯০. } \int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{x^2-a^2}} = -\frac{1}{a} \sqrt{\frac{x+a}{x-a}} + C$$

$$\text{১৯৯১. } \int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{a^2 x} + C$$

$$\text{১৯৯২. } \int \frac{dx}{(x^2-a^2)^{3/2}} = -\frac{x}{a^2 \sqrt{x^2-a^2}} + C$$

$$\text{১৯৯৩. } \int (x^2-a^2)^{3/2} dx = -\frac{x}{8} (2x^2-5a^2) \sqrt{x^2-a^2} + \frac{3a^4}{8} \ln|x+\sqrt{x^2-a^2}| + C$$

$$\text{১৯৯৪. } \int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{১৯৯৫. } \int x \sqrt{a^2-x^2} dx = -\frac{1}{3} (a^2-x^2)^{3/2} + C$$

$$\text{১৯৯৬. } \int x^2 \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x}{8} (2x^2-a^2) \sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^4}{8} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{১৯৯৭. } \int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x} dx = \sqrt{a^2-x^2} + a \ln \left| \frac{x}{a+\sqrt{a^2-x^2}} \right| + C$$

$$\text{১৯৯৮. } \int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x} dx = -\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x} + \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{১৯৯৯. } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$$

$$\text{২০০০. } \int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin \frac{x}{a} + C$$

$$\text{২০০১. } \int \frac{xdx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2} + C$$

$$১১১. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$১১২. \int \frac{dx}{(x+a)\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} + C$$

$$১১৩. \int \frac{dx}{(x-a)\sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + C$$

$$১১৪. \int \frac{dx}{(x+b)\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - a^2}} \arcsin \frac{bx + a^2}{a(x+b)} + C, b > a$$

$$১১৫. \int \frac{dx}{(x+b)\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}} \ln \left| \frac{x+b}{\sqrt{a^2 - b^2} \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 + bx} \right| + C, b < a$$

$$১১৬. \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{a^2 - x^2}} = -\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a^2 x} + C$$

$$১১৭. \int (a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{x}{8} (5a^2 - 2x^2) \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{3a^4}{8} \arcsin \frac{x}{a} + C$$

$$১১৮. \int \frac{dx}{(a^2 - x^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{a^2 - x^2}} + C$$

১১.৮ ত্রিকোণমিতিক অপেক্ষকের সমাকলন :

$$১১৯. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$১২০. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$১২১. \int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$১২২. \int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

$$১২৩. \int \sin^3 x dx = \frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + C = \frac{1}{12} \cos 3x - \frac{3}{4} \cos x + C$$

$$\text{Q28. } \int \cos^3 x dx = \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + C = \frac{1}{12} \sin 3x + \frac{3}{4} \sin x + C$$

$$\text{Q29. } \int \frac{dx}{\sin x} = \int \csc x dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$$

$$\text{Q30. } \int \frac{dx}{\cos x} = \int \sec x dx = \ln \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$$

$$\text{Q31. } \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$$

$$\text{Q32. } \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

$$\text{Q33. } \int \frac{dx}{\sin^3 x} = \int \csc^3 x dx = -\frac{\cos x}{2 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$$

$$\text{Q34. } \int \frac{dx}{\cos^3 x} = \int \sec^3 x dx = \frac{\sin x}{2 \cos^2 x} + \frac{1}{2} \ln \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$$

$$\text{Q35. } \int \sin x \cos x dx = -\frac{1}{4} \cos 2x + C$$

$$\text{Q36. } \int \sin^2 x \cos x dx = \frac{1}{3} \sin^3 x + C$$

$$\text{Q37. } \int \sin x \cos^2 x dx = -\frac{1}{3} \cos^3 x + C$$

$$\text{Q38. } \int \sin^2 x \cos^2 x dx = \frac{x}{8} - \frac{1}{32} \sin 4x + C$$

$$\text{Q39. } \int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$$

$$\text{Q40. } \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \frac{1}{\cos x} + C = \sec x + C$$

$$\text{Q41. } \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx = \ln \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| - \sin x + C$$

$$\text{Q42. } \int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$$

$$\text{Q43. } \int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$$

$$\text{d}80. \int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = -\frac{1}{\sin x} + C = -\operatorname{cosecx} + C$$

$$\text{d}81. \int \frac{\cos^2 x}{\sin x} dx = \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + \cos x + C$$

$$\text{d}82. \int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$$

$$\text{d}83. \int \frac{dx}{\cos x \sin x} = \ln |\tan x| + C$$

$$\text{d}84. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos x} = -\frac{1}{\sin x} + \ln \left| \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$$

$$\text{d}85. \int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \ln \left| \tan \frac{x}{2} \right| + C$$

$$\text{d}86. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x} = \tan x - \cot x + C$$

$$\text{d}87. \int \sin mx \sin nx dx = -\frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + C, m^2 \neq n^2$$

$$\text{d}88. \int \sin mx \cos nx dx = -\frac{\cos(m+n)x}{2(m+n)} - \frac{\cos(m-n)x}{2(m-n)} + C, m^2 \neq n^2$$

$$\text{d}89. \int \cos mx \cos nx dx = \frac{\sin(m+n)x}{2(m+n)} + \frac{\sin(m-n)x}{2(m-n)} + C, m^2 \neq n^2$$

$$\text{d}90. \int \sec x \tan x dx = \sec x + C$$

$$\text{d}91. \int \operatorname{cosecx} \cot x dx = -\operatorname{cosecx} + C$$

$$\text{d}92. \int \sin x \cos^n x dx = -\frac{\cos^{n+1} x}{n+1} + C$$

$$\text{d}93. \int \sin^n x \cos x dx = \frac{\sin^{n+1} x}{n+1} + C$$

$$\text{d}94. \int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$$

$$\text{d}95. \int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + C$$

$$956. \int \arctan x dx = x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$$

$$957. \int \operatorname{arc cot} x dx = x \operatorname{arc cot} x + \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$$

১১.৫ পরাবৃত্তীয় অপেক্ষকের সমাকলন :

$$958. \int \sinh x dx = \cosh x + C$$

$$959. \int \cosh x dx = \sinh x + C$$

$$960. \int \tanh x dx = \ln \cosh x + C$$

$$961. \int \coth x dx = \ln |\sinh x| + C$$

$$962. \int \sec h^2 x dx = \tanh x + C$$

$$963. \int \operatorname{cosech}^2 x dx = -\coth x + C$$

$$964. \int \sec hx \tanh x dx = -\sec hx + C$$

$$965. \int \operatorname{cosech} x \coth x dx = -\operatorname{cosech} x + C$$

১১.৬ সূচক এবং লগারিদমীক অপেক্ষকের সমাকলন :

$$966. \int e^x dx = e^x + C$$

$$967. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$968. \int e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a} + C$$

$$969. \int x e^{ax} dx = \frac{e^{ax}}{a^2} (ax - 1) + C$$

$$970. \int \ln x dx = x \ln x - x + C$$

$$971. \int \frac{dx}{x \ln x} = \ln |\ln x| + C$$

$$972. \int x^n \ln x dx = x^{n+1} \left[\frac{\ln x}{n+1} - \frac{1}{(n+1)^2} \right] + C$$

$$973. \int e^{ax} \sin bx dx = \frac{a \sin bx - b \cos bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C$$

$$974. \int e^{ax} \cos bx dx = \frac{a \cos bx + b \sin bx}{a^2 + b^2} e^{ax} + C$$

১১.৭ লম্বুকরণ সূত্র :

$$১৭৫. \int x^n e^{mx} dx = \frac{1}{m} x^n e^{mx} - \frac{n}{m} \int x^{n-1} e^{mx} dx$$

$$১৭৬. \int \frac{e^{mx}}{x^n} dx = -\frac{e^{mx}}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{m}{n-1} \int \frac{e^{mx}}{x^{n-1}} dx, n \neq 1$$

$$১৭৭. \int \sinh^n x dx = \frac{1}{n} \sinh^{n-1} x \cosh x - \frac{n-1}{n} \int \sinh^{n-2} x dx$$

$$১৭৮. \int \frac{dx}{\sinh^n x} = -\frac{\cosh x}{(n-1) \sinh^{n-1} x} - \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sinh^{n-2} x}, n \neq 1$$

$$১৭৯. \int \cosh^n x dx = \frac{1}{n} \sinh x \cosh^{n-1} x \cosh x + \frac{n-1}{n} \int \cosh^{n-2} x dx$$

$$১৮০. \int \frac{dx}{\cosh^n x} = -\frac{\sinh x}{(n-1) \cosh^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cosh^{n-2} x}, n \neq 1$$

$$১৮১. \int \sinh^m x \cosh^n x dx = \frac{\sinh^{m+1} x \cosh^{n-1} x}{n+m} + \frac{m-1}{n+m} \int \sinh^m x \cosh^{n-2} x dx$$

$$১৮২. \int \sinh^m x \cosh^n x dx = \frac{\sinh^{m+1} x \cosh^{n+1} x}{n+m} - \frac{n-1}{n+m} \int \sinh^{m-2} x \cosh^n x dx$$

$$১৮৩. \int \tanh^n x dx = -\frac{1}{n-1} \tanh^{n-1} x + \int \tanh^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$১৮৪. \int \coth^n x dx = -\frac{1}{n-1} \coth^{n-1} x + \int \coth^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$১৮৫. \int \sec h^n x dx = \frac{\sec h^{n-2} x \tanh x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec h^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$১৮৬. \int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$

$$১৮৭. \int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{\cos x}{(n-1) \sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x}, n \neq 1$$

$$১৮৮. \int \cos^n x dx = \frac{1}{n} \sin x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$$

$$\text{॥৮৯. } \int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{\sin x}{(n-1)\cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} x}, n \neq 1$$

$$\text{॥৯০. } \int \sin^n x \cos^m x dx = \frac{\sin^{n+1} x \cos \cos^{m+1} x}{n+m} + \frac{m-1}{n+m} \int \sin^n x \cos^{m-2} x dx$$

$$\text{॥৯১. } \int \sin^n x \cos^m x dx = -\frac{\sin^{n-1} x \cos^{m+1} x}{n+m} + \frac{n-1}{n+m} \int \sin^{n-2} x \cos^m x dx$$

$$\text{॥৯২. } \int \tan^n dx = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - \int \tan^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$\text{॥৯৩. } \int \cot^n dx = -\frac{1}{n-1} \cot^{n-1} x - \int \cot^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$\text{॥৯৪. } \int \sec^n dx = \frac{\sec^{n-2} x \tan x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \sec^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$\text{॥৯৫. } \int \csc ec^n dx = \frac{\csc ec^{n-2} x \cot x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1} \int \csc ec^{n-2} x dx, n \neq 1$$

$$\text{॥৯৬. } \int x^n \ln^m x dx = \frac{x^{n+1} \ln^m x}{n+1} - \frac{m}{n+1} \int x^n \ln^{m-1} x dx$$

$$\text{॥৯৭. } \int \frac{\ln^m x}{x^n} dx = -\frac{\ln^m x}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{m}{n-1} \int \frac{\ln^{m-1} x}{x^n} dx, n \neq 1$$

$$\text{॥৯৮. } \int \ln^n x dx = x \ln^n x - n \int \ln^{n-1} x dx$$

$$\text{॥৯৯. } \int x^n \sinh x dx = x^n \cosh x - n \int x^{n-1} \cosh x dx$$

$$\text{১০০০. } \int x^n \cosh x dx = x^n \sinh x - n \int x^{n-1} \sinh x dx$$

$$\text{১০০১. } \int x^n \sin x dx = -x^n \cos x + n \int x^{n-1} \cos x dx$$

$$\text{১০০২. } \int x^n \cos x dx = x^n \sin x - n \int x^{n-1} \sin x dx$$

$$\text{১০০৩. } \int x^n \sin^{-1} x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \sin^{-1} x - \frac{1}{n+1} \int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$1008. \int x^n \cos^{-1} x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \cos^{-1} x + \frac{1}{n+1} \int \frac{x^{n+1}}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$1009. \int x^n \tan^{-1} x dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \tan^{-1} x - \frac{1}{n+1} \int \frac{x^{n+1}}{1+x^2} dx$$

$$1010. \int \frac{x^n dx}{ax^n + b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a} \int \frac{dx}{ax^n + b}$$

$$1011. \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n} = \frac{x}{2(n-1)a^2(x^2 + a^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2(n-1)a^2} \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{n-1}}, n \neq 1$$

$$1012. \int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^n} = \frac{x}{2(n-1)a^2(x^2 - a^2)^{n-1}} - \frac{2n-3}{2(n-1)a^2} \int \frac{dx}{(x^2 - a^2)^{n-1}}, n \neq 1$$

১১.৮ নির্দিষ্ট সমাকল :

একটি অপেক্ষকের নির্দিষ্ট সমাকল : $\int_a^b f(x) dx, \int_a^b g(x) dx, \dots$

রিম্যানের সমষ্টি : $\sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$

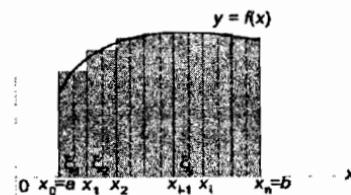
ক্ষুদ্র পরিবর্তন : Δx_i

প্রতি অন্তরকলজ : $F(x), G(x)$,

সমাকলনের সীমা : a, b, c, d

$$1013. \int_a^b f(x) dx = \lim_{\substack{n \rightarrow \infty \\ \max \Delta_i \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i \text{ যেখানে}$$

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1}, x_{i-1} \leq \xi_i \leq x_i$$



$$1010. \int_a^b 1 dx = b - a$$

$$1011. \int_a^b kf(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

$$1012. \int_a^b [f(x) + g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$$

$$1013. \int_a^b [f(x) - g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx$$

$$1014. \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$1015. \int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

$$1016. \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx, \quad a < c < b \text{ এর জন্য।}$$

$$1017. \int_a^b f(x)dx \geq 0 \text{ যদি } f(x) \geq 0 \text{ হয় } [a, b] \text{ এর জন্য।}$$

$$1018. \int_a^b f(x)dx \leq 0 \text{ যদি } f(x) \leq 0 \text{ হয় } [a, b] \text{ এর জন্য।}$$

১০১৯. কলনবিদ্যার মৌলিক তত্ত্ব :

$$1019. \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ যদি } F'(x) = f(x)$$

১০২০. প্রতিস্থাপন পদ্ধতি :

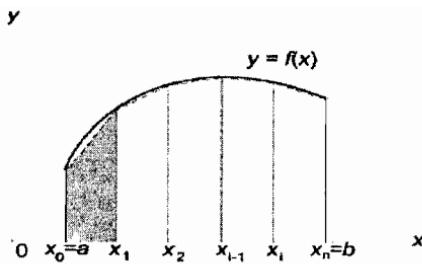
$$\text{যদি } x = g(t) \text{ হয় তাহলে } \int_a^b f(x)dx = \int_c^d f(g(t))g'(t)dt,$$

$$\text{যখন } c = g^{-1}(a), d = g^{-1}(b)$$

$$1021. \text{অংশ সমাকলন : } \int_a^b u dv = (uv) \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

১০২২. Trapezoidal নিয়ম :

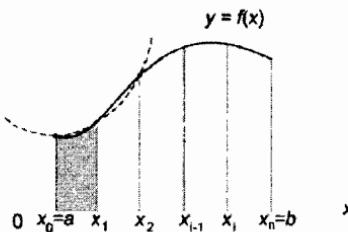
$$1022. \int_a^b f(dx) = \frac{b-a}{2n} \left[f(x_0) + f(x_n) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right]$$



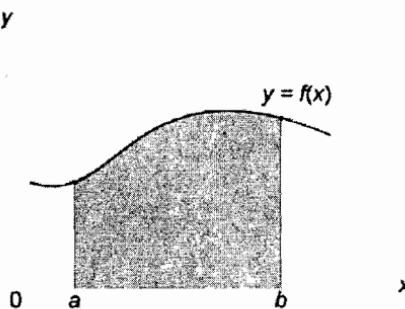
১০২৩. Simpson's -এর নিয়ম :

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{3n} \left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \dots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n) \right]$$

যখন $x_i = a + \frac{b-a}{n} i, i = 0, 1, 2, \dots, n$



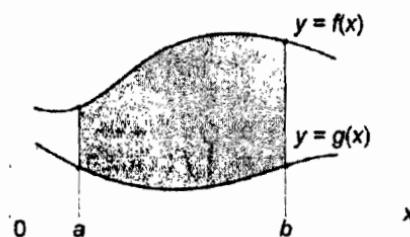
১০২৪. বক্ররেখার ক্ষেত্রফল : $S = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, যখন $F'(x) = f(x)$



১০২৫. দুইটি বক্ররেখার ক্ষেত্রফল :

$$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx = F(b) - G(b) - F(a) + G(a),$$

যেখানে $F'(x) = f(x), G'(x) = g(x)$

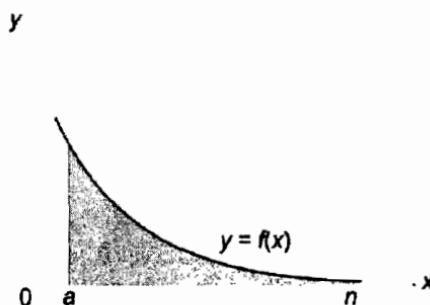


১১.৯ অপ্রকৃত সমাকলন :

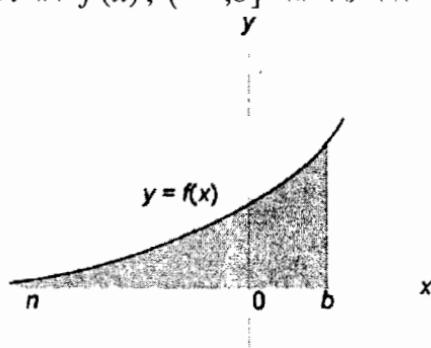
১০২৬. যদি a ও b অসীম হয় তাহলে $\int_a^b f(x) dx$ কে অপ্রকৃত সমাকলন বলে।

১০২৭. যদি $f(x), [a, \infty)$ এর জন্য একটি ধারাবাহিক অপেক্ষক হয় তাহলে

$$\int_a^{\infty} f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^n f(x) dx$$

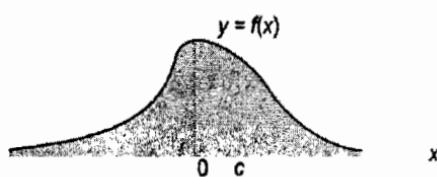


১০২৮. যদি $f(x)$, $(-\infty, b]$ এর জন্য একটি ধারাবাহিক অপেক্ষক হয় তাহলে

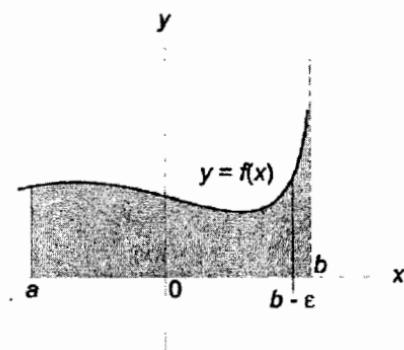


$$\int_{-\infty}^b f(x)dx = \lim_{n \rightarrow -\infty} \int_n^b f(x)dx$$

১০২৯. $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^c f(x)dx + \int_c^{\infty} f(x)dx$

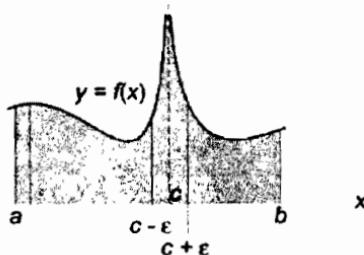


১০৩০. অধারাবাহিক সমাকলন : $\int_a^b f(x)dx = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_a^{b-\epsilon} f(x)dx$



$$1031. \int_a^b f(x)dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \int_a^{c-\varepsilon} f(x)dx + \lim_{\delta \rightarrow 0^+} \int_{c+\delta}^b f(x)dx$$

y



১১.১০ দ্বিতীয় সমাকলন :

দুটি চলের অপেক্ষক : $f(x, y), f(u, v), \dots$

দ্বিতীয় সমাকলন : $\iint_R f(x, y)dxdy, \iint_R g(x, y)dxdy, \dots$

রিম্যান সমষ্টি : $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(u_i, v_j) \Delta x_i \Delta y_j$

ক্ষুদ্র পরিবর্তন : $\Delta x_i \Delta y_j$

মেরু স্থানাংক : r, θ

তলের ক্ষেত্রফল : S

পাতের ভর : m

প্রথম ভারম্ব : M_x, M_y

পাতের চার্জ : Q

ভরের মধ্যের স্থানাংক : \bar{x}, \bar{y}

ক্ষেত্র সমাকলন : R, S

ক্ষেত্রফল : A

কঠিন বস্তুর আয়তন : V

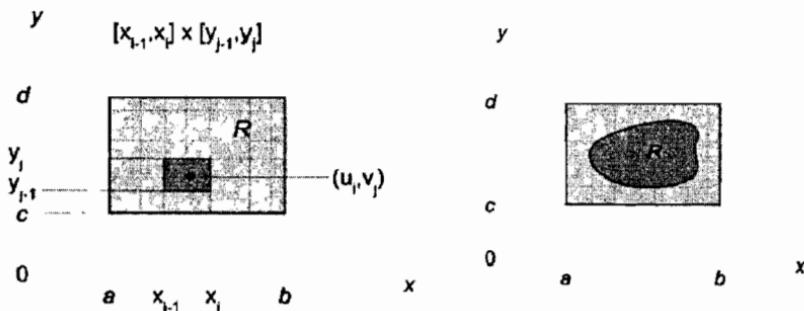
ঘনত্ব : $\rho(x, y)$

জাড় ভারম্ব : I_x, I_y, I_0

চার্জ ঘনত্ব : $\sigma(x, y)$

একটি অপেক্ষকের গড় : μ

$$1032. \iint_{[a,b] \times [c,d]} f(x,y) dA = \lim_{\substack{\max \Delta x_i \rightarrow 0 \\ \max \Delta y_j \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(u_i, v_j) \Delta x_i \Delta y_j$$



$$1033. \iint_R [f(x,y) + g(x,y)] dA = \iint_R f(x,y) dA + \iint_R g(x,y) dA$$

$$1034. \iint_R [f(x,y) - g(x,y)] dA = \iint_R f(x,y) dA - \iint_R g(x,y) dA$$

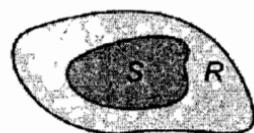
$$1035. \iint_R kf(x,y) dA = k \iint_R f(x,y) dA, \text{ যেখানে } k \text{ একটি ধ্রুবক।}$$

1036. যদি R এর জন্য $f(x,y) \leq g(x,y)$ হয় তাহলে

$$\iint_R f(x,y) dA \leq \iint_R g(x,y) dA$$

1037. যদি R এর জন্য $f(x,y) \geq 0$ এবং $S \subset R$ হয় তাহলে,

$$\iint_R f(x,y) dA \leq \iint_S f(x,y) dA$$



0 ----- x

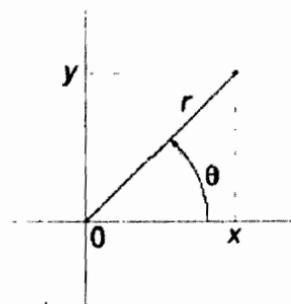
$$1038. \iint_R f(x, y) dxdy = \int_a^b \left(\int_c^d f(x, y) dy \right) dx = \int_c^d \left(\int_a^b f(x, y) dx \right) dy$$

বিশেষ ক্ষেত্রে $\iint_R f(x, y) dxdy = \iint_R g(x) h(y) dxdy = \left(\int_a^b g(x) dx \right) \left(\int_c^d h(y) dy \right)$

$$1039. \iint_R f(x, y) dxdy = \iint_S f[x(u, v), y(u, v)] \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| dudv \text{ যেখানে}$$

$$\left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} \neq 0$$

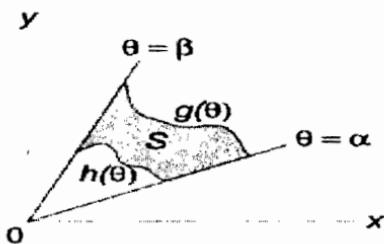
1040. মেরু স্থানাংক : $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$



$$1041. \text{মেরুস্থানাংকের দ্বিস্মাকলন : } dxdy = \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)} \right| drd\theta = rdrd\theta$$

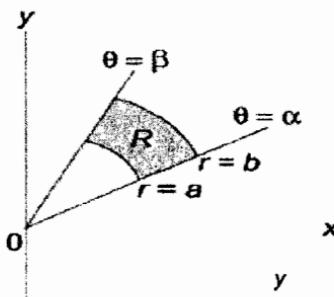
যদি R এর মান $0 \leq g(\theta) \leq r \leq h(\theta), \alpha \leq \theta \leq \beta$, যেখানে $\beta - \alpha \leq 2\pi$

তাহলে $\iint_R f(x, y) dxdy = \int_{\alpha}^{\beta} \int_{g(\theta)}^{h(\theta)} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta$

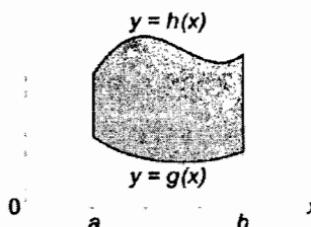


যদি R এর মান $0 \leq a \leq r \leq b, \alpha \leq \theta \leq \beta$, যেখানে $\beta - \alpha \leq 2\pi$ তাহলে ,

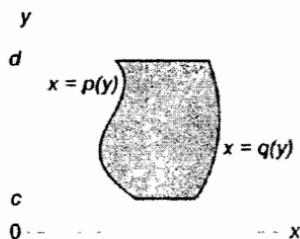
$$\iint_R f(x, y) dxdy = \int_{\alpha}^{\beta} \int_a^b f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta$$



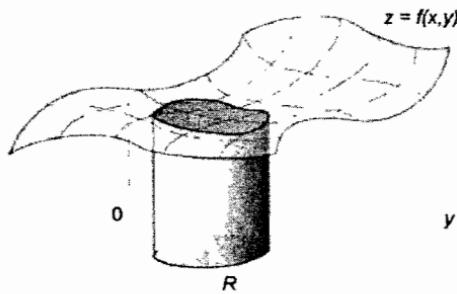
১০৮২. ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল : $A = \int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx$



$$A = \int_c^d \int_{p(y)}^{q(y)} dy dx$$



১০৮৩. ঘন বস্তুর আয়তন : $V = \iint_R f(x, y) dA$



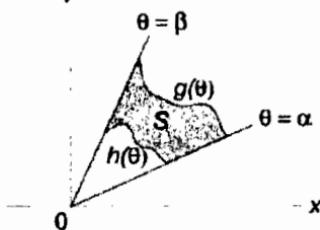
$$V = \iint_R f(x, y) dA = \int_a^b \int_{h(x)}^{g(x)} f(x, y) dy dx$$

$$V = \iint_R f(x, y) dA = \int_c^d \int_{p(y)}^{q(y)} f(x, y) dy dx$$

$$V = \iint_R [f(x, y) - g(x, y)] dA$$

১০৮৮. মেরুস্থানাংকের আয়তন ও ক্ষেত্রফল :

$$A = \iint_S dA = \int_{\alpha}^{\beta} \int_{h(\theta)}^{g(\theta)} r dr d\theta, \quad V = \iint_S f(r, \theta) r dr d\theta$$



$$1085. \text{ তলের ক্ষেত্রফল : } S = \iint_R \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2} dx dy$$

$$1086. \text{ পাতের ভর : } m = \iint_R \rho(x, y) dA$$

$$1087. \text{ পাতের ভ্রামক : } *M_x = \iint_R y \rho(x, y) dA$$

$$*M_y = \iint_R x \rho(x, y) dA \quad *I_x = \iint_R y^2 \rho(x, y) dA$$

$$*I_y = \iint_R x^2 \rho(x, y) dA \quad *I_0 = \iint_R (x^2 + y^2) \rho(x, y) dA$$

$$1088. \text{ কেন্দ্রের ভর} : \bar{x} = \frac{M_y}{m} = \frac{1}{m} \iint_R x \rho(x, y) dA = \frac{\iint_R x \rho(x, y) dA}{\iint_R \rho(x, y) dA}$$

$$\bar{y} = \frac{M_x}{m} = \frac{1}{m} \iint_R y \rho(x, y) dA = \frac{\iint_R y \rho(x, y) dA}{\iint_R \rho(x, y) dA}$$

$$1089. \text{ পাতের চার্জ} : Q = \iint_R \sigma(x, y) dA$$

$$1090. \text{ একটি অপেক্ষকের গড়} : \mu = \frac{1}{S} \iint_R f(x, y) dA, \text{ যেখানে } S = \iint_R dA$$

১১.১১ অয়ী সমাকলন :

তিনটি চলকের অপেক্ষক : $f(x, y, z), g(x, y, z), \dots$

অয়ী সমাকলন : $\iiint_G f(x, y, z) dV, \iiint_G g(x, y, z) dV, \dots$

রিম্যান সমষ্টি : $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p f(u_i, v_j, w_k) \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k$

শুন্দি পরিবর্তন : $\Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k$ সমাকলনের সীমা :
 a, b, c, d, r, s

ক্ষেত্র সমাকলন : G, T, S বেলন স্থানাংক : r, θ, z

গোলীয় স্থানাংক : r, θ, φ ঘনবস্তুর আয়তন : V

ঘনবস্তুর ভর : m ঘনভু : $\mu(x, y, z)$

ভরের মধ্যের স্থানাংক : $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ প্রথম ভারক : M_{xy}, M_{yz}, M_{xz}

জাড় ভারক : $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}, I_x, I_y, I_z, I_0$

১০৯১. অয়ী সমাকলানের সংজ্ঞা :

$$\iiint_{[a,b] \times [c,d] \times [r,s]} f(x, y, z) dV = \lim_{\substack{\max \Delta x_i \rightarrow 0 \\ \max \Delta y_j \rightarrow 0 \\ \max \Delta z_k \rightarrow 0}} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^p f(u_i, v_j, w_k) \Delta x_i \Delta y_j \Delta z_k$$

১০৫২. $\iiint_G [f(x, y, z) + g(x, y, z)] dV = \iiint_G f(x, y, z) dV + \iiint_G g(x, y, z) dV$
১০৫৩. $\iiint_G [f(x, y, z) - g(x, y, z)] dV = \iiint_G f(x, y, z) dV - \iiint_G g(x, y, z) dV$
১০৫৪. $\iiint_G kf(x, y, z) dV = k \iiint_G f(x, y, z) dV$, যেখানে k একটি ধ্রুবক।
১০৫৫. $\iiint_{G \cup T} f(x, y, z) dV = \iiint_G f(x, y, z) dV + \iiint_T f(x, y, z) dV$
১০৫৬. চলের পরিবর্তন : $\iiint_G f(x, y, z) dx, dy, dz =$
 $= \iiint_S f[x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w)] \left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \right| dx dy dz$, যেখানে

$$\left| \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} \right| = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix} \neq 0$$
১০৫৭. ঘনবস্তুর আয়তন : $V = \iiint_G dx dy dz$
১০৫৮. বেলক স্থানাংকের আয়তন : $V = \iiint_{S(r, \theta, z)} r dr d\theta dz$
১০৫৯. গোলীয় স্থানাংকের আয়তন : $V = \iiint_{S(r, \theta, \phi)} r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$
১০৬০. ঘন বস্তুর ভর : $m = \iiint_G \mu(x, y, z) dV$
১০৬১. ঘন বস্তুর মধ্যকের ভর : $\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}, \bar{y} = \frac{M_{xz}}{m}, \bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$, যেখানে
 $M_{yz} = \iiint_G x \mu(x, y, z) dV, M_{xz} = \iiint_G y \mu(x, y, z) dV,$

$$M_{xy} = \iiint_G z \mu(x, y, z) dV$$

$$1062. I_{xy} = \iiint_G z^2 \mu(x, y, z) dV, I_{yz} = \iiint_G x^2 \mu(x, y, z) dV,$$

$$I_{xz} = \iiint_G y^2 \mu(x, y, z) dV$$

$$1063. I_x = I_{xy} + I_{xz} = \iiint_G (z^2 + y^2) \mu(x, y, z) dV,$$

$$I_y = I_{xy} + I_{yz} = \iiint_G (z^2 + x^2) \mu(x, y, z) dV,$$

$$I_z = I_{xy} + I_{yz} = \iiint_G (y^2 + x^2) \mu(x, y, z) dV$$

$$1068. I_0 = I_{xy} + I_{yz} + I_{xz} = \iiint_G (x^2 + y^2 + z^2) \mu(x, y, z) dV$$

১১.১২ রেখা সমাকলন :

ক্ষেত্রার অপেক্ষক : $F(x, y, z), F(x, y), f(x)$

অব্যক্ত ক্ষেত্রার : $u(x, y, z)$ বক্ররেখা : C, C_1, C_2

সমাকলনের সীমা : a, b, α, β প্রচল : t, s

মেরুস্থানাংক : r, θ ভেষ্টির ক্ষেত্র : $\bar{F}(P, Q, R)$

অবস্থান ভেষ্টির : $\bar{r}(s)$ একক ভেষ্টির : $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}, \bar{t}$

ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল : S বক্ররেখার দৈর্ঘ্য : L

তারের ভর : m ঘনত্ব : $\rho(x, y, z), \rho(x, y)$

ভরের মধ্যের স্থানাংক : $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ প্রথম ভ্রামক : M_{xy}, M_{yz}, M_{xz}

জাহ্য ভ্রামক : I_x, I_y, I_z ঘনবস্তুর আয়তন : V

কাজ : W চৌম্বক ক্ষেত্র : \bar{B}

তড়িৎ প্রবাহ : I তড়িচ্ছালক বল : ϵ

চৌম্বক ফ্লাক্স : ψ

$$1065. \int_0^s F(\bar{r}(s)) ds = \int_C F(x, y, z) ds = \int_C F ds$$

$$1066. \int_{C_1 \cup C_2} F ds = \int_{C_1} f ds + \int_{C_2} f ds$$

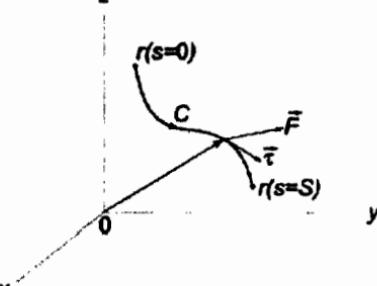
$$1067. \int_C F(x, y, z) ds = \int_a^b F(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt$$

$$1068. \int_C F(x, y) ds = \int_a^b F(x, f(x)) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$1069. \int_C F(x, y) ds = \int_a^b F(r \cos \theta, r \sin \theta) \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} d\theta$$

1070. ডেক্টর ক্ষেত্রের রৈখিক সমাকলন : ডেক্টর অপেক্ষক $\vec{r} = \vec{r}(s)$ এবং

$$0 \leq s \leq S \text{ হলে } \frac{d\vec{r}}{ds} = \vec{\tau} = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$$



$$\int_C P dx + Q dy + R dz = \int_0^S (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) ds$$

$$1071. \text{ ছিপের তত্ত্ব : } \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = \int_C P dx + Q dy$$

$$1072. S = \iint_R dx dy = \frac{1}{2} \oint_C x dy - y dx$$

$$1073. \text{ যদি } \vec{F} = \text{grad } u, \text{ বা, } \frac{\partial u}{\partial x} = P, \frac{\partial u}{\partial y} = Q, \frac{\partial u}{\partial z} = R \text{ হয়, তাহলে}$$

$$\int\limits_c^c \vec{F}(\vec{r}).d\vec{r} = \int\limits_c^c Pdx + Qdy + Rdz = u(B) - u(A).$$

১০৭৪. বক্ররেখার দৈর্ঘ্য :

$$L = \int\limits_c^c ds = \int\limits_{\alpha}^{\beta} \left| \frac{d\vec{r}}{dt}(t) \right| dt = \int\limits_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} dt$$

$$1075. \text{ মুক্তস্থানাংকে বক্ররেখার দৈর্ঘ্য : } L = \int\limits_{\alpha}^{\beta} \sqrt{\left(\frac{dr}{d\theta} \right)^2 + r^2 d\theta}$$

১০৭৬. তারের ভর : $m = \int\limits_c^c \rho(x, y, z) ds$ বা,

$$m = \int\limits_{\alpha}^{\beta} \rho(x(t), y(t), z(t)) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} dt$$

১০৭৭. তারের কেন্দ্রীয় ভর : $\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}, \bar{y} = \frac{M_{xz}}{m}, \bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$, যেখানে

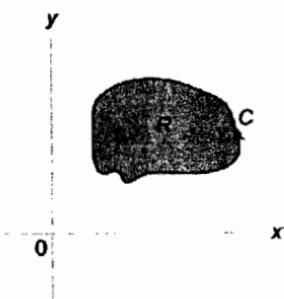
$$M_{yz} = \int\limits_c^c x \rho(x, y, z) ds, M_{xz} = \int\limits_c^c y \rho(x, y, z) ds, M_{xy} = \int\limits_c^c z \rho(x, y, z) ds$$

১০৭৮. জাড় আঘক : $I_x = \int\limits_c^c (y^2 + z^2) \rho(x, y, z) ds,$

$$I_y = \int\limits_c^c (x^2 + z^2) \rho(x, y, z) ds, \quad I_z = \int\limits_c^c (x^2 + y^2) \rho(x, y, z) ds$$

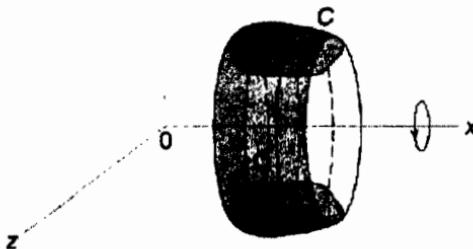
১০৭৯. বন্ধ বক্ররেখার ক্ষেত্রফল : $S = \iint\limits_c^c x dy = - \iint\limits_c^c y dx = \frac{1}{2} \iint\limits_c^c x dy - y dx$

$$\text{বা, } S = \int\limits_{\alpha}^{\beta} x(t) \frac{dy}{dt} dt = - \int\limits_{\alpha}^{\beta} y(t) \frac{dx}{dt} dt = \frac{1}{2} \int\limits_{\alpha}^{\beta} \left(x(t) \frac{dy}{dt} - y(t) \frac{dx}{dt} \right) dt$$



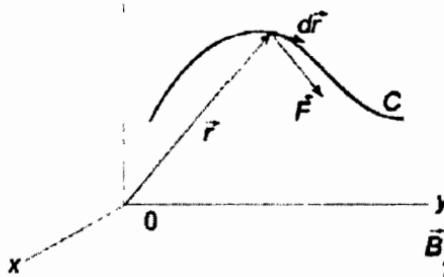
১০৮০. বক্র বক্ররেখায় ঘন বস্তুর আয়তন :

$$V = -\pi \int_C y^2 dx = -2\pi \int_C xy dy = -\frac{\pi}{2} \int_C 2xy dy + y^2 dx$$

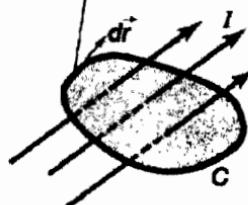


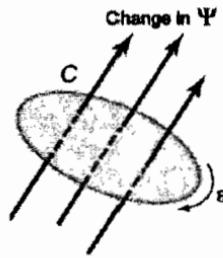
১০৮১. কাজ : $W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ বা, $W = \int_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_C P dx + Q dy$

$$\text{বা, } W = \int_a^b \left[P(x(t), y(t), z(t)) \frac{dx}{dt} + Q(x(t), y(t), z(t)) \frac{dy}{dt} + R(x(t), y(t), z(t)) \frac{dz}{dt} \right] dt$$



১০৮২. অ্যাম্পিয়ারের সূত্র : $\int_C \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$





$$1083. \text{ ফ্যারাডের সূত্র : } \epsilon = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d\psi}{dt}$$

১১.১৩ তলের সমাকলন :

ক্ষেলার অপেক্ষক : $f(x, y, z), z(x, y)$

অবস্থান ভেট্টের : $\vec{r}(u, v), \vec{r}(x, y, z)$

একক ভেট্টের : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ তল : S

ভেট্টের ক্ষেত্র : $\vec{F}(P, Q, R)$

ভেট্টের ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স (অপসরণ) : $\operatorname{div} \vec{F} = \nabla \cdot \vec{F}$

ভেট্টের ক্ষেত্রের কার্ল : $\operatorname{curl} \vec{F} = \nabla \times \vec{F}$ তলের ভেট্টের উপাদান : $d\vec{S}$

সাধারণ তল : \vec{n} তলের ক্ষেত্রফল : A

তলের ভর : m ঘনত্ব : $\mu(x, y, z)$

কেন্দ্রীয় ভরের স্থানাংক : $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ প্রথম ভার্মক : M_{xy}, M_{yz}, M_{xz}

জাড় ভার্মক : $I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}, I_x, I_y, I_z$

ঘনবস্তুর আয়তন : V বল : \vec{F}

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক : G প্রবাহী পদার্থের বেগ : $\vec{v}(\vec{r})$

প্রবাহী পদার্থের ঘনত্ব : ρ চাপ : $p(\vec{r})$

ভরের ফ্লাক্স, বৈদ্যুতিক ফ্লাক্স : ϕ তলের চার্জ : Q

চার্জ ঘনত্ব : $\sigma(x, y)$ তড়িৎক্ষেত্রের মান : \vec{E}

$$1084. \text{ যদি } \vec{r}(u, v) = x(u, v)\vec{i} + y(u, v)\vec{j} + z(u, v)\vec{k} \text{ হয় তাহলে,}$$

$$\iint_S f(x, y, z) dS = \iint_{D(u,v)} f(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \left| \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right| du dv$$

$$1084. \iint_S f(x, y, z) dS = \iint_{D(x,y)} f(x, y, z(x, y)) \sqrt{1 + \left(\frac{\partial x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dx dy$$

$$1085. \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n} dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \right] du dv$$

$$\text{বা, } \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n} dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \left[\frac{\partial \vec{r}}{\partial v} \times \frac{\partial \vec{r}}{\partial u} \right] du dv$$

$$1086. \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n} dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x, y, z) \left(-\frac{\partial z}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial z}{\partial y} \vec{j} + \vec{k} \right) dx dy$$

$$\text{বা, } \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{F}(x, y, z) \cdot \vec{n} dS$$

$$= \iint_{D(u,v)} \vec{F}(x, y, z) \left(\frac{\partial z}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial z}{\partial y} \vec{j} - \vec{k} \right) dx dy$$

$$\iint_S (\vec{F} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S P dy dz + Q dz dx + R dx dy$$

$$1087. \iint_S (\vec{F} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S (P \cos \alpha + Q \cos \beta + R \cos \gamma) dS$$

$$1088. \iint_S (\vec{F} \cdot \vec{n}) dS = \iint_S P dy dz + Q dz dx + R dx dy$$

$$= \iint_{D(u,v)} \begin{vmatrix} P & Q & R \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix} du dv$$

১০৯০. অপসরণ তত্ত্ব : $\oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S} = \iiint_G (\nabla \cdot \vec{F}) dV$ যেখানে,

$$\vec{F}(x, y, z) = \langle P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z) \rangle \text{ এবং } \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$$

১০৯১. স্থানাংক ব্যবস্থায় অপসরণ তত্ত্ব :

$$\iint_S P dy dz + Q dx dz + R dx dy = \iiint_G \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} \right) dx dy dz$$

১০৯২. স্টোকের (Stoke's) তত্ত্ব : $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_S (\nabla \times \vec{F}) d\vec{S}$ যেখানে,

$$\vec{F}(x, y, z) = \langle P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z) \rangle \text{ এবং}$$

$$\nabla \cdot \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) \vec{k}$$

১০৯২. স্থানাংক ব্যবস্থায় স্টোকের তত্ত্ব : $\oint_C P dx + Q dy + R dz =$

$$\iint_S \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) dy dz + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) dz dx + \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy$$

১০৯৩. তলের ক্ষেত্রফল = $A = \iint_S dS$

$$1098. A = \iint_{D(x, y)} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y} \right)^2} dx dy$$

১০৯৫. তলের ভর : $m = \iint_S \mu(x, y, z) dS$

১০৯৬. কক্ষের কেন্দ্রীয় ভর : $\bar{x} = \frac{M_{yz}}{m}, \bar{y} = \frac{M_{xz}}{m}, \bar{z} = \frac{M_{xy}}{m}$, যেখানে

$$M_{yz} = \iint_S x \mu(x, y, z) dS, \quad M_{xz} = \iint_S y \mu(x, y, z) dS,$$

$$M_{xy} = \iint_S z \mu(x, y, z) dS$$

১০৯৭. xy অক্ষে জাড় ভামক : $I_{xy} = \iint_S z^2 \mu(x, y, z) dS,$
- $I_{yz} = \iint_S x^2 \mu(x, y, z) dS, \quad I_{xz} = \iint_S y^2 \mu(x, y, z) dS$
১০৯৮. xyz অক্ষে জাড় ভামক : $I_x = \iint_S (y^2 + z^2) \mu(x, y, z) dS,$
- $I_y = \iint_S (x^2 + z^2) \mu(x, y, z) dS, \quad I_z = \iint_S (x^2 + y^2) \mu(x, y, z) dS$
১০৯৯. বন্ধতলে ঘনবস্তুর আয়তন : $V = \frac{1}{3} \left| \oint_S z dy dz + y dx dz + z dx dy \right|$
১১০০. মহাকর্ষীয় বল : $\vec{F} = Gm \iint_S \mu(x, y, z) \frac{\vec{r}}{r^3} dS$
১১০১. বলের চাপ : $\vec{F} = \iint_S p(\vec{r}) d\vec{S}$
১১০২. প্রবাহী ফ্লাক্স : $\phi = \oint_S \vec{v}(\vec{r}) d\vec{S},$ যেখানে $\vec{v}(\vec{r})$ হলো প্রবাহী পদার্থের বেগ।
১১০৩. ভরের ফ্লাক্স : $\phi = \oint_S \rho \vec{v}(\vec{r}).d\vec{S}$
১১০৪. তলের চার্জ : $Q = \iint_S \sigma(x, y) dS$
১১০৫. গাউসের সূত্র : $\phi = \oint_S \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$

দ্বাদশ অধ্যায়

অন্তরকল সমীকরণ (Differential Equations)

এক চল বিশিষ্ট অপেক্ষক : $y, p, q, u, g, h, G, H, r, z$

কোণাঙ্ক (স্বাধীন চল) : x, y

দ্বিতীয় বিশিষ্ট অপেক্ষক : $f(x, y), M(x, y), N(x, y)$

প্রথম অন্তরকলজ : $y', u', \dot{y}, \frac{dy}{dt}, \dots$

দ্বিতীয় অন্তরকলজ : $y'', \ddot{y}, \frac{d^2y}{dt^2}, \dots$

আংশিক অন্তরকলজ : $\frac{\partial u}{\partial t}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \dots$

সাধারণ সংখ্যা : n

বিশেষ সমাধান : y_1, y_p

বাস্তব সংখ্যা : $k, t, C, C_1, C_2, p, q, \alpha, \beta$

বৈশিষ্ট্য সমীকরণের বর্গমূল : λ_1, λ_2 সময় : t

তাপমাত্রা : T, S জনমিতি অপেক্ষক : $P(t)$

বন্ধন ভর : m স্প্রিং এর stiffness : k

সাময় অবস্থা থেকে স্থানচুতি : y কোণাঙ্কের স্থানচুতি : A

কম্পাঙ্ক : ω স্যাত স্যাতে সহগ : γ

দশা কোণের স্থান চুতি : δ কৌণিক স্থান চুতি : θ

পেন্ডুলামের দৈর্ঘ্য : L মাধ্যাকর্ষীয় ভূরণ : g

তড়িৎ প্রবাহ : I রোধ : R

আবেশ : L ধারক : C

১২.১ প্রথম ক্রমের সাধারণ অন্তরকল সমীকরণ :

১১০৬. $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)$ এর সাধারণ সমাধান হলো

$$y = \frac{\int u(x)q(x)dx + C}{u(x)} \quad \text{যেখানে } u(x) = \exp\left(\int p(x)dx\right)$$

১১০৭. $\frac{dy}{dx} f(x, y) = g(x)h(y)$ এর সাধারণ সমাধান হলো

$$\int \frac{dy}{h(y)} = \int g(x)dx + C \text{ অথবা, } H(y) = G(x) + C$$

১১০৮. $\frac{dy}{dx} + p(x)y = q(x)y^n$ এবং $\frac{dz}{dx} + (1-n)p(x)z = (1-n)q(x)$

১১০৯. Riccati সমীকরণ : $\frac{dy}{dx} = p(x) + q(x)y + r(x)y^2$ এবং

$$\frac{dz}{dx} = -[q(x) + 2y_1r(x)]z - r(x)$$

১১১০. যদি $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$ হয় তাহলে $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ এর
সাধারণ সমাধান হলো $\int M(x, y)dx + \int N(x, y)dy = C$

১১১১. তেজক্ষিয় ক্ষয় : $\frac{dy}{dt} = -ky$ এর সমাধান হলো, $y(t) = y_0e^{-kt}$, যেখানে
 $y_0 = y(0)$ ।

১১১২. ঠাণ্ডাকরণের নিউটনের সূত্র : $\frac{dT}{dt} = -k(T - S)$ এর সমাধান হলো,
 $T(t) = S + (T_0 - S)e^{-kt}$, যেখানে $T_0 = T(0)$ এবং সময় $t = 0$ ।

১১১৩. জনগতির গতিবিদ্যা : $\frac{dP}{dt} = kP\left(1 - \frac{P}{M}\right)$ এর অন্তরকলন সমীকরণের
সমাধান হলো $P(t) = \frac{MP_0}{P_0 + (M - P_0)e^{-kt}}$, যেখানে $P_0 = P(0)$ এবং সময় $t = 0$ ।

১২.২ দ্বিক্ষেপের সাধারণ অন্তরকল সমীকরণ :

১১১৪. $y'' + py' - qy = 0$ বা, $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ এর সাধারণ সমীকরণ
হলো $y = C_1e^{\lambda_1 x} + C_2e^{\lambda_2 x}$ যেখানে C_1, C_2 হলো ধ্রুবক ।

যদি λ_1, λ_2 জটিল সংখ্যা হয় তাহলে $\lambda_1 = \alpha + \beta i, \lambda_2 = \alpha - \beta i$, যখন

$$\alpha = -\frac{p}{2}, \beta = \frac{\sqrt{4q - p^2}}{2}, \text{ তাহলে সাধারণ সমীকরণ হলো}$$

$$y = e^{\alpha x}(C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$$

১১১৫. $y'' + py' + qy = f(x)$ এর সাধারণ সমীকরণ হলো $y = y_p + y_h$
১১১৬. y বর্জিত অন্তরকলজ সমীকরণ হলো $y'' = f(x, y')$ যদি $u = y'$ হয় তাহলে $u' = f(x, u)$ হবে প্রথম ক্রমের অন্তরকলজ সমীকরণ।
১১১৭. x বর্জিত অন্তরকলজ সমীকরণ হলো $y'' = f(y, y')$ যদি $u = y'$ হয় তাহলে $y'' = \frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} \frac{dy}{dx} = u \frac{du}{dy}$, তাহলে পাই, $u \frac{du}{dy} = f(y, u)$ যা প্রথম ক্রমের অন্তরকলজ সমীকরণ।

১১১৮. সাধারণ পেন্ডুলামের সমীকরণ : $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$, θ ক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য সাধারণ সমীকরণটি হলো $\theta(t) = \theta_{\max} \sin \sqrt{\frac{g}{L}}t$, যেখানে পর্যায় $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

১১১৯. RLC সার্কিট : $L \frac{d^2I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}I = V'(t) = \omega E_0 \cos(\omega t)$, যেখানে I হলো RLC সার্কিটে তড়িৎ প্রবাহ এবং $V(t) = E_0 \sin(\omega t)$ হলো এ.সি. ভোল্টেজের উৎস।

সাধারণ সমাধান হলো $I(t) = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} + A \sin(\omega t - \varphi)$, যেখানে

$$r_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - \frac{4L}{C}}}{2L}, A = \frac{\omega E_0}{\sqrt{\left(L\omega^2 - \frac{1}{C}\right)^2 + R^2\omega^2}},$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega}{R} - \frac{1}{RC\omega}\right), \text{ যেখানে } C_1, C_2 \text{ হলো ফ্র্যাক্ষন।}$$

১২.৩ কিছু আধিক্য অন্তরকলন সমীকরণ :

১১২০. ল্যাপলসের সমীকরণ : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

১১২১. তাপের সমীকরণ : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$

১১২২. তরঙ্গের সমীকরণ : $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

এয়োদশ অধ্যায়

ধারা বা শ্রেণী (Series)

১৩.১ পাটিগানিতিক ধারা :

প্রথম পদ : a_1

n তম পদ : a_n

দুটি পদের মধ্যবর্তী দূরত্ব : d

ধারার পদের সংখ্যা : n

প্রথম n তম ধারার সমষ্টি : S_n

$$1123. \quad a_n = a_{n-1} + d = a_{n-2} + 2d = \dots = a_1 + (n-1)d$$

$$1124. \quad a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = \dots = a_i + a_{n+1-i}$$

$$1125. \quad a_i = \frac{a_{i-1} + a_{i+1}}{2}$$

$$1126. \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$$

১৩.২ জ্যামিতিক ধারা :

প্রথম পদ : a_1

n তম পদ : a_n

সাধারণ অনুপাত : q

ধারার পদের সংখ্যা : n

প্রথম n তম ধারার সমষ্টি : S_n

অসীমের যোগফল : S

$$1127. \quad a_n = qa_{n-1} = a_1 q^{n-1}$$

$$1128. \quad a_1 \cdot a_n = a_2 \cdot a_{n-1} = \dots = a_i \cdot a_{n+1-i}$$

$$1129. \quad a_i = \sqrt{a_{i-1} \cdot a_{i+1}}$$

$$1130. \quad S_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1} = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

$$1131. \quad S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a_1}{1-q}, \quad |q| < 1 \quad \text{এর জন্য } S \text{ এর অভিসরণ হয়} \quad n \rightarrow \infty$$

১৩.৩ কিছু সৌম ধারা :

ধারার পদের সংখ্যা : n

$$1132. 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1133. 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$$

$$1138. 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$1135. k + (k+1) + (k+2) + \dots + (k+n-1) = \frac{n(2k+n-1)}{2}$$

$$1136. 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1137. 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2$$

$$1138. 1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$$

$$1139. 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3 = n^2(2n^2-1)$$

$$1180. 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 2$$

$$1181. \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots = 1$$

$$1182. 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{(n-1)!} + \dots = e$$

১৩.৮ অসীম ধারা : অনুক্রম : $\{a_n\}$

প্রথম পদ : a_1

n তম পদ : a_n

$$1183. \text{অসীম শ্রেণী/ধারা} : \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n + \dots$$

$$1188. n \text{ তম এর আংশিক সমষ্টি} : S_n \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

$$1185. \text{অসীম শ্রেণীর অভিসরণ} : \sum_{n=1}^{\infty} a_n = L, \text{ যদি } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = L$$

$$1186. n \text{ তম পদের পরীক্ষা} : \text{যদি ধারার অভিসরণ হয় } \sum_{n=1}^{\infty} a_n, \text{ তাহলে}$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$! আর যদি ধারটি $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ হয় তাহলে ধারাটি হবে অপসারী !

১৩.৫ অপসারী ধারা :

অপসারী ধারা : $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = A, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = AB$
 বাস্তব সংখ্যা : c

$$1187. \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n = A + B$$

$$1188. \sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cA$$

১৩.৬ ঘাত ধারা :

বাস্তব সংখ্যা : x, x_0

ঘাত শ্রেণী : $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n, \sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)$

সমগ্র সংখ্যা : n

অভিসরণ ব্যাসার্ধ : R

$$1189. x \text{ এর ঘাত শ্রেণী} : \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n + \dots$$

$$1190. (x - x_0) \text{ এর ঘাত শ্রেণী} :$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n = a_0 + a_1 (x - x_0) + a_2 (x - x_0)^2 + \dots + a_n (x - x_0)^n + \dots$$

$$1191. \text{অভিসরণের বিরতী} : f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$$

$$1192. \text{অভিসরণ ব্যাসার্ধ} : R = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{a_n}} \text{ বা, } R = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_n}{a_{n+1}} \right|$$

১৩.৭ শক্তি শ্রেণীর অন্তরকলন ও সমাকলন :

সন্তুত অপেক্ষক (Continuous function) : $f(x)$

শক্তি শ্রেণী : $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$

সমগ্র সংখ্যা : n

অভিসরণ ব্যাসার্ধ : R

১১৫৩. শক্তিশ্রেণীর অন্তরকলন :

$$f'(x) = \frac{d}{dx} a_0 + \frac{d}{dx} a_1 x + \frac{d}{dx} a_2 x^2 + \dots = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1}$$

১১৫৪. শক্তিশরীর অন্তরকলন :

$$\int f(x)dx = \int a_0 dx + \int a_1 x dx + \int a_2 x^2 dx + \dots \\ = a_0 x + a_1 \frac{x^2}{2} + a_2 \frac{x^3}{3} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

১৩.৮ টেলর ও ম্যাকলারিন শ্রেণী :

সমগ্র সংখ্যা : n

অন্তরকলন যোগ্য অপেক্ষক : $f(x)$

অবশিষ্ট পদ : R_n

১১৫৫. টেলর শ্রেণী :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(a) \frac{(x-a)^n}{n!} = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)(x-a)^2}{2!} + \dots \\ + \frac{f^{(n)}(a)(x-a)^n}{n!} + R_n$$

১১৫৬. অবশিষ্ট $n+1$ তম পদ হলো, $R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)(x-a)^{n+1}}{(n+1)!}, a < \xi < x$

১১৫৭. ম্যাকলারিন শ্রেণী :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(0) \frac{x^n}{n!} = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \dots + \frac{f^{(n)}(0)x^n}{n!} + R_n$$

১৩.৯ কিছু অপেক্ষকের জন্য শক্তি শ্রেণীর বিস্তৃতি :

সমগ্র সংখ্যা : n , বাস্তব সংখ্যা : x

$$১১৫৮. e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

$$১১৫৯. a^x = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \frac{(x \ln a)^3}{3!} + \dots + \frac{(x \ln a)^n}{n!} + \dots$$

$$১১৬০. \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots + \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1} \pm \dots, -1 < x \leq 1$$

$$১১৬১. \ln \frac{1+x}{1-x} = 2 \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots \right), |x| < 1$$

$$১১৬২. \ln x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right], x > 0$$

$$1163. \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} \pm \dots$$

$$1168. \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} \pm \dots$$

$$1165. \tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \frac{17x^7}{315} + \frac{62x^9}{2835} + \dots, |x| < \frac{\pi}{2}$$

$$1166. \cot x = \frac{1}{x} - \left(\frac{x}{3} + \frac{x^3}{45} + \frac{2x^5}{945} + \frac{2x^7}{4725} + \dots \right), |x| < \pi$$

$$1167. \arcsin x = x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3x^5}{2.4.5} + \dots + \frac{1.3.5\dots(2n-1)x^{2n+1}}{2.4.6\dots(2n)(2n+1)} + \dots, |x| < 1$$

$$1168. \arccos x = \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{x^3}{2.3} + \frac{1.3x^5}{2.4.5} + \dots + \frac{1.3.5\dots(2n-1)x^{2n+1}}{2.4.6\dots(2n)(2n+1)} + \dots \right), |x| < 1$$

$$1169. \arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{(-1)x^{2n+1}}{2n+1} + \dots, |x| \leq 1$$

$$1170. \cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

$$1171. \sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$$

১৩.১০ বিপদ শ্রেণী :

সমগ্র সংখ্যা : $n, m,$

বাস্তব সংখ্যা : x

সমষ্টি : $"C_m"$

$$1172. (1+x)^n = 1 + "C_1 x + "C_2 x^2 + \dots + "C_n x^n + \dots + x^n$$

$$1173. "C_m = \frac{n(n-1)\dots[n-(m-1)]}{m!}, |x| < 1$$

$$1178. \frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots, |x| < 1$$

$$1175. \frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots, |x| < 1$$

$$1176. \sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2.4} + \frac{1.3x^3}{2.4.6} - \frac{1.3.5x^4}{2.4.6.8} + \dots, |x| \leq 1$$

$$1177. \sqrt[3]{1+x} = 1 + \frac{x}{3} - \frac{1.2x^2}{3.6} + \frac{1.2.3x^3}{3.6.9} - \frac{1.2.5.8x^4}{3.6.9.12} + \dots, |x| \leq 1$$

১৩.১১ ফুরিয়ার শ্রেণী :

পূর্ণ অপেক্ষক : $f(x)$

ফুরিয়ার সহগ : a_0, a_n, b_n

সমগ্র সংখ্যা : n

$$1178. f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

$$1179. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx$$

$$1180. b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

১৩.১২ বিগ্যাস ও সমাবেশ :

বিগ্যাস : ${}^n P_m$ সমাবেশ : ${}^n C_m$ সমগ্রসংখ্যা : n, m

১১৮১. গৌণিক (Factorial) : $n! = 1.2.3\dots(n-2)(n-1)n$, $0! = 1$

১১৮২. ${}^n P_m = n!$

$$1183. {}^n P_m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$1184. হিপদ সহগ : {}^n C_m = \binom{n}{m} = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$1185. {}^n C_m = {}^{n-m} C_m$$

$$1186. {}^n C_m + {}^{n+1} C_{m+1}$$

$$1187. {}^n C_0 + {}^n C_1 + {}^n C_2 + \dots + {}^n C_n = \underline{2^n}$$