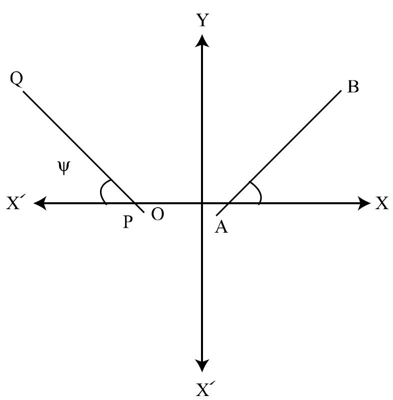
সরলরেখা (The Straight Line)

সরলরেখা : কোন কার্তেসীয় সমতলে দুটি বিন্দুর সমদূরবর্তী বিন্দু সমূহের সঞ্চারপথকে সরলরেখা বলে।

সরলরেখার ঢাল (Slope of a line) :

কোন সরলরেখা x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন করে তার ত্রিকোণমিতিক ট্যানজেনেটর (tan) মানকে সরলরেখাটির ঢাল বলে এবং ঢালকে m দ্বারা সূচিত করা হয়।



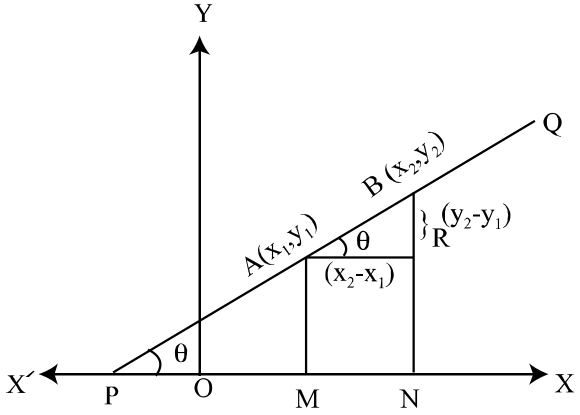
চিত্রে AB রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ তৈরি করে। $(0^0 \le \theta < 180^0; \theta \ne 90^0)$ তৈরি করে।

⇨ $\therefore$ AB রেখার ঢাল $m = \tan\theta$.

PQ রেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $(180^0 - \varphi)$ কোণ উৎপন্ন করে।

⇨ $\therefore$ PQ রেখার ঢাল, $m = \tan(180^0 - \varphi) = -\tan\varphi$. θ কোণের পরিমাণ $90^0 < \theta < 180^0$ হলে ঢাল ঋণাত্মক হবে।

একটি সরলরেখার ঢাল নির্ণয় যা দুটি নির্দিষ্ট বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।



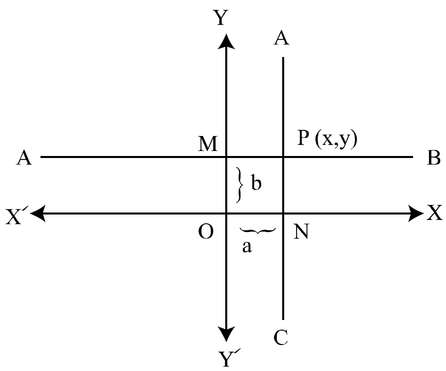
PQ সরলরেখাটি x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এবং $A(x_1,y_1)$ ও $B(x_2,y_2)$ বিন্দুদ্বয় দিয়ে অতিক্রম করে।

⇨ $\therefore$ PQ রেখার ঢাল $m=\tan\theta=\tan BAR = \frac{BR}{AR}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ =ভূজদ্বয়ের অন্তর/কোটিদ্বয়ের অন্তর

⇨ $\therefore$: $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),C(x_3,y_3)$ বিন্দু তিনটি সমরেখা হওয়ার শর্ত :

$$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y_1-y_3}{x_1-x_3}; x_1\neq x_2,x_3$$

x অক্ষ ও y অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ :



$\therefore$ x অক্ষের সমান্তরাল যেকোন সরলরেখা সমীকরণ $y=b$ এবং

y-অক্ষের সমান্তরাল যেকোন সরলরেখা সমীকরণ $x=a$

মন্তব্য : b ধনাত্মক হলে সরলরেখাটি x অক্ষের b একক উপর এবং b ঋণাত্মক হলে সরলরেখাটি x অক্ষের b একক নীচে অবস্থান করবে। b=0 হলে রেখাটি x অক্ষের সাথে মিলে যাবে।

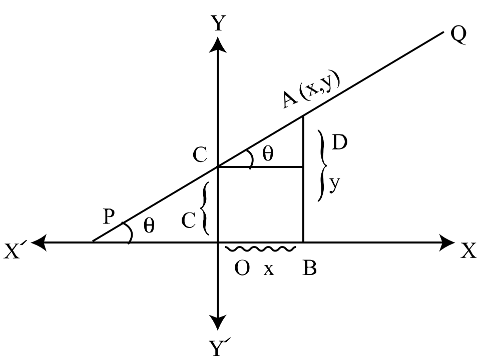
$\therefore$ x অক্ষের সমীকরণ $y = 0$

আবার a ধনাতম হলে সরলরেখা y অক্ষের a একক ডানে এবং a ঋণাত্মক হলে সরলরেখাটি y অক্ষের a একক বামে অবস্থান করবে।

$a = 0$ হলে রেখাটি y অক্ষের সাথে মিলে যাবে।

$\therefore$ y অক্ষের সমীকরণ

সরলরেখার আদর্শ সমীকরণ :



PQ সরলরেখাটি y অক্ষকে c বিন্দুতে ছেদ করে এবং x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে। ধরি, A (x,y) বিন্দুটি PQ এর উপর অবস্থিত এবং y অক্ষ থেকে খন্ডিত অংশ OC= C.

$\therefore y = mx + c$ যা নির্ণেয় সরলরেখার সমীকরণ।

$c = 0$ হলে PQ সরলরেখায় মূলবিন্দুগামী হয়।

$\therefore$ মূলবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ $y = mx$

(x_1, y_1) বিন্দুগামী **m** ঢালবিশিষ্ট সরলরেখার সমীকরণ পাই $(y - y_1) = m(x - x_1)$

দুইটি নির্দিষ্ট বিন্দু (বিন্দু দুইটি স্থানাংক (x_1, y_1) ও (x_2, y_2)) দিয়ে গমনকারী সরলরেখার সমীকরণ

$$\therefore \frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$$

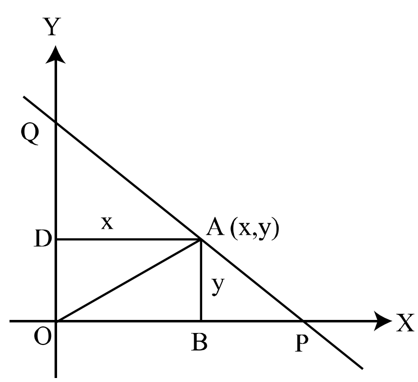
অনুসিদ্ধান্ত :

(i) মূলবিন্দু (0,0) এবং (x_1, y_1) বিন্দুর সংযোগকারী রেখার সমীকরণ :

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} \Rightarrow y = \frac{y_1}{x_1} x$$

(ii) সরলরেখাটির ঢাল = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

অক্ষদ্বয় হতে নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের অংশ ছেদ করে এরূপ সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয়। (ছেদক আকৃতির সমীকরণ)

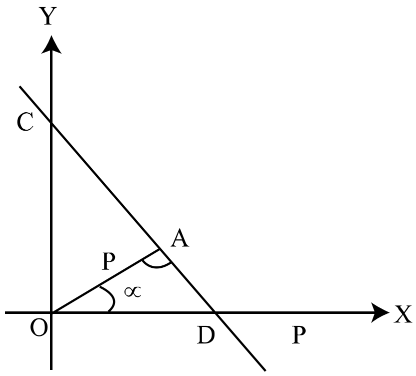


PQ সরলরেখাটি $A(x, y)$ বিন্দুগামী এবং x অক্ষকে P এবং y-অক্ষকে Q বিন্দুতে ছেদ করে। ধরি OP = a এবং OQ = b সরলরেখার সমীকরণ $\therefore \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

সমীকরণটি মূলবিন্দুগামী হতে পারে না কারণ (0,0) বিন্দুদ্বারা সমীকরণটি সিদ্ধ হয় না।

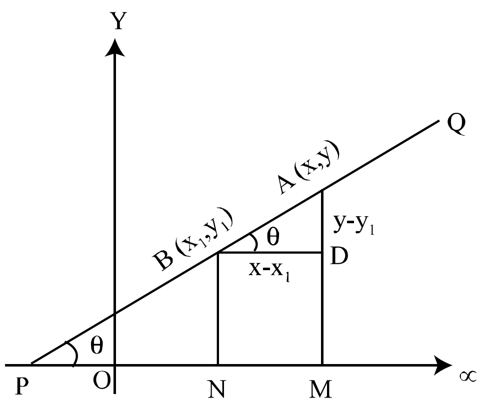
মূলবিন্দু থেকে কোন সরলরেখার উপর অংকিত লম্বের দৈর্ঘ্য **P** এবং লম্বটি **x** অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে $\propto$ কোণ উৎপন্ন করলে: সরলরেখার সমীকরণ $x\cos\propto + y\sin\propto = P$

(লম্ব আকৃতি সমীকরণ)



x অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে এবং (x_1, y_1) নির্দিষ্ট বিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ

$$\therefore \frac{x-x_1}{\cos\theta} = \frac{y-y_1}{\sin\theta} = \gamma;$$



দুইটি সমীকরণ $(ax+by+c=0$.এবং $a_1x+b_1y+c_1=0)$ দ্বারা একই সরলরেখা নির্দেশ করার শর্ত নির্ণয় : সরলরেখাদ্বয়ের ধ্রুবকগুলো শূন্য নয় এবং $a \neq a_1, b \neq b_1, c \neq c_1$

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$