

চতুর্থ অধ্যায় 4-3 উৎপাদকে বিশ্লেষণ

উদাহরণ ১। $x^2 + 5x + 6$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 5 এবং গুণফল 6।

6 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (1, 6) ও (2, 3)।

এদের মধ্যে (2, 3) জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $3 + 2 = 5$ ও $2 \times 3 = 6$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 5x + 6 &= x^2 + 2x + 3x + 6 \\ &= x(x + 2) + 3(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 3)\end{aligned}$$

উদাহরণ ২। $x^2 - 15x + 54$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি -15 এবং গুণফল 54। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ধনাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি উভয়ই ঋণাত্মক হবে।

54 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (-1, -54), (-2, -27), (-3, -18), (-6, -9)।

এদের মধ্যে (-6, -9) জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $= -6 + -9 = -15$ এবং এদের গুণফল $(-6) \times (-9) = 54$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - 15x + 54 &= x^2 - 6x - 9x + 54 \\ &= x(x - 6) - 9(x - 6) \\ &= (x - 6)(x - 9)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৩। $x^2 + 2x - 15$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 2 এবং গুণফল (-15)। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ধনাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ধনাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ঋণাত্মক হবে।

(-15) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (-1, 15), (-3, 5)।

এদের মধ্যে (-3, 5) এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $= -3 + 5 = 2$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x - 15 &= x^2 + 5x - 3x - 15 \\ &= x(x + 5) - 3(x + 5) \\ &= (x + 5)(x - 3)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৪। $x^2 - 3x - 28$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি (-3) এবং গুণফল (-28) । এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ঋণাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ধনাত্মক হবে।

(-28) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে $(-1, -28)$, $(2, -14)$ ও $(4, -14)$ ।

এদের মধ্যে $(-3, 5)$ এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি $= -3 + 5 = 2$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x - 15 &= x^2 + 5x - 3x - 15 \\ &= x(x + 5) - 2(x + 5) \\ &= (x + 6)(x - 2)\end{aligned}$$

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

$$১। x^2 - 18x + 72 \quad ২। x^2 - 9x - 36 \quad ৩। x^2 - 23x + 132$$

$$১। x^2 - 18x + 72$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 18x + 72 \\ &= x^2 - 12x - 6x + 72 \\ &= x(x - 12) - 6(x - 12) \\ &= (x - 12)(x - 6)\end{aligned}$$

$$২। x^2 - 9x - 36$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 9x - 36 \\ &= x^2 - 12x + 3x - 36 \\ &= x(x - 12) + 3(x - 12) \\ &= (x - 12)(x + 3)\end{aligned}$$

$$৩। x^2 - 23x + 132$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= x^2 - 23x + 132 \\ &= x^2 - 12x - 11x + 132 \\ &= x(x - 12) - 11(x - 12) \\ &= (x - 12)(x - 11)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। $2x^2 + 9x + 10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $2 \times 10 = 20$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $4 \times 5 = 20$ এবং $4 + 5 = 9$

$$\begin{aligned}\therefore 2x^2 + 9x + 10 &= 2x^2 + 4x + 5x + 10 \\ &= 2x(x + 2) + 5(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x + 5)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। $3x^2 + x - 10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-10) = -30$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $(-5) \times 6 = -30$ এবং $-5 + 6 = 1$

$$\begin{aligned}\therefore 3x^2 + x - 10 &= 3x^2 - 5x + 6x - 10 \\ &= x(3x - 5) + 2(3x - 5) \\ &= (3x - 5)(x + 2)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৭। $4x^2 - 23x + 33$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $4 \times 33 = 132$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $(-11) \times (-12) = -23$ এবং $(-11) + (-12) = -23$

$$\begin{aligned}\therefore 4x^2 - 23x + 33 &= 4x^2 - 11x - 12x + 33 \\ &= x(4x - 11) - 3(4x - 11) \\ &= (4x - 11)(x - 3)\end{aligned}$$

উদাহরণ ৮। $9x^2 - 9x - 4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $9 \times (-4) = -36$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $3 \times (-12) = -36$ এবং $3 + (-12) = -9$

$$\begin{aligned}\therefore 9x^2 - 9x - 4 &= 9x^2 - 12x + 3x - 4 \\ &= 3x(3x - 4) + 1(3x - 4) \\ &= (3x - 4)(3x + 1)\end{aligned}$$

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $8x^2 + 18x + 9$

২। $27x^2 + 15x + 2$

৩। $2a^2 - 6a - 20$

১। $8x^2 + 18x + 9$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 8x^2 + 18x + 9 \\ &= 8x^2 + 12x + 6x + 9 \\ &= 4x(2x + 3) + 3(2x + 3) \\ &= (2x + 3)(4x + 3)\end{aligned}$$

২। $27x^2 + 15x + 2$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 27x^2 + 15x + 2 \\ &= 27x^2 + 9x + 6x + 2 \\ &= 9x(3x + 1) + 2(3x + 1) \\ &= (3x + 1)(9x + 2)\end{aligned}$$

৩। $2a^2 - 6a - 20$

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= 2a^2 - 6a - 20 \\ &= 2a^2 - 10a + 4a - 20 \\ &= 2a(a - 5) + 4(a - 5) \\ &= (a - 5)(2a + 4) \\ &= 2(a - 5)(a + 2)\end{aligned}$$

অনুশীলনী ৪.৩

১। $3x - 75x^3$

২। $4x^2 - y^2$

৩। $3ay^2 - 48a$

৪। $a^2 - 2ab + b^2 - p^2$

৫। $16y^2 - a^2 - 6a - 9$

৬। $8a + ap^3$

৭। $2a^3 + 16b^3$

৮। $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

৯। $a^2 - 2ab + 2b - 1$

১০। $x^4 - 6x^2 + 1$

১১। $36 - 12x + x^2$

১২। $x^6 - y^6$

১৩। $(x - y)^3 + z^3$

১৪। $64x^3 - 8y^3$

১৫। $x^2 + 14x + 40$

১৬। $x^2 + 7x - 120$

১৭। $x^2 - 51x + 650$

১৮। $a^2 + 7ab + 12b^2$

১৯। $p^2 + 2pq - 80b^2$

২০। $x^2 - 3xy - 40y^2$

২১। $(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$

$$২২। (a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88 \quad ২৩। (a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$$

$$২৪। x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2) \quad ২৫। 6x^2 - x - 15$$

$$২৬। x^2 - x - (a + 1)(a + 2) \quad ২৭। 3x^2 + 11x - 4$$

$$২৮। 3x^2 - 16x - 12 \quad ২৯। 2x^2 - 9x - 35 \quad ৩০। 2x^2 - 5xy + 2y^2$$

$$৩১। x^3 - 8(x - y)^3 \quad ৩২। 10p^2 + 11pq - 6q^2 \quad ৩৩। 2(x + y)^2 - 3(x + y) - 2$$

$$৩৪। ax^2 + (a^2 + 1)x + a \quad ৩৫। 15x^2 - 11xy - 12y^2 \quad ৩৬। a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$$

$$১। 3x - 75x^3$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3x - 75x^3 \\ &= 3x(1 - 25x^2) \\ &= 3x\{(1) - (5x)^2\} \\ &= 3x(1 + 5x)(1 - 5x) \end{aligned}$$

$$২। 4x^2 - y^2$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 4x^2 - y^2 \\ &= (2x)^2 - (y)^2 \\ &= (2x + y)(2x - y) \end{aligned}$$

$$৩। 3ay^2 - 48a$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 3ay^2 - 48a \\ &= 3a(y^2 - 16) \\ &= 3a\{(y)^2 - (4)^2\} \\ &= 3a(y + 4)(y - 4) \end{aligned}$$

$$৪। a^2 - 2ab + b^2 - p^2$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + b^2 - p^2 \\ &= (a - b)^2 - p^2 \\ &= (a - b + p)(a - b - p) \end{aligned}$$

$$৫। 16y^2 - a^2 - 6a - 9$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 16y^2 - a^2 - 6a - 9 \\ &= (4y)^2 - (a^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + 3^2) \\ &= (4y)^2 - (a + 3)^2 \\ &= \{4y + (a + 3)\} \{4y - (a + 3)\} \\ &= (4y + a + 3)(4y - a - 3) \end{aligned}$$

$$৬। 8a + ap^3$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 8a + ap^3 \\ &= a(8 + p^3) \\ &= a(2)^3 + (p)^3 \\ &= a(2 + p)(2^2 + 2 \cdot p + p^2) \\ &= a(2 + p)(4 + 2p + p^2) \end{aligned}$$

৭। $2a^3 + 16b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 2a^3 + 16b^3 \\ &= 2(a^3 + 8b^3) \\ &= 2\{(a)^3 + (2b)^3\} \\ &= 2(a + 2b)\{(a)^2 + a \cdot 2b + (2b)^2\} \\ &= 2(a + 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) \end{aligned}$$

৯। $a^2 - 2ab + 2b - 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & a^2 - 2ab + 2b - 1 \\ &= (a^2 - 1) - 2b(a - 1) \\ &= (a + 1)(a - 1) - 2b(a - 1) \\ &= (a - 1)(a + 1 - 2b) \end{aligned}$$

১১। $36 - 12x + x^2$

সমাধান :

এখানে, $36 \times 1 = 36$

এখন, $(-6) \times (-6) = 36$ এবং $-6 + (-6) = -12$

$$\begin{aligned} & 36 - 12x + x^2 \\ &= x^2 - 6x - 6x + 36 \\ &= x(x - 6) - 6(x - 6) \\ &= (x - 6)(x - 6) \\ &= (x - 6)^2 \end{aligned}$$

১৩। $(x - y)^3 + z^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & (x - y)^3 + z^3 \\ &= \{(x - y) + z\} \{(x - y)^2 - (x - y)z + z^2\} \\ &= (x - y + z)(x^2 - 2xy + y^2 - xz + yz + z^2) \\ &= (x - y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + yz - xz) \end{aligned}$$

৮। $x^2 + y^2 - 2xy - 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 2xy - 1 \\ &= x^2 - 2xy + y^2 - 1 \\ &= (x - y)^2 - (1)^2 \\ &= (x - y + 1)(x - y - 1) \end{aligned}$$

১০। $x^4 - 6x^2 + 1$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^4 - 6x^2 + 1 \\ &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 1 + 1^2 - 4x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 - 1 + 2x)(x^2 - 1 - 2x) \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \end{aligned}$$

১২। $x^6 - y^6$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & x^6 - y^6 \\ &= (x^3)^2 - (y^3)^2 \\ &= (x^3 + y^3)(x^3 - y^3) \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2) \\ &= (x + y)(x - y)(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) \end{aligned}$$

১৪। $64x^3 - 8y^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & 64x^3 - 8y^3 \\ &= 8(8x^3 - y^3) \\ &= 8\{(2x)^3 - (y)^3\} \\ &= 8(2x - y)\{(2x)^2 + 2x \cdot y + (y)^2\} \\ &= 8(2x - y)(4x^2 + 2xy + y^2) \end{aligned}$$

১৫। $x^2 + 14x + 40$

সমাধান :

এখানে, $40 \times 1 = 40$

এখন, $4 \times 10 = 40$ এবং $4 + 10 = 14$

$$x^2 + 14x + 40$$

$$= x^2 + 4x + 10x + 40$$

$$= x(x + 4) + 10(x + 4)$$

$$= (x + 4)(x + 10)$$

১৭। $x^2 - 51x + 650$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (650) = 650$

এখন, $(-26) \times (-25) = 650$

এবং $(-26) + (-25) = -51$

$$x^2 - 51x + 650$$

$$= x^2 - 26x - 25x + 650$$

$$= x(x - 26) - 25(x - 26)$$

$$= (x - 26)(x - 25)$$

১৯। $p^2 + 2pq - 80b^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-80) = -80$

এখন, $10 \times -8 = -80$

এবং $10 + (-8) = 2$

$$p^2 + 2pq - 80b^2$$

$$= p^2 + 10pq - 8pq - 80q^2$$

$$= p(p + 10q) - 8q(p + 10q)$$

$$= (p + 10q)(p - 8q)$$

১৬। $x^2 + 7x - 120$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-120) = -120$

এখন, $15 \times (-8) = -120$ এবং $-8 + 15 = 7$

$$x^2 + 7x - 120$$

$$= x^2 + 15x - 8x - 120$$

$$= x(x + 15) - 8(x + 15)$$

$$= (x + 15)(x - 8)$$

১৮। $a^2 + 7ab + 12b^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times 12 = 12$

এখন, $4 \times 3 = 12$

এবং $3 + 4 = 7$

$$a^2 + 7ab + 12b^2$$

$$= a^2 + 3ab + 4ab + 12b^2$$

$$= a(a + 3b) + 4b(a + 3b)$$

$$= (a + 3b)(a + 4b)$$

২০। $x^2 - 3xy - 40y^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-40) = -40$

এখন, $5 \times -8 = -40$

এবং $(-8) + 5 = 3$

$$x^2 - 3xy - 40y^2$$

$$= x^2 - 8xy + 5xy - 40y^2$$

$$= x(x - 8y) - 5y(x - 8y)$$

$$= (x - 8y)(x - 5y)$$

$$২১। (x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 40$$

সমাধান :

মনে করি, $(x^2 - x) = a$

প্রদত্ত রাশি = $a^2 + 3a - 40$

এখানে, $1 \times (-40) = -40$

এখন, $-5 \times 8 = -40$ এবং $8 + (-5) = 3$

এখন, $a^2 + 3a - 40$

$$= a^2 + 8a - 5a - 40$$

$$= a(a + 8) - 5(a + 8)$$

$$= (a + 8)(a - 5)$$

$$= (x^2 - x + 8)(x^2 - x - 5)$$

$$২৩। (a^2 + 7a)^2 - 8(a^2 + 7a) - 180$$

সমাধান :

মনে করি, $(a^2 + 7a) = x$

প্রদত্ত রাশি = $x^2 - 8x - 180$

এখানে, $1 \times (-180) = -180$

এখন, $-18 \times 10 = -180$ এবং $-18 + 10 = 8$

এখন, $x^2 - 8x - 180$

$$= x^2 - 18x + 10x - 180$$

$$= x(x - 18) + 10(x - 18)$$

$$= (x - 18)(x + 10)$$

$$= (a^2 + 7a - 18)(a^2 + 7a + 10)$$

$$= (a^2 + 9a - 2a - 18)(a^2 + 5a + 2a + 10)$$

$$= \{a(a + 9) - 2(a + 9)\}a(a + 5) + 2(a + 5)\}$$

$$= (a + 9)(a - 2)(a + 5)(a + 2)$$

$$= (a - 2)(a + 2)(a + 5)(a + 9)$$

$$২২। (a^2 + b^2)^2 - 18(a^2 + b^2) - 88$$

সমাধান :

মনে করি, $(a^2 + b^2) = x$

প্রদত্ত রাশি = $x^2 - 18x - 88$

এখানে, $1 \times (-88) = -88$

এখন, $4 \times -22 = -88$ এবং $4 + (-22) = 18$

এখন, $x^2 - 18x - 88$

$$= x^2 - 22x + 4x - 88$$

$$= x(x - 22) + 4(x - 22)$$

$$= (x - 22)(x + 4)$$

$$= (a^2 + b^2 - 22)(a^2 + b^2 + 4)$$

$$২৪। x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$$

সমাধান :

$$x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 5ab + 3b^2)$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a^2 + 3ab + 2ab + 3b^2)$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + \{a(2a + 3b) + b(2a + 3b)\}$$

$$= x^2 + (3a + 4b)x + (2a + 3b)(a + b)$$

$$= x^2 + (2a + 3b)x + (a + b)x + (2a + 3b)(a + b)$$

$$= x(x + 2a + 3b) + (a + b)(x + 2a + 3b)$$

$$= (x + 2a + 3b)(x + a + b)$$

$$= (x + a + b)(x + 2a + 3b)$$

২৫। $6x^2 - x - 15$

সমাধান :

এখানে, $6 \times (-15) = -90$

এখন, $9 \times -10 = -90$ এবং $9 + (-10) = -1$

এখন, $6x^2 - x - 15$

$= 6x^2 - 9x + 10x - 15$

$= 3x(2x - 3) + 5(x - 3)$

$= (2x - 3)(3x + 5)$

২৭। $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-4) = -12$

এখন, $12 \times -1 = -12$ এবং $12 + (-1) = 11$

এখন, $3x^2 + 11x - 4$

$= 3x^2 + 12x - x - 4$

$= 3x(x + 4) - 1(x + 4)$

$= (x + 4)(3x - 1)$

২৮। $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-12) = -36$

এখন, $(-18) \times 2 = -36$ এবং $-18 + 2 = 16$

এখন, $3x^2 - 16x - 12$

$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$

$= 3x(x - 6) - 2(x - 6)$

$= (x - 6)(3x - 2)$

৩০। $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান : এখানে, $2 \times 2 = 4$

এখন, $(-4) \times (-1) = 4$ এবং $-4 - 1 = 5$

এখন, $2x^2 - 5xy + 2y^2$

$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$

$= 2x(x - 2y) - y(x - 2y)$

$= (x - 2y)(2x - y)$

২৬। $x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

সমাধান :

$x^2 - x - (a + 1)(a + 2)$

$= x^2 - x - (a + 1)(a + 1 + 1)$

$= x^2 - x - m(m + 1)$ [$a + 1 = m$ ধরে]

$= x^2 - x - m^2 - m$

$= x^2 - m^2 - x - m$

$= x^2 - m^2 - x - m$

$= (x - m)(x + m) - 1(x + m)$

$= (x + m)(x - m - 1)$

$= (x + a + 1)\{x - (a + 1) - 1\}$

$= (x + a + 1)(x - a - 1 - 1)$

$= (x + a + 1)(x - a - 2)$

২৯। $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান :

এখানে, $2 \times (-35) = -70$

এখন, $(-14) \times 5 = -70$ এবং $-14 + 5 = 9$

এখন, $2x^2 - 9x - 35$

$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$

$= 2x(x - 7) + 5(x - 7)$

$= (x - 7)(2x + 5)$

৩১। $x^3 - 8(x - y)^3$

সমাধান :

$x^3 - 8(x - y)^3$

$= (x)^3 - \{2(x - y)\}^3$

$= (x)^3 - (2x - 2y)^3$

$= \{x - (2x - 2y)\} \{x^2 + x(2x - 2y) + (2x - 2y)^2\}$

$= (x - 2x + 2y)\{x^2 + 2x^2 - 2xy + (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 2y + (2y)^2\}$

$= (2y - x)(3x^2 - 2xy + 4x^2 - 8xy + 4y^2)$

$= (2y - x)(7x^2 - 10xy + 4y^2)$

৩২। $10p^2 + 11pq - 6q^2$

সমাধান :

এখানে, $-6 \times 10 = -60$

এখন, $15 \times -4 = -60$ এবং $15 + (-4) = 11$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 10p^2 + 11pq - 6q^2 \\ &= 10p^2 + 15pq - 4pq - 6q^2 \\ &= 5p(2p + 3q) - 2q(2p - 3q) \\ &= (2p + 3q)(5p - 2q) \end{aligned}$$

৩৪। $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান :

$$\begin{aligned} ax^2 + (a^2 + 1)x + a \\ &= ax^2 + a^2x + x + a \\ &= ax(x + a) + 1(x + a) \\ &= (x + a)(ax + 1) \end{aligned}$$

৩৫। $15x^2 - 11xy - 12y^2$

সমাধান :

এখানে, $15 \times (-12) = -180$

এখন, $(-20) \times 9 = -180$ এবং $-20 + 9 = -11$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 15x^2 - 11xy - 12y^2 \\ &= 15x^2 - 20xy + 9xy - 12y^2 \\ &= 5x(3x - 4y) + 3y(3x - 4y) \\ &= (3x - 4y)(5x + 3y) \end{aligned}$$

৩৩। $2(x + y)^2 - 3(x + y) - 2$

সমাধান :

মনে করি, $(x + y) = a$

প্রদত্ত রাশি = $2a^2 - 3a - 2$

এখানে, $2 \times (-2) = -4$

এখন, $(-4) \times 1 = -4$ এবং $-4 + 1 = -3$

$$\begin{aligned} \text{এখন, } 2a^2 - 3a - 2 \\ &= 2a^2 - 4a + a - 2 \\ &= 2a(a - 2) + 1(a - 2) \\ &= (a - 2)(2a + 1) \\ &= (x + y - 2)(2x + 2y + 1) \end{aligned}$$

৩৬। $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3$

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - 2b^3 \\ &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 - b^3 \\ &= (a - b)^3 - b^3 \\ &= (a - b - b)\{(a - b)^2 + (a - b).b + b^2\} \\ &= (a - b - b)(a^2 - 2ab + b^2 + ab - b^2 + b^2) \\ &= (a - 2b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

চতুর্থ অধ্যায় 4.4 বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু. ও ল.সা.গু.

উদাহরণ ১। $9a^2b^3c$, $12a^3b^2c$, $15ab^4c^2$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$9, 12, 15 - \text{এর গ.সা.গু.} = 3$$

$$a^3, a^2, a - \text{এর গ.সা.গু.} = a$$

$$b^4, b^3, b^2 - \text{এর গ.সা.গু.} = b^2$$

$$c^2, c, c - \text{এর গ.সা.গু.} = c \quad \text{নির্ণেয় গ.সা.গু.} = 3abc$$

উদাহরণ ২। $x^3 - 2x^2$, $x^2 - 4$, $xy - 2y$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\text{প্রথম রাশি } x^3 - 2x^2 = x^2(x - 2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি } x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি } xy - 2y = y(x - 2)$$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x - 2)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x - 2)$

$$\text{সুতরাং, গ.সা.গু.} = (x - 2)$$

উদাহরণ ৩। $x^2y(x^3 - y^3)$, $x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$ এবং $x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\text{প্রথম রাশি } x^2y(x^3 - y^3)$$

$$x^2y(x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি } x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$$

$$= x^2y^2\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$$

$$= x^2y^2\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$$

$$= x^2y^2(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$$

$$= x^2y^2(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$$

$$\text{তৃতীয় রাশি } x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$$

$$= xy^2(x^2 + xy + y^2)$$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $xy(x^2 + xy + y^2)$

$$\text{সুতরাং, গ.সা.গু.} = xy(x^2 + xy + y^2)$$

কাজ : গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6)

৩। $6a^2+3ab$, $2a^2+5a-12$ এবং a^4-8a

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$15, 25, 20$ - এর গ.সা.গু. = 5

a^3, a^2, a^4 - এর গ.সা.গু. = a^2

b^2, b^4, b^3 - এর গ.সা.গু. = b^2

c^4, c^3, c^2 - এর গ.সা.গু. = c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5a^2b^2c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6) এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি = $(x+2)^2$
= $(x+2)(x+2)$

দ্বিতীয় রাশি = (x^2+2x)
= $x(x+2)$

তৃতীয় রাশি = (x^2+5x+6)
= $x^2+3x+2x+6$
= $x(x+3)+2(x+3)$
= $(x+2)(x+3)$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $(x+2)$

সুতরাং, গ.সা.গু. = $(x+2)$

৩। $6a^2 + 3ab$, $2a^2 + 5a - 12$ এবং $a^4 - 8a$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6a^2 + 3ab \\ &= 3a(2a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 2a^2 + 5a - 12 \\ &= 2a^2 + 8a - 3a - 12 \\ &= 2a(a + 4) - 3(a - 4) \\ &= (a + 4)(2a - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 8a \\ &= a(a^3 - 8) \\ &= a(a^3 - 2^3) \\ &= a(a - 2)(a^2 + a \cdot 2 + 2^2) \\ &= a(a - 2)(a^2 + 2a + 4)\end{aligned}$$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক a

সুতরাং, গ.সা.গু. = a

উদাহরণ ৪। $4a^2bc$, $8ab^2c$, $6a^2b^2c$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, ৪, ৮ ও ৬ এর ল.সা.গু. = ২৪

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^2, b^2c

সুতরাং, ল.সা.গু. = $24a^2b^2c$

উদাহরণ ৫। $x^3 + x^2y$, $x^2y + xy^2$, $x^3 + y^3$ এবং $(x + y)^3$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^3 + x^2y \\ &= x^2(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= xy(x + y) \\ &= xy(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 + y^3 \\ &= (x + y)(x^2 - xy + y^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{চতুর্থ রাশি} &= (x + y)^3 \\ &= (x + y)(x + y)(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ল.সা.গু.} &= x^2 y (x + y)(x + y)(x + y)(x^2 + xy + y^2) \\ &= x^2 y (x + y)^2 (x^3 + y^3)\end{aligned}$$

$$\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} = x^2 y (x + y)^2 (x^3 + y^3)$$

উদাহরণ ৬। $4(x^2 + ax)^2$, $6(x^3 - a^2x)$ এবং $14x^3(x^3 - a^3)$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 4(x^2 + ax)^2, \\ &= 2 \times 2 \times x^2 (x + a)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 6(x^3 - a^2x) \\ &= 2 \times 3 \times x(x^2 - a^2) \\ &= 2 \times 3 \times x \times (x + a)(x - a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 14x^3(x^3 - a^3) \\ &= 2 \times 7 \times x^3(x - a)(x^2 + ax + a^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{ল.সা.গু.} &= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times x^3 (x + a)^2 (x - a)^3 (x^2 + xa + a^2) \\ &= 84x^3 (x + a)^2 (x^3 - a^3)\end{aligned}$$

$$\text{সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু.} = 84x^3 (x + a)^2 (x^3 - a^3)$$

কাজ : ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $5x^3y$, $10x^2y$, $20x^4y^2$

২। $x^2 - y^2$, $2(x + y)$, $2x^2y + 2xy^2$

৩। $a^3 - 1$, $a^3 + 1$, $a^4 + a^2 + 1$

১। $5x^3y$, $10x^2y$, $20x^4y^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

$5, 10, 20$ - এর ল.সা.গু. = 5

x^3, x^2, x^4 - এর ল.সা.গু. = x^2

y, y, y^2 - এর ল.সা.গু. = y

নির্ণেয় ল.সা.গু. = $20x^4y^2$

২। $x^2 - y^2$, $2(x + y)$, $2x^2y + 2xy^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - y^2 \\ &= (x + y)(x - y)\end{aligned}$$

$$\text{দ্বিতীয় রাশি} = 2(x + y)$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2y + 2xy^2 \\ &= 2xy(x + y)\end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. = $2xy(x^2 - y^2)$

৩। $a^3 - 1$, $a^3 + 1$, $a^4 + a^2 + 1$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 - 1 \\ &= (a - 1)(a^2 + a \cdot 1 + 1^2) \\ &= (a - 1)(a^2 + a + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^3 + 1 \\ &= (a + 1)(a^2 - a \cdot 1 + 1^2) \\ &= (a + 1)(a^2 - a + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 + a^2 + 1 \\ &= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 1 + 1^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 1)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a) \\ &= (a^2 + a + 1)(a^2 - a + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore \text{ল.সা.গু} &= (a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1) \\
&= (a^3-1)(a^3+1) \\
&= (a^3)^2 - (1)^2 \\
&= a^6 - 1
\end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় ল.সা.গু. = $a^6 - 1$

অনুশীলনী ৪.৪

- ১। $a + \frac{1}{a} = 2$ হলে $a^2 + \frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি?
 (ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8
- ২। 52 - এর বর্গ নিচের কোনটি?
 (ক) 2704 (খ) 2504 (গ) 2496 (ঘ) 2284
- ৩। $a^2 + 2a - 15$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?
 (ক) $(a+5)(a-3)$ (খ) $(a+3)(a+5)$ (গ) $(a-3)(a-5)$ (ঘ) $(a+3)(a+5)$
- ৪। $x^2 - 64$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?
 (ক) $(x-8)(x-8)$ (খ) $(x+8)(x+8)$ (গ) $(x+8)(x-8)$ (ঘ) $(x+4)(x-4)$
- ৫। $3a^2b^4c^3$, $12a^3b^2c$, $6a^4bc^2$ - এর গ.সা.গু নিচের কোনটি?
 (ক) $3a^2bc$ (খ) $3a^2b^2c$ (গ) $12abc$ (ঘ) $3abc$
- ৬। $a-b$, a^2-ab , a^2-b^2 - এর ল.সা.গু নিচের কোনটি?
 (ক) $a(a-b)$ (খ) $(a-b)$ (গ) $a(a^2-b^2)$ (ঘ) (a^2-b^2)
- ৭। $(x+8)(x-7)$ - এর গুণফল নিচের কোনটি?
 (ক) $x^2 + x - 56$ (খ) $x^2 - 15x + 56$ (গ) $x^2 + 15x - 36$ (ঘ) $x^2 - x + 56$

৮। (i) $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(iii) $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯। (i) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(iii) $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১০। $x + y = 5$ ও $x - y = 3$ হলে,

(১) $x^2 + y^2$ এর মান কত?

(ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

(২) xy এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4

(৩) $x^2 - y^2$ এর মান কত?

(ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

১১। $x + \frac{1}{x} = 2$ হলে,

(১) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4

(২) $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) 1

(খ) 2

(গ) 3

(ঘ) 4

(৩) $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

(ক) 8

(খ) 6

(গ) 4

(ঘ) 2

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১২- ১৯) :

১২। $36a^2b^2c^4d^5$, $54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$

সমাধান :

36, 54, 90 - এর গ.সা.গু. = 18

এবং $a^2b^2c^4d^5$, $a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $18a^2c^2$

১৩। $20x^3y^2a^3b^4$, $15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$

সমাধান :

20, 15, 35 - এর গ.সা.গু. = 5

এবং $x^3y^2a^3b^4$, $x^4y^3a^4b^3$ ও $x^2y^4a^3b^2$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2a^3b^2$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $5x^2y^2a^3b^2$

১৪। $15x^2y^3z^4a^3$, $12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$

সমাধান :

15, 12, 27 - এর গ.সা.গু. = 3

এবং $x^2y^3z^4a^3$, $x^3y^2z^3a^4$ ও $x^3y^4z^5a^7$ - এর উৎপাদকগুলোর

সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2z^3a^3$

নির্ণেয় গ.সা.গু. = $3x^2y^2z^3a^3$

১৫। $18a^3b^4c^5$, $42a^4c^3d^4$, $60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4c^4d^3$

সমাধান :

18, 42, 60, ও 78 - এর গ.সা.গু. = 6

এবং $a^3b^4c^5$, $a^4c^3d^4$, $b^3c^4d^5$ ও $a^2b^4c^4d^3$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত নেই।

নির্ণেয় গ.সা.গু. = 6

১৬। $x^2 - 3x$, $x^2 - 9$ এবং $x^2 - 4x + 3$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 3x \\ &= x(x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 9 \\ &= (x)^2 - (3)^2 \\ &= (x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 - 4x + 3 \\ &= x^2 - 3x - x + 3 \\ &= x(x - 3) - 2(x - 3) \\ &= (x - 2)(x - 3)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(x - 3)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $(x - 3)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. = $x - 3$

১৭। $18(x + y)^3$, $24(x + y)^2$ এবং $32(x^2 - y^2)$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 18(x + y)^3 \\ &= 2.3.3.(x + y)(x + y)(x + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 24(x + y)^2 \\ &= 2.2.2.3.(x + y)(x + y) \\ &= (x + 3)(x - 3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 32(x^2 - y^2) \\ &= 2.2.2.2.2.(x + y)(x - y)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $2(x + y)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $2(x + y)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. = $2(x + y)$

১৮। $a^2b(a^3 - b^3)$, $a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4)$ এবং $a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^2b(a^3 - b^3) \\ &= a^2b(a - b)(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^2b^2(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= a^2b^2\{(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 - (ab)^2\} \\ &= a^2b^2\{(a^2 + b^2)^2 - (ab)^2\} \\ &= a^2b^2(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 \\ &= ab^2(a^2 + ab + b^2)\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $ab(a^2 + ab + b^2)$

এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $ab(a^2 + ab + b^2)$ ।

সুতরাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $= ab(a^2 + ab + b^2)$

১৯। $a^3 - 3a^2 - 10a$, $a^3 + 6a^2 + 8a$ এবং $a^4 - 5a^3 - 14a^2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 - 3a^2 - 10a \\ &= a(a^2 - 3a - 10) \\ &= a(a^2 - 5a + 2a - 10) \\ &= a\{a(a - 5) + 2(a - 5)\} \\ &= a(a - 5)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= a^3 + 6a^2 + 8a \\ &= a(a^2 + 6a + 8) \\ &= a(a^2 + 4a + 2a + 8) \\ &= a\{a(a + 4) + 2(a + 4)\} \\ &= a(a + 4)(a + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{তৃতীয় রাশি} &= a^4 - 5a^3 - 14a^2 \\
&= a^2(a^2 - 5a - 14) \\
&= a^2\{(a^2 - 7a + 2a - 14)\} \\
&= a^2\{a(a - 7) + 2(a - 7)\} \\
&= a^2(a - 7)(a + 2)
\end{aligned}$$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $a(a + 2)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $a(a + 2)$ ।
 সুতারাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $= a(a + 2)$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর(২০- ২৭) :

২০। a^5bc , ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে $a^7b^4c^3$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a^7b^4c^3$

২১। $5a^2b^3c^2$, $10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান :

5, 10 ও 15 - এর ল.সা.গু. $= 30$

এবং $a^2b^3c^2$, ab^2c^3 ও ab^3c - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 , b^3 ও c^3 ।

সুতারাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. $= 30a^2b^3c^3$

২২। $3x^3y^2$, $4xy^2z$, $5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান :

3, 4 ও 5 - এর ল.সা.গু. $= 60$

এবং x^3y^2 , xy^2z ও $x^4y^2z^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^4 , y^2 ও z^2 ।

সুতারাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. $= 60x^4y^2z^2$

২৩। $3a^2d^3$, $9d^2b^2$, $12c^3d^2$, $24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান :

3, 9, 12, 24 ও 36 - এর ল.সা.গু. $= 72$

এবং a^2d^3 , d^2b^2 , c^3d^2 , a^3b^2 ও c^3d^2 - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^3 , b^2 , c^3 ও d^3 ।

সুতারাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু. $= 72a^3b^2c^3d^3$

২৪। $x^2 + 3x + 2$, $x^2 - 1$, এবং $x^2 + x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 + 3x + 2 \\ &= x^2 + 2x + x + 2 \\ &= x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 1 \\ &= x^2 - 1^2 \\ &= (x + 1)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^2 + x - 2 \\ &= x^2 + 2x - 1x - 2 \\ &= x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x + 2)(x + 1)(x - 1) \\ &= (x^2 - 1)(x + 2)\end{aligned}$$

২৫। $x^2 - 4$, $x^2 + 4x + 4$ এবং $x^3 - 8$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= x^2 - 4 \\ &= x^2 - 2^2 \\ &= (x - 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 + 4x + 4 \\ &= x^2 + 2x + 2x + 4 \\ &= x(x + 2) + 2(x + 2) \\ &= (x + 2)(x + 2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= x^3 - 8 \\ &= x^3 - 2^3 \\ &= (x - 2)(x^2 + x \cdot 2 + 2^2) \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু.} &= (x + 2)(x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4) \\ &= (x + 2)^2(x^3 - 2^3) = (x + 2)^2(x^3 - 8)\end{aligned}$$

২৬। $6x^2 - x - 1$, $3x^2 + 7x + 2$ এবং $2x^2 + 3x - 2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= 6x^2 - x - 1 \\ &= 6x^2 - 3x + 2x - 1 \\ &= 3x(2x - 1) + 1(2x - 1) \\ &= (2x + 1)(3x - 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= 3x^2 + 7x + 2 \\ &= 3x^2 + 6x + x + 2 \\ &= 3x(x + 2) + 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(3x + 1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= 2x^2 + 3x - 2 \\ &= 2x^2 + 4x - x - 2 \\ &= 2x(x + 2) - 1(x + 2) \\ &= (x + 2)(2x - 1)\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (2x - 1)(3x + 1)(x + 2) = (x^2 - 1)(x + 2)$

২৭। $a^3 + b^3$, $(a + b)^3$, $(a^2 - b^2)^2$ এবং $(a^2 - ab + b^2)^2$

সমাধান : এখানে,

$$\begin{aligned}\text{প্রথম রাশি} &= a^3 + b^3 \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{দ্বিতীয় রাশি} &= (a + b)^3 \\ &= (a + b)(a + b)(a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{তৃতীয় রাশি} &= (a^2 - b^2)^2 \\ &= (a^2 - b^2)(a^2 - b^2) \\ &= (a^2 - b^2)(a + b)(a - b) \\ &= (a + b)(a - b)(a + b)(a - b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{চতুর্থ রাশি} &= (a^2 - ab + b^2)^2 \\ &= (a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (a + b)(a + b)(a + b)(a - b)(a - b)(a^2 - ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$
 $= (a + b)^3(a - b)^2(a^2 - ab + b^2)^2$

২৮। $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$ হলে,

(ক) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= 3 + 2 \quad \left[\because x^2 + \frac{1}{x^2} = 3 \right] \\ &= 5\end{aligned}$$

(খ) $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

‘ক’ থেকে পাই, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 5$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5 \quad [\text{বর্গমূল করে}]$$

এখন, $\frac{x^6 + 1}{x^3}$

$$= \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3}$$

$$= x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= (\sqrt{5})^3 - 3.\sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= 5\sqrt{5} - 3.\sqrt{5} \\
&= 2\sqrt{5}
\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় মান $2\sqrt{5}$

(গ) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\begin{aligned}
\text{এখন, } \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 &= (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 3.x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\
&= \left\{ (x^2)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 \right\} + 3.3 \\
&= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3.x^2 \cdot \frac{1}{x^2} \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9 \\
&= (3)^3 - 3.3 + 9 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
&= 27 - 9 + 9 \\
&= 27
\end{aligned}$$

২৯। $a - b + c$ একটি বীজগণিতীয় রাশি হলে,

(ক) প্রদত্ত রাশির ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}
\therefore \text{প্রদত্ত রাশির ঘন} &= (a - b + c)^3 \\
&= \{(a - b) + (c)\}^3 \\
&= (a - b)^3 + 3.(a - b)^2.c + 3.(a - b).c^2 + c^3 \\
&= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3c(a^2 - 2ab + b^2) + 3c^2(a - b) + c^3 \\
&= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3
\end{aligned}$$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3$

সমাধান :

$$\text{বামপক্ষ} = (a - b + c)^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3$$

$$\text{ডানপক্ষ} = (a - b)^3 + c^3$$

$$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + c^3$$

$$\therefore (a - b + c)^3 \neq (a - b)^3 + c^3 \text{ (প্রমাণিত)}$$

(গ) প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a + c)^2 - b^2$ সমান নয়।

সমাধান :

$$\text{এখন, প্রদত্ত রাশির বর্গ} = (a - b + c)^2$$

$$= \{(a - b) + (c)\}^2$$

$$= (a - b)^2 + 2.(a - b)(c) + c^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$$

$$\text{এবং } (a + c)^2 - b^2 = a^2 + 2ac + c^2 - b^2$$

$$= a^2 - b^2 + c^2 + 2ac$$

দেখা যাচ্ছে যে, প্রদত্ত রাশি অর্থাৎ $(a - b + c)$ এর বর্গ এবং $(a + c)^2 - b^2$ এর প্রাপ্ত মান একই নয়।

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশির বর্গ ও } (a + c)^2 - b^2 \text{ সমান নয় (প্রমাণিত)}$$

পঞ্চম অধ্যায় 5.1 বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠকরণ যোগ ও বিয়োগ

উদাহরণ ১। নিচের ভগ্নাংশের দুইটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

$$(ক) \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$$

এখানে, 16 ও 8 - এর গ.সা.গু. হলো 8

$$a^2 \text{ } \mathfrak{U} \text{ } a^3 \text{ } \text{''} \text{ } \text{''} \text{ } \text{''} \text{ } a^2$$

$$b^3 \text{ } \mathfrak{U} \text{ } b^2 \text{ } \text{''} \text{ } \text{''} \text{ } \text{''} \text{ } b^2$$

$$c^4 \quad \mathfrak{B} \quad c^5 \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad \text{,,} \quad c^4$$

$$x \in y \quad " \quad " \quad " \quad 1$$

$16a^2b^3c^4y$ ও $8a^3b^2c^5x$ এর গ.সা.গু. হলো $8a^2b^2c^4$

$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লব ও হরকে $8a^2b^2c^4$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{2by}{acx}$

$$\therefore \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x} \text{ এর লঘিষ্ঠকরণ হলো } \frac{2by}{acx}$$

(খ) প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)}{(a^3 + b^3)(a^4b - b^5)}$

এখানে, লব = $a(a^2 + 2ab + b^2)(a^3 - b^3)$

$$= a(a+b)^2(a-b)(a^2+2ab+b^2)$$

$$\text{হর} = (a^3 + b^3)(a^4b - b^5)$$

$$= (a+b)(a^2+ab+b^2)b(a^4-b^4)$$

$$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)\{(a^2)^2-(b^2)^2\}$$

$$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-b^2)(a^2+b^2)$$

$$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a-b)(a+b)$$

$$= b(a+b)^2(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a-b)$$

$$\therefore \text{লব ও হরের গ.সা.গু.} = (a+b)^2(a-b)$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে $(a+b)^2(a-b)$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায় $\frac{a(a^2+2ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

সুতারাং ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ রূপ $\frac{a(a^2 + 2ab + b^2)}{b(a^2 + b^2)(a^2 - ab + b^2)}$

উদাহরণ ২। $\frac{x}{x^3y - xy^3}, \frac{a}{xy(a^2 - b^2)}, \frac{m}{m^3n - mn^3}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর} &= x^3y - xy^3 \\ &= xy(x^2 - y^2)\end{aligned}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশের হর} = xy(a^2 - b^2)$$

$$\begin{aligned}\text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= m^3n - mn^3 \\ &= mn(m^2 - n^2)\end{aligned}$$

$$\therefore \text{হরগুলোর ল.সা.গু.} = xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn$$

$$\text{অতএব, } \frac{x}{x^3y - xy^3} = \frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$$

$$\frac{a}{xy(a^2 - b^2)} = \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$$

$$\text{এবং } \frac{m}{m^3n - mn^3} = \frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$$

সুতারাং, নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{x(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}, \frac{a(x^2 - y^2)(m^2 - n^2)mn}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$$

$$\frac{xym(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)}{xy(x^2 - y^2)(a^2 - b^2)(m^2 - n^2)mn}$$

কাজ : সমহর বিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

$$১। \frac{x^2 + xy}{x^2 y} \text{ এবং } \frac{x^2 - xy}{xy^2} \quad ২। \frac{a-b}{a+2b} \text{ এবং } \frac{2a+b}{a^2 - 4b^2}$$

$$১। \frac{x^2 + xy}{x^2 y}, \text{ এবং } \frac{x^2 - xy}{xy^2}$$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2 + xy}{x^2 y}, \frac{x^2 - xy}{xy^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. $= x^2 y^2$

$$x^2 y^2 \div x^2 y = y \quad \therefore \frac{x^2 + xy}{x^2 y} = \frac{(x^2 + xy) \times y}{(x^2 y) \times y} = \frac{x^2 y + xy^2}{x^2 y^2}$$

$$x^2 y^2 \div xy^2 = x \quad \therefore \frac{x^2 - xy}{xy^2} = \frac{(x^2 - xy) \times x}{(xy^2) \times x} = \frac{x^3 + x^2 y}{x^2 y^2}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো } \frac{x^2 y + xy^2}{x^2 y^2}, \frac{x^3 + x^2 y}{x^2 y^2}$$

২। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a+2b}$, $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. $= (a+2b)(a-2b)$

$$(a+2b)(a-2b) \div (a+2b) = (a-2b) \quad \therefore \frac{(a-b)(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)} = \frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}$$

$$(a+2b)(a-2b) \div (a+2b)(a-2b) = 1 \quad \therefore \frac{(2a+b) \times 1}{(a^2-4b^2) \times 1} = \frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো} \quad \frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}, \frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$$

উদাহরণ ৩। ভগ্নাংশ তিনটি যোগ কর : $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশ $= \frac{1}{x-y}$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{x}{x^2+xy+y^2}$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{y^2}{x^3-y^3}$

$$= \frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

হরগুলোর ল.সা.গু $= (x-y)(x^2+xy+y^2)$

$$= (x^3-y^3)$$

সুতরাং, $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$ এর যোগফল

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$= \frac{1}{x-y} + \frac{x}{x^2+xy+y^2} + \frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{1 \times (x^2+xy+y^2) + x \times (x-y) + 1 \times y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$

উদাহরণ ৪। যোগ কর: $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $\frac{3a}{a^2+3a-4} + \frac{2a}{a^2-1} + \frac{a}{a^2+5a+4}$

$$= \frac{3a}{a^2+4a-a-4} + \frac{2a}{(a-1)(a+1)} + \frac{a}{a^2+4a+a+4}$$

$$= \frac{3a}{(a+4)(a-1)} + \frac{2a}{(a-1)(a+1)} + \frac{a}{(a+4)(a+1)}$$

$$= \frac{3a(a+1) + 2a(a+4) + a(a-1)}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3a^2 + 3a + 2a^2 + 8a + a^2 - a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\
&= \frac{6a^2 + 10a}{(a+4)(a+1)(a-1)} \\
&= \frac{2a(3a+5)}{(a+4)(a^2-1)}
\end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। যোগফল নির্ণয় কর :

$$\begin{aligned}
&\text{(ক)} \frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab} \\
&\text{(খ)} \frac{1}{a^2-5a+6} + \frac{1}{a^2-9} + \frac{1}{a^2+4a+3} \\
&\text{(গ)} \frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2+2a+4}
\end{aligned}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
&\text{(ক)} \frac{a-b}{bc} + \frac{b-c}{ca} + \frac{c-a}{ab} \\
&= \frac{a(a-b) + b(b-c) + c(c-a)}{abc} \\
&= \frac{a^2 - ab + b^2 - bc + c^2 - ac}{abc} \\
&= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac}{abc}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (২) \quad & \frac{1}{a^2-5a+6} + \frac{1}{a^2-9} + \frac{1}{a^2+4a+3} \\
 &= \frac{1}{a^2-3a-2a+6} + \frac{1}{a^2-3^2} + \frac{1}{a^2+3a+a+3} \\
 &= \frac{1}{(a-2)(a-3)} + \frac{1}{(a-3)(a+3)} + \frac{1}{(a+3)(a+1)} \\
 &= \frac{(a+1)(a+3) + (a-2)(a+1) + (a-3)(a-2)}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)} \\
 &= \frac{a^2+4a+3+a^2-a-2+a^2-5a+6}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)} \\
 &= \frac{3a^2-2a+7}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (৭) \quad & \frac{1}{a-2} + \frac{a+2}{a^2+2a+4} \\
 &= \frac{a^2+2a+4+(a-2)(a+2)}{(a-2)(a^2+2a+4)} \\
 &= \frac{a^2+2a+4+a^2-4}{(a^3-2^3)} \\
 &= \frac{2a^2+2a}{(a^3-2^3)} \\
 &= \frac{2a(a+1)}{(a^3-8)}
 \end{aligned}$$

কাজ : যোগ কর :

$$১। \frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy} \quad ২। \frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$$

সমাধান : (১) এখানে,

$$১ম ভগ্নাংশ = \frac{2a}{3x^2y}$$

$$২য় ভগ্নাংশ = \frac{3b}{2xy^2}$$

$$৩য় ভগ্নাংশ = \frac{a+b}{xy}$$

$$\text{হরগুলোর ল.সা.গু} = 6x^2y^2$$

$$\text{সুতরাং, } \frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy} \text{ এর যোগফল}$$

$$= \frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xy(a+b)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xya+6xyb}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{3(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{2x^2y^2}$$

$$\text{নির্ণেয় যোগফল} = \frac{2ay+3bx+2xya+2xyb}{2x^2y^2}$$

সমাধান : (২) এখানে,

$$\begin{aligned}& \frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2} \text{ এর যোগফল} \\&= \frac{2}{x^2y-xy^2} + \frac{3}{xy(x^2-y^2)} + \frac{1}{x^2-y^2} \\&= \frac{2}{xy(x-y)} + \frac{3}{xy(x-y)(x+y)} + \frac{1}{(x-y)(x+y)} \\&= \frac{2(x+y)+3+xy}{xy(x-y)(x+y)} \\&= \frac{2x+2y+3+xy}{xy(x-y)(x+y)} \\&= \frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}\end{aligned}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}$

উদাহরণ ৬। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

$$\begin{aligned}\text{ক)} \quad & \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} & \text{খ)} \quad & \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2} & \text{গ)} \quad & \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}\end{aligned}$$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3}$$

এখানে, হর $4a^2bc^2$ ও $9ab^2c^3$ এর ল.সা.গু. $36a^2b^2c^3$

$$\begin{aligned}& \therefore \frac{x}{4a^2bc^2} - \frac{y}{9ab^2c^3} \\&= \frac{9xbc-4ya}{36a^2b^2c^3}\end{aligned}$$

সমাধান : (খ)

$$\frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$$

এখানে, হর $(x-y)^2$ ও x^2-y^2 এর ল.সা.গু. $(x-y)^2(x+y)$

$$\therefore \frac{x}{(x-y)^2} - \frac{x+y}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{x(x+y) - (x+y)(x-y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{x^2 + xy - x^2 + y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{xy + y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{y(x+y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$= \frac{y}{(x-y)^2}$$

সমাধান : (গ)

$$\frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$$

এখানে, হর a^2-9y^2 ও $a+3y$ এর ল.সা.গু. a^2-9y^2

$$\therefore \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2} - \frac{a-3y}{a+3y}$$

$$= \frac{a^2+9y^2 - (a-3y)(a-3y)}{a^2-9y^2}$$

$$= \frac{a^2+9y^2 - (a-3y)^2}{a^2-9y^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{a^2 + 9y^2 - (a^2 - 6ay + 9y^2)}{a^2 - 9y^2} \\
&= \frac{a^2 + 9y^2 - a^2 + 6ay - 9y^2}{a^2 - 9y^2} \\
&= \frac{6ay}{a^2 - 9y^2}
\end{aligned}$$

কাজ : বিয়োগ কর :

$$\text{১। } \frac{x}{x^2 + xy + y^2} \text{ থেকে } \frac{xy}{x^3 - y^3} \quad \text{২। } \frac{1}{1 + a + a^2} \text{ থেকে } \frac{2a}{1 + a^2 + a^4}$$

সমাধান : (১)

$$\frac{x}{x^2 + xy + y^2} - \frac{xy}{x^3 - y^3}$$

এখানে, হর $x^2 + xy + y^2$ ও $x^3 - y^3$ এর ল.সা.গু. $x^3 - y^3$

$$\therefore \frac{x}{x^2 + xy + y^2} - \frac{xy}{x^3 - y^3}$$

$$= \frac{x(x - y) - xy}{x^3 - y^3}$$

$$= \frac{x^2 - xy - xy}{x^3 - y^3}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy}{x^3 - y^3}$$

সমাধান : (২)

$$\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, হর $1+a+a^2$ ও $1+a^2+a^4$

$$= 1+a+a^2 \text{ ও } (a^2)^2 + 2a^2 + 1^2 - a^2$$

$$= 1+a+a^2 \text{ ও } (a^2+1)^2 - a^2$$

$$= (a^2+a+1) \text{ ও } (a^2+a+1)(a^2-a+1)$$

এর ল.সা.গু. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$$\frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$= \frac{1}{(a^2+a+1)} - \frac{2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$= \frac{(a^2-a+1)-2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$= \frac{a^2-3a+1}{a^4+a^2+1}$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৭। সরল কর :

$$(ক) \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

$$(খ) \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$(গ) \frac{1}{1-a+a^2} + \frac{1}{1+a+a^2} + \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

এখানে, $(y+z)(z+x)$, $(x+y)(z+x)$, ও $(x+y)(y+z)$

এর ল.সা.গু. $= (x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y+z)(z+x)} + \frac{y-z}{(x+y)(z+x)} + \frac{z-x}{(x+y)(y+z)} \\ = \frac{(x-y)(x+y) + (y-z)(y+z) + (z-x)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{x^2 - y^2 + y^2 - z^2 + z^2 - x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= 0$$

সমাধান : (খ)

$$\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{4}{x^2+4} \\ = \frac{x+2-x-2}{(x-2)(x+2)} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$= \frac{4}{x^2-4} - \frac{4}{x^2+4}$$

$$= 4 \left(\frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+4} \right)$$

$$= 4 \left(\frac{x^2+4-x^2+4}{(x^2-4)(x^2+4)} \right)$$

$$= \frac{4 \times 8}{(x^4-16)} = \frac{32}{x^4-16}$$

সমাধান : (গ)

$$\frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, $1+a^2+a^4 = 1+2a^2+(a^2)^2 - a^2$

$$= (1+a^2)^2 - a^2$$
$$= (1+a^2-a)(1+a^2+a)$$

হর $(1-a+a^2), (1+a+a^2), (1+a^2+a^4)$ এর ল.সা.গু. $= (1+a^2-a)(1+a^2+a)$

$$\therefore \frac{1}{1-a+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} - \frac{2a}{1+a^2+a^4}$$
$$= \frac{1+a+a^2-1+a-a^2-2a}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)}$$
$$= \frac{0}{(1+a^2+a^4)}$$
$$= 0$$

অনুশীলনী ৫.১

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3 \cdot (2y)^6}$

(গ) $\frac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

(চ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

(জ) $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ.সা.গু. হলো 1

x^2 ও x^5 এর গ.সা.গু. হলো x^2

y^3 ও y^2 ” ” ” y^2

z^5 ও z^3 ” ” ” z^3

$\therefore 4x^2y^3z^3$ ও $9x^5y^2z^5$ এর গ.সা.গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{4yz^2}{9x^3}$ ।

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{4yz^2}{9x^3}$.

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

$$= \frac{2^4 \times 2^4 \times 3^5 \times x^4 y^5}{3^3 \times 2^6 \times x^3 y^6}$$

$$= \frac{2^8 3^5 x^4 y^5}{2^6 3^3 x^3 y^6}$$

এখানে, 2^8 ও 2^6 এর গ.সা.গু. হলো 2^6

3^5 ও 3^3 ” ” ” 3^3

x^4 ও x^3 ” ” ” x^3

$$y^5 \text{ ও } y^6 \text{ ” ” ” } y^5$$

$$\therefore 16(2x)^4(3y)^5 \text{ ও } (3x)^3(2y)^6 \text{ এর গ.সা.গু. হলো } 2^6 3^3 x^2 y^3$$

এখন প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $2^6 3^3 x^2 y^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়।

$$\frac{2^2 3^2 x}{y} = \frac{4 \times 9x}{y} = \frac{36x}{y}$$

ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{36x}{y}$ ।

(গ) $\frac{x^3 y + xy^3}{x^2 y^3 + x^3 y^2}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3 y + xy^3}{x^2 y^3 + x^3 y^2}$

$$\begin{aligned} \text{এখানে, লব} &= x^3 y + xy^3 \\ &= xy(x^2 + y^2) \\ \text{হর} &= x^2 y^3 + x^3 y^2 \\ &= x^2 y^2(x + y) \end{aligned}$$

\therefore লব ও হরের গ.সা.গু. xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

$$= \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

$$= \frac{x^2-5x-x+5}{x^2-5^2}$$

$$= \frac{x(x-5)-1(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

$$= \frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{(x-1)}{(x+5)}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

(চ) $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

$$= \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 4x - 5x + 20}$$

$$= \frac{x(x-3) - 4(x-3)}{x(x-4) - 5(x-4)}$$

$$= \frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{x-3}{x-5}$

সুতরাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{x-3}{x-5}$

(ছ) $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(x^3 - y^3)(x^2 - xy + y^2)}{(x^2 - y^2)(x^3 + y^3)}$

$$= \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)}{(x+y)(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(x-y)(x^2 - xy + y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-y)(x^2 - xy + y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{x^2 - xy + y^2}{(x+y)^2}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

(জ) $\frac{(a^2 - b^2 - 2bc - c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2 - c^2)}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশ} & \frac{(a^2 - b^2 - 2bc - c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2 - c^2)} \\ &= \frac{(a)^2 - (b^2 + 2bc + c^2)}{(a^2 + 2ab + b^2) - c^2} \\ &= \frac{(a)^2 - (b+c)^2}{(a+b)^2 - (c)^2} \\ &= \frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)} \end{aligned}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. = $(a+b+c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+b+c)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $= \frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

২। সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{a^2+ab+b^2}, \frac{c}{a^3-b^3}$

$$(চ) \frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$$

$$(ছ) \frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$$

$$(জ) \frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$$

$$(ক) \frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} = xyz$$

$$xyz \div xy = z \quad \therefore \frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times z}{xy \times z} = \frac{x^2z}{xyz}$$

$$xyz \div yz = x \quad \therefore \frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times x}{yz \times x} = \frac{xy^2}{xyz}$$

$$xyz \div zx = y \quad \therefore \frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times y}{zx \times y} = \frac{yz^2}{xyz}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো } \frac{x^2z}{xyz}, \frac{xy^2}{xyz}, \frac{yz^2}{xyz}$$

$$(খ) \frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} = xyz$$

$$\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)z}{xyz} = \frac{xz-yz}{xyz}$$

$$\frac{y-z}{yz} = \frac{(y-z)x}{xyz} = \frac{xy-xz}{xyz}$$

$$\frac{z-x}{zx} = \frac{(z-x)y}{xyz} = \frac{yz-xy}{xyz}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো} \frac{xz-yz}{xyz}, \frac{xy-xz}{xyz}, \frac{yz-xy}{xyz}$$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= x(x+y)(x-y)$

$$\therefore \frac{x}{x-y} = \frac{x \cdot x(x+y)}{(x-y)x(x+y)} = \frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{y}{x+y} = \frac{y \cdot x(x-y)}{(x+y)x(x-y)} = \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{z}{x(x+y)} = \frac{z \cdot (x-y)}{x(x+y)(x-y)} = \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো} \frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}, \frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

১ম ভগ্নাংশের হর $= (x-y)^2$

$$= (x-y)(x-y)$$

$$\begin{aligned} \text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^3 + y^3 \\ &= (x+y)(x^2 - xy + y^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2 - y^2 \\ &= (x-y)(x+y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} &= (x-y)(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2) \\ &= (x-y)^2(x^3 + y^3) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{x+y}{(x-y)^2} = \frac{(x+y)(x^3 + y^3)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)} = \frac{(x+y)(x^3 + y^3)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

$$\therefore \frac{x-y}{(x^3 + y^3)} = \frac{(x-y)(x-y)^2}{(x-y)^2(x^3 + y^3)} = \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

$$\therefore \frac{y-z}{(x^2 - y^2)} = \frac{(y-z)(x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)} = \frac{(y-z)(x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x+y)(x^3 + y^3)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}, \frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}, \frac{(y-z)(x-y)(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)^2(x^3 + y^3)}$$

$$(ঙ) \frac{a}{a^3 + b^3}, \frac{b}{a^2 + ab + b^2}, \frac{c}{a^3 - b^3}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো } \frac{a}{a^3 + b^3}, \frac{b}{a^2 + ab + b^2}, \frac{c}{a^3 - b^3}$$

$$\begin{aligned} \text{১ম ভগ্নাংশের হর} &= a^3 + b^3 \\ &= (a+b)(a^2 - ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশের হর} = (a^2 + ab + b^2)$$

$$\begin{aligned} \text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= a^3 - b^3 \\ &= (a-b)(a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} &= (a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2) \\ &= (a^3-b^3)(a^3+b^3)\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{a^3+b^3} = \frac{a(a^3-b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)} = \frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$\therefore \frac{b}{a^2+ab+b^2} = \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)} = \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$\therefore \frac{c}{a^3-b^3} = \frac{c(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)} = \frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$\therefore \text{সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো} \frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$$

$$(চ) \frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$$

সমাধান :

$$\text{এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো} \frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$$

$$\begin{aligned}\text{১ম ভগ্নাংশের হর} &= x^2-5x+6 \\ &= x^2-2x-3x+6 \\ &= (x-2)(x-3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{২য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2-7x+12 \\ &= x^2-3x-4x+12 \\ &= (x-3)(x-4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{৩য় ভগ্নাংশের হর} &= x^2-9x+20 \\ &= x^2-4x-5x+20 \\ &= (x-4)(x-5)\end{aligned}$$

$$\text{প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু.} = (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$$

এখন,

$$\therefore \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1 \cdot (x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1 \cdot (x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{1 \cdot (x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= a^2b^2c^2$

$$\frac{a-b}{a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{c^2a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{b-c}{b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{c-a}{c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{b^2a^2c^2} = \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$$

\therefore সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}, \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= (x+y)(y+z)(z+x)$

$$\frac{x-y}{x+y} = \frac{(x-y) \cdot (y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)} = \frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{y-z}{y+z} = \frac{(y-z) \cdot (x+y)(z+x)}{(y+z)(x+y)(z+x)} = \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{z-x}{z+x} = \frac{(z-x) \cdot (x+y)(y+z)}{(z+x)(x+y)(y+z)} = \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

৩। যোগ কর :

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$

(চ) $\frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$

(ছ) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

(জ) $\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$

(ক) $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a-b}{a} + \frac{a+b}{b}$

$$= \frac{b(a-b) + a(a+b)}{ab}$$

$$= \frac{ab - b^2 + a^2 + ab}{ab}$$

$$= \frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab}$$

সুতারাৎ, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2 + 2ab - b^2}{ab}$

(খ) $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab}$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$$

সুতারাৎ, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{abc}$

(গ) $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x-y}{x} + \frac{y-z}{y} + \frac{z-x}{z}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{yz(x-y) + zx(y-z) + xy(z-x)}{xyz} \\
&= \frac{xyz - zy^2 + xyz - xz^2 + xyz - x^2y}{xyz} \\
&= \frac{3xyz - x^2y - y^2z + xyz - z^2x}{xyz} \\
&= \frac{3xyz - x^2y - y^2z + xyz - z^2x}{xyz}
\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি,

$$\begin{aligned}
&\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \\
&= \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{2x^2 + 2y^2}{(x^2 - y^2)} \\
&= \frac{2(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)} \\
&= \frac{2(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)}
\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল

$$(ঙ) \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } & \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-5x+4} \\ &= \frac{1}{x^2-2x-x+2} + \frac{1}{x^2-3x-x+3} + \frac{1}{x^2-4x-x+4} \\ &= \frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{1}{(x-3)(x-1)} + \frac{1}{(x-4)(x-1)} \\ &= \frac{1.(x-3)(x-4) + 1.(x-2)(x-4) + 1.(x-3)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{x^2-7x+12+x^2-6x+8+x^2-5x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$$(চ) \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি, } & \frac{1}{a^2-b^2} + \frac{1}{a^2+ab+b^2} + \frac{1}{a^2-ab+b^2} \\ &= \frac{1}{(a-b)(a+b)} + \frac{1}{(a^2+ab+b^2)} + \frac{1}{(a^2-ab+b^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2) + (a-b)(a+b)(a^2 - ab + b^2) + (a-b)(a+b)(a^2 + ab + b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)} \\
&= \frac{a^4 - a^3b + a^2b^2 + a^3b - a^2b^2 + ab^3 + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + (a-b)(a^3 + b^3) + (a+b)(a^3 - b^3)}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)(a+b)(a^2 - ab + b^2)} \\
&= \frac{a^4 + a^2b^2 + b^4 + a^4 + ab^3 - a^3b - b^4 + a^4 - ab^3 + a^3b - b^4}{(a^3 - b^3)(a^3 + b^3)} \\
&= \frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^6 - b^6)}
\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3a^4 + a^2b^2 - b^4}{(a^6 - b^6)}$

(ছ) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-4}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{x^2-2^2} \\
&= \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{4}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{1 \cdot (x+2) - 1 \cdot (x-2) + 4}{(x-2)(x+2)} \\
&= \frac{x+2-x+2+4}{(x^2-4)} \\
&= \frac{8}{(x^2-4)}
\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{8}{(x^2-4)}$

(জ) $\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{x^4-1} + \frac{4}{x^8-1}$

$$= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2)^2-1^2} + \frac{4}{(x^4)^2-1^2}$$

$$= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{1}{x^2-1} + \frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{1 \cdot (x^2+1)(x^4+1) + 1 \cdot (x^4+1) + 4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{x^6 + x^4 + x^2 + 1 + x^4 + 1 + 4}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{x^6 + 2x^4 + x^2 + 6}{(x^8-1)}$$

সুতরাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{x^6 + 2x^4 + x^2 + 6}{(x^8-1)}$

৪। বিয়োগ কর :

(ক) $\frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$

(খ) $\frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$

(গ) $\frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$

(ঘ) $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y} - \frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

$$(ক) \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9}$$

সমাধান :

এখানে, হর $x-3$ ও x^2-9 এর ল.সা.গু. $= x^2-9$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{x^2-9} \\ &= \frac{a}{x-3} - \frac{a^2}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{a(x+3) - a^2}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)} \end{aligned}$$

সুতরাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)}$

$$(খ) \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)}$$

সমাধান :

এখানে, হর $y(x-y)$ ও $x(x+y)$ এর ল.সা.গু. $= xy(x-y)(x+y)$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{y(x-y)} - \frac{1}{x(x+y)} \\ &= \frac{1 \cdot x(x+y) - 1 \cdot y(x-y)}{xy(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x^2 + xy - xy + y^2}{xy(x^2 - y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{xy(x^2 - y^2)} \quad \text{সুতরাং, নির্ণেয় বিয়োগফল } \frac{(x^2 + y^2)}{xy(x^2 - y^2)} \end{aligned}$$

$$(গ) \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2}$$

সমাধান :

এখানে, হর $(1+x+x^2)$ ও $(1-x+x^2)$ এর ল.সা.গু. $= (1+x+x^2)(1-x+x^2)$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{x+1}{1+x+x^2} - \frac{x-1}{1-x+x^2} \\ &= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)} \\ &= \frac{(x+1)(1-x+x^2) - (x-1)(1+x+x^2)}{\{(1+x^2) + (x)\} \{(1+x^2) - (-x)\}} \\ &= \frac{(x^3+1) - (x^3-1)}{(1+x^2)^2 - x^2} \\ &= \frac{x^3+1-x^3+1}{(1+2x^2+x^4-x^2)} \\ &= \frac{2}{1+x^2+x^4} \end{aligned}$$

সুতরাং নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2}{1+x^2+x^4}$

$$(ঘ) \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2} - \frac{a-4b}{a+4b} \\ &= \frac{a^2+16b^2}{(a-4b)(a+4b)} - \frac{a-4b}{a+4b} \end{aligned}$$

এখানে, হর $(a-4b)(a+4b)$ ও $(a+4b)$ এর ল.সা.গু. $= (a-4b)(a+4b)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2 + 16b^2 - (a - 4b)(a - 4b)}{(a - 4b)(a + 4b)} \\
 &= \frac{a^2 + 16b^2 - (a - 4b)^2}{(a)^2 - (4b)^2} \\
 &= \frac{a^2 + 16b^2 - \{(a)^2 - 2.a.4b + (4b)^2\}}{(a)^2 - (4b)^2} \\
 &= \frac{a^2 + 16b^2 - a^2 + 8ab - 16b^2}{(a - 4b)(a + 4b)} \\
 &= \frac{8ab}{(a - 4b)(a + 4b)}
 \end{aligned}$$

সুতারাং নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{8ab}{(a - 4b)(a + 4b)}$

(ঙ) $\frac{1}{x - y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 + y^3}$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{x - y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 + y^3} \\
 &= \frac{1}{x - y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}
 \end{aligned}$$

এখানে, হর

$(x - y)$ ও $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$ এর ল.সা.গু. $(x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$$\begin{aligned}
 \therefore &\frac{1}{x - y} - \frac{x^2 - xy + y^2}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)} \\
 &= \frac{1.(x + y)(x^2 - xy + y^2) - (x - y)(x^2 - xy + y^2)}{(x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x^3 + y^3 - (x^3 - x^2y + xy^2 - x^2y + xy^2 - y^3)}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
&= \frac{x^3 + y^3 - x^3 + 2x^2y - 2xy^2 + y^3}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
&= \frac{2x^2y - 2xy^2 + 2y^3}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
&= \frac{2y(x^2 - xy + y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \\
&= \frac{2y}{(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{2y}{(x^2 - y^2)}
\end{aligned}$$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2y}{(x^2 - y^2)}$

৫। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{1}{x^2-9y^2}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$

$$(চ) \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$(ছ) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$(জ) \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$(ঝ) \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

$$(ঞ) \frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

$$(ক) \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

এখানে, হর, xy , yz ও zx এর ল.সা.গু. $= xyz$

$$\therefore \frac{x-y}{xy} + \frac{y-z}{yz} + \frac{z-x}{zx}$$

$$= \frac{z(x-y) + x(y-z) + y(z-x)}{xyz}$$

$$= \frac{xz - yz + xy - zx + yz - xy}{xyz}$$

$$= \frac{0}{xyz}$$

$$= 0$$

$$(খ) \frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

এখানে, হর, $(x+y)$, $(y+z)$ ও $(z+x)$ এর ল.সা.গু. $= (x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(x+y)(y+z)} + \frac{y-z}{(y+z)(z+x)} + \frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

$$= \frac{(x-y)(z+x) + (y-z)(x+y) + (z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{xz + x^2 - yz - xy + xy - xz + y^2 - yz + yz - xy + z^2 - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$(গ) \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$$

সমাধান :

$$\frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} + \frac{z}{(y-z)(x-z)}$$

এখানে, হর, $(x-y)$, $(y-z)$ ও $(z-x)$ এর ল.সা.গু. $= (x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{y}{(x-y)(y-z)} + \frac{x}{(z-x)(x-y)} - \frac{z}{(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{y(z-x) + x(y-z) - z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{yz - xy + xy - zx - zx + yz}{(x - y)(y - z)(z - x)} \\
&= \frac{-2zx + 2yz}{(x - y)(y - z)(z - x)} \\
&= \frac{-2z(x - y)}{(x - y)(y - z)(z - x)} \\
&= \frac{-2z}{(y - z)(z - x)}
\end{aligned}$$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$$

এখানে, $x^2 - 9y^2$

$$= x^2 - (3y)^2$$

$$= (x-3y)(x+3y)$$

হর, $(x+3y)$, $(x-3y)$ ও $(x-3y)(x+3y)$ এর ল.সা.গু. $= (x-3y)(x+3y)$

$$\therefore \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{1.(x-3y) + 1.(x+3y) + 2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{x-3y+x+3y-2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= 0$$

$$(ঙ) \frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-y} - \frac{2}{2x+y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

এখানে, হর, $x-y$, $(2x+y)$, $x+y$ ও $(2x-y)$ এর ল.সা.গু $= (x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} - \frac{2}{2x+y} - \frac{2}{2x-y}$$

$$= \left\{ \frac{1 \cdot (x+y) + 1 \cdot (x-y)}{(x-y)(x+y)} \right\} - 2 \left(\frac{1}{2x+y} + \frac{1}{2x-y} \right)$$

$$= \left\{ \frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)} \right\} - 2 \left\{ \frac{2x-y+2x+y}{(2x+y)(2x-y)} \right\}$$

$$= \frac{2x}{(x^2 - y^2)} - \frac{2 \times 4x}{(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{2x(4x^2 - y^2) - 8x(x^2 - y^2)}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{8x^3 - 2xy^2 - 8x^3 + 8xy^2}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$= \frac{6xy^2}{(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2)}$$

$$(চ) \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

এখানে, হর, $(x-2)$, (x^2+2x+4) ও (x^3+8) এর ল.সা.গু

$$= (x-2)(x^2+2x+4)(x^3+8)$$

$$= (x^3-2^3)(x^3+8)$$

$$= (x^3-8)(x^3+8)$$

$$= (x^3)^2 - (8)^2$$

$$= x^6 - 64$$

$$\therefore \frac{1}{x-2} - \frac{x-2}{x^2+2x+4} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{1 \cdot (x^2+2x+4) - (x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2+2x+4 - (x^2-4x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{x^2+2x+4 - x^2+4x-4}{(x^3-2^3)} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{6x}{x^3-8} + \frac{6x}{x^3+8}$$

$$= \frac{6x(x^3+8) + 6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$$

$$= \frac{6x^4+48x+6x^4-48x}{(x^3)^2-8^2} = \frac{12x^4}{x^6-64}$$

$$(ছ) \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

এখানে, হর, $x-1$, $x+1$, x^2+1 ও x^4+1 এর ল.সা.গু $= x^8 - 1$

$$\therefore \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{1.(x+1) - 1.(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{x+1-x+1}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2}{x^2-1} - \frac{2}{x^2+1} + \frac{2}{x^4+1}$$

$$= \frac{2(x^2+1) - 2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4}{x^4-1} + \frac{4}{x^4+1}$$

$$= \frac{4(x^4+1) + 4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$$

$$= \frac{4x^4+4+4x^4-4}{(x^4)^2 - (1)^2}$$

$$= \frac{8x^4}{x^8-1}$$

$$(জ) \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} + \frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$= \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} - \frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

এখানে, হর, $y-z$, $z-x$ ও $x-y$ এর ল.সা.গু $= (x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y-z)(z-x)} + \frac{y-z}{(z-x)(x-y)} - \frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

$$= \frac{(x-y)^2 + (y-z)^2 - (z-x)(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 - (zy - z^2 - xy + zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 2xy + y^2 + y^2 - 2yz + z^2 - yz + z^2 + xy - zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{x^2 + 2y^2 + 2z^2 - xy - 3yz - zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$(ঝ) \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

সমাধান :

$$\frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

এখানে, $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$= (a-b)^2 - c^2$$

$$= (a-b-c)(a-b+c)$$

হর, $a-b-c$, $a-b+c$ ও $a^2+b^2-c^2-2ab$ এর ল.সা.গু $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$\begin{aligned} \therefore & \frac{1}{a-b-c} + \frac{1}{a-b+c} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{a-b+c+a-b-c}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{2a-2b}{(a-b-c)(a-b+c)} + \frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{2a-2b+a}{(a-b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab} \end{aligned}$$

(এ৩) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

সমাধান :

$$\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab} + \frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc} + \frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

এখানে,

$$\begin{aligned} (a^2+b^2-c^2+2ab) &= (a+b)^2 - c^2 \\ &= (a+b-c)(a+b+c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b^2+c^2-a^2+2bc) &= (b+c)^2 - a^2 \\ &= (b+c-a)(b+c+a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c^2+a^2-b^2+2ca) &= (c+a)^2 - b^2 \\ &= (c+a-b)(c+a+b) \end{aligned}$$

হর, $(a+b-c)(a+b+c)$, $(b+c-a)(a+b+c)$ ও $(a-b+c)(a+b+c)$ এর ল.সা.গু $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)$

$$\therefore \frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)} + \frac{1}{(a+b+c)(b+c-a)} + \frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(a-b+c)(b+c-a) + (a-b+c)(a+b-c) + (a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\
&\quad ab - ca - a^2 - b^2 - bc + ab + bc + c^2 - ca + a^2 + ab + ca - ab - b^2 + bc \\
&= \frac{ca + bc - c^2 + bc + ca - a^2 + b^2 + bc - ab - bc - c^2 + ca}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)} \\
&= \frac{2ab + 2bc + 2ca - a^2 - b^2 - c^2}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}
\end{aligned}$$

tanbircox.blogspot.com

পঞ্চম অধ্যায় 5.2

ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

উদাহরণ ৮। গুণ কর :

(ক) $\frac{a^2b^2}{cd}$ কে $\frac{ab}{c^2d^2}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{a^2b^2}{cd} \times \frac{ab}{c^2d^2} \\ &= \frac{a^2b^2 \times ab}{cd \times c^2d^2} \\ &= \frac{a^3b^3}{c^3d^3}\end{aligned}$$

(গ) $\frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z}$ কে $\frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z} \times \frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x} \\ &= \frac{10x^5b^4z^3 \times 15y^5b^2z^2}{3x^2b^2z \times 2y^2a^2x} \\ &= \frac{25x^5y^5z^5b^6}{x^3y^2za^2b^2} \\ &= \frac{25b^4x^2y^2z^4}{a^2}\end{aligned}$$

(খ) $\frac{x^2y^3}{xy^2}$ কে $\frac{x^3b}{ay^3}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2y^3}{xy^2} \times \frac{x^3b}{ay^3} \\ &= \frac{x^2y^3 \times x^3b}{xy^2 \times ay^3} \\ &= \frac{x^4b}{ay^2}\end{aligned}$$

(ঘ) $\frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3}$ কে $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2 - y^2}{x^3 + y^3} \times \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 - y^3} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 - xy + y^2)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x - y)(x^2 + xy + y^2)} \\ &= \frac{1}{(x^2 + xy + y^2)}\end{aligned}$$

(ঙ) $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20}$ কে $\frac{x-5}{x-3}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9x + 20} \times \frac{x-5}{x-3} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3 + 6}{x^2 - 4x - 5x + 20} \times \frac{x-5}{x-3} \\ &= \frac{x^2 - 2x - 3 + 6}{x^2 - 4x - 5x + 20} \times \frac{x-5}{x-3} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)} \times \frac{(x-5)}{(x-3)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)(x-5)}{(x-4)(x-5)(x-3)} \\ &= \frac{x-2}{x-4}\end{aligned}$$

কাজ : গুণ কর :

১। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা ২। $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

১। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{7a^2b}{36a^3b^2} \times \frac{24ab^2}{35a^4b^5} \\ &= \frac{7a^2b \times 24ab^2}{36a^3b^2 \times 35a^4b^5} = \frac{4}{30a^4b^4}\end{aligned}$$

২। $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় গুণফল} &= \frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12} \times \frac{x^2-9}{x^2-16} \\ &= \frac{x^2+4x-x-4}{x^2-3x-4x+12} \times \frac{x^2-3^2}{x^2-4^2} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x+4)(x-1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-4)(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{(x-4)^2}\end{aligned}$$

উদাহরণ ৯। ভাগ কর :

(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

(খ) $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}$ কে $\frac{6a^3x^2c}{5x^2y^2z^2}$ দ্বারা

(গ) $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2}$ কে $\frac{a+b}{a^3-b^3}$ দ্বারা

(ঘ) $\frac{x^3-27}{x^2-7x+6}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-36}$ দ্বারা

(ঙ) $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$ কে $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$ দ্বারা

সমাধান :

(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

(ক) ১ম ভগ্নাংশ $= \frac{a^3b^2}{c^2d}$

২য় ভগ্নাংশ $= \frac{a^2b^3}{cd^3}$

(খ) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \div \frac{6a^3x^2c}{5x^2y^2z^2}$
 $= \frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2} \times \frac{5x^2y^2z^2}{6a^3x^2c}$
 $= \frac{axy}{b^2c}$

২য় ভগ্নাংশের গুণাত্মক বিপরীত হলো $= \frac{cd^3}{a^2b^3}$

$$\begin{aligned}\text{নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{a^3b^2}{c^2d} \div \frac{a^2b^3}{cd^3} \\ &= \frac{a^3b^2}{c^2d} \times \frac{cd^3}{a^2b^3} \\ &= \frac{a^3b^2cd^3}{a^2b^3c^2d} \\ &= \frac{ad^2}{bc}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ঘ) নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{x^3 - 27}{x^2 - 7x + 6} \div \frac{x^2 - 9}{x^2 - 36} \\ &= \frac{x^3 - 3^3}{x^2 - 6x - x + 6} \times \frac{x^2 - 6^2}{x^2 - 3^2} \\ &= \frac{(x-3)(x^2 + 3x + 3^2)}{(x-6)(x-1)} \times \frac{(x-6)(x+6)}{(x-3)(x+3)} \\ &= \frac{(x^2 + 3x + 9)(x+6)}{(x-1)(x+3)}\end{aligned}$$

(খ) নির্ণেয় ভাগফল

$$\begin{aligned}&= \frac{a^2 - b^2}{a^2 + ab + b^2} \div \frac{a+b}{a^3 - b^3} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)} \\ &= (a-b)^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ঘ) নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{x^3 - y^3}{x^3 + y^3} \div \frac{x^2 - y^2}{(x+y)^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2 + xy + y^2)}{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} \times \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{(x^2 + xy + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)}\end{aligned}$$

কাজ : ভাগ কর :

$$1. \frac{16a^2b^2}{21z^2} \text{ কে } \frac{28ab^4}{35xyz} \text{ দ্বারা} \quad 2. \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2x + y^2} \text{ কে } \frac{x^3 + y^3}{x - y} \text{ দ্বারা}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} (১) \text{ নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \div \frac{28ab^4}{35xyz} \\ &= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{35xyz}{28ab^4} \\ &= \frac{20axy}{21zb^2} \end{aligned}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} (২) \text{ নির্ণেয় ভাগফল} &= \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2} \div \frac{x^3 + y^3}{x - y} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{(x - y)^2} \times \frac{x - y}{x^3 + y^3} \\ &= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(x - y)(x - y)} \times \frac{(x - y)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)} \\ &= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)} \end{aligned}$$

উদাহরণ ১০। সরল কর :

$$(ক) \left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$(খ) \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$$

$$(গ) \frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b}$$

$$(ঘ) \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$$

$$(ঙ) \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}$$

সমাধান : (ক)

$$\begin{aligned}& \left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \\&= \frac{x+1}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2} \\&= \frac{(x+1)}{x} \times \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} \\&= \frac{x}{x-1}\end{aligned}$$

সমাধান : (খ)

$$\begin{aligned}& \left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right) \\&= \frac{x(x-y) + y(x+y)}{(x+y)(x-y)} \div \frac{x(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} \\&= \frac{x^2 - xy + xy + y^2}{(x^2 - y^2)} \div \frac{x^2 + xy - yx + y^2}{(x^2 - y^2)} \\&= \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)} \div \frac{x^2 + y^2}{(x^2 - y^2)} \\&= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - y^2)} \times \frac{(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)} \\&= 1\end{aligned}$$

সমাধান : (গ)

$$\begin{aligned}& \frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b} \\&= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{a^2 - 2ab + b^2 + 3ab} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 3ab}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{a+b}{a-b} \\&= \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(a^2 - ab + b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a-b)} \\&= (a+b)(a+b) \\&= (a+b)^2\end{aligned}$$

সমাধান : (ঘ)

$$\begin{aligned}& \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\&= \frac{x^2 + 4x - x - 4}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 3^2}{x^2 - 4^2} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2} \\&= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)} \times \frac{(x-4)(x-4)}{(x-1)(x-1)} \\&= \frac{x+3}{x-1}\end{aligned}$$

সমাধান : (ঙ)

$$\begin{aligned}& \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} \\&= \frac{(x+y)^3}{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy} \div \frac{x^2 - 2xy + y^2 + 4xy}{(x-y)^3} \\&= \frac{(x+y)^3}{x^2 - 2xy + y^2} \div \frac{x^2 + 2xy + y^2}{(x-y)^3} \\&= \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)^3}{(x+y)^2} \\&= (x+y)(x-y) \\&= x^2 - y^2\end{aligned}$$

অনুশীলনী ৫.২

১। $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}, \frac{p}{q}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট করলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{ayzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyz}{xyzq}$

(খ) $\frac{axy}{xyzq}, \frac{byz}{xyzq}, \frac{czx}{xyzq}, \frac{pxy}{xyzq}$

(গ) $\frac{a}{xyzq}, \frac{b}{xyzq}, \frac{c}{xyzq}, \frac{p}{xyzq}$

(ঘ) $\frac{axyzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyzq}{xyzq}$

২। $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে?

(ক) $\frac{x^2y^2c^3d^2}{abx^3y^2}$ (খ) $\frac{c^3d^2}{abx^3y}$ (গ) $\frac{x^2y^2c^3}{x^3y}$ (ঘ) $\frac{xyd^3}{ab}$

৩। $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ ও $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

(ক) $\frac{x+1}{a-1}$ (খ) $\frac{x-1}{a-1}$ (গ) $\frac{x-1}{a+1}$ (ঘ) $\frac{x-1}{a-1}$

৪। $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} \div \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3+b^3} \times \frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$ এর সরলকৃত মান কত হবে?

(ক) $\frac{a-b}{a+b}$ (খ) $\frac{a+b}{a-b}$ (গ) $(a-b)$ (ঘ) $(a+b)$

৫। নিচের বাম দিকের তথ্যের সাথে ডানদিকের তথ্যের মিল কর :

(ক) সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের হর

(ক) $x-y$

(খ) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)}$

(খ) 1

(গ) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x-y}{(x+y)} \times \frac{1}{x+y}$

(গ) হরগুলোর ল.সা.গু.

(ঘ) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y} \times \frac{(x-y)^3}{x^2-y^2}$

(ঘ) $(x+y)^2$

সমাধান :

(ক) সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের হর \longrightarrow (গ) হরগুলোর ল.সা.গু.

(খ) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)} \longrightarrow$ (ক) $x-y$

(গ) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x-y}{(x+y)} \times \frac{1}{x+y} \longrightarrow$ (খ) 1

(ঘ) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y} \times \frac{(x-y)^3}{x^2-y^2} \longrightarrow$ (ঘ) $(x+y)^2$

৬। গুণ কর :

(ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{7z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

(খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

(গ) $\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

(ঘ) $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

(ঙ) $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ এবং $\frac{x+y}{x^3+y^3}$

(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $1+\frac{1-x}{x}$

(ছ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$

(জ) $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

(ঝ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

$$(ক) \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \text{ এবং } \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$$

সমাধান :

$$\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \text{ এবং } \frac{7c^2a^2}{x^2y^2} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \times \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \times \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$$

$$= \frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

$$(গ) \frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2} \text{ এবং } \frac{xy}{z^2}$$

সমাধান :

$$\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2} \text{ এবং } \frac{xy}{z^2} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{yz}{x^2} \times \frac{xz}{y^2} \times \frac{xy}{z^2}$$

$$= 1$$

নির্ণেয় গুণফল 1

$$(ঙ) \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3} \text{ এবং } \frac{x + y}{x^3 + y^3}$$

সমাধান :

$$\frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3} \text{ এবং } \frac{x + y}{x^3 + y^3} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{(x^2 - y^2)(x^2 + y^2)(x - y)(x + y)}{(x - y)^2(x + y)(x^2 - xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)}$$

$$= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)}$$

$$(খ) \frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4} \text{ এবং } \frac{3y^7z}{10x}$$

সমাধান :

$$\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4} \text{ এবং } \frac{3y^7z}{10x} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{28z^4}{9x^3y^4} \times \frac{3y^7z}{10x}$$

$$= \frac{32a^2b^2y^3z^3}{45x^4}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

$$(ঘ) \frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x} \text{ এবং } \frac{x^2}{x^2-4x+5}$$

সমাধান :

$$\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x} \text{ এবং } \frac{x^2}{x^2-4x+5} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{(x-1)}{(x+1)} \times \frac{(x-1)(x-1)}{x(x+1)} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5}$$

$$= \frac{(x-1)(x-1)(x-1)}{(x+1)x(x+1)} \times \frac{x \times x}{(x^2-4x+5)}$$

$$= \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$

$$= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)^2}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)^2}$

(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $\left(1 + \frac{1-x}{x}\right)$

সমাধান :

$$\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2} \text{ এবং } \left(1 + \frac{1-x}{x}\right) \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{1-b^2}{1+x} \times \frac{1-x^2}{b+b^2} \times \left(1 + \frac{1-x}{x}\right)$$

$$= \frac{(1-b)(1+b)(1-x)(1+x)}{(1+x)b(1+b)} \times \left(\frac{x+1-x}{x}\right)$$

$$= \frac{(1-b)(1-x)}{bx}$$

$$= \frac{(1-b)(1-x)}{bx}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(1-b)(1-x)}{bx}$

(ছ) $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}, \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12}$ এবং $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$

সমাধান :

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}, \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} \text{ এবং } \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 7x + 12} \times \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9}$$

$$= \frac{x^2 - x - 2x + 2}{x^2 - x - 3x + 3} \times \frac{x^2 - 2x - 3 + 6}{x^2 - 3x - 4x + 12} \times \frac{x^2 - 4^2}{x^2 - 3^2}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-2)(x-3)(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-3)(x-3)(x-4)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-2)(x+4)}{(x-3)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$

(জ) $\frac{x^3 + y^3}{a^2b + ab^2 + b^3}, \frac{a^3 - b^3}{x^2 - xy + y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

সমাধান :

$$\frac{x^3 + y^3}{a^2b + ab^2 + b^3}, \frac{a^3 - b^3}{x^2 - xy + y^2} \text{ এবং } \frac{ab}{x+y} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{b(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2 + ab + b^2)}{(x^2 - xy + y^2)} \times \frac{ab}{(x+y)}$$

$$= \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)(a-b)(a^2 + ab + b^2)ab}{b(a^2 + ab + b^2)(x^2 - xy + y^2)(x+y)}$$

$$= a(a-b) \quad \text{নির্ণেয় গুণফল } a(a-b)$$

$$(ঝ) \frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}{x^2 - y^2} \text{ এবং } \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$$

সমাধান :

$$\frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}{x^2 - y^2} \text{ এবং } \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2} \text{ এর গুণফল}$$

$$= \frac{(x+y)^3}{(a+b)^3} \times \frac{(a+b)^3}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$$

$$= \frac{(x+y)^3 (a+b)^3 (x-y)^2}{(a+b)^3 (x-y)(x+y)(x+y)^2}$$

$$= x - y$$

নির্ণেয় গুণফল $x - y$

৭। ভাগ কর : (প্রথম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা)

$$(ক) \frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$$

$$(খ) \frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^2b}{3c^3}$$

$$(গ) \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$$

$$(ঘ) \frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$$

$$(ঙ) \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2 - b^2}{a+b}$$

$$(চ) \frac{x^3 - y^3}{x+y}, \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2}$$

$$(ছ) \frac{a^3 + b^3}{a-b}, \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

$$(জ) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}, \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$$

$$(ঝ) \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36}, \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$$

$$(ক) \frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$$

$$(খ) \frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^2b}{3c^3}$$

সমাধান :

$$\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx}$$

$$= \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2}$$

$$= \frac{45x^2z}{8ay^2} \quad \text{নির্ণেয় ভাগফল} \quad \frac{45x^2z}{8ay^2}$$

সমাধান :

$$\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^2b}{3c^3}$$

$$= \frac{9a^2b^2}{4c^2} \times \frac{3c^3}{16a^2b}$$

$$= \frac{27bc}{64a} \quad \text{নির্ণেয় ভাগফল} \quad \frac{27bc}{64a}$$

(গ) $\frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz} \\ &= \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \times \frac{12xyz}{7a^2b^2c^2} \\ &= \frac{21a^4b^4b^4 \times 12xyz}{4x^3y^3z^3 \times 7a^2b^2c^2} \\ &= \frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2}$

(ঙ) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2-b^2}{a+b}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b} \\ &= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{a^2-b^2} \\ &= \frac{(a+b)(a+b)(a+b)}{(a-b)(a-b)(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$

(ঘ) $\frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y} \\ &= \frac{x}{y} \times \frac{y}{x+y} \\ &= \frac{x}{x+y} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{x}{x+y}$

(চ) $\frac{x^3-y^3}{x+y}, \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^3-y^3}{x+y} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2} \\ &= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{(x^2+xy+y^2)} \\ &= (x-y)(x-y) \\ &= (x-y)^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $(x-y)^2$

$$(ছ) \frac{a^3 + b^3}{a - b}, \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{a^3 + b^3}{a - b} \div \frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 - b^2} \\ &= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a - b)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{(a^2 - ab + b^2)} \\ &= \frac{(a + b)(a^2 - ab + b^2)}{(a - b)} \times \frac{(a - b)(a + b)}{(a^2 - ab + b^2)} \\ &= (a + b)(a + b) \\ &= (a + b)^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $(a + b)^2$

$$(ঝ) \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36}, \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - x - 30}{x^2 - 36} \div \frac{x^2 + 13x + 40}{x^2 + x - 56} \\ &= \frac{x^2 - 6x + 5x - 30}{x^2 - 6^2} \times \frac{x^2 + 8x - 7x - 56}{x^2 + 8x + 5x + 40} \\ &= \frac{(x - 6)(x + 5)}{(x - 6)(x + 6)} \times \frac{(x + 8)(x - 7)}{(x + 8)(x + 5)} \\ &= \frac{(x - 7)}{(x + 6)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x - 7)}{(x + 6)}$

$$(জ) \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}, \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 3x + 2} \\ &= \frac{x^2 - 3x - 4x + 12}{x^2 - 2^2} \times \frac{x^2 - 2x - x + 2}{x^2 - 4^2} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 4)}{(x - 2)(x + 2)} \times \frac{(x - 2)(x - 1)}{(x - 4)(x + 4)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)} \\ &= \frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x - 3)(x - 1)}{(x + 2)(x + 4)}$

৮। সরল কর :

$$(ক) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) \quad (খ) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$(গ) \left(1 - \frac{c}{a+b} \right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c} \right)$$

$$(ঘ) \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a} \right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} \right)$$

$$(ঙ) \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y} \right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2} \right)$$

$$(চ) \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1 \right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y} \right)$$

$$(ছ) \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} \right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right)$$

$$(জ) \left(\frac{a^2+b^2}{2ab} - 1 \right) \div \left(\frac{a^3-b^3}{a-b} - 3ab \right)$$

$$(ঝ) \frac{(x+y)^2 - 4xy}{(a+b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}$$

$$(ঞ) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1 \right)$$

$$(ক) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$$

সমাধান :

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \times \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right)$$

$$= \frac{y+x}{xy} \times \frac{y-x}{xy}$$

$$= \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2} \quad \text{নির্ণেয় সরলফল} \quad \frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2}$$

$$(খ) \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1+x} + \frac{2x}{1-x^2} \right) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) \\ &= \left\{ \frac{1-x+2x}{(1-x)(1+x)} \right\} \left(\frac{x-1}{x^2} \right) \\ &= \frac{(1+x)}{(1-x)(1+x)} \times \frac{(x-1)}{x^2} \\ &= \frac{-(1-x)}{(1-x)x^2} \\ &= -\frac{1}{x^2} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $-\frac{1}{x^2}$

$$(গ) \left(1 - \frac{c}{a+b} \right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{c}{a+b} \right) \left(\frac{a}{a+b+c} - \frac{a}{a+b-c} \right) \\ &= \left(\frac{a+b-c}{a+b} \right) \left\{ \frac{a(a+b-c) - a(a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)} \right\} \\ &= \frac{(a+b-c)}{a+b} \times \frac{a^2 + ab - ca - a^2 - ab - ca}{(a+b+c)(a+b-c)} \\ &= \frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$

$$(ঘ) \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a} \right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{1+a} + \frac{a}{1-a} \right) \left(\frac{1}{1+a^2} - \frac{1}{1+a+a^2} \right) \\ &= \frac{1(1-a) + a(1+a)}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1(1+a+a^2) - 1(1+a^2)}{(1+a^2)(1+a+a^2)} \\ &= \frac{1-a+a+a^2}{(1+a)(1-a)} \times \frac{1+a+a^2-1-a^2}{(1+a^2)(1+a+a^2)} \\ &= \frac{1+a^2}{(1+a)(1-a)} \times \frac{a}{(1+a^2)(1+a+a^2)} \\ &= \frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)}$

$$(ঙ) \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y} \right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x}{2x-y} + \frac{x}{2x+y} \right) \left(4 + \frac{3y^2}{x^2-y^2} \right) \\ &= \frac{x(2x+y) + x(2x-y)}{(2x-y)(2x+y)} \times \frac{4(x^2-y^2) + 3y^2}{x^2-y^2} \\ &= \frac{4x^2}{(4x^2-y^2)} \times \frac{(4x^2-y^2)}{(x^2-y^2)} \\ &= \frac{4x^2}{(x^2-y^2)} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{4x^2}{(x^2-y^2)}$

$$(চ) \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1 \right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2x+y}{x+y} - 1 \right) \div \left(1 - \frac{y}{x+y} \right) \\ &= \frac{2x+y-1(x+y)}{x+y} \div \frac{1(x+y)-y}{x+y} \\ &= \frac{2x+y-x-y}{(x+y)} \times \frac{(x+y)}{x+y-y} \\ &= \frac{x}{1} \times \frac{1}{x} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল 1

$$(ছ) \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} \right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b} \right) \div \left(\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} \right) \\ &= \frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a-b)(a+b)} \div \frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{a^2-ab+ab+b^2}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{a^2+ab-ab+b^2} \\ &= \frac{(a^2+b^2)}{(a-b)(a+b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2+b^2)} \\ &= \frac{(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল 1

$$(জ) \left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 \right) \div \left(\frac{a^3 - b^3}{a - b} - 3ab \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 \right) \div \left(\frac{a^3 - b^3}{a - b} - 3ab \right) \\ &= \left(\frac{a^2 + b^2 - 2ab}{2ab} \right) \div \left(\frac{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)}{a - b} \right) \\ &= \frac{(a - b)^2}{2ab} \times \frac{(a - b)}{(a - b)^3} \\ &= \frac{1}{2ab} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{2ab}$

$$(ঝ) \frac{(x + y)^2 - 4xy}{(a + b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{(x + y)^2 - 4xy}{(a + b)^2 - 4ab} \div \frac{x^3 - y^3 - 3xy(x - y)}{a^3 - b^3 - 3ab(a - b)} \\ &= \frac{(x - y)^2}{(a - b)^2} \div \frac{(x - y)^3}{(a - b)^3} \quad [\because (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \text{ সূত্র মতে }] \\ &= \frac{(x - y)^2}{(a - b)^2} \times \frac{(a - b)^3}{(x - y)^3} \\ &= \frac{a - b}{x - y} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a - b}{x - y}$

$$(এ৩) \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1 \right)$$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \right) \div \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a}{b} + 1 \right) \\ &= \left(\frac{a^2 + b^2 + ab}{ab} \right) \div \left(\frac{a^2 + ab + b^2}{b^2} \right) \\ &= \frac{(a^2 + b^2 + ab)}{ab} \times \frac{b^2}{(a^2 + ab + b^2)} \\ &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{b}{a}$

৯। সরল কর।

$$(ক) \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$(খ) \left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} \right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right)$$

$$(গ) \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$$

$$(ঘ) \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$$

$$(ক) \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

সমাধান :

$$\frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + x - 12} \div \frac{x^2 - 25}{x^2 - x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x^2 + 5x - 3x - 15}{x^2 + 4x - 3x - 12} \div \frac{x^2 - 5^2}{x^2 - 5x + 4x - 20} \times \frac{x - 2}{x^2 - 3x - 2x + 6} \\
&= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{(x-2)}{(x-3)(x-2)} \\
&= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{(x-2)}{(x-3)(x-2)} \\
&= \frac{1}{(x-3)}
\end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{(x-3)}$

(খ) $\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} \right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right)$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
&\left(\frac{x}{x-y} - \frac{x}{x+y} \right) \div \left(\frac{y}{x-y} - \frac{y}{x+y} \right) + \left(\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} \right) \div \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \\
&= \frac{x(x+y) - x(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{y(x+y) - y(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{(x+y)(x+y) + (x-y)(x-y)}{(x-y)(x-y)} \\
&= \frac{x^2 + xy - x^2 + xy}{(x-y)(x+y)} \div \frac{xy + y^2 - xy + y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2x^2 + 2y^2}{(x-y)(x+y)} \div \frac{4xy}{(x-y)(x-y)} \\
&= \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{2y^2} + \frac{2(x^2 + y^2)}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x-y)}{4xy} \\
&= \frac{x}{y} + \frac{x^2 + y^2}{2xy} \\
&= \frac{2x^2 + x^2 + y^2}{2xy} \\
&= \frac{3x^2 + y^2}{2xy}
\end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{3x^2 + y^2}{2xy}$

(গ) $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 2} \div \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} \\ &= \frac{x^2 + 3x - x - 3}{x^2 + 2x - x - 2} \div \frac{x^2 + 3x - 2x - 6}{x^2 - 2^2} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)} \\ &= 1 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল = 1

(ঘ) $\frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2}$

সমাধান :

$$\begin{aligned} & \frac{a^4 - b^4}{a^2 + b^2 - 2ab} \times \frac{(a+b)^2 - 4ab}{a^3 - b^3} \div \frac{a+b}{a^2 + ab + b^2} \\ &= \frac{(a-b)(a+b)(a^2 + b^2)}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a^2 + ab + b^2)} \times \frac{(a^2 + ab + b^2)}{(a+b)} \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

নির্ণেয় সরলফল $a^2 + b^2$

ষষ্ঠ অধ্যায় 6.1 সরল সহসমীকরণ

উদাহরণ ১। সমাধান কর : $x + y = 7$
 $x - y = 3$

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + y = 7 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 3 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x = y + 3 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$y + 3 + y = 7$$

$$\text{বা, } 2y = 7 - 3$$

$$\text{বা, } 2y = 4$$

$$\therefore y = 2$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 2$ বসিয়ে পাই,

$$x = 2 + 3$$

$$\therefore x = 5$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (5, 2)$

উদাহরণ ২। সমাধান কর :

$$x + 2y = 9$$

$$2x - y = 3$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + 2y = 9 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x - y = 3 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$y = 2x - 3 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (1) এ y - এর মান বসিয়ে পাই,

$$x + 2(2x - 3) = 9$$

$$\text{বা, } x + 4x - 6 = 9$$

$$\text{বা, } 5x = 9 + 6$$

$$\text{বা, } 5x = 15$$

$$\text{বা, } x = \frac{15}{5}$$

$$\therefore x = 3$$

এখন x - এর মান সমীকরণ (3) - এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 3 - 3$$

$$= 6 - 3$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 3)$

উদাহরণ ৩। সমাধান কর :

$$2y + 5z = 16$$

$$y - 2z = -1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$2y + 5z = 16 \dots\dots\dots (1)$$

$$y - 2z = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$y = 2z - 1 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (1) এ y - এর মান বসিয়ে পাই,

$$2(2z - 1) + 5z = 16$$

$$\text{বা, } 4z - 2 + 5z = 16$$

$$\text{বা, } 9z = 16 + 2$$

$$\text{বা, } 9z = 18$$

$$\text{বা, } z = \frac{18}{9}$$

$$\therefore z = 2$$

এখন z - এর মান সমীকরণ (3) - এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 2 - 1$$

$$\text{বা, } y = 4 - 1$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(y, z) = (3, 2)$

উদাহরণ ৪। সমাধান কর :

$$5x - 4y = 6$$

$$x + 2y = 4$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 4y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

$$x + 2y = 4 \dots\dots\dots (2)$$

এখানে, সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$5x - 4y = 6 \dots\dots\dots (3)$$

$$2x + 4y = 8 \dots\dots\dots (4)$$

(3) ও (4) সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$7x = 14$$

$$\text{বা, } x = \frac{14}{7}$$

$$\therefore x = 2$$

সমীকরণ (2) - এ x - এর মান বসিয়ে পাই,

$$2 + 2y = 4$$

$$\text{বা, } 2y = 4 - 2$$

$$\text{বা, } 2y = 2$$

$$\therefore y = 1$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

উদাহরণ ৫। সমাধান কর :

$$x + 4y = 14$$

$$7x - 3y = 4$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + 4y = 14 \dots\dots\dots (1)$$

$$7x - 3y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 4 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$3x + 12y = 42 \dots\dots\dots (3)$$

$$28x - 12y = 20 \dots\dots\dots (4)$$

$$31x = 62 \quad (\text{যোগ করে})$$

$$\text{বা, } x = \frac{62}{31}$$

$$\therefore x = 2$$

এখন x এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$2 + 4y = 14$$

$$\text{বা, } 4y = 14 - 2$$

$$\text{বা, } 4y = 12$$

$$\text{বা, } 4y = \frac{12}{4}$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

উদাহরণ ৬। সমাধান কর :

$$5x - 3y = 9$$

$$3x - 5y = -1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$5x - 3y = 9 \dots\dots\dots (1)$$

$$3x - 5y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 5 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$25x - 15y = 45 \dots\dots\dots (3)$$

$$9x - 15y = -3 \dots\dots\dots (4)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (+) \\ \hline \end{array}$$

$$16x = 48 \quad \text{(বিয়োগ করে)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{48}{16}$$

$$\therefore x = 3$$

সমীকরণ (1) - এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$5 \times 3 - 3y = 9$$

$$\text{বা, } 15 - 3y = 9$$

$$\text{বা, } -3y = 9 - 15$$

$$\text{বা, } -3y = -6$$

$$\text{বা, } y = \frac{-6}{-3}$$

$$\therefore y = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$

অনুশীলনী ৬.১

(ক) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর(১-১২) :

$$\begin{array}{l} ১। \quad x + y = 4 \\ \quad x - y = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ২। \quad 2x + y = 5 \\ \quad x - y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ৩। \quad 3x + 2y = 10 \\ \quad x - y = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ৪। \quad \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ৫। \quad 3x - 2y = 0 \\ \quad 17x - 7y = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ৬। \quad x - y = 2a \\ \quad ax + by = a^2 + b^2 \end{array}$$

$$৭। \begin{aligned} ax + by &= ab \\ bx + ay &= ab \end{aligned}$$

$$৮। \begin{aligned} ax - by &= ab \\ bx - ay &= ab \end{aligned}$$

$$৯। \begin{aligned} ax - by &= a - b \\ bx + ay &= a + b \end{aligned}$$

$$১০। \begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{5}{6} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

$$১১। \begin{aligned} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} &= \frac{2}{a} + \frac{1}{b} \\ \frac{x}{a} - \frac{y}{b} &= \frac{2}{a} - \frac{1}{b} \end{aligned}$$

$$১২। \begin{aligned} \frac{a}{x} + \frac{b}{y} &= \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \\ x - y &= -1 \end{aligned}$$

$$১। \begin{aligned} x + y &= 4 \\ x - y &= 2 \end{aligned}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + y = 4 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$x = y + 2 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$y + 2 + y = 4$$

$$\text{বা, } 2y = 4 - 2$$

$$\text{বা, } 2y = 2$$

$$\therefore y = 1$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = 1 + 2$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 1)$

$$৩। \begin{aligned} 3x + 2y &= 10 \\ x - y &= 0 \end{aligned}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$3x + 2y = 10 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$x = y \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$২। \begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ x - y &= 1 \end{aligned}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$2x + y = 5 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$x = y + 1 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$2(y + 1) + y = 5$$

$$\text{বা, } 2y + 2 + y = 5$$

$$\text{বা, } 3y = 5 - 2$$

$$\text{বা, } 3y = 3$$

$$\therefore y = 1$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = 1 + 1$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

$$৪। \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \dots\dots\dots (1)$$

$$3(y) + 2y = 10$$

$$\text{বা, } 3y + 2y = 10$$

$$\text{বা, } 5y = 10$$

$$\text{বা, } y = \frac{10}{5}$$

$$\therefore y = 2$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 2$ বসিয়ে পাই,

$$x = 2$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 2)$

৫। $3x - 2y = 0$

$$17x - 7y = 13$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$3x - 2y = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$17x - 7y = 13 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$3x = 2y$$

$$\text{বা, } x = \frac{2y}{3} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (2) বসিয়ে পাই,

$$17 \cdot \frac{2y}{3} - 7y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{34y}{3} - 7y = 13$$

$$\text{বা, } \frac{34y - 21y}{3} = 13$$

$$\text{বা, } \frac{13y}{3} = 13$$

$$\text{বা, } 13y = 39$$

$$\text{বা, } y = \frac{39}{13}$$

$$\therefore y = 3$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পাই,

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে $\frac{x}{a}$ এর মানটি সমীকরণ (1) -

এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{2y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{2y}{b} = \frac{2}{b}$$

$$\text{বা, } 2y = 2 \text{ [উভয় পক্ষে } b \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore y = 1$$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{a} = \frac{1}{a}$$

$$\therefore x = 1 \text{ [উভয় পক্ষে } a \text{ দ্বারা গুণ করে]}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

৬। $x - y = 2a$

$$ax + by = a^2 + b^2$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x - y = 2a \dots\dots\dots (1)$$

$$ax + by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x = 2a + y \dots\dots\dots (3)$$

$$x = \frac{2 \times 3}{3}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

৭। $ax + by = ab$
 $bx + ay = ab$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$ax + by = ab \dots\dots\dots (1)$$

$$bx + ay = ab \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$ax + by = bx + ay$$

$$\text{বা, } ax - bx = ay - by$$

$$\text{বা, } x(a - b) = y(a - b)$$

$$\text{বা, } x = \frac{y(a - b)}{(a - b)}$$

$$\therefore x = y \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$$ay + by = ab$$

$$\text{বা, } y(a + b) = ab$$

$$\therefore y = \frac{ab}{a + b}$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = \frac{ab}{a + b}$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{ab}{a + b}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{ab}{a + b} \right)$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (2) বসিয়ে পাই,

$$(2a + y)a + by = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } 2a^2 + ay + by = a^2 + b^2$$

$$\text{বা, } y(a + b) = a^2 + b^2 - 2a^2$$

$$\text{বা, } y(a + b) = b^2 - a^2$$

$$\text{বা, } y = \frac{(b + a)(b - a)}{(a + b)}$$

$$\text{বা, } y = \frac{(a + b)(b - a)}{(a + b)}$$

$$\therefore y = b - a$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = b - a$ বসিয়ে পাই,

$$x = b - a + 2a$$

$$\therefore x = a + b$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (a + b, a - b)$

৮। $ax - by = ab$
 $bx - ay = ab$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$ax - by = ab \dots\dots\dots (1)$$

$$bx - ay = ab \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$ax - by = bx - ay$$

$$\text{বা, } ax - bx = by - ay$$

$$\text{বা, } x(a - b) = y(b - a)$$

$$\text{বা, } x = \frac{-y(a - b)}{(a - b)}$$

$$\therefore x = -y \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) হতে x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$$a(-y) - by = ab$$

$$\text{বা, } -ay - by = ab$$

$$\text{৯। } ax - by = a - b$$

$$ax + by = a + b$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$ax - by = a - b \dots\dots\dots (1)$$

$$ax + by = a + b \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$ax = a - b + by$$

$$\therefore x = \frac{a - b + by}{a} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (2) এ x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$$a \cdot \frac{a - b + by}{a} + by = a + b$$

$$\text{বা, } a - b + by + by = a + b$$

$$\text{বা, } 2by = a + b - a + b$$

$$\text{বা, } 2by = 2b$$

$$\text{বা, } y = \frac{2b}{2b}$$

$$\therefore y = 1$$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{a - b + b}{a}$$

$$\text{বা, } x = \frac{a}{a}$$

$$\therefore x = 1$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (1, 1)$

$$\text{বা, } -y(a + b) = ab$$

$$\therefore y = -\frac{ab}{a + b}$$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = -\frac{ab}{a + b}$ বসিয়ে পাই,

$$x = -\left(-\frac{ab}{a + b}\right)$$

$$\therefore x = \frac{ab}{a + b}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = \left(\frac{ab}{a + b}, \frac{-ab}{a + b}\right)$

$$\text{১১। } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{a} - \frac{1}{a}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{a} - \frac{1}{a} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{xb + ay}{ab} = \frac{2b + a}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{xb + ay}{ab} = \frac{2b + a}{ab}$$

$$\text{বা, } xb + ay = 2b + a$$

$$\text{বা } xb = 2b + a - ay$$

$$\text{১০। } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{y} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (3) এর $\frac{1}{x}$ এর মান সমীকরণ (1) এ

বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1+1}{y} = \frac{5-1}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = \frac{4}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = \frac{4}{6}$$

$$\text{বা, } 4y = 12$$

$$\text{বা, } y = \frac{12}{4}$$

$$\therefore y = 3$$

$$\therefore x = \frac{2b + a - ay}{b} \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (2) এর x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{2b + a - ay}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{2b + a - ay}{b} \times \frac{1}{b} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a} + \frac{y}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{2b + a - ay}{b^2} = \frac{2a - b + by}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{2b + a - ay}{b} = \frac{2a - b + by}{a}$$

$$\text{বা, } 2ab + a^2 - a^2y = 2ab - b^2 + b^2y$$

$$\text{বা, } a^2 - a^2y = 2ab - b^2 + b^2y - 2ab$$

$$\text{বা, } -a^2y - b^2y = -b^2 - a^2$$

$$\text{বা, } -y(a^2 + b^2) = -(a^2 + b^2)$$

$$\therefore y = 1$$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{2b + a - a(1)}{b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2b + a - a}{b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2b}{b}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

$$\text{১২। } \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$x - y = -1$$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1+2}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{3}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x = y - 1 \dots\dots\dots (3)$$

সমীকরণ (1) এর x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a}{y-1} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{ay + by - b}{y(y-1)} = \frac{3a + 2b}{6}$$

$$\text{বা, } 3ay^2 + 2by^2 - 3ay - 2by = 6ay + 6by - 6b$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (9a + 8b)y + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (9a + 8b)y + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (3a + 2b)3y - 2by + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)(y^2 - 3y) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y(y - 3) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 3)\{(3a + 2b)y - 2b\} = 0$$

এখানে,

$$\begin{array}{l|l} y - 3 = 0 & \text{অথবা, } (3a + 2b)y - 2b = 0 \\ \therefore y = 3 & \text{বা, } (3a + 2b)y = 2b \\ & \therefore y = \frac{2b}{3a + 2b} \end{array}$$

y এর মান (3) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$\begin{array}{l|l} x = 3 - 1 & \text{যখন } y = 3 \\ = 2 & \end{array}$$

অথবা,

$$\begin{array}{l|l} x = \frac{2b}{3a + 2b} - 1 & \text{যখন } y = \frac{2b}{3a + 2b} \end{array}$$

$$= \frac{2b - 3a - 2b}{3a + 2b}$$

$$= \frac{-3a}{3a + 2b}$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3) \left(\frac{-3a}{3a+2b}, \frac{2a}{3a+2b} \right)$

(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১৩-২৬) :

১৩। $x - y = 4$
 $x + y = 6$

১৪। $2x + 3y = 7$
 $6x - 7y = 5$

১৫। $4x + 3y = 15$
 $5x + 4y = 19$

১৬। $3x - 2y = 5$
 $2x + 3y = 12$

১৭। $4x - 3y = -1$
 $3x - 2y = 0$

১৮। $3x - 5y = -9$
 $5x - 3y = 1$

১৯। $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$
 $\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$

২০। $x + ay = b$

২১। $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$
 $x - \frac{y}{3} = 3$

২২। $\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$
 $\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$

২৩। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$
 $\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

২৪। $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$
 $x - y = -1$

২৫। $\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2$
 $\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1$

২৬। $x + y = a - b$

$ax - by = a^2 + b^2$

$$১৩। x - y = 4$$

$$x + y = 6$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x - y = 4 \dots\dots\dots (1)$$

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (2)$$

$$2x = 10 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{10}{2}$$

$$\therefore x = 5$$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$5 + y = 6$$

$$\text{বা, } y = 6 - 5$$

$$\therefore y = 1$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (5, 1)$

$$১৫। 4x + 3y = 15$$

$$5x + 4y = 19$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$4x + 3y = 15 \dots\dots\dots (1)$$

$$5x + 4y = 19 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 4 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3

দ্বারা গুণ করে পাই,

$$16x + 12y = 60 \dots\dots\dots (1)$$

$$15x + 12y = 57 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$x = 3 \text{ (- করে)}$$

$$\therefore x = 3$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$4(3) + 3y = 15$$

$$\text{বা, } 12 + 3y = 15$$

$$\text{বা, } 3y = 15 - 12$$

$$১৮। 2x + 3y = 7$$

$$6x - 7y = 5$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$2x + 3y = 7 \dots\dots\dots (1)$$

$$6x - 7y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1

দ্বারা গুণ করে পাই,

$$6x + 9y = 21 \dots\dots\dots (1)$$

$$6x - 7y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$16y = 16 \text{ (- করে)}$$

$$\text{বা, } y = \frac{16}{16}$$

$$\therefore y = 1$$

y এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$2x + 3(1) = 7$$

$$\text{বা, } 2x + 3 = 7$$

$$\text{বা, } 2x = 7 - 3$$

$$\text{বা, } x = \frac{4}{2}$$

$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 1)$

$$১৬। 3x - 2y = 5$$

$$2x + 3y = 12$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$3x - 2y = 5 \dots\dots\dots (1)$$

$$2x + 3y = 12 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2

দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\text{বা, } 3y = 3$$

$$\therefore y = 1$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 1)$

$$১৭। 4x - 3y = -1$$

$$3x - 2y = 0$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$4x - 3y = -1 \dots\dots\dots (1)$$

$$3x - 2y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 2 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$8x - 6y = -2 \dots\dots\dots (1)$$

$$9x - 6y = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$-x = -2 \quad (- \text{ করে })$$

$$\therefore x = 2$$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$3(2) - 2y = 0$$

$$\text{বা, } 6 - 2y = 0$$

$$\text{বা, } -2y = -6$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (2, 3)$

$$১৯। \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$$

$$\text{বা, } \frac{x+y}{2} = 3$$

$$9x - 6y = 15 \dots\dots\dots (1)$$

$$4x + 6y = 24 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$13x = 39 \quad (+ \text{ করে })$$

$$\text{বা, } x = \frac{39}{13}$$

$$\therefore x = 3$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$(3)2 + 3y = 12$$

$$\text{বা, } 6 + 3y = 12$$

$$\text{বা, } 3y = 12 - 6$$

$$\text{বা, } 3y = 6$$

$$\therefore y = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 2)$

$$১৮। 3x - 5y = -9$$

$$5x - 3y = 1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$3x - 5y = -9 \dots\dots\dots (1)$$

$$5x - 3y = 1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 5 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$9x - 15y = -27 \dots\dots\dots (1)$$

$$25x - 15y = 5 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$-16x = -32 \quad (- \text{ করে })$$

$$\therefore x = 2$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$3(2) - 5y = -9$$

$$\text{বা, } 6 - 5y = -9$$

$$\text{বা, } -5y = -9 - 6$$

$$\text{বা, } -5y = -15$$

$$\therefore y = 3 \quad \text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, 3)$$

$$\text{বা, } x + y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$$

$$\text{বা, } \frac{x - y}{2} = 1$$

$$\text{বা, } x - y = 2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) নিচে নিচে লিখে পাই,

$$x + y = 6 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 2 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$2x = 8 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } x = \frac{8}{2}$$

$$\therefore x = 4$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$4 + y = 6$$

$$\text{বা, } y = 6 - 4$$

$$\therefore y = 2$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 2)$

$$২১। \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$$

$$x - \frac{y}{3} = 3$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - \frac{y}{3} = 3 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} \hline x + \frac{x}{2} = 6 \text{ (+ করে)} \end{array}$$

$$২০। x + ay = b$$

$$ax - by = c$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + ay = b \dots\dots\dots (1)$$

$$ax - by = c \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে a দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$ax + a^2 y = ab \dots\dots\dots (1)$$

$$ax - by = c \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (+) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$a^2 y + by = ab - c \text{ (- করে)}$$

$$\text{বা, } (a^2 + b)y = ab - c$$

$$\therefore y = \frac{ab - c}{a^2 + b}$$

y এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$ax - by = c$$

$$\text{বা, } ax = c + by$$

$$\text{বা, } ax = c + b \cdot \frac{ab - c}{a^2 + b}$$

$$\text{বা, } ax = c + \frac{ab^2 - bc}{a^2 + b}$$

$$\text{বা, } ax = \frac{c(a^2 + b) + ab^2 - bc}{a^2 + b}$$

$$\text{বা, } ax = \frac{ca^2 + bc + ab^2 - bc}{a^2 + b}$$

$$\text{বা, } ax = \frac{ca^2 + ab^2}{a^2 + b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{a(ca + b^2)}{a(a^2 + b)}$$

$$\therefore x = \frac{ca + b^2}{a^2 + b}$$

$$\text{বা, } \frac{2x+x}{2} = 6$$

$$\text{বা, } 2x+x=12$$

$$\text{বা, } 3x=12$$

$$\text{বা, } x = \frac{12}{3}$$

$$\therefore x=4$$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$4 - \frac{y}{3} = 3$$

$$\text{বা, } -\frac{y}{3} = 3 - 4$$

$$\text{বা, } -\frac{y}{3} = -1$$

$$\text{বা, } -y = -3$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (4, 3)$

$$২৩। \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং (2) নং কে a দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = \left(\frac{ca+b^2}{a^2+b}, \frac{ab-c}{a^2+b} \right)$$

$$২২। \frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং (2) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$x + \frac{6}{y} = 3 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{6}{y} = 6 \dots\dots\dots (4)$$

$$x + \frac{x}{2} = 9 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } \frac{2x+x}{2} = 9$$

$$\text{বা, } 2x+x=18$$

$$\text{বা, } 3x=18$$

$$\text{বা, } x = \frac{18}{3}$$

$$\therefore x = 6$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{6}{3} + \frac{2}{y} = 1$$

$$\frac{bx}{a} + y = \frac{2b}{a} + 1 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{ax}{b} - y = \frac{2a}{b} - 1 \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{bx}{a} + \frac{bx}{b} = \frac{2b}{a} + \frac{2a}{b} \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } \frac{b^2x + a^2x}{ab} = \frac{2b^2 + 2a^2}{ab}$$

$$\text{বা, } x(b^2 + a^2) = 2(b^2 + a^2)$$

$$\text{বা, } x = 2 \frac{(b^2 + a^2)}{(b^2 + a^2)}$$

$$\therefore x = 2$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{2}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{a}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{b} = \frac{a}{ab}$$

$$\text{বা, } \frac{y}{b} = \frac{1}{b}$$

$$\therefore y = 1$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 1 - \frac{6}{3}$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 1 - 2$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = -1$$

$$\therefore y = -2$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4, 3)

$$28. \frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$x - y = -1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = -1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (2) নং হতে,

$$x = y - 1$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{1}{y-1} \text{ [উভয় পক্ষের বিপরীত রাশি নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{x} = \frac{a}{y-1} \text{ [উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]}$$

$$\therefore \frac{a}{x} = \frac{a}{y-1} \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (3) বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} - \frac{a}{x} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3} - \frac{a}{y-1}$$

$$\text{বা, } \frac{a}{y-1} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$$

$$২৫। \frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2$$

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং (2) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{x}{2} - \frac{2}{y} = 2 \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{2} = 4 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+3x}{6} = 4$$

$$\text{বা, } 4x = 24$$

$$\text{বা, } x = \frac{24}{4}$$

$$\therefore x = 6$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{6}{6} + \frac{2}{y} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 2 - 1$$

$$\text{বা, } \frac{2}{y} = 1$$

$$\therefore y = 2 \text{ নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (6, 2)$$

$$\text{বা, } \frac{ay + by - b}{y(y-1)} = \frac{3a + 2b}{6}$$

$$\text{বা, } \frac{ay + by - b}{(y^2 - y)} = \frac{3a + 2b}{6}$$

$$3ay^2 + 2by^2 - 3ay - 2by =$$

$$\text{বা, } 6ay + 6by - 6b$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (9a + 6b)y + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y^2 - (3a + 2b)3y - 2by + 6b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)(y^2 - 3y) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y(y - 3) - 2b(y - 3) = 0$$

$$\text{বা, } (y - 3)\{(3a + 2b)y - 2b\} = 0$$

$$\text{বা, } y - 3 = 0 \text{ অথবা } (3a + 2b)y - 2b = 0$$

$$\therefore y = 3$$

$$(3a + 2b)y - 2b = 0$$

$$\text{বা, } (3a + 2b)y = 2b$$

$$\therefore y = \frac{2b}{3a + 2b}$$

এর মান (3) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x = 3 - 1$$

$$\text{যখন } y = 3$$

$$\therefore x = 2$$

আবার,

$$x = \frac{2b}{3a + 2b} - 1$$

যখন

$$y = \frac{2b}{3a + 2b}$$

$$\text{বা, } x = \frac{2b - 3a - 2b}{3a + 2b}$$

$$x = \frac{-3a}{3a + 2b}$$

$$\text{নির্ণেয় সমাধান } (x, y) = (2, 3), \left(\frac{-3a}{3a+2b}, \frac{2b}{3a+2b} \right)$$

২৬। $x + y = a - b$

$$ax - by = a^2 + b^2$$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$x + y = a - b \dots\dots\dots (1)$$

$$ax - by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং (2) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$bx + by = ab - b^2 \dots\dots\dots (3)$$

$$ax - by = a^2 + b^2 \dots\dots\dots (4)$$

$$bx + ax = ab + a^2 \text{ (+ করে)}$$

$$\text{বা, } x(b + a) = a(b + a)$$

$$\therefore x = a$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$a + y = a - b$$

$$\text{বা, } y = a - a - b$$

$$\therefore y = -b$$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (a, -b)$

ষষ্ঠ অধ্যায় 6.2 বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান

উদাহরণ ১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

মনেকরি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y

প্রথম শর্তানুসারে, $x + y = 60$(1)

প্রথম শর্তানুসারে, $x - y = 20$(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x = 80$$

$$\text{বা, } x = \frac{80}{2}$$

$$\therefore x = 40$$

আবার,

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই

$$2y = 40$$

$$\text{বা, } y = \frac{40}{2}$$

$$\therefore y = 20$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 40 ও 20।

উদাহরণ ২। ফাইয়াজা ও আয়াজের কতগুলো আপেল কুল ছিল। ফাইয়াজের আপেল কুল থেকে আয়াজকে 10টি আপেল কুল দিলে আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যার তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেল কুল থেকে ফাইয়াজকে 20টি দিলে ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যা দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেল কুল ছিল?

সমাধান :

মনেকরি, ফাইয়াজের আপেল কুল সংখ্যা x টি

এবং আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা y টি

প্রথম শর্তানুসারে,

$$y + 10 = 3(x - 10)$$

$$\text{বা, } y + 10 = 3x - 30$$

$$\text{বা, } 3x - y = 30 + 10$$

$$\text{বা, } 3x - y = 40 \text{(1)}$$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$x + 20 = 2(y - 20)$$

$$\text{বা, } x + 20 = 2y - 40$$

$$\text{বা, } x - 2y = -40 - 20$$

$$\text{বা, } x - 2y = -60 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) কে (2) দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$$5x = 140$$

$$\text{বা, } x = \frac{140}{5}$$

$$\therefore x = 28$$

x - এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$3 \times 28 - y = 40$$

$$\text{বা, } -y = 40 - 84$$

$$\text{বা, } -y = -44$$

$$\therefore y = 44$$

সুতরাং, ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 28 টি আর আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 44 টি

উদাহরণ ৩। 10 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 4 : 1। 10 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2 : 1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স y বছর

প্রথম শর্তানুসারে,

$$(x - 10) : (y - 10) = 4 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x - 10}{y - 10} = \frac{4}{1}$$

$$\text{বা, } x - 10 = 4y - 40$$

$$\text{বা, } x - 4y = -40 + 10$$

$$\therefore x - 4y = -30 \dots\dots\dots(1)$$

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$$(x + 10) : (y + 10) = 2 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x + 10}{y + 10} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } x + 10 = 2y + 20$$

$$\text{বা, } x - 2y = 20 - 10$$

$$\therefore x - 2y = 10 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1)ও (2) হতে পাই,

$$x - 4y = -30$$

$$x - 2y = 10$$

$$-2y = -40$$

[বিয়োগ করে পাই]

$$\text{বা, } y = \frac{-40}{-20}$$

$$\therefore y = 20$$

y এর মান সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 20 = 10$$

$$\text{বা, } x - 40 = 10$$

$$\text{বা, } x = 10 + 40$$

$$\therefore x = 50$$

সুতারাং, পিতার বর্তমান বয়স 50 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 20 বছর।

উদাহরণ ৪। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x
এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$$\therefore \text{সংখ্যাটি} = x + 10y$$

$$1\text{ম শর্তানুসারে, } x + y + 7 = 3y$$

$$\text{বা, } x + y - 3y = -7$$

$$\text{বা, } x - 2y = -7 \dots\dots\dots(1)$$

$$2\text{য় শর্তানুসারে, } x + 10y - 18 = y + 10x$$

$$\bullet \text{বা, } x + 10y - y - 10x = 18$$

$$\text{বা, } 9y - 9x = 18$$

$$\text{বা, } 9(y - x) = 18$$

$$\text{বা, } y - x = \frac{18}{9}$$

$$\therefore y - x = 2 \dots\dots\dots(2)$$

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$-y = -5$$

$$\therefore y = 5$$

y এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 5 = -7$$

$$\text{বা, } x = -7 + 10$$

$$\therefore x = 3$$

$$\text{নির্ণেয় সংখ্যাটি} = 3 + 10 \times 5$$

$$= 3 + 50$$

$$= 53$$

উদাহরণ ৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$.

$$\text{১ম শর্তানুসারে, } \frac{x+7}{y} = 2$$

$$\text{বা, } x+7 = 2y$$

$$\text{বা, } x-2y = -7 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{২য় শর্তানুসারে, } \frac{x}{y-2} = 1$$

$$\text{বা, } x = y-2$$

$$\text{বা, } x-y = -2 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x-2y = -7$$

$$x-y = -2$$

$$-y = -5$$

[বিয়োগ করে]

$$\therefore y = 5$$

আবার, $y = 5$ সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$x-5 = -2$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{5}$

অনুশীলনী ৬.২

১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

$$১ম শর্তানুসারে, $x + y = 100$ (1)$$

$$২য় শর্তানুসারে, $x - y = 20$ (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x = 120$$

$$\text{বা, } x = \frac{120}{2}$$

$$\therefore x = 60$$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$60 + y = 100$$

$$\text{বা, } y = 100 - 60$$

$$\therefore y = 40$$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 60 ও 40.

২। দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরটির তিনগুণ হলে, সংখ্যাটি দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, একটি সংখ্যা x

অপর সংখ্যাটি $3x$

প্রশ্নমতে,

$$x + 3x = 160$$

$$\text{বা, } 4x = 160$$

$$\text{বা, } x = \frac{160}{4}$$

$$\therefore x = 40$$

\therefore একটি সংখ্যা 40 এবং অপর সংখ্যাটি $40 \times 3 = 120$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 120, 40.

৩। দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম সংখ্যা x

দ্বিতীয় সংখ্যা y

১ম শর্তানুসারে, $3x + 2y = 59$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $2x - y = 9$ (2)

(2) সমীকরণ থেকে পক্ষান্তর করে পাই,

$$-y = 9 - 2x$$

বা, $y = 2x - 9$ (3)

সমীকরণ (1) এ y মান বসিয়ে পাই,

$$3x + 2(2x - 9) = 59$$

বা, $3x + 4x - 18 = 59$

বা, $7x = 59 + 18$

বা, $7x = 77$

বা, $x = \frac{77}{7}$

$\therefore x = 11$

x এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 2 \times 11 - 9$$

বা, $y = 22 - 9$

$\therefore y = 13$

নির্ণেয় প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে 11 ও 13.

৪। 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা- পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে, 2 : 1। পিতা এবং পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

বর্তমানে পিতার বয়স x বছর

এবং পুত্রের বয়স y বছর

১ম শর্তানুসারে, $(x - 5) : (y - 5) = 3 : 1$

বা, $\frac{x - 5}{y - 5} = \frac{3}{1}$

বা, $x - 5 = 3y - 15$

বা, $x - 3y = 5 - 15$

$$\text{বা, } x - 3y = -10 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{২য় শর্তানুসারে, } (x + 15) : (y + 15) = 2 : 1$$

$$\text{বা, } \frac{x + 15}{y + 15} = \frac{2}{1}$$

$$\text{বা, } x + 15 = 2y + 30$$

$$\text{বা, } x - 2y = 30 - 15$$

$$\text{বা, } x - 2y = 15 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) ও সমীকরণ (2) হতে পাই

$$x - 3y = -10$$

$$x - 2y = 15$$

$$-y = -25 \quad [\text{বিয়োগ করে}]$$

$$\therefore y = 25$$

y এর এই মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 25 = 15$$

$$\text{বা, } x - 50 = 15$$

$$\text{বা, } x = 15 + 50$$

$$\therefore x = 65$$

সুতরাং বর্তমানে পিতার বয়স 65 বছর এবং পুত্রের বয়স 25 বছর।

৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগ করলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\text{মনে করি, ভগ্নাংশটি } \frac{x}{y}, y \neq 0$$

$$\text{১ম শর্তানুসারে, } \frac{x + 5}{y} = 2$$

$$\text{বা, } x + 5 = 2y$$

$$\text{বা, } x - 2y = -5 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{২য় শর্তানুসারে, } \frac{x}{y - 1} = 1$$

$$\text{বা, } x = y - 1$$

$$\text{বা, } x - y = -1 \dots\dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x - 2y = -5$$

$$x - y = -1$$

$$-y = -4 \quad [\text{বিয়োগ করে}]$$

$$\therefore y = 4$$

y এর মান (1) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x - 2 \times 4 = -5$$

$$\text{বা, } x = 8 - 5$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$.

৬। কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব এবং হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}; x < y$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 14$(1)

২য় শর্তানুসারে, $y - x = 8$ (2)

$$2y = 22 \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } 2y = 22$$

$$\text{বা, } y = \frac{22}{2}$$

$$\therefore y = 11$$

y এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$$x + 11 = 14$$

$$\text{বা, } x = 14 - 11$$

$$\therefore x = 3$$

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি } \frac{3}{11}$$

নির্ণেয় প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$.

৭। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x

এবং দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

\therefore সংখ্যাটি $10y + x$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 10$(1)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 4$ (2)

$$2x = 14 \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{14}{2}$$

$$\therefore x = 7$$

x এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$$7 + y = 10$$

$$\text{বা, } y = 10 - 7$$

$$\therefore y = 3$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 7$

$$= 37$$

৮। একটি আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 25 মিটার বেশি। আয়তাকার ক্ষেত্রটির পরিসীমা 150 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, আয়তাকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ x মিটার

তাহলে, " " দৈর্ঘ্য $(x + 25)$ মিটার

আমরা জানি, আয়তাকার ক্ষেত্রের পরিসীমা $= 2(\text{দৈর্ঘ্য} + \text{প্রস্থ})$

$$\text{শর্তমতে, } 2(x + x + 25) = 150$$

$$\text{বা, } 2(2x + 25) = 150$$

$$\text{বা, } 2x + 25 = \frac{150}{2}$$

$$\text{বা, } 2x + 25 = 75$$

$$\text{বা, } 2x = 75 - 25$$

$$\text{বা, } 2x = 50$$

$$\text{বা, } x = \frac{50}{2}$$

$$\therefore x = 25$$

প্রস্থ 25 মিটার এবং দৈর্ঘ্য $(25+25)$ মিটার বা 50 মিটার। নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার

৯। একজন বালক দোকান থেকে 15টি খাতা ও 10টি পেন্সিল 300 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে 10টি খাতা ও 15 টি পেন্সিল 250 টাকায় ক্রয়কলো। খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা

এবং " পেন্সিলের " y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $15x + 10y = 300$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $10x + 15y = 250$ (2)

(1) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (2) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$$45x + 30y = 900$$
(3)

$$20x + 30y = 500$$
(4)

$$25x = 400$$
 [বিয়োগ করে]

$$\text{বা, } x = \frac{400}{25}$$

$$\therefore x = 16$$

x এর মান সমীকরণ (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$15 \times 16 + 10y = 300$$

$$\text{বা, } 10y = 300 - 240$$

$$\text{বা, } y = \frac{60}{10}$$

$$\therefore y = 6$$

নির্ণেয় খাতার মূল্য 16 টাকা এবং পেন্সিলের মূল্য 6 টাকা।

১০। একজন লোকের নিকট 5000 টাকা আছে। তিনি উক্ত টাকা দুই জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন যেন, প্রথম জনের টাকা দ্বিতীয় জনের 4 গুণ হয়। আবার প্রথম জন থেকে 1500 টাকা দ্বিতীয় জনকে দিলে উভয়ের টাকার পরিমাণ সমান হয়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম জন পায় x টাকা

এবং দ্বিতীয় জন পায় y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 5000$ (1)

২য় শর্তানুসারে, $x - 1500 = y + 1500$

$$\text{বা, } x - y = 3000$$
(2)

(1) ও (2) নং সমীকরণকে যোগ করে করে পাই,

$$x + y = 5000$$

$$x - y = 3000$$

$$2x = 8000 \quad [\text{যোগ করে}]$$

$$\text{বা, } x = \frac{8000}{2}$$

$$\therefore x = 4000$$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$$4000 + y = 5000$$

$$\text{বা, } y = 5000 - 4000$$

$$\therefore y = 1000$$

সুতরাং প্রথম জন পাবে 4000 টাকা এবং দ্বিতীয় জন পাবে 1000 টাকা।

১১। লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

ক. $x + y = 6$

$$x - y = 2$$

গ. $3x + 2y = 21$

$$2x - 3y = 1$$

ঙ. $x - y = 0$

$$x + 2y = -15$$

খ. $x + 4y = 11$

$$4x - y = 10$$

ঘ. $x + 2y = 1$

$$x - y = 7$$

চ. $4x - 3y = 11$

$$3x - 4y = -2$$

12. $2x - y = 5$ এবং $4x - 2y = 7$ সরল সমীকরণ।

(ক) লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও

(খ) লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) নির্ণয়ে সমাধান- এর ব্যাখ্যা দাও।

www.bcsourgoal.com.bd

কাজ :

১। $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২। $B = \{x : x, 24 - \text{এর গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

১। $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

A সেটের উপাদানসমূহ 3, 6, 9, 12, 15, 18।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 3 - এর গুণিতক এবং 20 - এর বড় নয়।

$\therefore P = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা, } 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 20\}$

২। $B = \{x : x, 24 - \text{এর গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

B সেটটি 24 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট।

এখানে, $24 = 1 \times 24$

$$= 2 \times 12$$

$$= 3 \times 8$$

$$= 4 \times 6$$

$\therefore 24 - \text{এর গুণনীয়কসমূহ } 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.$

সুতরাং, নির্ণেয় সেট $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

উদাহরণ ৪ : $A = \{1, 2, 3\}$ - এর উপসেট সমূহ লেখ।

সমাধান :

A সেটের উপসেট সমূহ নিম্নরূপ :

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \emptyset$

উদাহরণ ৫ : $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$ হলে, সার্বিক সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$

এখানে, B সেটের উপাদান 1, 3, 5 এবং C সেটের উপাদান 3, 4, 5, 6 যা A সেটে বিদ্যমান।

$\therefore B$ এবং C সেটের সাপেক্ষে সার্বিক সেট A .

উদাহরণ ৬ : $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$, এবং $A = \{ 2, 4, 6 \}$, হলে A^c নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

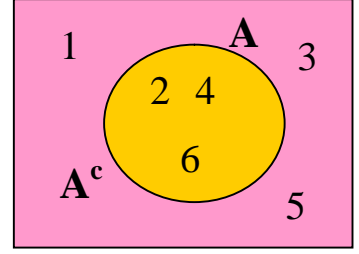
এবং $A = \{ 2, 4, 6 \}$

$A^c = A$ - এর পূরক সেট

$= A$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট।

$= \{ 1, 3, 5 \}$

নির্ণেয় সেট $A^c = \{ 1, 3, 5 \}$



U

কাজ :

$A = \{ a, b, c \}$ হলে, A - এর উপসেটসমূহ নির্ণয় কর এবং যেকোনোতিনটি উপসেট লিখে এদের পূরক সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে,

দেওয়া আছে, $A = \{ a, b, c \}$

A এর উপসেটগুলো নিম্নরূপ:

$\{ a \}, \{ b \}, \{ c \}, \{ a, b \}, \{ a, c \}, \{ b, c \}, \{ a, b, c \}, \emptyset$

A সেটের তিনটি উপসেট $A1 = \{ a \}, A2 = \{ a, b \}$ এবং $A3 = \{ b, c \}$

$\therefore A1^c = A1$ - এর পূরক সেট

$= A1$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{ b, c \}$

$\therefore A2^c = A2$ - এর পূরক সেট

$= A2$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{ c \}$

$\therefore A3^c = A3$ - এর পূরক সেট

$= A3$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{ a \}$

উদাহরণ ৭ : $C = \{ \text{রাজ্জাক, সাকিব, অলোক} \}$ এবং $D = \{ \text{অলোক, মুশফিক} \}$ হলে, $C \cup D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $C = \{ \text{রাজ্জাক, সাকিব, অলোক} \}$

এবং $D = \{ \text{অলোক, মুশফিক} \}$

$\therefore C \cup D = \{ \text{রাজ্জাক, সাকিব, অলোক, অলোক, মুশফিক} \}$

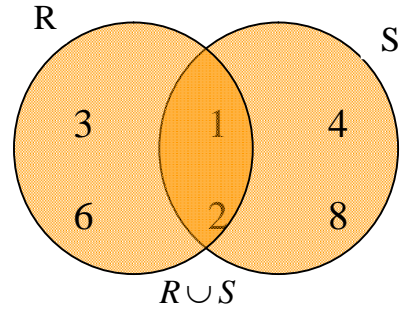
উদাহরণ ৮ : $R = \{x : x, 6\text{-এর গুণনীয়কসমূহ}\}$ এবং $S = \{x : x, 8\text{-এর গুণনীয়কসমূহ}\}$ হলে, $R \cup S$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $R = \{x : x, 6\text{-এর গুণনীয়কসমূহ}\}$
 $= \{1, 2, 3, 6\}$

এবং $S = \{x : x, 8\text{-এর গুণনীয়কসমূহ}\}$
 $= \{1, 2, 4, 8\}$

$\therefore R \cup S = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{1, 2, 4, 8\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$



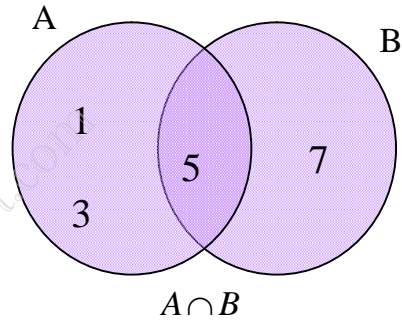
উদাহরণ ৯ : $A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{5, 7\}$ হলে, $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5\}$

এবং $B = \{5, 7\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{5, 7\}$
 $= \{5\}$



উদাহরণ ১০ : $P = \{x : x, 2\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 8\}$ এবং $Q = \{x : x, 4\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 12\}$ হলে, $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $P = \{x : x, 2\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 8\}$
 $= \{2, 4, 6, 8\}$

এবং $Q = \{x : x, 4\text{-এর গুণিতক এবং } x \leq 8\}$
 $= \{4, 8, 12\}$

$\therefore P \cap Q = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 8, 12\}$
 $= \{4, 8\}$

কাজ :

$U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 3\}$
 $U \cap A$, $C \cap A$ এবং $B \cup C$ সেটগুলোকে ভেনচিত্রে প্রদর্শন কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$U = \{1, 2, 3, 4\}$,

$$A = \{1, 2, 3\},$$

$$B = \{2, 3, 4\},$$

$$C = \{1, 3\}$$

$$\therefore U \cap A = \{1, 2, 3\}$$

$$\therefore C \cap A = \{1, 3\}$$

$$\therefore B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$$

উদাহরণ ১১ : $A = \{x : x, \text{বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 1 < x < 7\}$

এবং $B = \{x : x, 8 - \text{এর গুণনীয়কসমূহ}\}$ হলে, দেখাও যে, A ও B সেটদ্বয় পরস্পর নিষ্পদ সেট।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{x : x, \text{বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 1 < x < 7\}$
 $= \{3, 5\}$

এবং $B = \{x : x, 8 - \text{এর গুণনীয়কসমূহ}\}$
 $= \{1, 2, 4, 8\}$

$$\therefore A \cap B = \{3, 5\} \cap \{1, 2, 4, 8\}$$

$$= \emptyset$$

সুতরাং, A ও B সেটদ্বয় পরস্পর নিষ্পদ সেট।

উদাহরণ ১২ : $C = \{3, 4, 5\}$ এবং $D = \{4, 5, 6\}$ হলে, $C \cup D$ এবং $C \cap D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $C = \{3, 4, 5\}$

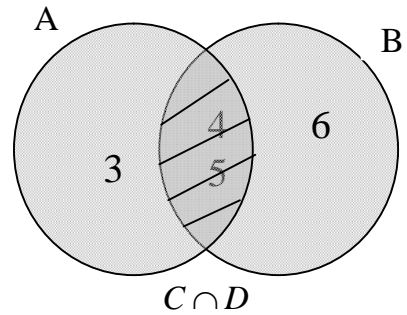
এবং $D = \{4, 5, 6\}$

$$\therefore C \cup D = \{3, 4, 5\} \cup \{4, 5, 6\}$$

$$= \{3, 4, 5, 6\}$$

$$\text{এবং } C \cap D = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\}$$

$$= \{4, 5\}$$



কাজ :

$P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $Q = \{4, 6, 8\}$ হলে,

১। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

২। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

$P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $Q = \{4, 6, 8\}$ হলে,

১। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,

$$P = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{এবং } Q = \{4, 6, 8\}$$

$$\therefore P \cup Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$\therefore P \cap Q = \{4, 6\}$$

২। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$P \cup Q$ সেটের উপাদানসমূহ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক সংখ্যা 2 থেকে ছোট নয় ও 8 - এর বড় নয়।

$$\therefore P \cup Q = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 2 \leq x \leq 8\}$$

সমাধান :

$P \cap Q$ সেটের উপাদানসমূহ 4, 6।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 2 - এর গুণিতক এবং 4 থেকে ছোট নয় ও 6 - এর বড় নয়।

$$\therefore P \cap Q = \{x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা 2 এর গুণিতক এবং } 4 \leq x \leq 6\}$$

উদাহরণ ১৩ : $E = \{x : x, \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 30\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

নির্ণেয় সেটটি হবে 30 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট।

এখানে, 30 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29

নির্ণেয় সেট = $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29\}$

উদাহরণ ১৪ : A ও B যথাক্রমে 42 ও 70 - এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}\text{এখানে, } 42 &= 1 \times 42 \\ &= 2 \times 21 \\ &= 3 \times 14 \\ &= 6 \times 7\end{aligned}$$

42 - এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

$$\therefore A = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

$$\begin{aligned}\text{আবার, } 70 &= 1 \times 70 \\ &= 2 \times 35 \\ &= 5 \times 14 \\ &= 7 \times 10\end{aligned}$$

70- এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70

$$\therefore B = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$$

$$\begin{aligned}\therefore A \cap B &= \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\} \cap \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\} \\ &= \{1, 2, 7, 14\}\end{aligned}$$

অনুশীলনী ৭

১। নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতি প্রকাশ কর

(ক) $\{x : x, \text{বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

(খ) $\{x : x, 48 - \text{এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}\}$

(গ) $\{x : x, 3 - \text{এর গুণিতক এবং } x < 36\}$

(ঘ) $\{x : x, \text{পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 10\}$

(ক) $\{x : x, \text{বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

সমাধান :

ধরি, $A = \{x : x, \text{বিজোড় সংখ্যা এবং } 3 < x < 15\}$

A সেটটির উপাদান বিজোড় সংখ্যাসমূহ যা 3 এর চেয়ে বড় এবং 15 এর ছোট।

\therefore 3 থেকে বড় এবং 15 এর চেয়ে ছোট বিজোড় সংখ্যাসমূহ 5, 7, 9, 11, 13

নির্ণেয় সেট $A = \{5, 7, 9, 11, 13\}$

(খ) $\{x : x, 48 - \text{এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}\}$

সমাধান : মনে করি,

সেট $A = \{x : x, 48 \text{ এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}\}$

A সেটটি 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ।

এখানে, $48 = 1 \times 48$

$$= 2 \times 24$$

$$= 3 \times 16$$

$$= 4 \times 12$$

$$= 6 \times 8$$

\therefore 48 এর গুণনীয়ক হল, $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$

\therefore 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ 2, 3

নির্ণেয় সেট $A = \{2, 3\}$

(গ) $\{x : x, 3 - \text{এর গুণিতক এবং } x < 36\}$

সমাধান : মনে করি,

সেটটি A, সেটটি 3 এর গুণিতকসমূহ যাদের মান 36 এর চেয়ে ছোট

\therefore 3 এর গুণিতক এবং 36 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা সমূহ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33

নির্ণেয় সেট $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33\}$

(ঘ) $\{x : x, \text{পূর্ণ সংখ্যা এবং } x^2 < 10\}$

সমাধান :

মনে করি,

সেটটি $A = \{ x : x, \text{পূর্ণসংখ্যা এবং } x^2 < 10 \}$

সেটটি পূর্ণসংখ্যার যাদের বর্গের মান 10 এর চেয়ে ছোট।

\therefore পূর্ণসংখ্যাসমূহের যাদের বর্গ 10 এর চেয়ে ছোট তা হল :

$-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

নির্ণেয় সেট $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

২। নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :

(ক) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (খ) $\{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$ (গ) $\{7, 11, 13, 17\}$

(ক) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ 3, 4, 5, 6, 7, 8

এখানে, উপাদানসমূহ 2 থেকে বড় এবং 9 থেকে ছোট সকল স্বাভাবিক সংখ্যা।

ধরি যেকোনো চলক x

নির্ণেয় সেট $\{ x : x, \text{স্বাভাবিক সংখ্যা এবং } 2 < x < 9 \}$

(খ) $\{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ $\{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান জোড় সংখ্যা 4 এর গুণিতকসমূহ এবং এদের মান 24 থেকে বড় নয়।

ধরি যেকোনো চলক x

নির্ণেয় সেট $\{ x : x, 4 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 24 \}$

(গ) $\{7, 11, 13, 17\}$

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ $\{7, 11, 13, 17\}$

এখানে, উপাদানসমূহ মৌলিক সংখ্যা যাদের মান 5 এর চেয়ে বড় এবং 19 চেয়ে ছোট।

ধরি যেকোনো চলক x

নির্ণেয় সেট $\{ x : x, \text{মৌলিক সংখ্যা এবং } 5 < x < 19 \}$

৩। নিচের সেট দুইটির উপসেট ও উপসেটের সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) $C = \{m, n\}$ (খ) $D = \{5, 10, 15\}$

(ক) $C = \{m, n\}$

সমাধান :

C সেটের উপসেট হবে এর উপাদানগুলো থেকে নিয়ে গঠিত সেট।

$\therefore C$ সেটের উপসেটগুলো হল $\emptyset, \{m\}, \{n\}, \{m, n\}$

নির্ণেয় উপসেটগুলো = $\{m\}, \{n\}, \{m, n\}, \emptyset$, এবং উপসেটের সংখ্যা = 4টি।

(খ) $D = \{5, 10, 15\}$

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 5, 10, 15

D সেটের উপসেট হবে উপাদানসমূহ থেকে নিয়ে গঠিত সেট।

\therefore সেটের উপসেটসমূহ থেকে নিয়ে গঠিত উপসেটগুলো

$\{5\}, \{10\}, \{15\}, \{5, 10\}, \{5, 15\}, \{10, 15\}, \{5, 10, 15\}$

আবার ফাঁকা সেট (\emptyset) প্রত্যেক সেটের উপসেট।

নির্ণেয় উপসেটগুলো হল $\{5\}, \{10\}, \{15\}, \{5, 10\}, \{5, 15\}, \{10, 15\}, \{5, 10, 15\}, \emptyset$

এবং উপসেটের সংখ্যা = 8টি।

8। $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

(ক) $A \cup B$

(খ) $B \cup C$

(গ) $A \cap (B \cup C)$

(ঘ) $(A \cup B) \cup C$

(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ সেটগুলো নির্ণয় কর।

(ক) $A \cup B$

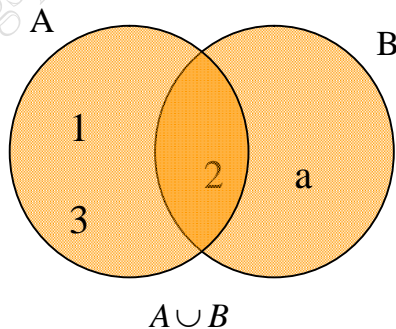
সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

এবং $B = \{2, a\}$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\}$$

$$= \{1, 2, 3, a\}$$



(খ) $B \cup C$

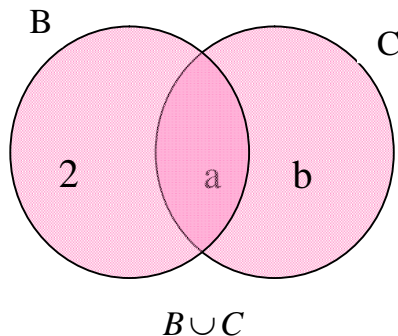
সমাধান :

দেওয়া আছে, $B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

$$\therefore B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\}$$

$$= \{2, a, b\}$$



(গ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান :

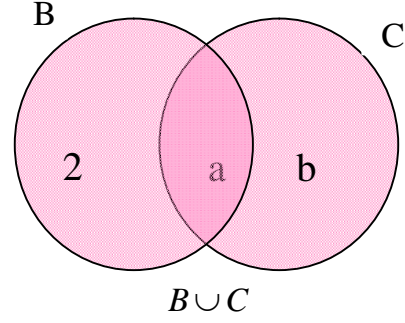
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, a\}$

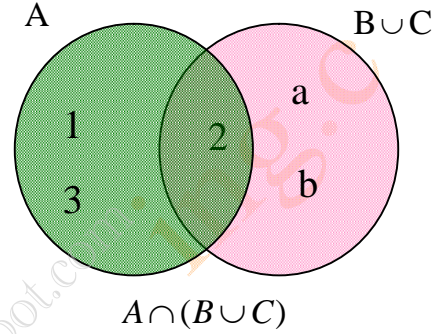
এবং $C = \{a, b\}$

এখন, $B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\}$

$= \{2, a, b\}$



$$\therefore A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a, b\} \\ = \{2\}$$



(ঘ) $(A \cup B) \cup C$

সমাধান :

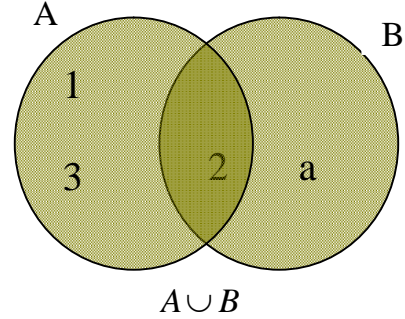
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, a\}$

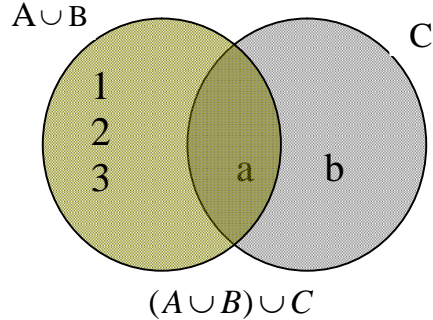
এবং $C = \{a, b\}$

এখন, $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\}$

$= \{1, 2, 3, a\}$



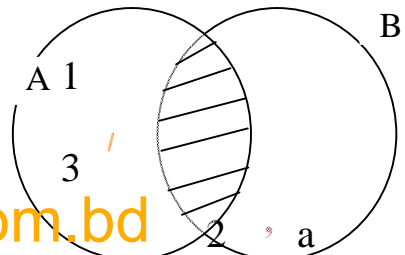
$$\therefore (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, a\} \cup \{a, b\} \\ = \{1, 2, 3, a, b\}$$



(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$



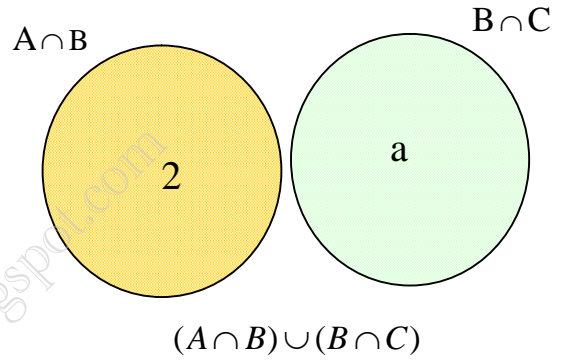
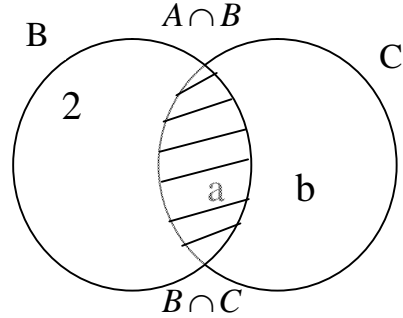
$$B = \{2, a\}$$

$$\text{এবং } C = \{a, b\}$$

$$\text{এখন, } A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a\} \\ = \{2\}$$

$$\text{আবার, } B \cap C = \{2, a\} \cap \{a, b\} \\ = \{a\}$$

$$\therefore (A \cap B) \cup (B \cap C) = \{2\} \cup \{a\} \\ = \{2, a\}$$



৫। যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 4, 7\}$ এবং $C = \{4, 5, 6\}$ হয়, তবে নিম্নলিখিত সম্পর্কগুলোর সত্যতা যাচাই কর:

(ক) $A \cap B = B \cap A$

(খ) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$

(ক) $A \cap B = B \cap A$

সমাধান :

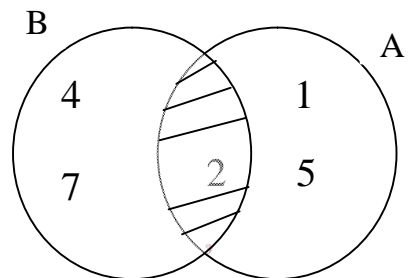
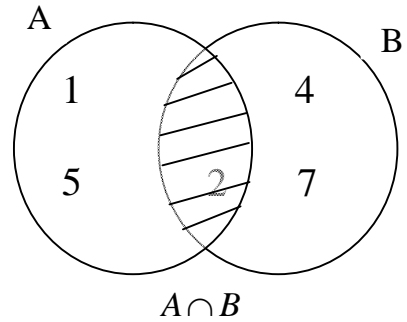
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 5\}$

এবং $B = \{2, 4, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\} \\ = \{2\}$

আবার, $B \cap A = \{2, 4, 7\} \cap \{1, 2, 5\} \\ = \{2\}$

$\therefore A \cap B = B \cap A$



(খ) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

সমাধান :

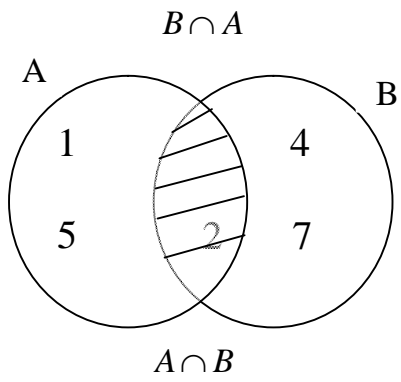
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 5\}$

এবং $B = \{2, 4, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\}$

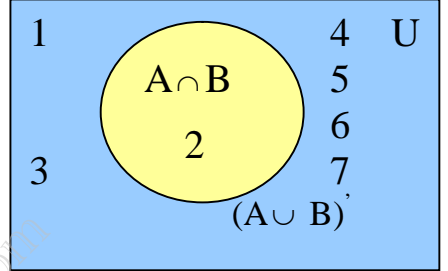
$= \{2\}$



$\therefore (A \cap B)' = A \cap B$ - এর পূরক সেট

$= A \cap B$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

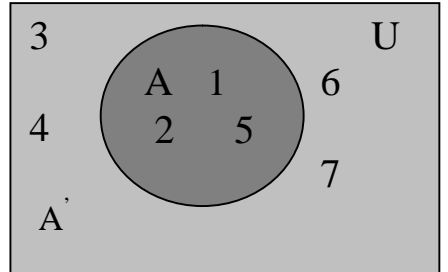
$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$



$A' = A$ - এর পূরক সেট

$= A$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{3, 4, 6, 7\}$



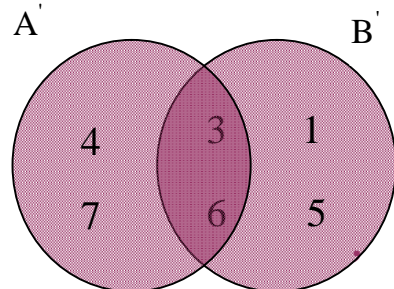
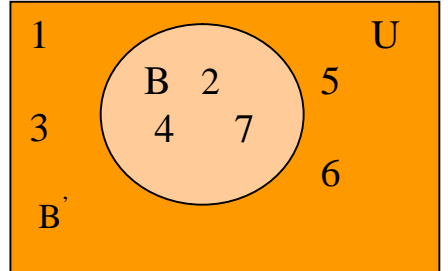
$B' = B$ - এর পূরক সেট

$= B$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{1, 3, 5, 6\}$

$\therefore A' \cup B' = \{3, 4, 6, 7\} \cup \{1, 3, 5, 6\}$

$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$



$$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$$

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$

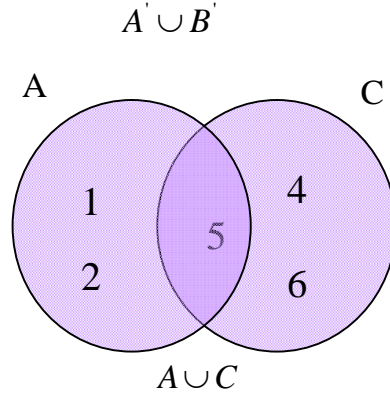
সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

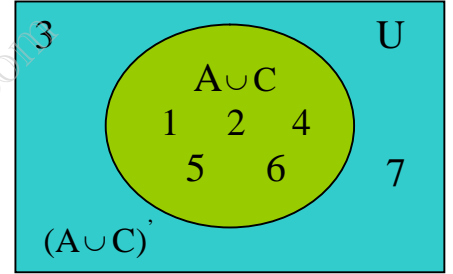
$$A = \{1, 2, 5\}$$

$$\text{এবং } C = \{4, 5, 6\}$$

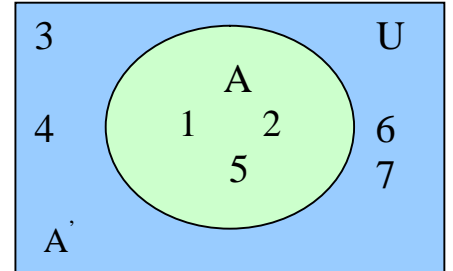
$$\begin{aligned} \text{এখন, } A \cup C &= \{1, 2, 5\} \cup \{4, 5, 6\} \\ &= \{1, 2, 4, 5, 6\} \end{aligned}$$



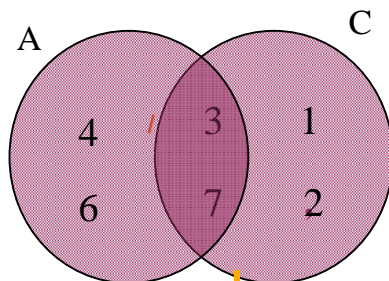
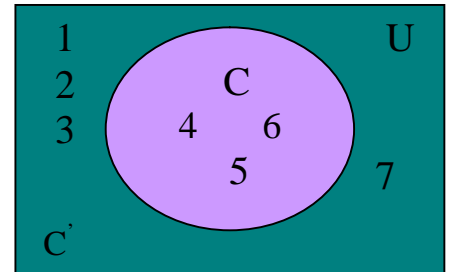
$$\begin{aligned} \therefore (A \cup C)' &= A \cup C - \text{এর পূরক সেট} \\ &= A \cup C - \text{এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট} \\ &= \{3, 7\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A' &= A - \text{এর পূরক সেট} \\ &= A - \text{এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট} \\ &= \{3, 4, 6, 7\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} C' &= C - \text{এর পূরক সেট} \\ &= C - \text{এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট} \\ &= \{1, 2, 3, 7\} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\therefore A' \cap C' &= \{3, 4, 6, 7\} \cup \{1, 2, 3, 7\} \\ &= \{3, 7\} \\ \therefore (A \cup C)' &= A' \cap C'\end{aligned}$$

$$A' \cap C'$$

৬। P এবং Q যথাক্রমে 21 ও 35 - এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $P \cup Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

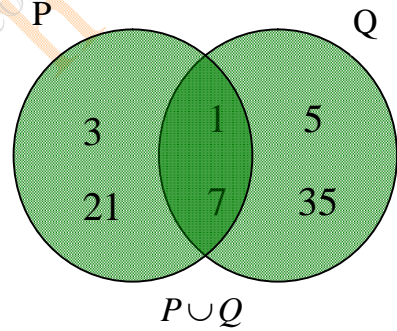
P সেটের উপাদানসমূহ = 21 এর সকল গুণনীয়ক = 1, 3, 7, 21

$$\therefore P = \{1, 3, 7, 21\}$$

Q সেটের উপাদানসমূহ = 35 এর সকল গুণনীয়ক = 1, 5, 7, 35

$$\therefore Q = \{1, 5, 7, 35\}$$

$$\begin{aligned}\therefore P \cup Q &= \{1, 3, 7, 21\} \cup \{1, 5, 7, 35\} \\ &= \{1, 3, 5, 7, 21, 35\}\end{aligned}$$



৭। যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 171 এবং 396 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 21 অবশিষ্ট থাকে এদের সেট নির্ণয় কর।

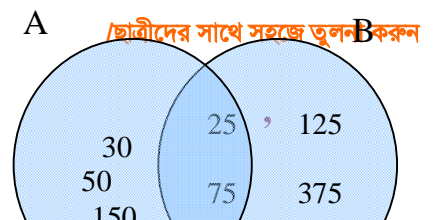
সমাধান :

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 171 এবং 396 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 21 অবশিষ্ট থাকে। সে সংখ্যাটি 21 অপেক্ষা বড় এবং সংখ্যাটি $(171 - 21) = 150$ এবং $(396 - 21) = 375$ এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনে করি,

21 অপেক্ষা বড় 150 এর গুণনীয়ক সেট = A

21 অপেক্ষা বড় 375 এর গুণনীয়ক সেট = B



$$\begin{aligned}\text{এখানে, } 150 &= 1 \times 150 \\ &= 2 \times 75\end{aligned}$$

$$= 3 \times 50$$

$$= 5 \times 30$$

$$= 6 \times 25$$

$$= 10 \times 15$$

$$\therefore A = \{25, 30, 50, 75, 150\}$$

$$\text{আবার, } 375 = 1 \times 375$$

$$= 3 \times 125$$

$$= 5 \times 75$$

$$= 15 \times 25$$

$$\therefore B = \{25, 75, 125, 375\}$$

$$A \cap B$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় সেট, } A \cap B = \{25, 30, 50, 75, 150\} \cap \{25, 75, 125, 375\} \\ = \{25, 75\}$$

৮। কোনো ছাত্রাবাসের 65% ছাত্র মাছ পছন্দ করে, 55% ছাত্র মাংস পছন্দ করে এবং 40% ছাত্র উভয়টি পছন্দ করে।

(ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।

(খ) উভয় খাদ্য পছন্দ করে না তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

(গ) যারা শুধু একটি খাদ্য পছন্দ করে তাদের সংখ্যার গুণনীয়ক সেটের ছেদ নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) এখানে, U = মোট ছাত্রের সেট

F = মাছ পছন্দকারী ছাত্রের সেট

M = মাংস পছন্দকারী ছাত্রের সেট

$F \cap M$ = মাছ ও মাংস পছন্দকারী ছাত্রের সেট

(খ) ধরি, মোট ছাত্রসংখ্যা, $U = 100$

উভয় খাদ্য পছন্দকারী ছাত্রের সেট, $F \cap M = 40$

$$\therefore \text{উভয় খাদ্য পছন্দ করে না এমন ছাত্রের সেট } U - (F \cap M) = 100 - 40 \\ = 60$$

\therefore 60% ছাত্র উভয় খাদ্য পছন্দ করে না।

$$(গ) \text{শুধু মাছ পছন্দকারী ছাত্রসংখ্যা} = (65 - 40) \% \\ = 25\%$$

$$\text{এবং শুধু মাংস পছন্দকারী ছাত্রসংখ্যা} = (55 - 40) \% \\ = 15\%$$

এখানে, 25 এর গুণনীয়কের সেট $P = \{1, 5, 25\}$

এবং 15 এর গুণনীয়কের সেট $Q = \{1, 3, 5, 15\}$

$$\therefore P \cap Q = \{1, 5, 25\} \cap \{1, 3, 5, 15\} \\ = \{1, 5\}$$

৯। $A = \{x : x. \text{জোড় সংখ্যা এবং } 4 < x < 6\}$ এর তালিকা পদ্ধতি কোনটি?

(ক) {5} (খ) {4, 6} (গ) {4, 5, 6} (ঘ) \emptyset

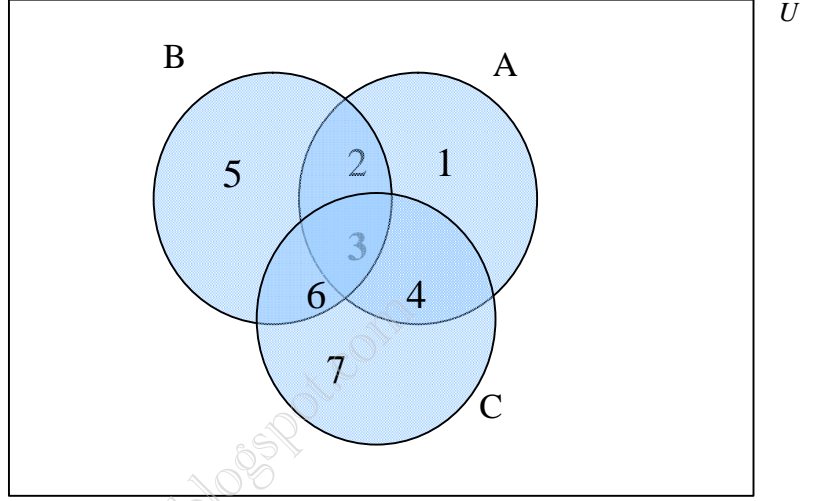
১০। $P = \{x, y, z\}$ হলে, নিচের কোনটি P - এর উপসেট নয়?

(ক) $\{x, y\}$ (খ) $\{x, w, z\}$ (গ) $\{x, y, z\}$ (ঘ) $\{x, y, z, a\}$

১১। 10 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট কোনটি?

(ক) $\{1, 2, 5, 10\}$ (খ) $\{1, 10\}$ (গ) $\{10\}$ (ঘ) $\{10, 20, 30\}$

নিচের ভেনচিত্রটির আলোকে ১২ থেকে ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১২। সার্বিক সেট কোনটি?

(ক) A (খ) B (গ) $A \cup B$ (ঘ) U

১৩। কোনটি B^c সেট?

(ক) $\{5, 6, 7, 8\}$ (খ) $\{2, 3, 5, 6\}$ (গ) $\{1, 4, 7, 8\}$ (ঘ) $\{3, 6\}$

১৪। কোনটি $A \cap B$ সেট?

(ক) $\{2, 3\}$ (খ) $\{2, 3, 5, 6\}$ (গ) $\{3, 4, 6, 7\}$ (ঘ) $\{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

১৫। কোনটি $A \cup B$ সেট?

(ক) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (খ) $\{5, 6, 7\}$ (গ) $\{8\}$ (ঘ) $\{3\}$