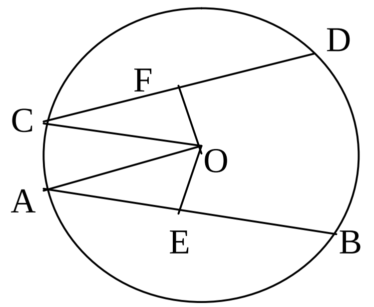
উপপাদ্য ২। বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : O থেকে AB এবং CD জ্যা- এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O,C যোগ করি।

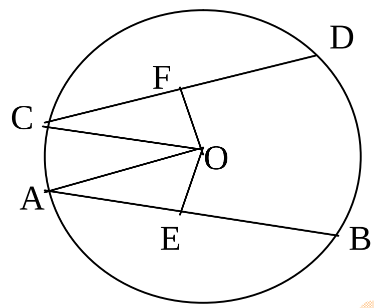
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) OE ⊥ AB ও OF ⊥ CD সুতারাং, AE = BE এবং CF = DF AE = $\frac{১}{২}$AB এবং CF = $\frac{১}{২}$CD	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু AB = CD ∴ AE = CF	[কল্পনা]
(৩) এখন ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে। অতিভুজে OA = অতিভুজ OC এবং AE = CF ∴ΔOAE ≅ ΔOCF ∴ OE = OF	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [ধাপ ২] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
(৪) কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা- এর দূরত্ব। সুতারাং, AB এবং CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**	

উপপাদ্য ৩। বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

সমাধান :

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে ও OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা- এর দূরত্ব নির্দেশ করে। OE = OF হলে প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.



অঙ্কন : O, A এবং O,C যোগ করি।

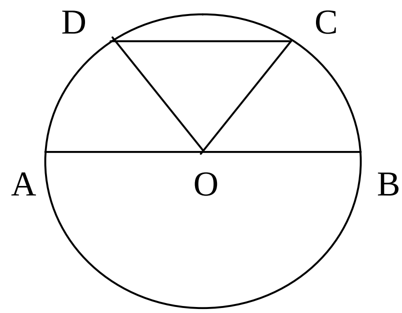
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু OE $\perp$AB ও OF $\perp$ CD	[সমকোণ]
সুতারাং,$\angle$OEA =$\angle$OFC = এক সমকোণ	
(২) এখন, ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে	
অতিভুজ OA = অতিভুজ OC এবং	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
OE = OF	[কল্পনা]
$\therefore$ ΔOAE $\cong$ ΔOCF	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
$\therefore$ AE = CF	
(৩) AE = $\frac{১}{২}$AB এবং CF = $\frac{১}{২}$ CD।	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(৪) সুতারাং $\frac{১}{২}$ AB = $\frac{১}{২}$CD	
অর্থাৎ AB = CD	

উদাহরণ ৪। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা।
প্রমাণ করতে হবে যে, AB CD > CD



অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন ΔOCD এ

OC + CD > CD

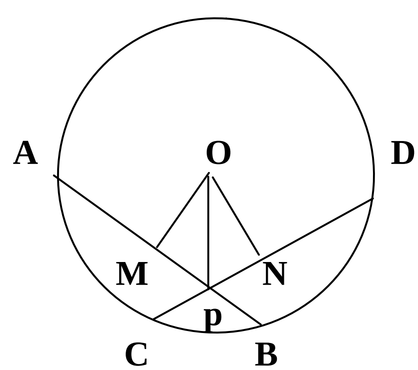
বা, OA + OB > CD

অর্থাৎ AB > CD

অনুশীলনী ১০.২

১। বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটি অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি সমান জ্যা AB ও CD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PD এবং PB = PC

অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OM এবং ON লম্ব অঙ্কন করি। O, P যোগ করি।

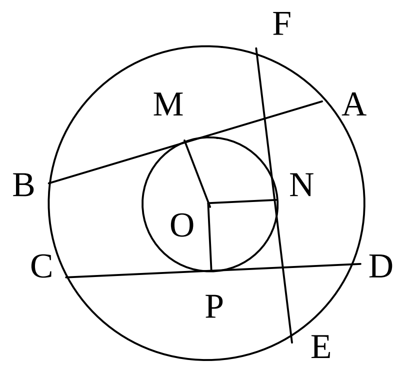
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) Δ MOP ও Δ NOP সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে	
OM = ON	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
OP = OP	[সাধারণ বাহু]
Δ MOP $\cong$ Δ NOP	[অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য]
$\therefore$ PM = PN	
(২) এখন, OM, AB এর উপর লম্ব হওয়ায়,	
AM = $\frac{১}{২}$ AB	[কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
এবং ON, CD এর উপর লম্ব হওয়ায়,	
DN = $\frac{১}{২}$ CD	[কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(৩) যেহেতু AB = CD	[কল্পনা]
$\therefore$ AM = DN	[ধাপ- ২ হতে]
$\therefore$ PM + AM = PN+DN	
সুতারাং PA = PD	
(৪) আবার, AB = CD	
বা, AB – PA = CD – PD	[ধাপ- ৩ হতে]
$\therefore$ PB = PC	
অতএব, PA = PD এবং PB = PC **(প্রমাণিত)**	
সুতারাং $\angle$OMA =$\angle$OMB = 1 সমকোণ।	
অতএব, OM$\perp$AB **(প্রমাণিত)**	

২। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা- এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB, CD ও EF তিনটি পরস্পর সমান জ্যা। M, N এবং P যথাক্রমে AB, EF ও CD এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P সমবৃত্ত।

অঙ্কন : O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

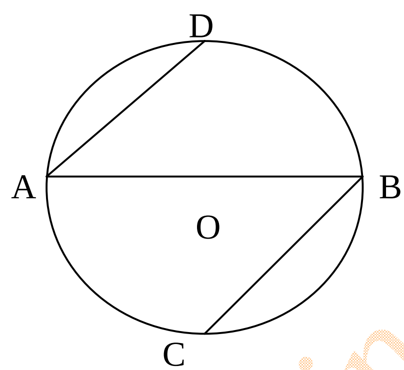
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ। ∴ OM, AB এর উপর লম্ব। OP, CD এর উপর লম্ব এবং ON, EF এর উপর লম্ব। সেহেতু OM = OP = ON	[বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা- এর উপর লম্ব] [উপপাদ্য - ২] [বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]
(২) সুতারাং O কে কেন্দ্র করে OM বা OP বা ON এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে। অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**	

৩। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : দেখতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা অঙ্কন করা হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AD।। BC

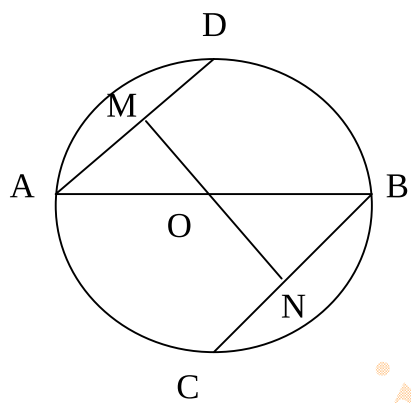
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AD = BC এবং AB তাদের ছেদক $\therefore \angle BAD = \angle ABC$	[কল্পনা] [একান্তর কোণ বলে]
(২) ছেদকের উভয় পাশের একান্তর কোণগুলো সমান হলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল। $\therefore$ AD।। BC **(প্রমাণিত)**	

৪। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস। AB এর A প্রান্ত থেকে AD জ্যা আঁকা হল এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা আঁকা হল এবং AD|| BC। প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BC



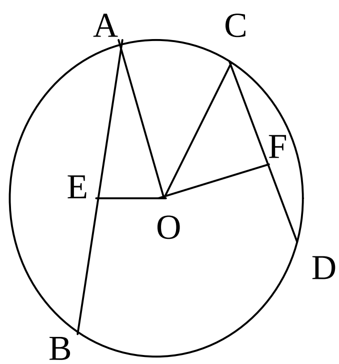
অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AD ও BC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) সমকোণী ΔAOM ও ΔBON এ, AO = BO এবং AM = BN $\therefore \Delta AOM \cong \Delta BON$ $\therefore$ OM = ON	[কল্পনা] [অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য]
(২) সুতারাং AD = BC **(প্রমাণিত)**	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা সমান]

৫। দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা- এর মধ্যে বৃহত্তম জ্যা- টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং AB > CD। AB ও CD এর উপরে লম্বদ্বয় যথাক্রমে OE ও OF। দেখাতে হবে যে, OE < OF

অঙ্কন : O, A ও O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ $AE = \frac{১}{২} AB$, $CF = \frac{১}{২} CD$ বৃত্তের	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর উপর অঙ্কিত জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু AB > CD $\therefore$ AE > CF	
(৩) এখন, ΔOAE ও ΔOCF এর মধ্যে $OA^2 = AE^2 + OE^2$ এবং $OC^2 = CF^2 + OF^2$ কিন্তু OA = OC $\therefore OA^2 = OC^2$ $\therefore AE^2 + OE^2 = CF^2 + OF^2$	[অতিভুজ উপর অঙ্কিত বর্গ অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের সমষ্টির সমান] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(৪) এখন, AE > CF হওয়ায় $AE^2 > CF^2$ $\therefore OE^2 < OF^2$ বা, $OE < OF$ অর্থাৎ বৃহত্তর জ্যাটি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। **(দেখানো হলো)**	[ধাপ (৩) হতে]