Logika Proposisi

Kuliah Matematika Diskrit 1 Semester Ganjil 2012-2013

M. Arzaki

Fakultas Ilmu Komputer
Universitas Indonesia

Fasilkom UI

September 2012

Bahasan

1. Proposisi

Bahasan

1. Proposisi
2. Operator Logika dan Proposisi Majemuk

Bahasan

1. Proposisi
2. Operator Logika dan Proposisi Majemuk
3. Formula Logika Proposisi

Bahasan

1. Proposisi
2. Operator Logika dan Proposisi Majemuk
3. Formula Logika Proposisi
4. Interpretasi dan Tabel Kebenaran

Bahasan

1. Proposisi
2. Operator Logika dan Proposisi Majemuk
3. Formula Logika Proposisi
4. Interpretasi dan Tabel Kebenaran
5. Skema Formula dan Kesetaraan Logika

Bahasan

Bahasan

Bahasan

Pengertian Proposisi

Definisi

Kalimat deklaratif atau pernyataan yang memiliki nilai kebenaran benar atau salah, **tetapi tidak keduanya**.

- Logika proposisi: suatu sistem yang didasarkan atas proposisi.
- Proposisi biasanya ditulis dengan huruf $p, q, r, s, p_1, p_2, \ldots, q_1, q_2, \ldots$
- Nilai kebenaran yang mungkin untuk suatu proposisi:
  - **benar**, dapat pula ditulis: **B**, **T**, $\top$, **true**, 1
  - **salah**, dapat pula ditulis: **S**, **F**, $\perp$, **false**, 0
- Interpretasi: pemetaan antara suatu variabel proposisi terhadap nilai kebenarannya.
  Contoh:
  - $\mathcal{I}(p) = \mathbf{T}$ berarti p diinterpretasikan benar oleh interpretasi $\mathcal{I}$.
  - $\mathcal{I}(q) = \mathbf{F}$ berarti q diinterpretasikan salah oleh interpretasi $\mathcal{I}$.

Contoh-contoh Proposisi

$$2^3 < 3^2$$

- Ini suatu pernyataan?

Contoh-contoh Proposisi

$$2^3 < 3^2$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya

Contoh-contoh Proposisi

$$2^3 < 3^2$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?

Contoh-contoh Proposisi

$$2^3 < 3^2$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?
- Ya

Contoh-contoh Proposisi

$$2^3 < 3^2$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?
- Ya
- Nilai kebenarannya?

Contoh-contoh Proposisi

$$2^3 < 3^2$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?
- Ya
- Nilai kebenarannya?
- Benar

Contoh-contoh Proposisi

"Pelajari materi kuliah dengan sungguh-sungguh".

- Ini suatu pernyataan?

Contoh-contoh Proposisi

"Pelajari materi kuliah dengan sungguh-sungguh".

- Ini suatu pernyataan?
- Bukan, ini adalah suatu permintaan.

Contoh-contoh Proposisi

"Pelajari materi kuliah dengan sungguh-sungguh".

- Ini suatu pernyataan?
- Bukan, ini adalah suatu permintaan.
- Ini suatu proposisi?

Contoh-contoh Proposisi

"Pelajari materi kuliah dengan sungguh-sungguh".

- Ini suatu pernyataan?
- Bukan, ini adalah suatu permintaan.
- Ini suatu proposisi?
- Bukan, karena ini bukan pernyataan.

Contoh-contoh Proposisi

"Pelajari materi kuliah dengan sungguh-sungguh".

- Ini suatu pernyataan?
- Bukan, ini adalah suatu permintaan.
- Ini suatu proposisi?
- Bukan, karena ini bukan pernyataan.
- Hanya pernyataan yang dapat menjadi proposisi.

Contoh-contoh Proposisi

$$x + y < 2012$$

- Ini suatu pernyataan?

Contoh-contoh Proposisi

$$x + y < 2012$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya

Contoh-contoh Proposisi

$$x + y < 2012$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?

Contoh-contoh Proposisi

$$x + y < 2012$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?
- Bukan, karena nilai kebenarannya bergantung pada nilai x dan y yang tidak spesifik. Kita namakan tipe pernyataan seperti ini sebagai kalimat terbuka.

Contoh-contoh Proposisi

$$x + y < 2012$$

- Ini suatu pernyataan?
- Ya
- Ini suatu proposisi?
- Bukan, karena nilai kebenarannya bergantung pada nilai x dan y yang tidak spesifik. Kita namakan tipe pernyataan seperti ini sebagai kalimat terbuka.
- Nilai kebenaran kalimat terbuka ini bergantung pada nilai x dan y.

Latihan

Periksa apakah kalimat-kalimat berikut merupakan proposisi atau bukan:

1. Blablabla,...
2. Apakah Anda sudah mengerti apa itu proposisi?
3. Saya sudah mengerti pengertian proposisi.

Operator Logika dan Proposisi Majemuk

- Sejauh ini kita telah melihat contoh-contoh proposisi *atom*.
- Ketika kita diberikan satu atau dua proposisi atom, kita dapat membentuk proposisi baru menggunakan operator (penghubung) logika. Proposisi yang dihasilkan selanjutnya disebut sebagai proposisi majemuk (*compound proposition*).
- Berdasarkan banyaknya proposisi atom yang dioperasikan, ada dua jenis operator logika, yaitu
    1. operator uner (*unary*): hanya memerlukan satu *operand*: negasi ($\neg$)
    2. operator biner (*binary*): memerlukan dua *operand*: konjungsi ($\wedge$), disjungsi ($\vee$), atau eksklusif/ *exclusive-or* ($\oplus$), imlipkasi ($\rightarrow$), biimplikasi ($\leftrightarrow$).

Negasi

Definisi

Apabila p merupakan suatu proposisi, maka $\neg p$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai negasi dari p.

- $\neg p$ dibaca tidak p atau bukan p atau *not* p

Negasi

Definisi

Apabila p merupakan suatu proposisi, maka $\neg p$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai negasi dari p.

- $\neg p$ dibaca tidak p atau bukan p atau *not* p
- $\neg p$ memiliki makna yang berlawanan dengan p

Negasi

Definisi

Apabila p merupakan suatu proposisi, maka $\neg p$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai negasi dari p.

- $\neg p$ dibaca tidak p atau bukan p atau *not* p
- $\neg p$ memiliki makna yang berlawanan dengan p
- $\neg p$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p bernilai **salah**

Negasi

Definisi

Apabila p merupakan suatu proposisi, maka $\neg p$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai negasi dari p.

- $\neg p$ dibaca tidak p atau bukan p atau *not* p
- $\neg p$ memiliki makna yang berlawanan dengan p
- $\neg p$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p bernilai **salah**
- Tabel kebenaran untuk negasi:

p	$\neg p$
T	**F**
F	**T**

Contoh-contoh negasi

Latihan

Tentukan negasi dari proposisi-proposisi berikut:

- "saya seorang mahasiswa"

Solusi:

Contoh-contoh negasi

Latihan

Tentukan negasi dari proposisi-proposisi berikut:

- "saya seorang mahasiswa"
- "bulan ini bukan bulan Agustus"

Solusi:

Contoh-contoh negasi

Latihan

Tentukan negasi dari proposisi-proposisi berikut:

- "saya seorang mahasiswa"
- "bulan ini bukan bulan Agustus"
- "Cecep tidak pernah tidak datang tepat waktu"

Solusi:

Contoh-contoh negasi

Latihan

Tentukan negasi dari proposisi-proposisi berikut:

- "saya seorang mahasiswa"
- "bulan ini bukan bulan Agustus"
- "Cecep tidak pernah tidak datang tepat waktu"

Solusi:

- "tidak benar bahwa saya seorang mahasiswa" atau "saya bukan seorang mahasiswa"

Contoh-contoh negasi

Latihan

Tentukan negasi dari proposisi-proposisi berikut:

- "saya seorang mahasiswa"
- "bulan ini bukan bulan Agustus"
- "Cecep tidak pernah tidak datang tepat waktu"

Solusi:

- "tidak benar bahwa saya seorang mahasiswa" atau "saya bukan seorang mahasiswa"
- "tidak benar bahwa bulan ini bukan bulan Agustus" atau "bulan ini bulan Agustus"

Contoh-contoh negasi

Latihan

Tentukan negasi dari proposisi-proposisi berikut:

- "saya seorang mahasiswa"
- "bulan ini bukan bulan Agustus"
- "Cecep tidak pernah tidak datang tepat waktu"

Solusi:

- "tidak benar bahwa saya seorang mahasiswa" atau "saya bukan seorang mahasiswa"
- "tidak benar bahwa bulan ini bukan bulan Agustus" atau "bulan ini bulan Agustus"
- "tidak benar bahwa Cecep tidak pernah tidak datang tepat waktu" atau "Cecep pernah tidak datang tepat waktu"

Konjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \wedge q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai konjungsi dari p dan q.

- $p \wedge q$ dibaca p dan q

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \wedge q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai konjungsi dari p dan q.

- $p \wedge q$ dibaca p dan q
- $p \wedge q$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p dan q keduanya bernilai **benar**, selain itu konjungsi dari p dan q bernilai **salah**

Konjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \wedge q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai konjungsi dari p dan q.

- $p \wedge q$ dibaca p dan q
- $p \wedge q$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p dan q keduanya bernilai **benar**, selain itu konjungsi dari p dan q bernilai **salah**
- tabel kebenaran untuk konjungsi

p	q	$p \wedge q$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**F**

Contoh-contoh konjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September $\quad$ q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru $\quad$ s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $p \wedge \neg q$

Solusi:

Contoh-contoh konjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $p \wedge \neg q$
- $\neg r \wedge s$

Solusi:

Contoh-contoh konjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September $\quad$ q : hari ini adalah hari Selasa

r : langit tidak berwarna biru $\quad$ s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $p \wedge \neg q$
- $\neg r \wedge s$

Solusi:

- $p \wedge \neg q$: bulan ini adalah bulan September **dan** hari ini bukan hari Selasa

Contoh-contoh konjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $p \wedge \neg q$
- $\neg r \wedge s$

Solusi:

- $p \wedge \neg q$: bulan ini adalah bulan September **dan** hari ini bukan hari Selasa
  - proposisi ini bernilai **benar** pada seluruh hari di bulan September yang bukan hari Selasa

Contoh-contoh konjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $p \wedge \neg q$
- $\neg r \wedge s$

Solusi:

- $p \wedge \neg q$: bulan ini adalah bulan September **dan** hari ini bukan hari Selasa
  - proposisi ini bernilai **benar** pada seluruh hari di bulan September yang bukan hari Selasa
- $\neg r \wedge s$: langit berwarna biru **dan** $2^4 \geq 4^2$

Contoh-contoh konjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $p \wedge \neg q$
- $\neg r \wedge s$

Solusi:

- $p \wedge \neg q$: bulan ini adalah bulan September **dan** hari ini bukan hari Selasa
  - proposisi ini bernilai **benar** pada seluruh hari di bulan September yang bukan hari Selasa
- $\neg r \wedge s$: langit berwarna biru **dan** $2^4 \geq 4^2$
  - karena $2^4 \geq 4^2$ selalu benar, maka proposisi ini bernilai **benar** ketika langit berwarna biru

Disjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \vee q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi dari p dan q.

- $p \vee q$ dibaca p atau q

Disjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \vee q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi dari p dan q.

- $p \vee q$ dibaca p atau q
- $p \vee q$ bernilai **salah** (**F**) tepat ketika p dan q keduanya bernilai **salah**, selain itu disjungsi dari p dan q bernilai **benar**

Disjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \vee q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi dari p dan q.

- $p \vee q$ dibaca p atau q
- $p \vee q$ bernilai **salah** (**F**) tepat ketika p dan q keduanya bernilai **salah**, selain itu disjungsi dari p dan q bernilai **benar**
- tabel kebenaran untuk disjungsi

p	q	$p \vee q$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

Disjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \vee q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi dari p dan q.

- $p \vee q$ dibaca p atau q
- $p \vee q$ bernilai **salah** (**F**) tepat ketika p dan q keduanya bernilai **salah**, selain itu disjungsi dari p dan q bernilai **benar**
- tabel kebenaran untuk disjungsi

p	q	$p \vee q$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

- Perhatikan bahwa $p \vee q$ juga bernilai **benar** ketika p dan q keduanya bernilai **benar**.

Disjungsi

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \vee q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai disjungsi dari p dan q.

- $p \vee q$ dibaca p atau q
- $p \vee q$ bernilai **salah** (**F**) tepat ketika p dan q keduanya bernilai **salah**, selain itu disjungsi dari p dan q bernilai **benar**
- tabel kebenaran untuk disjungsi

p	q	$p \vee q$
T	**T**	**T**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

- Perhatikan bahwa $p \vee q$ juga bernilai **benar** ketika p dan q keduanya bernilai **benar**.
- Pada pernyataan "Anda dapat berkuliah di program studi Ilmu Komputer atau Sistem Informasi di Fasilkom UI", secara implisit menyatakan bahwa setiap orang tidak dapat memilih kedua program studi itu secara bersamaan.

Contoh-contoh Disjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $\neg p \vee q$

Solusi:

Contoh-contoh Disjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September　　q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru　　s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $\neg p \vee q$
- $r \vee \neg s$

Solusi:

Contoh-contoh Disjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September | q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru | s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $\neg p \vee q$
- $r \vee \neg s$

Solusi:

- $\neg p \vee q$: bulan ini bukan bulan September **atau** hari ini adalah hari Selasa

Contoh-contoh Disjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September $\quad$ q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru $\quad$ s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $\neg p \vee q$
- $r \vee \neg s$

Solusi:

- $\neg p \vee q$: bulan ini bukan bulan September **atau** hari ini adalah hari Selasa
  - proposisi ini bernilai **salah** pada seluruh hari di bulan September yang bukan hari Selasa

Contoh-contoh Disjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa
r : langit tidak berwarna biru s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $\neg p \vee q$
- $r \vee \neg s$

Solusi:

- $\neg p \vee q$: bulan ini bukan bulan September **atau** hari ini adalah hari Selasa
  - proposisi ini bernilai **salah** pada seluruh hari di bulan September yang bukan hari Selasa
- $r \vee \neg s$: langit tidak berwarna biru **atau** $2^4 < 4^2$

Contoh-contoh Disjungsi

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September $\quad$ q : hari ini adalah hari Selasa

r : langit tidak berwarna biru $\quad$ s : $2^4 \geq 4^2$

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi majemuk berikut:

- $\neg p \vee q$
- $r \vee \neg s$

Solusi:

- $\neg p \vee q$: bulan ini bukan bulan September **atau** hari ini adalah hari Selasa
  - proposisi ini bernilai **salah** pada seluruh hari di bulan September yang bukan hari Selasa
- $r \vee \neg s$: langit tidak berwarna biru **atau** $2^4 < 4^2$
  - karena $2^4 < 4^2$ selalu salah, maka proposisi ini bernilai **salah** ketika langit berwarna biru

Atau Eksklusif (*Exclusive Or*)

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \oplus q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai atau eksklusif/ *exclusive or* (*xor*) dari p dan q.

- $p \oplus q$ dibaca p *xor* q

Atau Eksklusif (*Exclusive Or*)

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \oplus q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai atau eksklusif/ *exclusive or* (*xor*) dari p dan q.

- $p \oplus q$ dibaca p *xor* q
- $p \oplus q$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p dan q memiliki nilai kebenaran yang berbeda

Atau Eksklusif (*Exclusive Or*)

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \oplus q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai atau eksklusif/ *exclusive or* (*xor*) dari p dan q.

- $p \oplus q$ dibaca *p xor q*
- $p \oplus q$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p dan q memiliki nilai kebenaran yang berbeda
- tabel kebenaran untuk *xor*

p	q	$p \oplus q$
T	**T**	**F**
T	**F**	**T**
F	**T**	**T**
F	**F**	**F**

Contoh Atau Eksklusif (*Exclusive Or*)

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September $\quad$ q : hari ini adalah hari Selasa

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk $p \oplus q$.

Solusi:

- $p \oplus q$: bulan ini adalah bulan September dan bukan hari Selasa, atau hari ini adalah hari Selasa tetapi bukan bulan September

Contoh Atau Eksklusif (*Exclusive Or*)

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September $\quad$ q : hari ini adalah hari Selasa

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk $p \oplus q$.

Solusi:

- $p \oplus q$: bulan ini adalah bulan September dan bukan hari Selasa, atau hari ini adalah hari Selasa tetapi bukan bulan September
- $p \oplus q$ bernilai **benar** ketika:

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk $p \oplus q$.

Solusi:

- $p \oplus q$: bulan ini adalah bulan September dan bukan hari Selasa, atau hari ini adalah hari Selasa tetapi bukan bulan September
- $p \oplus q$ bernilai **benar** ketika:
  - p **benar** dan q **salah:** setiap hari pada bulan September, kecuali hari Selasa

Contoh Atau Eksklusif (*Exclusive Or*)

Latihan

Diberikan proposisi-proposisi berikut:

p : bulan ini adalah bulan September q : hari ini adalah hari Selasa

Tuliskan dan tentukan nilai kebenaran dari proposisi majemuk $p \oplus q$.

Solusi:

- $p \oplus q$: bulan ini adalah bulan September dan bukan hari Selasa, atau hari ini adalah hari Selasa tetapi bukan bulan September
- $p \oplus q$ bernilai **benar** ketika:
  - p **benar** dan q **salah:** setiap hari pada bulan September, kecuali hari Selasa
  - p **salah** dan q **benar:** setiap hari Selasa yang tidak terdapat pada bulan September

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \rightarrow q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai implikasi. Di sini, p disebut sebagai hipotesis/ anteseden/ premis dan q disebut sebagai konklusi/ konsekuensi.

- $p \rightarrow q$ dibaca:

jika p, maka q	q jika p
p mengakibatkan q	q diakibatkan oleh p
p adalah syarat cukup untuk q	q adalah syarat perlu untuk p
q kecuali $\neg p$	q apabila p

- $p \rightarrow q$ bernilai **salah (F)** apabila p **benar** tetapi q **salah,** selain itu $p \rightarrow q$ bernilai **benar**

Implikasi II

- tabel kebenaran untuk implikasi

p	q	$p \longrightarrow q$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**T**
F	**F**	**T**

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \longrightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \longrightarrow q$ bernilai **salah** ketika nilai ujian MD 1 saya selalu 100, tetapi nilai akhir MD 1 saya bukan A

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$ bernilai **salah** ketika nilai ujian MD 1 saya selalu 100, tetapi nilai akhir MD 1 saya bukan A
- $p \rightarrow q$ bernilai **benar** ketika

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \longrightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \longrightarrow q$ bernilai **salah** ketika nilai ujian MD 1 saya selalu 100, tetapi nilai akhir MD 1 saya bukan A
- $p \longrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
    - nilai ujian MD 1 saya tidak selalu 100

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$ bernilai **salah** ketika nilai ujian MD 1 saya selalu 100, tetapi nilai akhir MD 1 saya bukan A
- $p \rightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai ujian MD 1 saya tidak selalu 100
  - nilai akhir MD 1 saya adalah A

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \longrightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \longrightarrow q$ bernilai **salah** ketika nilai ujian MD 1 saya selalu 100, tetapi nilai akhir MD 1 saya bukan A
- $p \longrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai ujian MD 1 saya tidak selalu 100
  - nilai akhir MD 1 saya adalah A

- Dengan pernyataan implikasi di atas, apakah fakta berikut 'melanggar' implikasi di atas

Contoh Implikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai ujian MD 1 saya selalu 100"
- q : "nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$: "apabila nilai ujian MD 1 saya selalu 100, maka nilai akhir MD 1 saya adalah A"
- $p \rightarrow q$ bernilai **salah** ketika nilai ujian MD 1 saya selalu 100, tetapi nilai akhir MD 1 saya bukan A
- $p \rightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai ujian MD 1 saya tidak selalu 100
  - nilai akhir MD 1 saya adalah A

- Dengan pernyataan implikasi di atas, apakah fakta berikut 'melanggar' implikasi di atas
- "Cecep selalu memperoleh nilai 80 untuk setiap ujian MD 1 yang diambilnya, namun nilai akhir MD 1 Cecep adalah A"

Kontrapositif, Konvers, dan Invers

- Diberikan suatu implikasi $p \to q$, maka

Kontrapositif, Konvers, dan Invers

- Diberikan suatu implikasi $p \longrightarrow q$, maka
  - **kontrapositif** (atau kontraposisi) dari $p \longrightarrow q$ adalah $\neg q \longrightarrow \neg p$

Kontrapositif, Konvers, dan Invers

- Diberikan suatu implikasi $p \longrightarrow q$, maka
  - **kontrapositif** (atau kontraposisi) dari $p \longrightarrow q$ adalah $\neg q \longrightarrow \neg p$
  - **konvers** dari $p \longrightarrow q$ adalah $q \longrightarrow p$

Kontrapositif, Konvers, dan Invers

- Diberikan suatu implikasi $p \rightarrow q$, maka
  - **kontrapositif** (atau kontraposisi) dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$
  - **konvers** dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$
  - **invers** dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$

Kontrapositif, Konvers, dan Invers

- Diberikan suatu implikasi $p \rightarrow q$, maka
  - **kontrapositif** (atau kontraposisi) dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$
  - **konvers** dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$
  - **invers** dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$
- tabel kebenaran untuk kontrapositif, konvers, dan invers

					kontrapositif	konvers	invers
p	$\neg p$	q	$\neg q$	$p \rightarrow q$	$\neg q \rightarrow \neg p$	$q \rightarrow p$	$\neg p \rightarrow \neg q$
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F	F
F	T	F	T	T	T	T	T

Biimplikasi I

Definisi

Apabila p dan q merupakan proposisi, maka $p \leftrightarrow q$ juga merupakan proposisi yang dinamakan sebagai biimplikasi atau bikondisional.

- $p \leftrightarrow q$ dibaca:

p jika dan hanya jika q	p jikka q (p *iff* q)
jika p maka q, dan sebaliknya	p adalah syarat perlu dan cukup untuk q
p ekivalen[1] dengan q	p dan q ekivalen

- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika p dan q memiliki nilai kebenaran yang sama
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** (**T**) tepat ketika $p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow p$ kedua-duanya bernilai **benar**

Biimplikasi II

- tabel kebenaran untuk biimplikasi

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	**T**	**T**
T	**F**	**F**
F	**T**	**F**
F	**F**	**T**

[1] Pada *slide* ini dan seterusnya, akan digunakan kata ekivalen sebagai padanan dari kata *equivalent*. Istilah yang ada pada KBBI adalah ekuivalen.

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** ketika

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 dan saya lulus dari kuliah MD 1, atau

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 dan saya lulus dari kuliah MD 1, atau
  - nilai akhir MD 1 saya kurang dari 55 dan saya tidak lulus dari kuliah MD 1

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 <u>dan</u> saya lulus dari kuliah MD 1, atau
  - nilai akhir MD 1 saya kurang dari 55 <u>dan</u> saya tidak lulus dari kuliah MD 1
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **salah** ketika

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 dan saya lulus dari kuliah MD 1, atau
  - nilai akhir MD 1 saya kurang dari 55 dan saya tidak lulus dari kuliah MD 1
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **salah** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 tetapi saya tidak lulus dari kuliah MD 1, atau

Contoh Biimplikasi

Contoh

Perhatikan proposisi-proposisi berikut:

- p : "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55"
- q : "saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$: "nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 jika dan hanya jika saya lulus dari kuliah MD 1"
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **benar** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 <u>dan</u> saya lulus dari kuliah MD 1, atau
  - nilai akhir MD 1 saya kurang dari 55 <u>dan</u> saya tidak lulus dari kuliah MD 1
- $p \leftrightarrow q$ bernilai **salah** ketika
  - nilai akhir MD 1 saya tidak kurang dari 55 tetapi saya tidak lulus dari kuliah MD 1, atau
  - saya lulus dari kuliah MD1 dengan nilai akhir yang kurang dari 55

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \to r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \to r)$
  - $(p \wedge q) \to r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).
- tabel urutan pengerjaan (presendens) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\to$	4
$\leftrightarrow$	5

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).
- tabel urutan pengerjaan (presendens) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\rightarrow$	4
$\leftrightarrow$	5

- kita dapat menggunakan tanda kurung bila diperlukan

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).
- tabel urutan pengerjaan (presendens) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\rightarrow$	4
$\leftrightarrow$	5

- kita dapat menggunakan tanda kurung bila diperlukan

Contoh

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).
- tabel urutan pengerjaan (presendens) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\rightarrow$	4
$\leftrightarrow$	5

- kita dapat menggunakan tanda kurung bila diperlukan

Contoh

1. $p \vee q \wedge r$ berarti $p \vee (q \wedge r)$

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).
- tabel urutan pengerjaan (presendens) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\rightarrow$	4
$\leftrightarrow$	5

- kita dapat menggunakan tanda kurung bila diperlukan

Contoh

1. $p \vee q \wedge r$ berarti $p \vee (q \wedge r)$
2. $\neg p \wedge q$ berarti $(\neg p) \wedge q$

Urutan Pengerjaan (Presedens) Operator Logika

- Diberikan suatu proposisi majemuk $p \wedge q \rightarrow r$, manakah arti yang dimaksud:
  - $p \wedge (q \rightarrow r)$
  - $(p \wedge q) \rightarrow r$
- Presedens operator logika memberikan suatu aturan operator mana yang harus lebih dulu dioperasikan (dikenakan pada suatu *operand*).
- tabel urutan pengerjaan (presendens) operator logika

Operator	Urutan
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	3
$\rightarrow$	4
$\leftrightarrow$	5

- kita dapat menggunakan tanda kurung bila diperlukan

Contoh

1. $p \vee q \wedge r$ berarti $p \vee (q \wedge r)$
2. $\neg p \wedge q$ berarti $(\neg p) \wedge q$
3. $p \wedge q \rightarrow r$ berarti $(p \wedge q) \rightarrow r$

Formula Logika Proposisi

Definisi

Formula (atau kalimat) logika proposisi dibentuk dari:

1. konstanta proposisi: **T** (benar) dan **F** (salah)
2. variabel proposisi atom:

$$p, p_1, p_2, \ldots,$$
$$q, q_1, q_2, \ldots,$$
$$r, r_1, r_2, \ldots$$

menggunakan operator $\neg, \wedge, \vee, \oplus, \rightarrow, \leftrightarrow$ dengan mengikuti aturan-aturan berikut:

1. setiap proposisi (atom) merupakan formula logika proposisi,
2. apabila F dan G adalah dua formula logika proposisi, maka $\neg F$, $F \wedge G$, $F \vee G$, $F \oplus G$, $F \rightarrow G$, $F \leftrightarrow G$, masing-masing juga merupakan formula logika proposisi.

Subformula

Definisi

1. Sebuah formula F adalah subformula dari F itu sendiri.
2. Jika F dan G adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula H yang lebih kompleks, maka F dan G dikatakan subformula sejati dari H.
3. Subformula bersifat transitif: jika F_1 subformula dari F_2 dan F_2 subformula dari F_3, maka F_1 subformula dari F_3.

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula F apabila F adalah formula $(p \to q) \vee (q \to p)$.

- Nilai kebenaran sebuah formula dapat ditentukan dari nilai kebenaran subformula-subformulanya.

Subformula

Definisi

1. Sebuah formula F adalah subformula dari F itu sendiri.
2. Jika F dan G adalah dua formula logika proposisi yang dipakai untuk membangun formula H yang lebih kompleks, maka F dan G dikatakan subformula sejati dari H.
3. Subformula bersifat transitif: jika F_1 subformula dari F_2 dan F_2 subformula dari F_3, maka F_1 subformula dari F_3.

Latihan

Tentukan semua subformula dari formula F apabila F adalah formula $(p \to q) \vee (q \to p)$.

- Solusi: subformula dari F adalah F, $p \to q$, $q \to p$, p, dan q
- Nilai kebenaran sebuah formula dapat ditentukan dari nilai kebenaran subformula-subformulanya.

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$
- $q \vee \neg r$

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$
- $q \vee \neg r$
- $\neg p$

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$
- $q \vee \neg r$
- $\neg p$
- $\neg r$

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$
- $q \vee \neg r$
- $\neg p$
- $\neg r$
- p

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$
- $q \vee \neg r$
- $\neg p$
- $\neg r$
- p
- q

Lebih Lanjut Tentang Subformula

- Soal: tentukan semua subformula dari formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$.

Solusi:

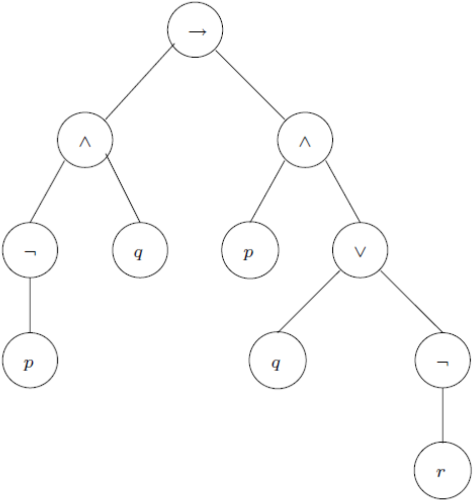
- $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$
- $(\neg p \wedge q)$
- $(p \wedge (q \vee \neg r))$
- $q \vee \neg r$
- $\neg p$
- $\neg r$
- p
- q
- r

Pohon Urai (*Parse Tree*)

- Pohon urai (*parse tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu formula logika proposisi.

Pohon Urai (*Parse Tree*)

- Pohon urai (*parse tree*) dapat digunakan untuk menggambarkan struktur suatu formula logika proposisi.
- Sebagai contoh, pohon urai untuk formula $(\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge (q \vee \neg r))$ adalah



Intepretasi dan Tabel Kebenaran I

Definisi

Interpretasi adalah pemberian nilai kebenaran pada suatu proposisi (dapat berupa proposisi majemuk).

- Interpretasi untuk sebuah proposisi dapat diperoleh cukup dengan memberikan nilai kebenaran pada semua variabel proposisi atom yang muncul pada proposisi itu.
- Nilai kebenaran proposisi majemuk dapat ditentukan dari nilai kebenaran proposisi atom yang menyusunnya.
- Satu baris tabel kebenaran bersesuaian dengan satu interpretasi dari proposisi.

Intepretasi dan Tabel Kebenaran II

- Misalkan F adalah formula $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge q)$, tabel kebenaran untuk F dapat diperoleh sebagai berikut

Interpretasi	$\mathcal{I}_k(\neg q)$	$\mathcal{I}_k(p \vee \neg q)$	$\mathcal{I}_k(p \wedge q)$	$\mathcal{I}_k(F)$
$\mathcal{I}_1(p) = \mathbf{T}$, $\mathcal{I}_1(q) = \mathbf{T}$	**F**	**T**	**T**	**T**
$\mathcal{I}_2(p) = \mathbf{T}$, $\mathcal{I}_2(q) = \mathbf{F}$	**T**	**T**	**F**	**F**
$\mathcal{I}_3(p) = \mathbf{F}$, $\mathcal{I}_3(q) = \mathbf{T}$	**F**	**F**	**F**	**T**
$\mathcal{I}_4(p) = \mathbf{F}$, $\mathcal{I}_4(q) = \mathbf{F}$	**T**	**T**	**F**	**F**

Latihan

Berapa banyak baris dalam tabel kebenaran yang diperlukan untuk memeriksa kebenaran proposisi yang terdiri atas

- 3 proposisi atom berbeda
- 4 proposisi atom berbeda

Keabsahan, Keterpenuhan, dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan F adalah suatu formula logika proposisi.

1. F dikatakan absah (*valid*) jikka F benilai **benar** *untuk* setiap interpretasi yang diberikan pada F. Dalam hal ini F juga dikatakan sebagai suatu tautologi.

Catatan: formula yang tidak absah dan tidak juga kontradiksi dikatakan sebagai kontingensi (*contingency*).

Keabsahan, Keterpenuhan, dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan F adalah suatu formula logika proposisi.

1. F dikatakan absah (*valid*) jikka F benilai **benar** *untuk* setiap interpretasi yang diberikan pada F. Dalam hal ini F juga dikatakan sebagai suatu tautologi.
2. F dikatakan terpenuhi (*satisfiable*) jikka terdapat setidaknya sebuah interpretasi $\mathcal{I}$ untuk F yang membuat F bernilai **benar**.

Catatan: formula yang tidak absah dan tidak juga kontradiksi dikatakan sebagai kontingensi (*contingency*).

Keabsahan, Keterpenuhan, dan Kontradiksi

Definisi

Misalkan F adalah suatu formula logika proposisi.

1. F dikatakan absah (*valid*) jikka F benilai **benar** *untuk* setiap interpretasi yang diberikan pada F. Dalam hal ini F juga dikatakan sebagai suatu tautologi.
2. F dikatakan terpenuhi (*satisfiable*) jikka terdapat setidaknya sebuah interpretasi $\mathcal{I}$ untuk F yang membuat F bernilai **benar**.
3. F dikatakan kontradiksi/ tak dapat terpenuhi (*contradictory*/ *unsatisfiable*) jikka F benilai **salah** untuk setiap interpretasi yang diberikan pada F.

Catatan: formula yang tidak absah dan tidak juga kontradiksi dikatakan sebagai kontingensi (*contingency*).

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (I)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \oplus q) \vee (p \oplus \neg q)$ bersifat absah, terpenuhi, atau kontradiksi.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (I)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \oplus q) \vee (p \oplus \neg q)$ bersifat absah, terpenuhi, atau kontradiksi.
- Solusi: dengan tabel kebenaran, perhatikan bahwa

p	q	$\neg q$	$p \oplus q$	$p \oplus \neg q$	F
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (I)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \oplus q) \vee (p \oplus \neg q)$ bersifat absah, terpenuhi, atau kontradiksi.
- Solusi: dengan tabel kebenaran, perhatikan bahwa

p	q	$\neg q$	$p \oplus q$	$p \oplus \neg q$	F
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**T**
T	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**
F	**T**	**F**	**T**	**F**	**T**
F	**F**	**T**	**F**	**T**	**T**

- Karena setiap interpretasi yang diberikan pada F mengakibatkan F bernilai **benar**, maka F merupakan formula yang absah.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (II)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ bersifat absah, terpenuhi, atau kontradiksi.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (II)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ bersifat absah, terpenuhi, atau kontradiksi.
- Solusi: dengan tabel kebenaran, perhatikan bahwa

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg p \wedge \neg q$	F
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (II)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$ bersifat absah, terpenuhi, atau kontradiksi.
- Solusi: dengan tabel kebenaran, perhatikan bahwa

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \vee q$	$\neg p \wedge \neg q$	F
T	**T**	**F**	**F**	**T**	**F**	**F**
T	**F**	**F**	**T**	**T**	**F**	**F**
F	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**	**F**
F	**F**	**T**	**T**	**F**	**T**	**F**

- Karena setiap interpretasi yang diberikan pada F mengakibatkan F bernilai **salah**, maka F merupakan formula yang bersifat kontradiksi.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (III)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge \neg r$ bersifat terpenuhi.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (III)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge \neg r$ bersifat terpenuhi.
- Solusi: perhatikan bahwa jika $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(r) = \mathbf{F}$, maka diperoleh $\mathcal{I}((p \vee q) \wedge \neg r) = \mathbf{T}$.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (III)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge \neg r$ bersifat terpenuhi.
- Solusi: perhatikan bahwa jika $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(r) = \mathbf{F}$, maka diperoleh $\mathcal{I}((p \vee q) \wedge \neg r) = \mathbf{T}$.
- Akibatnya, karena terdapat suatu interpretasi yang mengakibatkan F bernilai **benar**, maka F merupakan formula yang terpenuhi.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (III)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge \neg r$ bersifat terpenuhi.
- Solusi: perhatikan bahwa jika $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(r) = \mathbf{F}$, maka diperoleh $\mathcal{I}((p \vee q) \wedge \neg r) = \mathbf{T}$.
- Akibatnya, karena terdapat suatu interpretasi yang mengakibatkan F bernilai **benar**, maka F merupakan formula yang terpenuhi.
- Catatan: jika diberikan suatu formula F dan kita diminta untuk memeriksa apakah F terpenuhi atau tidak, kita tidak selalu memerlukan tabel kebenaran.

Contoh formula absah, terpenuhi, dan kontradiksi (III)

- Periksa apakah formula F yang berupa $(p \vee q) \wedge \neg r$ bersifat terpenuhi.
- Solusi: perhatikan bahwa jika $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(r) = \mathbf{F}$, maka diperoleh $\mathcal{I}((p \vee q) \wedge \neg r) = \mathbf{T}$.
- Akibatnya, karena <u>terdapat suatu</u> interpretasi yang mengakibatkan F bernilai **benar**, maka F merupakan formula yang terpenuhi.
- Catatan: jika diberikan suatu formula F dan kita diminta untuk memeriksa apakah F terpenuhi atau tidak, kita tidak selalu memerlukan tabel kebenaran.

Latihan

Apakah setiap formula yang absah juga bersifat terpenuhi?

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}\left((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)\right) = \mathbf{F}$.

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Ingat kembali bahwa $\mathcal{I}(F \rightarrow G) = \mathbf{F}$ tepat ketika $\mathcal{I}(F) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(G) = \mathbf{F}$, akibatnya diperoleh $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(\neg (p \wedge q)) = \mathbf{F}$.

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Ingat kembali bahwa $\mathcal{I}(F \rightarrow G) = \mathbf{F}$ tepat ketika $\mathcal{I}(F) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(G) = \mathbf{F}$, akibatnya diperoleh $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Karena $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$, maka $\mathcal{I}(p \wedge q) = \mathbf{T}$, akibatnya haruslah $\mathcal{I}(p) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$.

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Ingat kembali bahwa $\mathcal{I}(F \rightarrow G) = \mathbf{F}$ tepat ketika $\mathcal{I}(F) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(G) = \mathbf{F}$, akibatnya diperoleh $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Karena $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$, maka $\mathcal{I}(p \wedge q) = \mathbf{T}$, akibatnya haruslah $\mathcal{I}(p) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$.
- Kita memperoleh $\mathcal{I}(\neg p) = \mathbf{F}$ dan $\mathcal{I}(\neg q) = \mathbf{F}$, yang juga berakibat $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{F}$.

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Ingat kembali bahwa $\mathcal{I}(F \rightarrow G) = \mathbf{F}$ tepat ketika $\mathcal{I}(F) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(G) = \mathbf{F}$, akibatnya diperoleh $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Karena $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$, maka $\mathcal{I}(p \wedge q) = \mathbf{T}$, akibatnya haruslah $\mathcal{I}(p) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$.
- Kita memperoleh $\mathcal{I}(\neg p) = \mathbf{F}$ dan $\mathcal{I}(\neg q) = \mathbf{F}$, yang juga berakibat $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{F}$.
  - Hal ini bertentangan dengan $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ yang telah diperoleh sebelumnya.

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Ingat kembali bahwa $\mathcal{I}(F \rightarrow G) = \mathbf{F}$ tepat ketika $\mathcal{I}(F) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(G) = \mathbf{F}$, akibatnya diperoleh $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Karena $\mathcal{I}(\neg(p \wedge q)) = \mathbf{F}$, maka $\mathcal{I}(p \wedge q) = \mathbf{T}$, akibatnya haruslah $\mathcal{I}(p) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$.
- Kita memperoleh $\mathcal{I}(\neg p) = \mathbf{F}$ dan $\mathcal{I}(\neg q) = \mathbf{F}$, yang juga berakibat $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{F}$.
  - Hal ini bertentangan dengan $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ yang telah diperoleh sebelumnya.
- Jadi pengandaian bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$ tidak absah keliru.

Membuktikan Keabsahan dengan Kontradiksi

- Soal: tunjukkan bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Solusi:

- Andaikan $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ *tidak absah*, maka terdapat suatu interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan $\mathcal{I}((\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Ingat kembali bahwa $\mathcal{I}(F \rightarrow G) = \mathbf{F}$ tepat ketika $\mathcal{I}(F) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(G) = \mathbf{F}$, akibatnya diperoleh $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(\neg (p \wedge q)) = \mathbf{F}$.
- Karena $\mathcal{I}(\neg (p \wedge q)) = \mathbf{F}$, maka $\mathcal{I}(p \wedge q) = \mathbf{T}$, akibatnya haruslah $\mathcal{I}(p) = \mathbf{T}$ dan $\mathcal{I}(q) = \mathbf{T}$.
- Kita memperoleh $\mathcal{I}(\neg p) = \mathbf{F}$ dan $\mathcal{I}(\neg q) = \mathbf{F}$, yang juga berakibat $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{F}$.
  - Hal ini bertentangan dengan $\mathcal{I}(\neg p \vee \neg q) = \mathbf{T}$ yang telah diperoleh sebelumnya.
- Jadi pengandaian bahwa $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ tidak absah keliru.
- Dengan demikian $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg (p \wedge q)$ adalah formula yang absah.

Skema Formula

- Melalui tabel kebenaran, kita dapat melihat bahwa ketiga formula berikut merupakan formula yang absah:
  1. $p \vee \neg p$
  2. $q \vee \neg q$
  3. $(p \rightarrow q) \vee \neg (p \rightarrow q)$
- Terlihat bahwa ketiga formula di atas memiliki bentuk yang 'serupa'.
- Agar tidak perlu tiga kali membuktikan tiga formula tersebut, kita dapat memakai skema formula $F \vee \neg F$.
- Pada 1 diambil p sebagai F, pada 2 diambil q sebagai F, dan pada 3 diambil $p \rightarrow q$ sebagai F.
- Formula 1, 2, dan 3 yang diperoleh dengan mengganti F menjadi formula tertentu disebut sebagai formula nyata/ kalimat nyata (*instance*) dari skema formula $F \vee \neg F$.
- Apabila skema formula $F \vee \neg F$ terbukti absah, maka setiap formula nyata dari skema formula ini juga absah.

Kesetaraan Logika

Definisi

Dua formula F dan G dikatakan setara atau ekivalen (*logically equivalent*) jika formula

$$F \leftrightarrow G$$

merupakan tautologi. Hal ini dituliskan dengan $F \equiv G$ atau $F \Leftrightarrow G$.

- Catatan: jika $F \rightarrow G$ merupakan tautologi, maka kita dapat menulis $F \Rightarrow G$.
- Untuk menunjukkan bahwa dua formula ekivalen maka kita dapat:
  - menggunakan tabel kebenaran
  - menggunakan hukum-hukum ekivalensi logika

Contoh Kesetaraan Formula

- Tunjukkan bahwa $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$

Contoh Kesetaraan Formula

- Tunjukkan bahwa $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$
- Solusi: dengan tabel kebenaran, tinjau bahwa

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**

Contoh Kesetaraan Formula

- Tunjukkan bahwa $p \to q \equiv \neg p \vee q$
- Solusi: dengan tabel kebenaran, tinjau bahwa

p	q	$\neg p$	$p \to q$	$\neg p \vee q$	$(p \to q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$
T	**T**	**F**	**T**	**T**	**T**
T	**F**	**F**	**F**	**F**	**T**
F	**T**	**T**	**T**	**T**	**T**
F	**F**	**T**	**T**	**T**	**T**

- Perhatikan bahwa $p \to q$ dan $\neg p \vee q$ memiliki nilai kebenaran yang sama pada setiap baris tabel kebenaran di atas.

Hukum-hukum Ekivalensi Logika

$p \wedge \mathbf{T} \equiv p$ $p \vee \mathbf{F} \equiv p$	Sifat identitas
$p \vee \mathbf{T} \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	Sifat dominasi
$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$	Sifat idempoten
$\neg(\neg p) \equiv p$	Sifat negasi ganda
$p \vee q \equiv q \vee p$ $p \wedge q \equiv q \wedge p$	Sifat komutatif

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	Sifat asosiatif
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	Sifat distributif
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	Hukum De Morgan
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$	Sifat absorpsi
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{T}$ $p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	Sifat negasi

Ekivalensi Logika yang Melibatkan $\rightarrow$ dan $\leftrightarrow$

$$
\begin{aligned}
p \rightarrow q &\equiv \neg p \vee q \\
p \rightarrow q &\equiv \neg q \rightarrow \neg p \\
\neg (p \rightarrow q) &\equiv p \wedge \neg q \\
(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r) &\equiv p \rightarrow (q \wedge r) \\
(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) &\equiv (p \vee q) \rightarrow r \\
(p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r) &\equiv p \rightarrow (q \vee r) \\
(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r) &\equiv (p \wedge q) \rightarrow r \\
p \leftrightarrow q &\equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) \\
p \leftrightarrow q &\equiv \neg p \leftrightarrow \neg q \\
p \leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\
\neg (p \leftrightarrow q) &\equiv p \leftrightarrow \neg q
\end{aligned}
$$

Contoh: pembuktian ekivalensi dengan hukum-hukum ekivalensi

- Tunjukkan bahwa $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ dan $\neg p \wedge \neg q$ ekivalen.

Contoh: pembuktian ekivalensi dengan hukum-hukum ekivalensi

- Tunjukkan bahwa $\neg(p \vee (\neg p \wedge q))$ dan $\neg p \wedge \neg q$ ekivalen.
- Solusi:

$$
\begin{array}{rcll}
\neg(p \vee (\neg p \wedge q)) & \equiv & \neg p \wedge \neg(\neg p \wedge q) & \text{dengan hukum De Morgan} \\
& \equiv & \neg p \wedge (\neg(\neg p) \vee \neg q) & \text{dengan hukum De Morgan} \\
& \equiv & \neg p \wedge (p \vee \neg q) & \text{dengan sifat negasi ganda} \\
& \equiv & (\neg p \wedge p) \vee (\neg p \wedge \neg q) & \text{dengan sifat distributif} \\
& \equiv & \mathbf{F} \vee (\neg p \wedge \neg q) & \text{dengan sifat negasi} \\
& \equiv & (\neg p \wedge \neg q) \vee \mathbf{F} & \text{dengan sifat komutatif} \\
& \equiv & \neg p \wedge \neg q & \text{dengan sifat identitas}
\end{array}
$$

Contoh: pembuktian tautologi dengan hukum-hukum ekivalensi

- Tunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ adalah tautologi

Contoh: pembuktian tautologi dengan hukum-hukum ekivalensi

- Tunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ adalah tautologi
- Solusi: akan ditunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ ekivalen dengan **T**

Contoh: pembuktian tautologi dengan hukum-hukum ekivalensi

- Tunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ adalah tautologi
- Solusi: akan ditunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ ekivalen dengan **T**
-

$$
\begin{array}{rcll}
(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) & \equiv & \neg (p \wedge q) \vee (p \vee q) & \text{dari sifat } F \rightarrow G \equiv \neg F \vee G \\
& \equiv & (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q) & \text{dengan hukum De Morgan} \\
& \equiv & (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q) & \text{dengan sifat komutatif} \\
& & & \text{dan asosiatif untuk } \vee \\
& \equiv & \mathbf{T} \vee \mathbf{T} & \text{dengan sifat komutatif} \\
& & & \text{dan sifat negasi untuk } \vee \\
& \equiv & \mathbf{T} & \text{dengan sifat dominasi}
\end{array}
$$

Contoh: pembuktian tautologi dengan hukum-hukum ekivalensi

- Tunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ adalah tautologi
- Solusi: akan ditunjukkan bahwa $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ ekivalen dengan **T**
-

$$
\begin{array}{rcll}
(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q) & \equiv & \neg (p \wedge q) \vee (p \vee q) & \text{dari sifat } F \rightarrow G \equiv \neg F \vee G \\
& \equiv & (\neg p \vee \neg q) \vee (p \vee q) & \text{dengan hukum De Morgan} \\
& \equiv & (\neg p \vee p) \vee (\neg q \vee q) & \text{dengan sifat komutatif} \\
& & & \text{dan asosiatif untuk } \vee \\
& \equiv & \mathbf{T} \vee \mathbf{T} & \text{dengan sifat komutatif} \\
& & & \text{dan sifat negasi untuk } \vee \\
& \equiv & \mathbf{T} & \text{dengan sifat dominasi}
\end{array}
$$

- Dari hasil ini, kita dapat menuliskan $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$.

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (I)

Latihan

Nyatakan kalimat-kalimat berikut dalam formula logika proposisi:

- "Anda dapat memilih dalam pemilu jika Anda tidak berusia di bawah 17 tahun, kecuali Anda telah menikah"

Solusi:

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (I)

Latihan

Nyatakan kalimat-kalimat berikut dalam formula logika proposisi:

- “Anda dapat memilih dalam pemilu jika Anda tidak berusia di bawah 17 tahun, kecuali Anda telah menikah”
- “Anda tidak dapat memiliki SIM A jika tinggi Anda kurang dari 140 cm, kecuali Anda memakai mobil khusus”

Solusi:

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (I)

Latihan

Nyatakan kalimat-kalimat berikut dalam formula logika proposisi:

- "Anda dapat memilih dalam pemilu jika Anda tidak berusia di bawah 17 tahun, kecuali Anda telah menikah"
- "Anda tidak dapat memiliki SIM A jika tinggi Anda kurang dari 140 cm, kecuali Anda memakai mobil khusus"

Solusi:

- Misalkan p : "Anda dapat memilih dalam pemilu", q : "Anda berusia di bawah 17 tahun, r : "Anda telah menikah"

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (I)

Latihan

Nyatakan kalimat-kalimat berikut dalam formula logika proposisi:

- "Anda dapat memilih dalam pemilu jika Anda tidak berusia di bawah 17 tahun, kecuali Anda telah menikah"
- "Anda tidak dapat memiliki SIM A jika tinggi Anda kurang dari 140 cm, kecuali Anda memakai mobil khusus"

Solusi:

- Misalkan p : "Anda dapat memilih dalam pemilu", q : "Anda berusia di bawah 17 tahun, r : "Anda telah menikah"
  - Kalimat pertama dapat ditulis ulang menjadi: "jika Anda berusia di bawah 17 tahun dan Anda belum menikah, maka Anda tidak dapat memilih dalam pemilu"

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (I)

Latihan

Nyatakan kalimat-kalimat berikut dalam formula logika proposisi:

- "Anda dapat memilih dalam pemilu jika Anda tidak berusia di bawah 17 tahun, kecuali Anda telah menikah"
- "Anda tidak dapat memiliki SIM A jika tinggi Anda kurang dari 140 cm, kecuali Anda memakai mobil khusus"

Solusi:

- Misalkan p : "Anda dapat memilih dalam pemilu", q : "Anda berusia di bawah 17 tahun, r : "Anda telah menikah"
  - Kalimat pertama dapat ditulis ulang menjadi: "jika Anda berusia di bawah 17 tahun dan Anda belum menikah, maka Anda tidak dapat memilih dalam pemilu"
  - Akibatnya diperoleh $(q \wedge \neg r) \rightarrow \neg p$

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (II)

- Misalkan p : "Anda dapat memiliki SIM A", q : "tinggi Anda kurang dari $140\,\mathrm{cm}$", r : "Anda memakai mobil khusus"

- Misalkan p : "Anda dapat memiliki SIM A", q : "tinggi Anda kurang dari $140\,\mathrm{cm}$", r : "Anda memakai mobil khusus"
  - Kalimat di atas dapat ditulis ulang menjadi: "jika tinggi Anda kurang dari $140\,\mathrm{cm}$ dan Anda tidak memakai mobil khusus, maka Anda tidak dapat memiliki SIM A"

Translasi dari Bahasa Manusia ke Formula Logika (II)

- Misalkan p : "Anda dapat memiliki SIM A", q : "tinggi Anda kurang dari $140\,\mathrm{cm}$", r : "Anda memakai mobil khusus"
  - Kalimat di atas dapat ditulis ulang menjadi: "jika tinggi Anda kurang dari $140\,\mathrm{cm}$ dan Anda tidak memakai mobil khusus, maka Anda tidak dapat memiliki SIM A"
  - Akibatnya diperoleh $(q \wedge \neg r) \rightarrow \neg p$.

Formalisasi Spesifikasi Sistem (I)

- Spesifikasi sistem diharapkan konsisten, artinya tidak mengandung persyaratan-persyaratan yang saling bertentangan (menimbulkan kontradiksi).

Formalisasi Spesifikasi Sistem (I)

- Spesifikasi sistem diharapkan konsisten, artinya tidak mengandung persyaratan-persyaratan yang saling bertentangan (menimbulkan kontradiksi).

Latihan

Periksa apakah spesifikasi sistem berikut konsisten
"Sistem berada dalam *state multiuser* jika dan hanya jika beroperasi secara normal. Jika sistem beroperasi secara normal, maka *kernel* sistem sedang berfungsi. *Kernel* sistem tidak sedang berfungsi atau sistem dalam *interrupt mode*. Sistem tidak berada dalam *interrupt mode*."

Formalisasi Spesifikasi Sistem (I)

- Spesifikasi sistem diharapkan konsisten, artinya tidak mengandung persyaratan-persyaratan yang saling bertentangan (menimbulkan kontradiksi).

Latihan

Periksa apakah spesifikasi sistem berikut konsisten
"Sistem berada dalam *state multiuser* jika dan hanya jika beroperasi secara normal. Jika sistem beroperasi secara normal, maka *kernel* sistem sedang berfungsi. *Kernel* sistem tidak sedang berfungsi atau sistem dalam *interrupt mode*. Sistem tidak berada dalam *interrupt mode*."

- Kita dapat melakukan translasi ke formula logika dengan mendefinisikan proposisi-proposisi atom berikut:

p : "sistem berada dalam *state multiuser*"
q : "sistem beroperasi secara normal"
r : "*kernel* sedang berfungsi"
s : "sistem dalam *interrupt mode*"

Formalisasi Spesifikasi Sistem (I)

- Spesifikasi sistem diharapkan konsisten, artinya tidak mengandung persyaratan-persyaratan yang saling bertentangan (menimbulkan kontradiksi).

Latihan

Periksa apakah spesifikasi sistem berikut konsisten
"Sistem berada dalam *state multiuser* jika dan hanya jika beroperasi secara normal. Jika sistem beroperasi secara normal, maka *kernel* sistem sedang berfungsi. *Kernel* sistem tidak sedang berfungsi atau sistem dalam *interrupt mode*. Sistem tidak berada dalam *interrupt mode*."

- Kita dapat melakukan translasi ke formula logika dengan mendefinisikan proposisi-proposisi atom berikut:

  p : "sistem berada dalam *state multiuser*"
  r : "*kernel* sedang berfungsi"
  q : "sistem beroperasi secara normal"
  s : "sistem dalam *interrupt mode*"

- Akibatnya spesifikasi sistem dapat ditulis sebagai berikut

$$p \leftrightarrow q, q \rightarrow r, \neg r \vee s, \neg s. \qquad (1)$$

Formalisasi Spesifikasi Sistem (II)

- Agar sistem konsisten, formula-formula spesifikasi pada (1) tidak boleh kontradiktif. Hal ini berarti *konjungsi* dari formula-formula pada (1) harus bernilai **benar** untuk suatu interpretasi.

Formalisasi Spesifikasi Sistem (II)

- Agar sistem konsisten, formula-formula spesifikasi pada (1) tidak boleh kontradiktif. Hal ini berarti *konjungsi* dari formula-formula pada (1) harus bernilai **benar** untuk suatu interpretasi.
- Perhatikan bahwa konjungsi dari formula-formula pada (1) bernilai **benar** jikka terdapat setidaknya sebuah interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan

$$\mathcal{I}(p \leftrightarrow q) = \mathcal{I}(q \rightarrow r) = \mathcal{I}(\neg r \vee s) = \mathcal{I}(\neg s) = \mathbf{T} \tag{2}$$

Formalisasi Spesifikasi Sistem (II)

- Agar sistem konsisten, formula-formula spesifikasi pada (1) tidak boleh kontradiktif. Hal ini berarti *konjungsi* dari formula-formula pada (1) harus bernilai **benar** untuk suatu interpretasi.
- Perhatikan bahwa konjungsi dari formula-formula pada (1) bernilai **benar** jikka terdapat setidaknya sebuah interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan

$$\mathcal{I}(p \leftrightarrow q) = \mathcal{I}(q \rightarrow r) = \mathcal{I}(\neg r \vee s) = \mathcal{I}(\neg s) = \mathbf{T} \quad (2)$$

- Tinjau bahwa dengan $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = \mathcal{I}(r) = \mathcal{I}(s) = \mathbf{F}$ maka persamaan (2) terpenuhi.

Formalisasi Spesifikasi Sistem (II)

- Agar sistem konsisten, formula-formula spesifikasi pada (1) tidak boleh kontradiktif. Hal ini berarti *konjungsi* dari formula-formula pada (1) harus bernilai **benar** untuk suatu interpretasi.
- Perhatikan bahwa konjungsi dari formula-formula pada (1) bernilai **benar** jikka terdapat setidaknya sebuah interpretasi $\mathcal{I}$ yang mengakibatkan

$$\mathcal{I}(p \leftrightarrow q) = \mathcal{I}(q \rightarrow r) = \mathcal{I}(\neg r \vee s) = \mathcal{I}(\neg s) = \mathbf{T} \tag{2}$$

- Tinjau bahwa dengan $\mathcal{I}(p) = \mathcal{I}(q) = \mathcal{I}(r) = \mathcal{I}(s) = \mathbf{F}$ maka persamaan (2) terpenuhi.
- Jadi dapat disimpulkan bahwa sistem konsisten.

Teka-teki Logika: Soal

Penduduk di sebuah pulau terpencil dapat dikelompokkan menjadi dua golongan, yaitu kelompok alim dan kelompok pendusta. Setiap orang di kelompok alim selalu berkata jujur, sedangkan setiap orang di kelompok pendusta selalu berbohong.

Suatu ketika Cecep terdampar di pulau terpencil tersebut. Cecep mengetahui bahwa penduduk di pulau itu terdiri atas kelompok alim dan kelompok pendusta. Cecep bertemu dengan dua orang, yaitu Amon dan Bolin. Amon berkata, "Setidaknya salah satu di antara kami adalah pendusta". Bolin tidak mengatakan apa-apa.

Bantulah Cecep untuk mengetahui siapa yang termasuk kelompok alim dan siapa yang termasuk kelompok pendusta.

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.
- Andaikan Amon termasuk kelompok alim, maka p **benar**. Perhatikan bahwa hal ini juga berakibat perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ **benar**.

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.
- Andaikan Amon termasuk kelompok alim, maka p **benar**. Perhatikan bahwa hal ini juga berakibat perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ **benar**.
- Karena p **benar** dan $\neg p \vee \neg q$ **benar**, maka haruslah $\neg q$ **benar**. Dengan perkataan lain Bolin termasuk kelompok pendusta.

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.
- Andaikan Amon termasuk kelompok alim, maka p **benar**. Perhatikan bahwa hal ini juga berakibat perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ **benar**.
- Karena p **benar** dan $\neg p \vee \neg q$ **benar**, maka haruslah $\neg q$ **benar**. Dengan perkataan lain Bolin termasuk kelompok pendusta.
- Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa Amon tidak berbohong, dengan perkataan lain p tidak mungkin **salah**.

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.
- Andaikan Amon termasuk kelompok alim, maka p **benar**. Perhatikan bahwa hal ini juga berakibat perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ **benar**.
- Karena p **benar** dan $\neg p \vee \neg q$ **benar**, maka haruslah $\neg q$ **benar**. Dengan perkataan lain Bolin termasuk kelompok pendusta.
- Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa Amon tidak berbohong, dengan perkataan lain p tidak mungkin **salah**.
  - Andaikan p **salah**, maka $\neg p$ **benar**, akibatnya Amon termasuk kelompok pendusta. Perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ juga **salah**.

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.
- Andaikan Amon termasuk kelompok alim, maka p **benar**. Perhatikan bahwa hal ini juga berakibat perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ **benar**.
- Karena p **benar** dan $\neg p \vee \neg q$ **benar**, maka haruslah $\neg q$ **benar**. Dengan perkataan lain Bolin termasuk kelompok pendusta.
- Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa Amon tidak berbohong, dengan perkataan lain p tidak mungkin **salah**.
  - Andaikan p **salah**, maka $\neg p$ **benar**, akibatnya Amon termasuk kelompok pendusta. Perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ juga **salah**.
  - Ketika $\neg p \vee \neg q$ **salah**, maka haruslah $\neg p$ **salah** dan $\neg q$ **salah**, hal ini bertentangan dengan asumsi $\neg p$ **benar** yang diperoleh sebelumnya.

Teka-teki Logika: Jawaban

- Misalkan p : "Amon termasuk kelompok alim" dan q : "Bolin termasuk kelompok alim". Akibatnya $\neg p$: "Amon termasuk kelompok pendusta" dan $\neg q$: "Bolin termasuk kelompok pendusta".
- Perkataan Amon dapat ditulis menjadi $\neg p \vee \neg q$.
- Andaikan Amon termasuk kelompok alim, maka p **benar**. Perhatikan bahwa hal ini juga berakibat perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ **benar**.
- Karena p **benar** dan $\neg p \vee \neg q$ **benar**, maka haruslah $\neg q$ **benar**. Dengan perkataan lain Bolin termasuk kelompok pendusta.
- Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa Amon tidak berbohong, dengan perkataan lain p tidak mungkin **salah**.
  - Andaikan p **salah**, maka $\neg p$ **benar**, akibatnya Amon termasuk kelompok pendusta. Perkataan Amon, yaitu $\neg p \vee \neg q$ juga **salah**.
  - Ketika $\neg p \vee \neg q$ **salah**, maka haruslah $\neg p$ **salah** dan $\neg q$ **salah**, hal ini bertentangan dengan asumsi $\neg p$ **benar** yang diperoleh sebelumnya.
- Jadi dapat disimpulkan bahwa Amon termasuk kelompok alim dan Bolin termasuk kelompok pendusta.