

# Simulación de compañía de seguros

Orlando R. de la Torre Leal

13 de abril de 2025

## 1. Introducción

### Contexto

En el proyecto se modela una compañía de seguros de daños donde los titulares de póliza o asegurados realizan reclamaciones de acuerdo a procesos de Poisson independientes con una tasa en común  $\lambda$  y el costo de cada reclamación tiene distribución  $F$ . Nuevos clientes se unen a la compañía acorde a un proceso de Poisson con un ratio  $v$ . Cada cliente permanece en la compañía por un tiempo exponencial con tasa  $\mu$  antes de darse de baja. Cada asegurado paga a la compañía de seguros una cantidad  $c$  por unidad de tiempo.

### Objetivos

Dada una condición inicial de  $n_0$  clientes y un capital inicial  $a_0 \geq 0$ , se busca estimar que a probabilidad de que el capital de la compañía nunca sea negativo en el intervalo de tiempo  $[0, T]$ .

### Variables que describen el problema

Para simular el sistema anterior, definimos las variables y eventos de la siguiente manera:

Variables:

- Variable de tiempo:  $t$ .
- Variable de estado del sistema  $(n, a)$ , donde  $n$  es el número de asegurados y  $a$  es el capital actual de la compañía.
- Tasa de llegada de nuevos clientes:  $v$

- Tasa de abandono por cliente:  $\mu$
- Tasa de reclamaciones por clientes:  $\lambda$

Eventos:

- Llegada de un nuevo asegurado(titulares)
- Pérdida de un asegurado
- Reclamación de un asegurado

La lista de eventos consiste en un único valor: el tiempo en el que ocurrirá el próximo evento.

Notación:  $EL = t_E$  Si el estado actual es  $(n, a)$  en tiempo  $t$ , el próximo evento ocurrirá en  $t + X$ , donde  $X$  es una variable aleatoria exponencial con tasa:

$$\text{Tasa Total} = v + n\mu + n\lambda$$

Aún así, no importa cuando ocurra el próximo evento, este ocurrirá con una probabilidad:

- Nuevo asegurado:  $\frac{v}{v+n\mu+n\lambda}$
- Pérdida de asegurado:  $\frac{n\mu}{v+n\mu+n\lambda}$
- Reclamación:  $\frac{n\lambda}{v+n\mu+n\lambda}$

Tras determinar cuándo ocurre el proximo evento se genera un número aleatorio para identificar cuál de los tres eventos ocurrió. Luego se actualiza el estado del sistema  $(n, a)$  en función del evento seleccionado.

Para un estado  $(n, a)$ :

- $X$ : Variable aleatorio exponencial con tasa  $v + n\mu + n\lambda$ (tiempo hasta el próximo evento).
- $J$ : Variable aleatoria que representa el tipo de evento.

$$J = \begin{cases} 1 & \text{Nuevo asegurado, con probabilidad } \frac{v}{v+n\mu+n\lambda}, \\ 2 & \text{Pérdida de asegurado, con probabilidad } \frac{n\mu}{v+n\mu+n\lambda}, \\ 3 & \text{Reclamación, con probabilidad } \frac{n\lambda}{v+n\mu+n\lambda} \end{cases} \quad (1)$$

- $Y$ : Variable aleatoria con distribución  $F$ (costo de la reclamación)
- $I$ : Indicador del éxito financiero:

$$I = \begin{cases} 1 & , \text{ si el capital es no negativo,} \\ 0 & , \text{ en caso contrario} \end{cases} \quad (2)$$

## 2. Detalles de Implementación

### Inicialización

Para simular el sistema, inicializamos las variables de la siguiente manera:

1. **Inicialización inicial:**

$$\begin{aligned}t &= 0, \\a &= a_0, \\n &= n_0\end{aligned}$$

2. Generar  $X \sim \text{Exponencial}(\nu + n\mu + n\lambda)$ (tiempo de espera hasta la siguiente evaluación) e inicializar:

$$t_E = X$$

### Actualización

Para actualizar el sistema, avanzamos al siguiente evento, verificando primero si nos lleva más allá del tiempo  $T$ :

1. **Caso 1:** Si  $t_E > T$ :

- Asignar  $I = 1$  y finalizar esta ejecución.

2. **Caso 2:** Si  $t_E \leq T$ :

- a) Reiniciar:

$$\begin{aligned}a &= a + n \cdot c \cdot (t_E) \\t &= t_E\end{aligned}$$

- b) Generar  $J$ :

$$J = \begin{cases} 1 : & n = n + 1 \\ 2 : & n = n - 1 \\ & \text{Generar } Y \sim F. \\ 3 : & \text{Si } Y > a, \text{ asignar } I = 0 \text{ y terminar.} \\ & \text{En otro caso, } a = a - Y \quad (\text{Pagar reclamación}) \end{cases}$$

- c) Generar  $X \sim \text{Exponencial}(\nu + n\mu + n\lambda)$  y actualizar:

$$t_E = t + X$$

El paso de actualización se repite continuamente hasta que se completa una ejecución.

### **3. Resultados y Experimentos**

#### **Hallazgos de la simulación**

Resultados principales obtenidos.

#### **Interpretación de los resultados**

Análisis de lo que significan los resultados.

#### **Hipótesis extraídas**

- Hipótesis 1
- Hipótesis 2

#### **Experimentos de validación**

Descripción de los experimentos realizados para validar las hipótesis.

#### **Análisis estadístico**

- Variables de interés
- Métodos estadísticos utilizados

#### **Análisis de parada**

Criterios utilizados para determinar cuándo detener la simulación.

### **4. Modelo Matemático**

#### **Descripción del modelo**

Formulación matemática del modelo, incluyendo modelos probabilísticos si aplica.

## **Supuestos y restricciones**

- Supuesto 1
- Supuesto 2
- Restricción 1

## **Comparación con resultados experimentales**

Análisis de cómo los resultados del modelo se comparan con los experimentales.

## **5. Conclusiones**

- Conclusión principal
- Logros alcanzados
- Posibles extensiones o trabajo futuro