

PERTEMUAN-10

TRANSFORMASI 2 DIMENSI

TRANSFORMASI

- Metoda untuk memanipulasi lokasi sebuah titik.
- Ada 3 macam transformasi :
 - Translation (Pergerseran)
 - Scaling (Penskalaan)
 - Rotation (Pemutaran)

TRANSLATION

- Titik A (x,y) digeser sejumlah Tr_x pada sumbu x dan digeser sejumlah Tr_y pada sumbu y

- Rumus Umum :

$$\begin{aligned} Q(x,y) &= P(x,y) + Tr \\ &= P(x+Tr_x, y+Tr_y) \end{aligned}$$

TRANSLATION

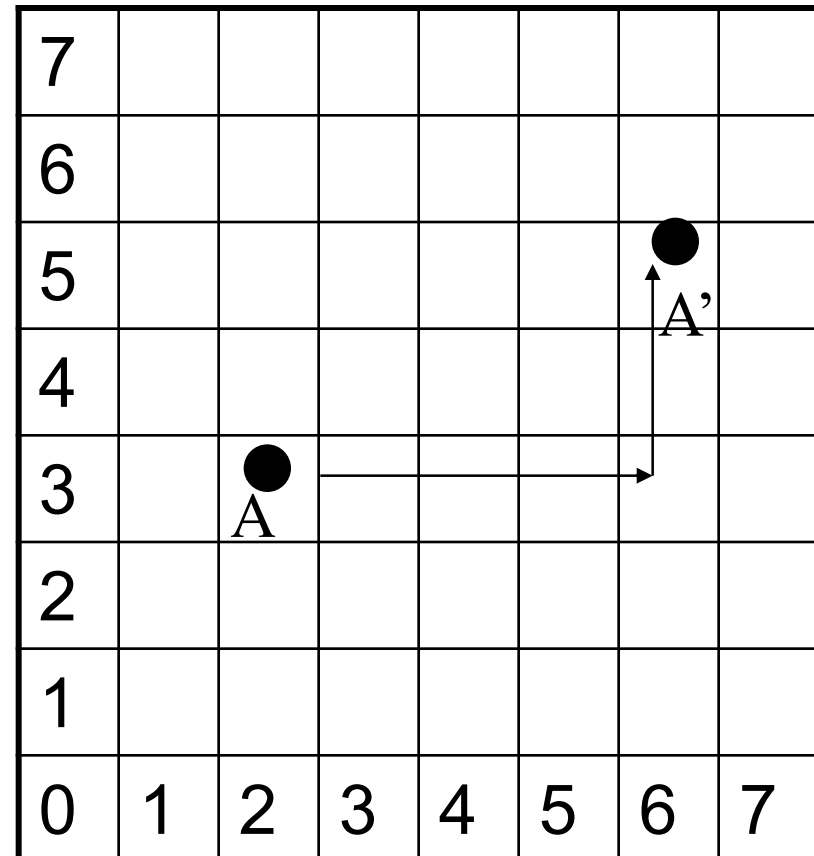
■ Contoh :

Diketahui : A(2,4) digeser sejauh (4,2)

Ditanya : lokasi hasil pergeseran (A')

Jawab :

$$\begin{aligned} A' (x,y) &= A + Tr \\ &= (2,4) + (4,2) \\ &= (6,6) \end{aligned}$$



SCALING

- Menggunakan asumsi titik pusat (0,0)
- Lokasi asli dikalikan dengan besaran S_x pada sumbu x dan S_y pada sumbu y

- Rumus Umum :

$$\begin{aligned} Q(x,y) &= A * S \\ &= A(x,y) * S(x,y) \\ &= A(x*S_x, y * S_y) \end{aligned}$$

CONTOH

Diketahui : Titik A (1,1); B (3,1); C(2,2), ketiga titik tersebut diskalakan sebesar $S_x = 2$ dan $S_y = 3$

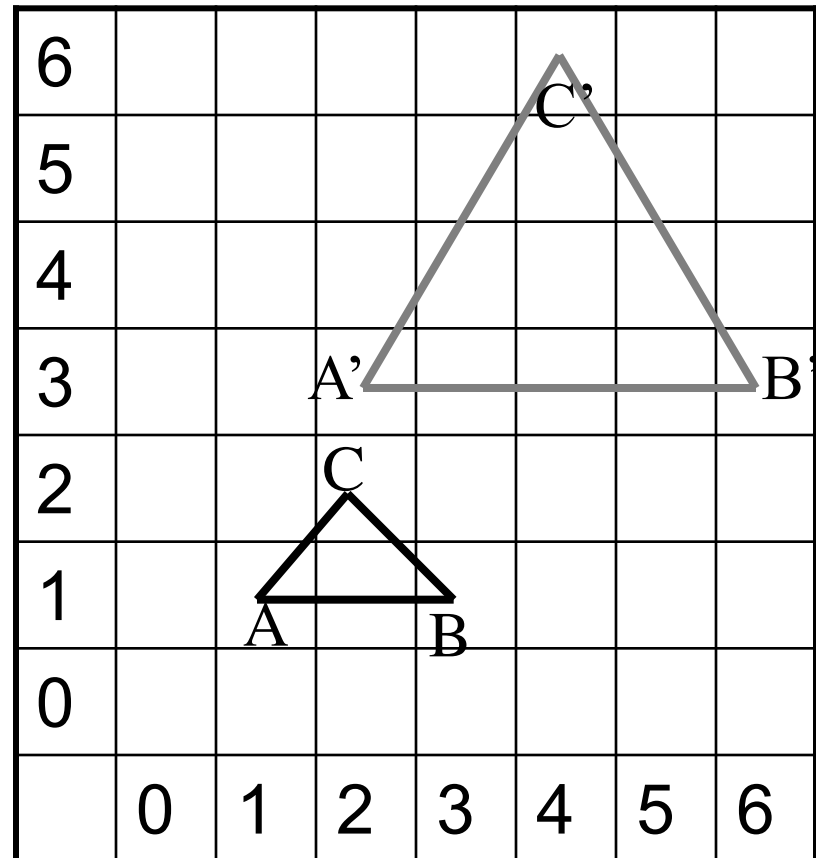
Ditanyakan : Lokasi titik hasil penskalaan

Jawab :

$$A' = (1 \cdot 2, 1 \cdot 3) = (2, 3)$$

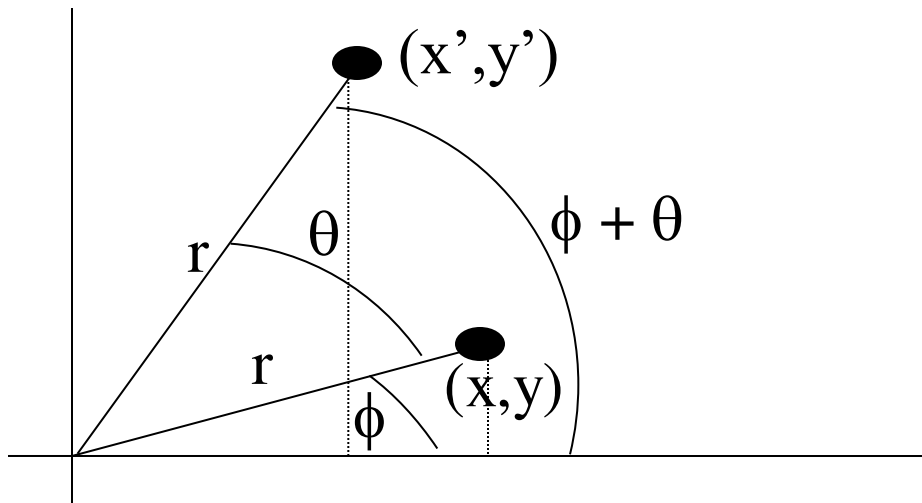
$$B' = (3 \cdot 2, 1 \cdot 3) = (6, 3)$$

$$C' = (2 \cdot 2, 2 \cdot 3) = (4, 6)$$



ROTASI

- Perhatikan gambar di bawah ini :



$$\cos \phi = \frac{x}{r}$$

$$x = r * \cos \phi$$

$$\sin \phi = \frac{y}{r}$$

$$y = r * \sin \phi$$

ROTASI

- Dari rumus trigonometri diketahui bahwa :

$$x' = r \cos(\phi + \theta) = r \cos \phi \cos \theta - r \sin \phi \sin \theta$$

$$y' = r \sin(\phi + \theta) = r \sin \phi \cos \theta + r \cos \phi \sin \theta$$

- Dimana r merupakan jarak dari titik asal terhadap titik pusat $(0,0)$. Diketahui pula :

- Sehingga : $x = r \cos \phi, y = r \sin \phi$

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

ROTATION

Diketahui :

A(1,1);B(3,1);C(2,2)

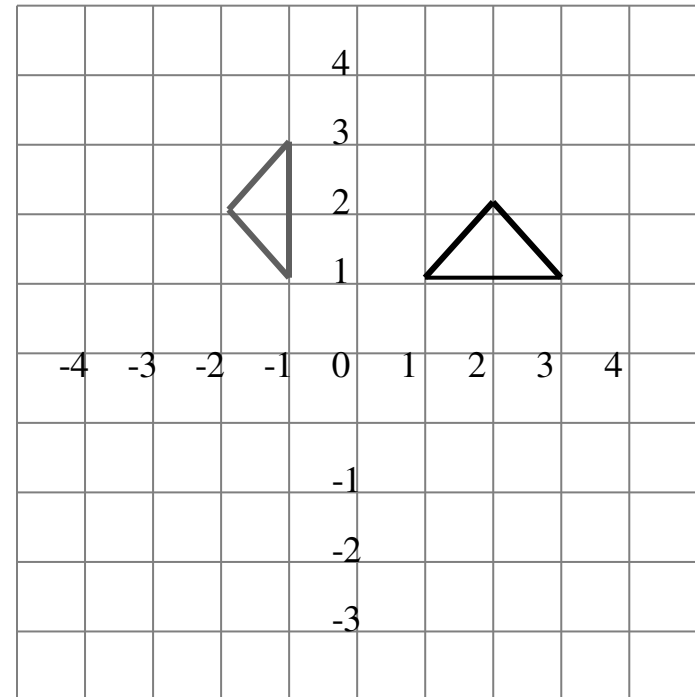
**Ditanyakan : Rotasikan
ketiga titik tersebut sebesar
90°**

Jawab :

$$\begin{aligned} A' &= (1 \cdot \cos 90 - 1 \cdot \sin 90, \\ &\quad 1 \cdot \cos 90 + 1 \cdot \sin 90) \\ &= (0 - 1, 0 + 1) = (-1, 1) \end{aligned}$$

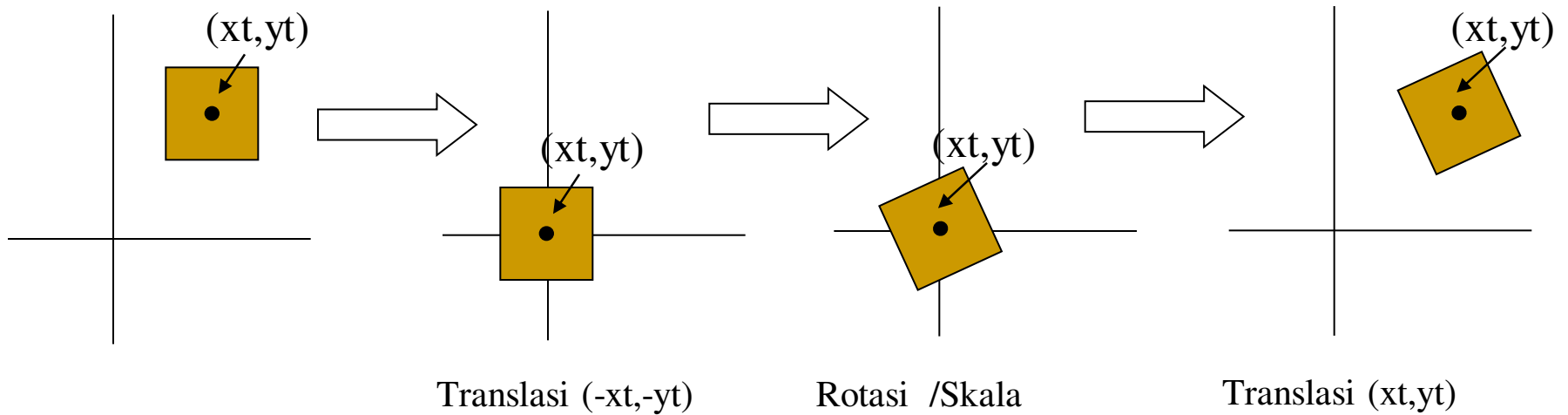
$$\begin{aligned} B' &= (3 \cdot \cos 90 - 1 \cdot \sin 90, \\ &\quad 1 \cdot \cos 90 + 3 \cdot \sin 90) \\ &= (-1, 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C' &= (2 \cdot \cos 90 - 2 \cdot \sin 90, \\ &\quad 2 \cdot \cos 90 + 2 \cdot \sin 90) \\ &= (-2, 2) \end{aligned}$$



ROTASI / PENSKALAAN PADA SEMBARANG TITIK PUSAT

- Tahapan untuk melakukan rotasi atau penskalaan dengan sembarang titik pusat (x_r, y_r) .
 - ❑ Lakukan pergeseran sebesar $(-x_r, -y_r)$
 - ❑ Lakukan rotasi atau penskalaan
 - ❑ Lakukan pergeseran sebesar (x_r, y_r)





■ Contoh :

Diketahui : Titik A(1,1); B(3,1); C(2,3)

Ditanyakan : Skalikan sebesar (3,3) titik tersebut
dengan menggunakan titik pusat
(2,2)

Jawab :

a) Pergeseran sebesar (-2,-2)

$$A' = (1-2, 1-2) = (-1, -1)$$

$$B' = (3-2, 1-2) = (1, -1)$$

$$C' = (2-2, 3-2) = (0, 1)$$

b) Penskalaan

$$A'' = (-1 \cdot 3, -1 \cdot 3) = (-3, -3)$$

$$B'' = (1 \cdot 3, -1 \cdot 3) = (3, -3)$$

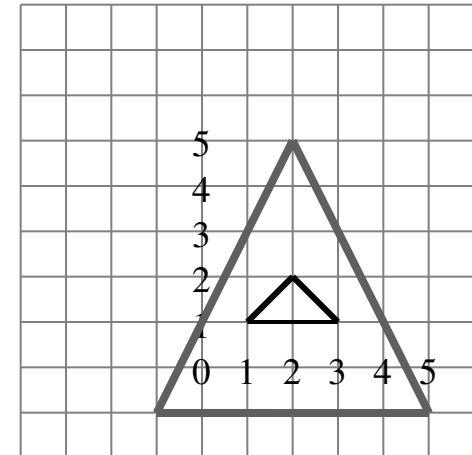
$$C'' = (0 \cdot 3, 1 \cdot 3) = (0, 3)$$

c) Pergeseran sebesar (2,2)

$$A''' = (-3 + 2, -3 + 2) = (-1, -1)$$

$$B''' = (3 + 2, -3 + 2) = (5, -1)$$

$$C''' = (0 + 2, 3 + 2) = (2, 5)$$



TRANSFORMASI MENGGUNAKAN MATRIKS

- Rumus transformasi juga dapat dinyatakan dengan matriks seperti berikut :

$$M = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

- Sehingga rumus transformasi menjadi :

$$\begin{bmatrix} x' & y' & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix} * M$$

MATRIKS TRANSFORMASI

■ Translasi :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ Tr_x & Tr_y & 1 \end{bmatrix}$$

■ Scaling :

$$\begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotasi

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

CONTOH

- Diketahui : Titik A (2,1)
- Ditanyakan : Lokasi titik yang baru setelah translasi (2,4)
- Jawab :

$$Q = [2 \quad 1 \quad 1] * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} = [4 \quad 5 \quad 1]$$

TRANSFORMASI BERTURUT-TURUT

- Transformasi berturut-turut akan lebih mudah dihitung dengan menggunakan matriks transformasi

- Rumus Umum :

$$M_b = M_1 * M_2 * M_3 * \dots * M_n$$

Dengan M_b merupakan matrik transformasi baru dan $M_1 \dots M_n$ merupakan komponen matrik transformasi.

CONTOH

Diketahui : Titik $A(1,1)$; $B(3,1)$; $C(2,3)$

Ditanyakan :

Lokasi titik yang baru setelah dilakukan transformasi pergeseran $(2,3)$ dan kemudian penskalaan $(3,3)$

Jawab :

$$M_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 6 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 6 & 9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 12 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 6 & 9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & 12 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C' = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 6 & 9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 18 & 1 \end{bmatrix}$$

Tugas

Hitung lokasi titik A (3,1), B (6,2); C (7,4); D (2,5) setelah dilakukan transformasi berturut-turut :

- (a) Translasi (-4,2)
- (b) Rotasi 65°
- (c) Skala (2,3) pada titik pusat (6,2)