

Pertemuan 11

TEORI, APLIKASI DAN TERMINOLOGI GRAF

Definisi Graf

Teori graf digunakan untuk mempresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf adalah dengan menyatakan objek dinyatakan sebagai noktah, bulatan, atau titik, sedangkan hubungan antara objek dinyatakan dengan garis.

Definisi graf

Graf G didefinisikan sebagai pasangan himpunan (V, E) yang dalam hal ini:

V = himp berhingga dan tidak kosong dari simpul-simpul (vertices atau node)

$$= \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$$

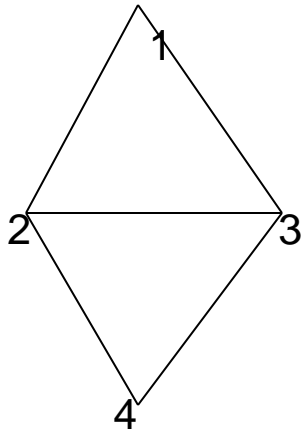
E = himp sisi (edges atau arcs) yang menghubungkan sepasang simpul.

$$= \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$$

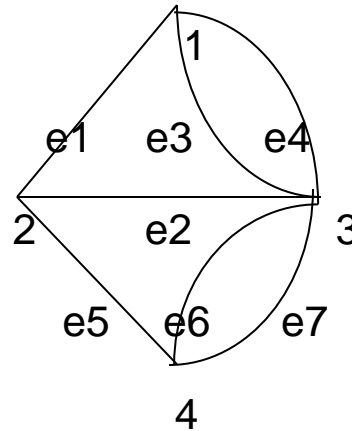
Macam-macam Graf

Simpul pada graf dapat dinomori dengan huruf , bilangan asli atau keduanya, sedangkan sisi yang menghubungkan simpul v_i dengan simpul v_j dinyatakan dengan pasangan (v_i, v_j) atau e_1, e_2, e_3, \dots atau $e = (v_i, v_j)$

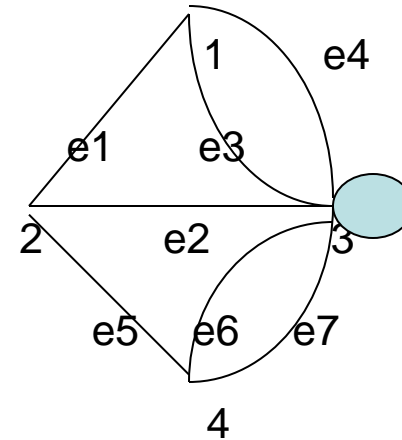
Contoh:



(a)G1



(b)G2



(c)G3

Tiga buah graf (a) graf sederhana, (b) graf ganda dan (c) graf semu

Jenis-jenis Graf

Jenis-jenis graf

Graf dapat dikelompokkan menjadi beberapa jenis bergantung pada sudut pandang pengelompokannya. Pengelompokan graf dapat dipandang berdasarkan ada tidaknya sisi ganda atau sisi kalang, berdasarkan jumlah simpul atau berdasarkan orientasi arah pada sisi.

Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf dapat digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf sederhana (simple graph)

Graf yang tidak mengandung gelang maupun sisi ganda

2. Graf tak sederhana (unsimple graph)

Graf yang mengandung sisi ganda atau gelang

Graf sederhana

Ada dua macam graf tidak sederhana yaitu:

- a. graf ganda (multigraph)
graf yang mengandung sisi ganda
- b. graf semu (pseudograph)
graf yang mengandung gelang

Berdasarkan jumlah simpul pada graf, digolongkan menjadi dua jenis:

1. Graf berhingga (limited graph)
graf yang jumlah n simpulnya berhingga (bisa dihitung)
2. Graf tak berhingga (unlimited graph)
graf yang jumlah n simpulnya tak berhingga (tak terbatas)

Graf berdasarkan arah sisi

Berdasarkan orientasi arah pada sisi, dibedakan atas dua jenis:

1. Graf tak berarah (undirected graph)
graf yang setiap sisinya tidak mempunyai orientasi arah $(v_i, v_k) = (v_k, v_i)$
2. Graf berarah (directed graph atau digraph)
graf yang setiap sisinya diberikan orientasi arah $(v_i, v_k) \neq (v_k, v_i)$. Sisi berarah disebut busur/arc. v_i dinamakan simpul asal v_k dinamakan simpul terminal. Contoh: aliran proses, peta lalu lintas suatu kota.

Contoh terapan graf

Contoh terapan graf

1. Rangkaian listrik

menyatakan arus yang masuk dan ke luar setiap simpul

2. Isomer senyawa kimia karbon

untuk menghitung isomer CH_4 atom C dan atom H dinyatakan simpul dan ikatan antara C dan H sebagai sisi.

3. Transaksi konkuren pada basis data terpusat

dalam bidang informatika, dalam basis data terpusat melayani beberapa transaksi yang dilakukan secara konkuren (bersamaan). Transaksi berupa pembacaan dan penulisan terhadap data yang sama. Persoalan kritis terjadi deadlock yaitu keadaan yang timbul akibat transaksi saling menunggu yang disebut hang. Digambarkan dengan graf.

Terapan graf untuk pengujian program

4. Pengujian program

penerapan graf berarah di mana simpul menyatakan pernyataan atau kondisi yang dievaluasi dan busur menyatakan aliran kendali program ke pernyataan atau kondisi

cont: read x

while $x \neq 9999$ do

begin

if $x < 0$ then

writeln ('masukkan tidak boleh negatif')

else

$x := x + 10;$

read x

end

writeln x

Terapan graf yang lain

5. Terapan graf pada teori otomata digunakan untuk menggambarkan cara kerja dan arah kegiatan suatu mesin.
6. Turnamen round-robin
Setiap tim bertanding dengan tim lain hanya satu kali, tim menyatakan simpul dan pertandingan menyatakan busur.

Terminologi graf #1

Terminologi Graf

Dalam Pembahasan mengenai graf , kita sering menggunakan terminologi (istilah) yang berkaitan dengan graf. Dibawah ini didaftarkan beberapa terminologi yang sering dipakai.

1. Ketetanggaan (*Adjacent*)
dua buah simpul dikatakan bertetangga bila keduanya terhubung langsung.
2. Bersisian (*Incidency*)
untuk sembarang sisi / edges $e = (v_j, v_k)$ dikatakan
e bersisian dengan simpul v_j
e bersisian dengan simpul v_k

Terminologi graf#2

3. Simpul yang terpencil (*Isolated graph*)

ialah simpul yang tidak mempunyai sisi yang bersisian dengannya, atau tidak ada satupun bertetangga dengan simpul-simpul lainnya.

4. Graf kosong

Definisi graf menyatakan bahwa V tidak boleh kosong, sedangkan E boleh kosong. Jadi sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satupun tetapi simpulnya harus ada, minimal satu.

5. Derajat (*degree*)

Derajat suatu simpul adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut.

6. Lintasan (*Path*)

lintasan dari simpul-simpul dalam G adalah rangkaian sisi-sisi yang menghubungkan dari simpul awal hingga simpul akhir.

Terminologi graf#3

Macam lintasan

- Lintasan sederhana (*simple path*) adalah lintasan dengan semua sisi yang dilalui hanya satu kali.
- Lintasan elementer (*elementary path*) adalah lintasan dengan semua simpul yang dilalui hanya muncul satu kali, kecuali mungkin simpul pertama dan simpul terakhir.
- Lintasan tertutup (*closed walk*) adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama.
- Lintasan terbuka (*open walk*) adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang tidak sama.

7. Siklus (*cycle*) atau sirkuit (*circuit*)

lintasan elementer dengan simpul pertama sama dengan simpul yang terakhir.

Terminologi graf#4

Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut.

Sirkuit sederhana (*simple path*) adalah sirkuit dengan semua sisi yang dilalui hanya satu kali.

8. Terhubung (*connected*)

dua buah simpul v_1 dan v_2 disebut terhubung jika terdapat lintasan dari v_1 ke v_2 .

9. Pohon (*tree*) adalah graf terhubung yang tidak mempunyai sirkuit.

10. Upagraf (*subgraf*) dan komplemen upagraf

upagraf adalah suatu graf yang merupakan bagian dari graf yang lain; Komplemen upagraf adalah kebalikan dari graf yang lain.

11. Upagraf rentang (*spanning subgraf*) adalah suatu graf bagian yang memuat semua simpul graf asal.

Terminologi graf #5

12. Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen.
13. Graf berbobot (*weighted graph*)
adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga (bobot). Bobot pada setiap sisi dapat menyatakan jarak antara dua buah kota, biaya perjalanan, waktu tempuh pesan / message dari sebuah simpul komunikasi ke simpul komunikasi lain, ongkos produksi, dsb.

Graf sederhana khusus

Beberapa graf sederhana khusus

- Graf lengkap (*complete graph*) ialah graf sederhana yang setiap simpulnya mempunyai sisi ke semua simpul yang lainnya. Jumlah sisi pada graf lengkap $n(n-1)/2$
- graf lingkaran adalah graf sederhana yang setiap simpulnya berderajat dua. Cont : hubungan LAN
- Graf teratur (*regular graphs*) ialah graf yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama. Jumlah sisinya $nr/2$, dimana n = simpul dan r = derajat.
- Graf bipartite (*bipartite graph*) adalah graf G yang himpunan simpulnya dapat dipisah menjadi 2 himpunan bagian V_1 dan V_2 , sehingga setiap sisi pada G menghubungkan simpul di V_1 ke sebuah simpul di V_2