UNIVERSITAS

Pertemuan 5

LOGIKA PROPOSISI

Pernyataan

- Logika proposisi berisi pernyataan-pernyataan (tunggal/majemuk)
- Pernyataan : kalimat deklarasi yang dinyatakan dengan huruf-huruf kecil.
- Pernyataan mempunyai sifat dasar yaitu benar atau salah tetapi tidak keduanya

Contoh pernyataan

Contoh:

1. Bilangan biner digunakan dalam sistem digital
2. Sistem analog lebih akurat daripada sistem digital
3. Pentium IV lebih bagus kinerjanya dan lebih mahal harganya daripada pentium III

Kalimat yang tidak termasuk pernyataan: *kalimat perintah, pertanyaan, keheranan, harapan, kalimat … walaupun …*

Pernyataan Majemuk

- **Negasi**

  Sebuah pernyataan yang meniadakan pernyataan yang ada, dapat dibentuk dengan menulis ‘*adalah salah bahwa*…’ atau dengan menyisipkan kata ‘*tidak*’

  notasi: ~p , p’

  Contoh:

  p = keyboard merupakan output device

  ~ p = adalah salah bahwa keyboard merupakan output device

Tabel kebenaran negasi dan pernyataan konjungsi

- Kebenaran sebuah negasi adalah lawan dari kebenaran pernyataannya.
- Tabel kebenaran negasi:

p	~p
+	−
−	+

❑ **Konjungsi**

Pernyataan gabungan dari dua pernyataan dengan kata hubung ‘dan’

Notasi: $p \wedge q$, pq , $p \times q$

Contoh Konjungsi

Contoh:

p = sistem analog adalah suatu sistem dimana tanda fisik/kuantitas, dapat berbeda-beda secara terus menerus melebihi jarak tertentu.(*benar*)

q = sistem digital adalah suatu sistem dimana tanda fisik/kuantitas, hanya dapat mengasumsikan nilai yang berlainan. (*benar*)

r = sistem bilangan desimal adalah sistem bilangan yang digunakan dalam sistem digital. (*salah*)

Maka:

$p \wedge q$ adalah konjungsi yang benar

$q \wedge r$ adalah konjungsi yang salah

Pernyataan disjungsi dan tabel kebenarannya

Disjungsi

Adalah pernyataan gabungan dari dua pernyataan dengan kata hubung ‘atau’

Notasi: $p \vee q$, $p + q$

p	q	$p \wedge q$
+	+	+
+	−	−
−	+	−
−	−	−

p	q	$p \vee q$
+	+	+
+	−	+
−	+	+
−	−	−

Contoh disjungsi

Contoh:

p = keyboard adalah input device (*benar*)

q = harddisk adalah alat penentu kecepatan komputer (*salah*)

r = processor adalah otak dari komputer (*benar*)

Maka:

$p \vee q$ adalah disjungsi yang benar

$p \vee r$ adalah disjungsi yang benar

Jointdenial (NOR)

- **Jointdenial(Not OR /NOR)**

Adalah pernyataan gabungan yang dihasilkan dari menegasikan disjungsi.

Notasi: $p \downarrow q$, $\sim(p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$p \downarrow q$
+	+	+	−
+	−	+	−
−	+	+	−
−	−	−	+

Not And (NAND)

- **Not And (NAND)**

Adalah pernyataan gabungan yang dihasilkan dari menegasikan konjungsi.

Notasi: $\sim(p \wedge q)$, $p \uparrow q$

p	q	$(p \wedge q)$	$p \uparrow q$
+	+	+	−
+	−	−	+
−	+	−	+
−	−	−	+

Exlusive OR (EXOR)

❑ Exlusive OR(EXOR)

Adalah pernyataan gabungan di mana salah satu p atau q (tidak keduanya) adalah benar

Notasi : $p \oplus q$

p	q	$p \oplus q$
+	+	–
+	–	+
–	+	+
–	–	–

Exlusive NOR(EXNOR)

- **Exlusive NOR(EXNOR)**

Adalah pernyataan gabungan dimana nilai kebenarannya benar bila kedua pernyataannya benar atau salah.

Notasi : $\sim(p \oplus q)$

p	q	$\sim(p \oplus q)$
+	+	+
+	–	–
–	+	–
–	–	+

Kesetaraan Logis

KESETARAAN LOGIS

Dua buah pernyataan yang berbeda dikatakan setara/equivalen bila nilai kebenarannya sama

Contoh:

1. Tidak benar bahwa aljabar linier adalah alat matematika dasar untuk disain logika.(benar)
2. Aljabar boole adalah alat matematika dasar untuk disain logika.(benar)

Contoh Kesetaraan Logis

Contoh:

Selidiki apakah kedua proposisi di bawah ini setara:

1. Tidak benar bahwa sistem bilangan biner dipergunakan dalam sistem digital atau sistem digital hanya dapat mengasumsikan nilai yang berlainan.
2. Sistem bilangan biner tidak dipergunakan dalam sistem digital dan tidak benar bahwa sistem digital hanya dapat mengasumsikan nilai yang berlaianan.

(hint: buktikan : $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$)

Aljabar Proposisi

Aljabar proposisi adalah hukum-hukum aljabar yang dapat digunakan dalam proposisi.

Hukum-hukum tersebut adalah:

1. Idempoten

$p \vee p \equiv p$

$q \wedge q \equiv p$

2. Assosiatif

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$

3. Distributif

$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

$p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

4. Komutatif

$p \vee q \equiv q \vee p$

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

Hukum-hukum aljabar#2

5. Identitas

$p \vee f \equiv p$

$p \vee t \equiv t$

$p \wedge f \equiv f$

$p \wedge t \equiv p$

6. Involution

$\sim\sim p \equiv p$

7. Komplemen

$p \vee \sim p \equiv t$

$p \wedge \sim p \equiv f$

$\sim t \equiv f$

$\sim f \equiv t$

8. De Morgan's

$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

UNIVERSITAS

Contoh pemakaian hukum aljabar

Contoh pemakaian hukum aljabar proposisi

Sederhanakan proposisi berikut ini:

1. $p \wedge (p \vee q)$

$$
\begin{aligned}
p \wedge (p \vee q) &\equiv (p \vee f) \wedge (p \vee q) && \ldots(\text{ } \textit{hk.identitas} \text{ }) \\
&\equiv p \vee (f \wedge q) && \ldots(\text{ } \textit{hk.distribusi} \text{ }) \\
&\equiv p \vee f && \ldots(\text{ } \textit{hk.identitas} \text{ }) \\
&\equiv p && \ldots(\text{ } \textit{hk.identitas} \text{ })
\end{aligned}
$$

2. Sederhanakan proposisi: $p \vee (p \wedge q)$

IMPLIKASI DAN BIIMPLIKASI

Implikasi

Jika memakai Ms Word **maka** *windows adalah sistem operasinya*

Artinya: Ms word tidak dapat digunakan tanpa windows tetapi windows dapat digunakan tanpa Ms word

Contoh pernyataan di atas disebut pernyataan beryarat (*conditional statement*)

Notasi: $p \rightarrow q$

Tabel kebenaran Implikasi dan contoh

Tabel kebenaran impilkasi

p	q	$p \rightarrow q$
+	+	+
+	–	–
–	+	+
–	–	+

Contoh: Misalkan pernyataan p adalah benar, q adalah salah dan r adalah benar, tentukan kebenaran proposisi berikut:

$$(p \vee q) \rightarrow \sim r$$

Variasi Implikasi

Jika implikasi: $p \to q$

Maka: Konversnya : $q \to p$

Inversnya : $\sim p \to \sim q$

Kontrapositipnya : $\sim q \to \sim p$

Contoh:

Tentukan konvers,invers, dan kontrapositif dari proposisi berikut:

Jika Ms Word aplikatifnya maka windows sistem operasinya

Tabel Kebenaran Variasi Implikasi

- Tabel kebenaran variasi implikasi:

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$
+	+	−	−	+	+	+	+
+	−	−	+	−	-	+	+
−	+	+	−	+	+	−	-
−	−	+	+	+	+	+	+

setara setara

Proposisi yang saling kontrapositif memiliki nilai kebenaran yang sama

Kesimpulan:

Proposisi yang saling kontrapositif mempunyai nilai kebenaran yang sama(equivalen)

Contoh:

Buktikan bahwa:

Jika x^2 *bilangan genap*, maka x *juga bilangan genap*

Jawab:

Kontrapositif dari implikasi di atas adalah:

Jika x bukan *bilangan genap*, maka x^2 *juga bukan bilangan genap*

Lanjutan jawaban proposisi kontrapositif

Setiap bilangan bulat bukan genap adalah ganjil, sehingga jika x ganjil ditulis sebagai

$x = 2k + 1$ (k bil. Bulat) akibatnya:

$$
\begin{aligned}
X^2 &= (2k + 1)^2 \\
&= 4k^2 + 4k + 1 \\
&= 2(2k^2 + 2k) + 1
\end{aligned}
$$

Karena kontrapositifnya benar akibatnya implikasinya juga benar.

Biimplikasi

Biimplikasi

Contoh pernyataan biimplikasi:

Ms word jika dan hanya jika *ingin membuat dokumen*

Notasi: $p \leftrightarrow q$

Kebenaran biimplikasi:

p	q	$p \leftrightarrow q$
+	+	+
+	–	–
–	+	–
–	–	+

Argumentasi

Argumentasi adalah kumpulan pernyataan – pernyataan atau premis-premis atau dasar pendapat serta kesimpulan(konklusi)

Notasi:

P(p,q,…)	P,Q,… masing-masing disebut premis
Q(p,q,…)	{P,Q,..} bersama-sama disebut hipotesa
$\vdots$	
$\therefore$C(p,q,…)	C adalah kesimpulan/konklusi

Contoh argumentasi

Contoh:

Jika biner maka disain logika
Jika disain logika maka digital

∴ **Jika biner maka digital**

Kebenaran/validitas Argumen

Nilai kebenaran argument tergantung dari nilai kebenaran masing-masing premis dan kesimpulannya.

Suatu argumen dikatakan benar bila masing-masing premisnya benar dan kesimpulannya juga benar.

Argumen dan notasi

Contoh 1:

Jika biner maka disain logika
Jika disain logika maka digital

$\therefore$ Jika biner maka digital

Argumen tersebut dapat ditulis dengan notasi:

$p \rightarrow q$ disebut premis 1

$q \rightarrow r$ disebut premis 2

$\therefore p \rightarrow r$ disebut konklusi

Perhatikan Tabel kebenaran

Premis dan konklusi benar maka valid

p	q	r	p→q	q → p	p →r
+	+	+	+	+	+
+	+	–	+	–	–
+	–	+	–	+	+
+	–	–	–	+	–
–	+	+	+	-	+
–	+	–	+	–	+
–	–	+	+	+	+
–	–	–	+	+	+

Semua premis dan konklusi benar sehingga argumentasi di atas **valid**.

Bentuk-bentuk dasar menarik kesimpulan#1

Bentuk-bentuk dasar menarik kesimpulan

1. Conjunction

$$\begin{array}{l} p \\ q \\ \hline \therefore p \wedge q \end{array}$$

2. Addition

$$\begin{array}{l} p \\ \hline \therefore p \vee q \end{array}$$

3. Construction Dilemma

$$\begin{array}{c} (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \\ p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array}$$

Bentuk-bentuk dasar menarik kesimpulan#2

4. Modus Ponens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

5. Modus Tollens

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

6. Hypothetical syllogism

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

7. Simplification

$$\begin{array}{l} p \wedge q \\ \hline \therefore p \end{array}$$

8. Disjunctive syllogism

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Bentuk-bentuk dasar menarik kesimpulan#3

9. Destructive Dilemma

$$\frac{\begin{array}{c}(p \to q) \wedge (r \to s) \\ \sim p \vee \sim s\end{array}}{\therefore \sim p \vee \sim r}$$

10. Absorption

$$\frac{p \to q}{\therefore p \to (p \wedge q)}$$

Contoh penarikan kesimpulan

Contoh pemanfaatan:

Buatlah kesimpulan dari argumen di bawah ini sehingga argumen tersebut valid

1. Jika hasilnya akurat maka sistemnya digital
2. Jika sistem digital maka menggunakan bil. Biner
3. Hasilnya akurat

$\therefore$?

Jawab:

Premis 1 : $p \rightarrow q$
Premis 2 : $q \rightarrow r$
Premis 3 : p
$\therefore$?

Penarikan kesimpulan dengan hypothetical syllogism

Dengan hypothetical syllogism

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{q \rightarrow r \quad\quad} \\ \therefore\ p \rightarrow r \end{array}$$

Sehingga argumentasi dapat ditulis kembali:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \underline{p \quad\quad\quad\quad} \\ \therefore\ ? \end{array}$$

Dengan Modus Ponen, konklusinya adalah r

$$\begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \underline{p \quad\quad\quad\quad} \\ \therefore\ r \end{array}$$

Adalah valid

Pembuktian dengan tabel kebenaran

p	q	r	p→q	q →r
+	+	+	+	+
+	+	–	+	–
+	–	+	–	+
+	–	–	–	+
–	+	+	+	+
–	+	–	+	–
–	–	+	+	+
–	–	–	+	+
3		∴	1	2