

LATIHAN PERSIAPAN UJIAN 2

- Jawablah pertanyaan berikut dengan ringkas dan jelas menggunakan **bolpoin**.

A. URAIAN SINGKAT

- [3] Di dalam Statistika, terdapat 2 metode penaksiran, yaitu titik dan selang. Tuliskan hal yang mendasari munculnya selang kepercayaan.
- [3] Tuliskan tiga hal yang harus diperhatikan dalam membangun uji hipotesis. Untuk memudahkan, dapat diambil salah satu kasus dalam tabel uji hipotesis.
- [3] Hubungan antara perlakuan dan respon dalam ANOVA dikategorikan sebagai model linier juga. Tuliskan persamaan linier untuk ANOVA 1–arah beserta penjelasannya (termasuk manfaatnya).
- [3] Tuliskan 3 ciri bagan kendali yang menunjukkan indikasi proses tak terkendali (*out of control*).
- [3] Untuk melakukan pengambilan keputusan dalam uji hipotesis dapat digunakan statistik hitung atau p – *value*. Jelaskan yang anda ketahui mengenai p – *value*.
- [3] Sebutkan tiga ciri-ciri variabel prediktor dalam model regresi linier
- [3] Tuliskan persamaan untuk model deret waktu berikut

Model	
AR (p)	
MA (q)	
ARMA(p,q)	

- [3] Sebutkan dan jelaskan **dua jenis** semivariogram
- [3] Sebutkan prinsip dasar bahwa dua kelompok data dapat dikatakan sebagai data berpasangan dalam pengujian rata-rata. Beri 2 contoh.
- [3] Tuliskan persamaan model yang digunakan dalam ANOVA dan sebutkan dua manfaat yang diperoleh saat pengujian menggunakan ANOVA.
- [5] Jika terdapat 2 peubah acak, sebut X dan Y, maka tuliskan definisi korelasi antara X dan Y, serta gambarkan dalam diagram pencar 3 kemungkinan hubungan antar X dan Y.
- [4] Dalam analisis deret waktu terdapat istilah kestasioneran, jelaskan makna kestasioneran tersebut. Kemudian gambarkan 2 contoh plot deret waktu yang menunjukkan bahwa data tidak stasioner.

B. URAIAN PANJANG

- [20] Dalam rangka memperluas wilayah usahanya, Perusahaan XYZ melakukan evaluasi dan lelang kepada 4 perusahaan kontraktor ternama (A, B, C, dan D) dengan melihat besar biaya yang diusulkan para kontraktor tersebut di beberapa area konstruksi yang akan dikerjakan. Berikut adalah estimasi biaya yang diusulkan (dalam puluhan milyar rupiah):

		Kontraktor			
		A	B	C	D
Area konstruksi	1	35.1	37.5	36.3	32.1
	2	34.5	34.6	35.1	30.3
	3	29.5	33.1	32.5	27.2
	4	31.6	34.4	32.9	29.6

Ada pendapat dari para pengamat konstruksi bangunan bahwa:

- Kontraktor A, B, dan C memberikan estimasi yang relatif sama.
- Kontraktor D selalu memberikan estimasi biaya yang lebih rendah dibanding kontraktor lainnya, dengan realisasi dan kualitas bangunan yang bersaing.

Dengan pengetahuan beberapa metode dalam pengujian rata-rata baik untuk 2 populasi atau lebih, uji masing-masing pendapat di atas. Asumsikan bahwa data berdistribusi normal dan variansi dari estimasi harga dari setiap kontraktor sama.

2. [30] Seorang pengajar Statistika di sebuah universitas meminta delapan mahasiswa yang dipilihnya secara acak, untuk mencatat lama waktu belajar (dalam jam) yang digunakan untuk matkul Statistika tersebut. Mahasiswa-mahasiswa diminta melakukan pencatatan sejak awal semester perkuliahan hingga menjelang ujian tengah semester (UTS).

a. [12] Jika pasangan data di atas dianalisis oleh model regresi linier antara nilai ujian (U) dengan waktu belajar (W), $U_i = \beta_0 + \beta_1 w_i + e_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, dengan $e \sim^{iid} N(0, \sigma^2)$. Melalui metode kuadrat

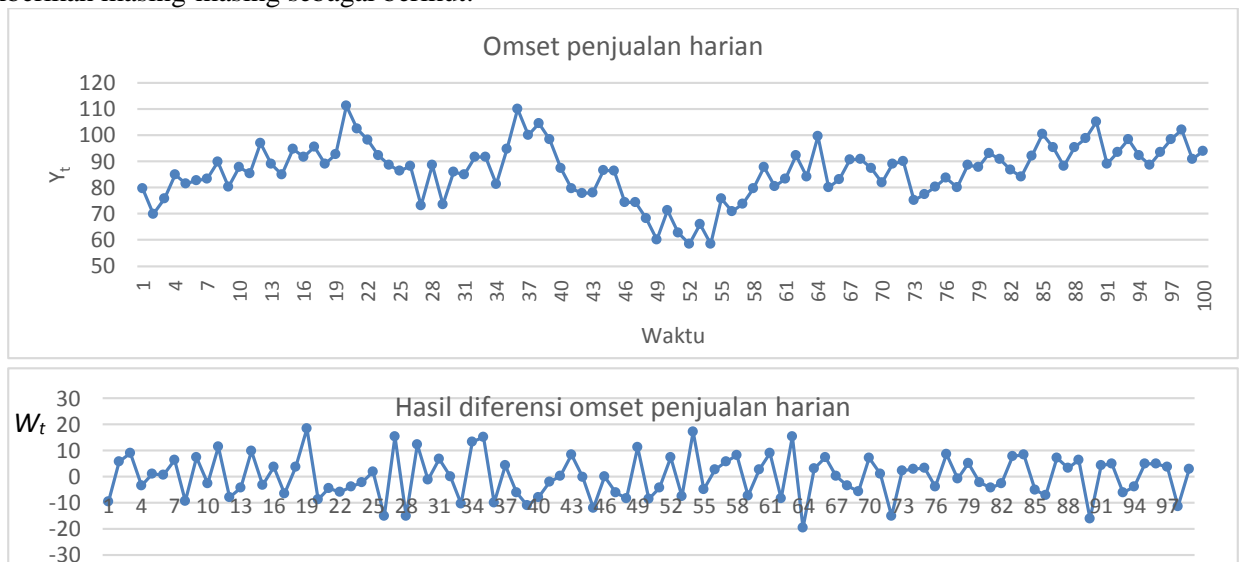
terkecil, tunjukkan bahwa $\hat{\beta}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U_i - \hat{\beta}_1 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n w_i$ dan $\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n U_i w_i - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n U_i) (\sum_{i=1}^n w_i)}{\sum_{i=1}^n w_i^2 - \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n w_i)^2}$.

Selanjutnya, hasil observasi adalah data yang diperoleh:

Lama waktu belajar	10	15	12	20	8	16	14	22
Nilai Ujian	92	81	84	74	85	80	84	80

Pengajar tersebut menduga bahwa waktu belajar sangat mempengaruhi nilai ujian yang diperoleh para siswa.

- a. [6] Taksir model regresi yang sesuai untuk kasus tersebut.
b. [6] Hitung selang prediksi nilai ujian yang dihasilkan jika waktu belajar yang dihabiskan adalah 15 jam.
c. [6] Uji apakah pendapat pengajar tersebut didukung oleh data yang ada.
3. [20] Perusahaan Asuransi XXX memperhatikan omset penjualan harian produknya (juta rupiah) selama 100 hari kerja, mulai 8 April 2017. Realisasi barisan omset penjualan harian Y_t dan hasil diferensinya $W_t = Y_t - Y_{t-1}$ diberikan masing-masing sebagai berikut:

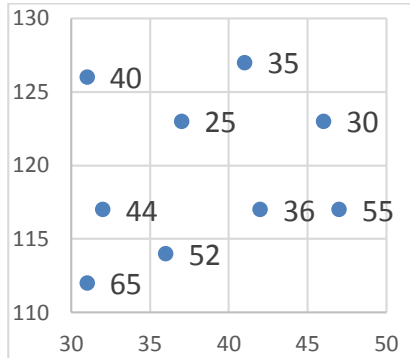


Untuk *training population*, diambil 14 observasi pertama Y_t dan hasil diferensinya sebagai berikut:

	Y_t	$W_t = Y_t - Y_{t-1}$
1	79.59	
2	69.97	-9.62
3	75.84	5.86
4	84.85	9.02
5	81.47	-3.38
6	82.60	1.13
7	83.35	0.75
8	89.74	6.39
9	80.34	-9.39
10	87.86	7.52
11	85.36	-2.51
12	96.88	11.52
13	88.99	-7.89
14	84.85	-4.13

- a. [3] Simpulkan tiga hal yang bisa Anda Tarik dari realisasi 100 hari omset penjualan Perusahaan XXX.
b. [3] Simpulkan tiga hal yang bisa Anda Tarik dari hasil diferensi realisasi omset penjualan Perusahaan XXX.
c. [10] Dengan menggunakan data *training population*, hitung fungsi autokorelasi sampel (r_k) sampai lag 3.
d. [4] Berdasarkan hasil a, b, dan c, tuliskan model deret waktu yang mungkin beserta bentuk persamaannya. Beri alasan Anda.

4. [18] Di suatu kawasan sepanjang sungai di Kalimantan, ditemukan cadangan emas dalam jumlah yang cukup banyak. Pengamatan dilakukan dengan mengambil 9 sampel lokasi yang dianggap dapat mewakili persebaran cadangan emas tersebut. Persebaran lokasi digambarkan dalam koordinat sebagai berikut:



Lokasi tersebut tidak beraturan (ireguler) sehingga untuk mempermudah perhitungan jarak antar lokasi, setiap titik lokasi dianggap mewakili setiap kotak/grid yang berukuran 5km x 5km. Kandungan emas (Au) untuk setiap lokasi tercantum dalam gambar (dalam perseratusan). Tentukan:

- [3] Banyaknya lag jarak yang mungkin terbentuk dari pasangan lokasi tersebut serta sebutkan besar jaraknya.
 - [8] Dengan memilih 4 lag jarak terdekat yang diperoleh di (a), hitung semivariogram eksperimental ($\gamma(h)$).
 - [4] Gambarkan $\gamma(h)$ terhadap h . Analisis karakteristik plot yang Anda peroleh.
 - [3] Tentukan model yang mungkin dan tulis persamaannya. Berikan argumentasi Anda.
5. [20] Dua area pertambangan batu bara, Area I dan Area II, memberikan hasil produksi batu bara dalam satuan ton per-hari sebagai berikut

Area I	50	48	46	51	52	51	
Area II	55	45	47	43	58	42	50

Perusahaan Sumber Makmur ingin mengetahui apakah terdapat area yang lebih baik di antara Area I dan Area II dalam hal produksi batu bara. Anda diminta untuk membantu Perusahaan Sumber Makmur menyelesaikan permasalahannya tersebut. Jika diketahui bahwa produksi batu bara Area I dan Area II berdistribusi normal, dan menggunakan taraf keberartian $\alpha = 5\%$,

- [6] Tentukan selang kepercayaan 95% untuk rata-rata produksi batu bara Area I dan Area II
 - [6] Uji apakah variansi produksi batu bara Area I sama dengan Area II
 - [8] Lakukan uji hipotesis yang sesuai sehingga dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan Perusahaan Sumber Makmur
6. [25] Gasifikasi batu bara (*coal gasification*) adalah sebuah proses untuk mengubah batu bara padat menjadi gas batu bara yang mudah terbakar (*combustible gases*). Setelah proses pemurnian, dihasilkan gas-gas karbon monoksida (CO), karbon dioksida (CO₂), hidrogen (H₂), metana (CH₄), dan nitrogen (N₂) yang dapat digunakan sebagai bahan bakar. Berikut data berat batu bara padat dalam satuan kg dan volume gas batu bara dalam satuan m³.

Berat batu bara padat	3,65	3,32	3,21	2,74	3,72	3,15	3,27	3,00
Volume gas batu bara	3,59	3,27	3,19	2,52	3,73	3,21	3,19	2,98

- [4] Gambarkan diagram pencar (*scatter plot*) antara berat batu bara padat dan volume gas batu bara.
 - [7] Tentukan model regresi linier data di atas.
 - [6] Tentukan selang kepercayaan untuk gradien garis regresi (gunakan taraf keberartian 10%). Apa yang dapat Anda simpulkan berdasarkan hasil ini?
 - [4] Hitunglah koefisien determinasi model tersebut.
 - [4] Jika volume gas batu bara yang ditargetkan adalah 3,51 m³, berapakah berat batu bara padat yang diperlukan?
7. [22] Kapal selam adalah kapal yang bergerak di bawah permukaan air, umumnya digunakan untuk tujuan dan kepentingan militer. Volume bahan bakar yang perlu diisi pada sejenis kapal selam di suatu hari dipengaruhi oleh volume bahan bakar yang diisi pada hari-hari sebelumnya. Diamati dan diperoleh kebutuhan bahan bakar (dalam liter) kapal selam tersebut selama 80 hari, diperoleh plot garis sebagai berikut:



Seorang analisis di lapangan ingin secara cepat melihat pola kebergantungan dari kebutuhan bakar kapal selama tersebut. Oleh karena itu, ia mengambil 10 hari pengamatan terakhir, yaitu:

Hari ke-	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Volume bahan bakar	34	44	25	46	21	45	31	33	28	41

- [3] Berdasarkan plot garis yang diberikan, apakah proses dapat dikatakan stasioner? Berikan penjelasan Anda.
- [8] Hitunglah nilai fungsi autokorelasi (ACF) sampai *lag* waktu ke-4.
- [5] Tentukan batas signifikansi 95% diagram ACF dan gambarkan diagram ACF tersebut.
- [4] Tentukan model deret waktu yang mungkin untuk data volume bahan bakar (jika hanya melihat dari diagram ACF), tuliskan persamaannya.
- [2] Menurut Anda, apakah yang dilakukan oleh analis tersebut masuk akal? Berikan penjelasan Anda.

- [21] Bentos merupakan hewan dan tumbuh-tumbuhan yang hidup di dasar laut atau pada wilayah yang disebut zona benthik (*benthic zone*) maupun dasar daerah tepian. Untuk mengetahui penyebaran bentos di wilayah tsb dilakukan pengamatan dengan mengambil 8 sampel lokasi yang dianggap mewakili penyebaran bentos:

	20		
	30		28
		35	
28	34	27	32

Lokasi tersebut tidak beraturan sehingga untuk mempermudah perhitungan antar jarak lokasi, setiap titik lokasi dianggap mewakili setiap kotak atau *grid* yang berukuran 5 km x 5 km. Banyak bentos yang terdapat dalam masing-masing lokasi tertera seperti pada gambar.

- [6] Tentukan banyak *lag* jarak yang mungkin terbentuk dari pasangan lokasi tersebut beserta besar jaraknya.
 - [10] Dengan memilih 4 *lag* jarak terdekat yang diperoleh dari soal a, gambarkan grafik semivariogram eksperimentalnya.
 - [5] Tentukan 2 model semivariogram yang mungkin berdasarkan grafik tersebut. Berikan alasan pemilihan model tersebut.
- [20] Seorang insinyur sedang meneliti kekuatan tekan beton dari empat teknik pencampuran yang berbeda (dalam *psi*). Data berikut telah dikumpulkan

	Teknik Pencampuran			
	A	B	C	D
Kekuatan Tekan (psi)	3129	3200	2800	2600
	3000	3300	2900	2700
	2865	2975	2985	2600
	2890	3150	3050	2765

Berdasarkan penelitian sebelumnya dikatakan bahwa **Teknik Pencampuran D secara signifikan memiliki kekuatan tekan beton yang paling rendah**, sedangkan tiga metode lainnya (**A, B, dan C**) memiliki **performansi yang tidak berbeda**. Uji dengan tingkat signifikansi maksimum/minimum berapakah bahwa hasil penelitian sebelumnya didukung oleh sampel yang ada.

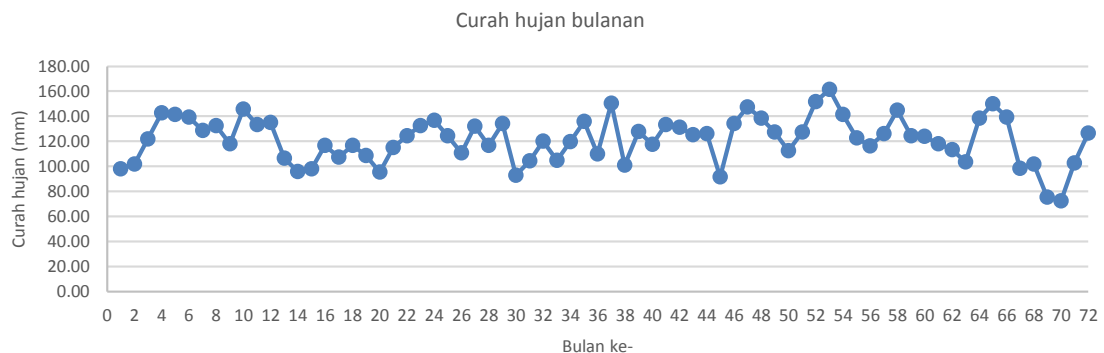
Asumsikan bahwa data berasal dari distribusi normal, dan setiap teknik memiliki variansi kekuatan tekan beton yang hampir sama.

10. [25] Menurut penelitian Klimatologi, terdapat hubungan antara kenaikan kadar CO₂ terhadap kenaikan suhu di atmosfer. Data berikut adalah rata-rata kadar CO₂ (ppm) di atas Mauna Loa di Hawaii dan kenaikan (perbedaan) rata-rata suhu (°C) antara daratan dan lautan.

Kadar CO ₂ (ppm)	313	320	325	328	330	345	348	353
Suhu (°C)	16,0	16,5	16,4	16,7	16,6	16,8	17,1	17,3

- [5] Gambarkan diagram pencar dari kedua peubah di atas dan berikan penjelasan.
- [6] Tentukan model regresi linier untuk data di atas.
- [4] Apabila kenaikan kadar CO₂ adalah 335 ppm, hitung kenaikan suhu yang terjadi di atmosfer.
- [10] Uji apakah data yang ada mendukung penelitian Klimatologi tersebut.

11. [20] Seorang pengamat cuaca memperhatikan data curah hujan bulanan di 6 tahun terakhir di suatu wilayah, sepertipada gambar berikut.



Untuk memeriksa pola ACF dari data secara cepat, pengamat tersebut mencatat 15 bulan pengamatan sbb.

Bulan ke-	Curah hujan (mm)
1	97.97
2	101.87
3	121.86
4	142.61
5	141.29
6	139.36
7	128.44
8	132.41
9	117.97
10	145.59
11	133.22
12	135.03
13	106.61
14	95.71
15	98.02

Asumsikan bahwa data curah hujan berdistribusi normal.

- a) [3] Beri komentar Anda mengenai plot nilai curah hujan tersebut.
- b) [8] Hitung nilai fungsi autokorelasi (ACF) sampel sampai lag waktu ke-4.
- c) [2] Hitung batas signifikansi dari plot ACF.
- d) [4] Beri ulasan Anda mengenai model yang mungkin diperoleh dari ACF tersebut.
- e) [3] Apakah masuk akal menentukan model berdasarkan 15 observasi tersebut? Beri alasan Anda.

12. [20] Pada suatu daerah yang dibagi-bagi menjadi 16 blok, dihitung banyaknya penduduk yang terkena penyakit demam berdarah. Dari 16 blok tersebut hanya 13 blok yang terjangkit penyakit tersebut seperti digambarkan pada skema di bawah ini. Jika setiap blok mewakili luas daerah 100 km^2 , maka:

23	35	32	
12		16	34
10	15		20

- a. [4] Tentukan banyaknya lag jarak dan pasangan lokasi sesuai lag jarak yang dapat dihitung dari skema di atas.
- b. [8] Hitung semivariogram eksperimental untuk 4 lag jarak terdekat
- c. [3] Gambarkan grafik semivariogram eksperimental untuk poin b.
- d. [5] Tentukan dua model yang memungkinkan yang sesuai dengan semivariogram eksperimental di atas dan beri alasan Anda (dapat juga dengan menuliskan persamaan model yang mungkin cocok tersebut).