



# Trabajo Práctico 1 - Especificación y WP

Fondo monetario común

17 de mayo de 2024

Algoritmos y Estructura de Datos 2

## Grupo pip install

Integrante	LU	Correo electrónico
Indaco, Matias	710/16	indaco.mat@gmail.com
Palomino, Leonardo	418/21	lpalomino2300@gmail.com
Pórcel, Carlos	1513/21	cporcel@fi.uba.ar
Suarez, Ricardo Javier	127/20	rjavier.suarez97@gmail.com



## Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

# 1. Definición de Tipos

```
type recursos = seq⟨R⟩
type cooperan = seq⟨Bool⟩
type trayectorias = seq⟨seq⟨R⟩⟩
type eventos = seq⟨seq⟨N⟩⟩
type apuestas = seq⟨seq⟨R⟩⟩
type pagos = seq⟨seq⟨R⟩⟩
```

# 2. Especificación

## 2.1. Ejercicio 1

```
proc redistribucionDeLosFrutos (in r: recursos, in c: cooperan) : seq⟨R⟩
  requiere { |r| > 0 ∧ todosElementosPositivos(r) ∧ |r| = |c| }
  asegura { (∀i : ℤ)((0 ≤ i < |res| ∧ c[i] = true) →L
    res[i] = sumaDeLosQueCooperan(r, c)/|r|
    ∧ ((0 ≤ i < |res| ∧ c[i] = false) →L res[i] = (sumaDeLosQueCooperan(r, c)/|r|) + r[i])) }

  aux sumaDeLosQueCooperan (r: recursos, c: cooperan) : R =
    ∑i=0|r|-1 if c[i] = true then r[i] else 0 fi;

  pred todosElementosPositivos (r: recursos) {
    (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |r| →L r[i] > 0)
  }
```

## 2.2. Ejercicio 2

```
proc trayectoriaDeLosFrutosIndividualesALargoPlazo (inout t: trayectorias, in c: cooperan, in a: apuestas, in p: pagos, in
e: eventos) : seq⟨seq⟨R⟩⟩
  requiere { t = old(t) }
  asegura { nuevoRecursoAgregado(t, c) }
  pred nuevoRecursoAgregado (t: trayectorias, c: cooperan) {
    (∀i, recursoActual : ℤ) (
      0 ≤ i < |t| ∧ 1 ≤ recursoActual < |t[i]| →L t[i][recursoActual] = recursoAsignado(i, c)
    )
  }

  aux recursoAsignado (t: trayectorias, a: apuestas, p: pagos, eventoId: ℤ, recursoActual: ℤ, c: cooperan) : R =
    if cooperan[i] = True then gananciaPorEvento(t, a, p, eventoId, recursoActual)/cantDePersonas(c) +
      fondoDividido(fondo, cantDePersonas) else gananciaPorEvento(t, a, p, eventoId, recursoActual) +
      fondoDivido(fondo, cantDePersonas) fi;

  aux fondoDividido (fondo: R, cantDePersonas: ℤ, c: cooperan) : R =
    fondoComunitario(cantDePersonas)/cantDePersonas(c);

  aux fondoComunitario (cantDePersonas: ℤ, cooperan: seq⟨Bool⟩) : R =
    ∑i=0cantDePersonas if cooperan[i] = True then gananciaPorEvento(t, a, p, eventoId, recursoActual)/cantDePersonas(c) else 0 fi;

  aux cantDePersonas (c: cooperan) : ℤ = cantDePersonas = |c|;

  aux gananciaPorEvento (t: trayectorias, a: apuestas, p: pagos, eventoId: ℤ, recursoActual: ℤ) : R = t[i][recursoActual -
1] * a[i][eventoId] * p[i][eventoId];
```

### 2.3. Ejercicio 3

```

proc trayectoriaExtrañaEscalera (in trayectoria: seq(R)) : Bool
  requiere {True}
  asegura {res = true  $\leftrightarrow$  ( $\exists i : \mathbb{Z}$ ) (
    (|trayectoria| = 1  $\vee$  (|trayectoria| = 2  $\wedge$  trayectoria[0]  $\neq$  trayectoria[1]))
     $\vee$  ( $1 \leq i < |trayectoria| - 1 \wedge_L$  trayectoria[i - 1] < trayectoria[i] > trayectoria[i + 1])
  )}

```

### 2.4. Ejercicio 4

```

proc individuoDecideSiCooperar0No (in individuo: N, in recursos: seq(R), inout cooperan: seq(Bool), in apuestas: seq(seq(R)),
in pagos: seq(seq(R)), in eventos: seq(seq(N)))
  requiere {cooperan = old(cooperan)}
  asegura {|old(apuestas)[individuo]| = |apuestas[individuo]|  $\wedge_L$ 
    (cooperan[individuo] = True  $\leftrightarrow$  recursoFinalCooperando(individuo, recursos, apuestas, cooperan, pagos, eventos) >
    recursoFinalSinCooperar(individuo, recursos, apuestas, old(cooperan), pagos, eventos))  $\wedge_L$ 
    (( $\forall i : \mathbb{Z}$ ) (
      (0  $\leq i < |apuestas| \wedge i \neq individuo$ )  $\longrightarrow_L$  (apuestas[i] = old(apuestas[i])))
    )}

aux recursoFinalCooperando (individuo: N, recursos: seq(R), apuestas: seq(seq(R)), cooperan: seq(Bool), pagos: seq(seq(R)),
eventos: seq(seq(N))) : R =
recusos[individuo] *  $\prod_{i=0}^{|eventos|-1}$  (fondoComunitarioPorEvento(cooperan, apuestas, pagos, eventos, i)  $\div$  |cooperan|);

aux recursoFinalSinCooperar (individuo: N, recursos: seq(R), apuestas: seq(seq(R)), cooperan: seq(Bool),
pagos: seq(seq(R)), eventos: seq(seq(N))) : R =
recusos[individuo] *  $\prod_{i=0}^{|eventos|-1}$  ((apuestas[individuo][evento[individuo][i]] * pagos[individuo][evento[individuo][i]]) +
(fondoComunitarioPorEvento(cooperan, apuestas, pagos, eventos, i)  $\div$  |cooperan|));

aux fondoComunitarioPorEvento (cooperan: seq(Bool), apuestas: seq(seq(R)), pagos: seq(seq(R)), eventos: seq(seq(N)),
numEvento:  $\mathbb{Z}$ ) : R =
 $\sum_{j=0}^{|cooperan|-1}$  if cooperan[j] then pagos[j][evento[j][numEvento]] * apuestas[j][evento[j][numEvento]] else 0 fi;

```

### 2.5. Demostración p(n)

Sea la sucesión que representa la trayectoria de un individuo a lo largo de los eventos cuando coopera:  
 $w_0 = w_0, w_1 = w_0 * w'_1, \dots, w_k = w_{k-1} * w'_k$ , con  $w'_i = FondoComun_i \div CantidadDeIndividuos$ ,  $1 \leq i \leq k$ .

Quiero probar que,  $p(n): w_n = w_0 * \prod_{i=1}^n w'_i$ , con  $w'_i = FondoComun_i \div CantidadDeIndividuos$ ,  $1 \leq i \leq n, \forall n \in N_0$ .  
 Lo pruebo mediante Principio de Inducción.

**Caso Base:**  $p(n=0): w_0 * \prod_{i=1}^0 w'_i = w_0 * 1 = w_0$ , Verdadero.

**Paso Inductivo:** Sea  $n \in N_0$ .

**Hipótesis Inductiva :**

$$p(n) : w_n = w_0 * \prod_{i=1}^n w'_i, \text{ con } w'_i = FondoComun_i \div CantidadDeIndividuos, 1 \leq i \leq n$$

**Quiero ver que:**

$$p(n+1) : w_{n+1} = w_0 * \prod_{i=1}^{n+1} w'_i, \text{ con } w'_i = FondoComun_i \div CantidadDeIndividuos, 1 \leq i \leq n+1$$

**Por como está definida la suceción:**

$$w_{n+1} = w_n * w'_{n+1}$$

**Por Hipótesis Inductiva:**

$$w_{n+1} = w_n * w'_{n+1} = w_0 * \prod_{i=1}^n w'_i * w'_{n+1} = w_0 * \prod_{i=1}^{n+1} w'_i, \forall n \in N_0$$

**Por lo que,  $p(n+1): w_{n+1} = w_0 * \prod_{i=1}^{n+1} w'_i$ ,  $\forall n \in N_0$ , Verdadero.**

**Finalmente, como Caso Base y Paso Inductivo Verdaderos, entonces por el Principio de Inducción,  $p(n)$  es Verdadero.**

Para probar que  $p(n)$  vale cuando el individuo no coopera la demostración es la misma con la diferencia que:  
 $w'_i = GananciaPorEvento_i + (FondoComun_i \div CantidadDeIndividuos)$ ,  $0 < i \leq k$ .

### Consideraciones:

**GananciaPorEvento<sub>i</sub>** : es la Ganancia del individuo en el Evento<sub>i</sub> sin tomar en cuenta si coopera o no, con  $1 \leq i \leq k$ .  
**FondoComun<sub>i</sub>** : es la suma de todas las GananciaPorEvento de los individuos que cooperan en el Evento<sub>i</sub>, con  $1 \leq i \leq k$ .  
**CantidadDeIndividuos** : es el total de los individuos que participan en los Eventos.  
**w'<sub>i</sub>** : es la ganancia final en el Evento<sub>i</sub>, con  $1 \leq i \leq k$ .  
**k** : es el último evento

## 2.6. Ejercicio 5

```
proc individuoActualizaApuesta (in individuo: N, in recursos: seq⟨R⟩ in cooperan: seq⟨Bool⟩, inout apuestas: seq⟨seq⟨R⟩⟩, in
pagos: seq⟨seq⟨R⟩⟩, in eventos: seq⟨seq⟨N⟩⟩)
  requiere {apuestas = old(apuestas)}
  asegura {(∀i : Z)(0 ≤ i < |e| →L pagos[individuo][eventos[individuo][i]] * apuestas[individuo][eventos[individuo][i]] >
pagos[individuo][eventos[individuo][i]] * old(apuestas)[individuo][eventos[individuo][i]])}
```

## 3. Demostración de correctitud

Sean:

$Pre \equiv apuesta_c + apuesta_s = 1 \wedge pago_c > 0 \wedge pago_s > 0 \wedge apuesta_c > 0 \wedge apuesta_s > 0 \wedge recurso > 0$

$Post \equiv res = recurso \cdot (apuesta_c.pago_c)^{(eventos,T)} \cdot (apuesta_s.pago_s)^{(eventos,F)}$

$S_1 \equiv res = recursos$

$S_2 \equiv i = 0$

$P_c \equiv (res = recurso) \wedge (i = 0) \wedge (apuesta_c + apuesta_s = 1) \wedge (pago_c > 0) \wedge (pago_s > 0) \wedge (apuesta_c > 0) \wedge (apuesta_s > 0) \wedge (recurso > 0)$

$B_{ciclo} \equiv i < |eventos|$

$B_{if} \equiv (eventos[i] == true)$

$Q_c \equiv (i = |eventos| \wedge res = recurso \cdot (apuesta_c.pago_c)^{(eventos,T)} \cdot (apuesta_s.pago_s)^{(eventos,F)})$

$fv \equiv |eventos| - i$

$I \equiv (0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (eventos[k] = true) \text{ then } apuesta_c \cdot pago_c \text{ else } apuesta_s \cdot pago_s \text{ fi})))$

Para probar que la especificación es correcta respecto de su implementación, se tiene que cumplir la tripla de Hoare:

$\{Pre\}S1;S2;\text{While } B_{ciclo} \text{ do } C \text{ endwhile}\{Post\}$

donde Pre es el requiere de la especificacion, Post es el asegura y C es el ciclo de la implementación.

La Tripla de Hoare antes mencionada es equivalente a probar que las siguientes Triplas son verdaderas, y vale por monotonía:

$\{Pre\}S1; S2\{P_c\}$

$\{P_c\}\text{While } B_{ciclo} \text{ do } C \text{ endwhile}\{Q_c\}$

$\{Q_c\}\text{Skip}\{Post\}$

Para poder probar que  $\{P_c\}\text{While } B_{ciclo} \text{ do } C \text{ endwhile}\{Q_c\}$  es correcto, se tienen que cumplir los siguientes criterios:

1)  $P_c \longrightarrow I$

2)  $\{I \wedge B_{ciclo}\}C\{I\} \equiv (I \wedge B_{ciclo}) \longrightarrow WP(C, I)$ , donde C es el cuerpo del ciclo

3)  $(I \wedge \neg B_{ciclo}) \longrightarrow Q_c$

4)  $\{I \wedge B_{ciclo} \wedge fv = V_0\}C\{fv < V_0\} \equiv (I \wedge B_{ciclo} \wedge fv = V_0) \longrightarrow WP(C, fv < V_0)$

5)  $(I \wedge fv \leq 0) \longrightarrow (\neg B_{ciclo})$

Veamos si se cumple 1) :

$P_c \equiv (res = recurso) \wedge (i = 0) \wedge (apuesta_c + apuesta_s = 1) \wedge (pago_c > 0) \wedge (pago_s > 0) \wedge (apuesta_c > 0) \wedge (apuesta_s > 0) \wedge (recurso > 0)$

$\Rightarrow (i = 0) \wedge (0 \leq i \leq |eventos|) \wedge res = recurso \wedge (res = recurso \cdot \prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (eventos[k] = true) \text{ then } apuesta_c \cdot pago_c \text{ else } apuesta_s \cdot pago_s \text{ fi})) \Rightarrow (0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (eventos[k] = true) \text{ then } apuesta_c \cdot pago_c \text{ else } apuesta_s \cdot pago_s \text{ fi}))) \equiv I$

Por lo tanto vemos que se cumple  $P_c \longrightarrow I$

Veamos si se cumple 2) :

Tengo que demostrar  $(I \wedge B_{ciclo}) \Rightarrow WP(C, I)$ , empecemos por calcular  $WP(C, I)$

$WP(i := i + 1; I) \equiv (0 \leq i + 1 \leq |eventos|) \wedge res = recurso \cdot \prod_{k=0}^{(i+1)-1} (\text{if } (eventos[k] = true) \text{ then } apuesta_c \cdot pago_c \text{ else } apuesta_s \cdot pago_s \text{ fi}))$

$WP(S, WP(i := i + 1; I)) \equiv \text{def}(\text{eventos}[i] = \text{true}) \wedge_L (((\text{eventos}[i] = \text{true}) \wedge (WP(\text{res} := \text{res} \cdot \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c; WP(i := i + 1, I))) \vee (\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge WP(\text{res} := \text{res} \cdot \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s; WP(i := i + 1, I))))$

Ahora calculo  $\text{def}(\text{eventos}[i] = \text{true}) :$

$\text{def}(\text{eventos}[i] = \text{true}) \equiv 0 \leq i < |\text{eventos}|$

Calculo  $WP(\text{res} := \text{res} \cdot \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c; WP(i := i + 1, I)) \equiv A_1$  (lo llamamos asi para denotar la primera alternativa)  
 $\equiv (0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}|) \wedge \text{res} \cdot \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c = \text{recurso} \cdot \prod_{k=0}^i (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi})$

Calculo  $WP(\text{res} := \text{res} \cdot \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s; WP(i := i + 1, I)) \equiv A_2$  (lo llamamos asi para denotar la segunda alternativa)  
 $\equiv (0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}|) \wedge \text{res} \cdot \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s = \text{recurso} \cdot \prod_{k=0}^i (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi})$

Calculo  $(I \wedge B_{\text{ciclo}})$

$\equiv (0 \leq i < |\text{eventos}|) \wedge_L \text{res} = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi}))$

De esta manera llegué a obtener  $WP(C, I)$

$WP(C, I) \equiv 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge_L ((\text{eventos}[i] = \text{true} \wedge A_1) \vee (\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge A_2))$

Ahora tengo que ver si se cumple:  $(I \wedge B_{\text{ciclo}}) \longrightarrow WP(C, I)$

$(I \wedge B_{\text{ciclo}}) \equiv 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge_L \text{res} = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi}))$

$\Rightarrow 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge_L$

$((\text{eventos}[i] = \text{true} \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \wedge \text{res} \cdot \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^i (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi}))) \vee$

$(\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge 0 \leq i + 1 \leq |\text{eventos}| \wedge \text{res} \cdot \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^i (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi})))) \equiv WP(C, I)$

Por lo tanto vemos que se cumple  $(I \wedge B) \longrightarrow WP(C, I)$

Veamos si se cumple 3) :

Tengo que demostrar que  $(I \wedge \neg B_{\text{ciclo}}) \longrightarrow Q_c$

$(I \wedge \neg B_{\text{ciclo}}) \equiv 0 \leq i \leq |\text{eventos}| \wedge i \geq |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi}))$

$\Rightarrow i = |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^{|\text{eventos}|-1} (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi}))$

$\equiv i = |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso} \cdot (\text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c)^{(\text{eventos}, T)} \cdot (\text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s)^{(\text{eventos}, F)} \equiv Q_c$

Por lo tanto vemos que se cumple  $(I \wedge \neg B) \longrightarrow Q_c$

Veamos si se cumple 4) :

Tengo que demostrar que  $\{I \wedge B_{\text{ciclo}} \wedge fv = V_0\} C \{fv < V_0\} \equiv (I \wedge B_{\text{ciclo}} \wedge fv = V_0) \longrightarrow WP(C, fv < V_0)$

Primero calculo  $WP(C, fv < V_0)$  , sé que C se compone de un IfThenElse y de una asignación, así que:

$WP(C, fv < V_0) \equiv WP(S, WP(S_3, fv < V_0))$

Ahora calculo  $WP(S, fv < V_0) :$

$WP(S, fv < V_0) \equiv WP(i := i + 1, |\text{eventos}| - i < V_0) \equiv |\text{eventos}| - i - 1 < V_0$

Ahora calculo  $WP(S, |\text{eventos}| - i - 1 < V_0)$  , donde S tiene alternativas ya que es un IfThenElse :

$\equiv \text{def}(\text{eventos}[i] = \text{true}) \wedge_L ((\text{eventos}[i] \wedge WP(\text{res} = \text{res} \cdot \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c, |\text{eventos}| - i - 1 < V_0)) \vee$

$(\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge WP(\text{res} = \text{res} \cdot \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s, |\text{eventos}| - i - 1 < V_0)))$

$\equiv 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge_L ((\text{eventos}[i] = \text{true} \wedge |\text{eventos}| - i - 1 < V_0) \vee$

$(\text{eventos}[i] = \text{false} \wedge |\text{eventos}| - i - 1 < V_0))$

$\equiv 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge_L (|\text{eventos}| - i - 1 < V_0 \wedge (\text{eventos}[i] = \text{true} \vee \text{eventos}[i] = \text{false}))$

$\equiv 0 \leq i < |\text{eventos}| \wedge |\text{eventos}| - i - 1 < V_0$

$\equiv WP(C, fv < V_0)$

Ahora calculo  $I \wedge B_{\text{ciclo}} \wedge fv = V_0 :$

$\equiv 0 \leq i \leq |\text{eventos}| \wedge \text{res} = \text{recurso} \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (\text{eventos}[k] = \text{true}) \text{ then } \text{apuesta}_c \cdot \text{pago}_c \text{ else } \text{apuesta}_s \cdot \text{pago}_s \text{ fi})) \wedge i < |\text{eventos}| \wedge |\text{eventos}| - i = V_0$

Ahora tengo que probar que  $(I \wedge B_{ciclo} \wedge fv = V_0) \longrightarrow WP(C, fv < V_0)$

$0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (eventos[k] = true) \text{ then } apuesta_c \cdot pago_c \text{ else } apuesta_s \cdot pago_s \text{ fi})) \wedge i < |eventos| \wedge |eventos| - i = V_0$

$\Rightarrow 0 \leq i \leq |eventos| \wedge i < |eventos| \wedge |eventos| - i - 1 < V_0$

$\Rightarrow 0 \leq i < |eventos| \wedge |eventos| - i - 1 < V_0$

$\equiv WP(C, fv < V_0)$

Por lo tanto vemos que se cumple  $(I \wedge B_{ciclo} \wedge fv = V_0) \longrightarrow WP(C, fv < V_0)$

y esto es equivalente a probar que  $\{I \wedge B_{ciclo} \wedge fv = V_0\}C\{fv < V_0\}$

Veamos si se cumple 5) :

Tengo que demostrar que  $(I \wedge fv \leq 0) \longrightarrow \neg B_{ciclo}$

$I \wedge fv \leq 0 \equiv 0 \leq i \leq |eventos| \wedge res = recurso \cdot (\prod_{k=0}^{i-1} (\text{if } (eventos[k] = true) \text{ then } apuesta_c \cdot pago_c \text{ else } apuesta_s \cdot pago_s \text{ fi})) \wedge |eventos| - i \leq 0 \Rightarrow 0 \leq i \leq |eventos| \wedge |eventos| - i \leq 0 \equiv 0 \leq i \leq |eventos| \wedge i \geq |eventos|$

$\Rightarrow i = |eventos| \Rightarrow i \geq |eventos| \equiv \neg B_{ciclo}$

Por lo tanto vemos que se cumple que  $(I \wedge fv \leq 0) \longrightarrow \neg B_{ciclo}$

Finalmente como vemos que se cumplen los 5 criterios antes mencionados, podemos decir que la Tripla de Hoare  $\{P_c\} \text{ while } B_{ciclo} \text{ do } C \text{ endwhile } \{Q_c\}$  es válida.

Ahora solo nos falta probar que  $\{Pre\}S1; S2\{P_c\}$  es verdadera ya que la otra Tripla pendiente era  $\{Q_c\}Skip\{Post\}$  pero Skip es hacer nada, y  $Q_c$  es equivalente a Post asi que esa tripla es Verdadera.

Veamos si se cumple  $\{Pre\}S1; S2\{P_c\} \equiv Pre \Rightarrow WP(S1; S2, P_c)$  :

Calculemos  $WP(S1; S2, P_c)$  :

$WP(S1, (WP(S2, P_c))) \equiv WP(S1, P_c) \equiv P_c$

Ahora veamos si  $Pre \longrightarrow P_c$

Y esto es verdadero ya que los mismos predicados de Pre se encuentran en  $P_c$

De esta manera, vimos que las 3 triplas son verdaderas:

$\{Pre\}S1; S2\{P_c\}$

$\{P_c\} \text{ While } B_{ciclo} \text{ do } C \text{ endwhile } \{Q_c\}$

$\{Q_c\}Skip\{Post\}$

Finalmente, la implementación es correcta respecto de su especificación.