

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2019 – Primer Parcial – 11/05/19 **Tema D**

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre:

Carrera:

L.U.:

1) Calcular, si existen, los siguientes límites

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^4y - \sin(x^2y)}{3x^2 + y^2}$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^2}{-2x^3 + x^2 - y}$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+2)^5(y+2)}{3^{x+2}(x+2)^4 + (y-2)^2}, & (x, y) \neq (-2, 2) \\ 0, & (x, y) = (-2, 2) \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en (x_0, y_0) para cada $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(e^y - 1)(2x^3 - 3y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Analizar la existencia de las derivadas direccionales de f en $(0, 0)$.

b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0, 0)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que $f(5xe^{x-y}, -4y) = 4y + e^{x+1}$.

a) Hallar el plano tangente al gráfico de f en $(0, 4, f(0, 4))$.

b) Hallar todas las direcciones $v \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$, en las que $\frac{\partial f}{\partial v}(0, 4) = 0$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

RESPUESTAS

1er PARCIAL 2019 1er Cuatrimestre - Tema D

PROBLEMA 1:

$$\text{a) } \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x^4y - \sin(x^2y)}{3x^2 + y^2} = 0$$

$$\text{b) } \nexists \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 + y^2}{-2x^3 + x^2 - y}$$

Extra: En el punto b) proponer dos curvas convenientes.

PROBLEMA 2:

La función f es continua en $\mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$.
La función f no es continua en $(0,0)$.

PROBLEMA 3:

c) Considerando $v = (a, b)$ tal que $a^2 + b^2 = 1$, se concluye que

$$\frac{\partial f}{\partial (a, b)}(0,0) = -b^3$$

d) La función f no es diferenciable en $(0,0)$.

Extra: En la parte b) se llega a la conclusión de que f no es diferenciable $(0,0)$ considerando curvas.

PROBLEMA 4:

a) El plano tangente al gráfico de f en el punto $(0,4, f(0,4))$ es:

$$\Pi: z = e - \frac{1}{5}x - y$$

b) Las direcciones pedidas son $v_1 = \left(\frac{5\sqrt{26}}{26}, \frac{\sqrt{26}}{26}\right)$ y $v_2 = \left(-\frac{5\sqrt{26}}{26}, -\frac{\sqrt{26}}{26}\right)$.