F(X) Maths

Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática 1 - Análisis II (C)

PRIMEROS PARCIALES

LEER: ¡DESCARGÁ LA VERSIÓN MÁS RECIENTE! Visitá: FDXMATHS.COM

Temas del Programa que entran para el Primer Parcial

cms.dm.uba.ar/academico/lic/programas/Analisis_I_M

1) TOPOLOGÍA EN R y en R^n.
   Completitud de R. Existencia del supremo y equivalencias. Distancia, discos abiertos y discos cerrados. Puntos interiores. Interior de un conjunto. Conjuntos abiertos. Puntos adherentes. Clausura de un conjunto. Conjuntos cerrados. Conjuntos acotados. Límite de sucesiones de números reales. Límite de sucesiones en R^n y límite en cada coordenada.
2) FUNCIONES DE R^n en R^k (n, k = 1, 2, ...)
   Representación gráfica. Dominio de definición. Curvas y superficies de nivel. Límite de funciones de R^n en R^k. Límite a lo largo de rectas y de curvas. Funciones continuas. Composición de funciones continuas. Propiedades de las funciones continuas.
3) CÁLCULO DIFERENCIAL EN VARIAS VARIABLES
   Derivadas parciales. Aproximación lineal. Diferencial de una función. Matriz jacobiana. Plano tangente al gráfico de una función. Regla de la cadena. Teoremas generales de la función inversa y de la función implícita. Producto escalar en R^n. Ecuación del plano ortogonal a un vector. Derivadas direccionales. Gradiente. Relación con las superficies de nivel y la dirección de máximo crecimiento. Plano tangente a una superficie de nivel. Teorema del valor medio en varias variables. Derivadas de orden superior. Aproximación polinomial de orden 2. Matriz Hessiana (o Hessiano) de una función.

Régimen de Aprobación

Para firmar los trabajos prácticos se deben aprobar dos exámenes parciales. Habrá dos fechas de recuperación. En cada fecha se puede recuperar cualquiera de los parciales. Para poder ser incluido en las Actas de Trabajos Prácticos, es necesario haberse inscripto en la materia (a través del Sistema de Inscripciones de la Facultad) y haber completado la encuesta de evaluación docente. Para firmar la materia es necesario haber aprobado los trabajos prácticos y el examen final.

Bibliografía

La **bibliografía oficial** recomendada para la materia es:

- NORIEGA, R. : Cálculo Diferencial e Integral. Editorial Docencia
- LAGES LIMA, E. : Curso de análisis, volúmenes 1 y 2.
- MARSDEN, J. y TROMBA, A. : Cálculo Vectorial. Tercera edición. Addison-Wesley.
- SPIVAK, M.: Calculus (Cálculo Infinitesimal), Vol I y II. Ed. Reverte.
- PISKOUNOV, N. : Cálculo diferencial e integral, tomos I y II. Ed. Mir.
- SPIEGEL, M. R. : Cálculo superior (Advanced Calculus). Serie Shaum.
- REY PASTOR, J. , PI CALLEJA y TREJO : Análisis Matemático, Vol. I y II. Ed. Kapelusz.
- APOSTOL, T. : Calculus, Vol. I y II. Editorial Reverte.
- COURANT, R. : Diferential and Integral Calculus. Ed. Interscience
- LAROTONDA, Gabriel. : Cálculo y Análisis. Bajátelo gratis: glaroton.ungs.edu.ar/calculo.pdf

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2018 – Primer Parcial – 20/02/18 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar justificadamente la existencia o no de ínfimo, supremo, máximo y mínimo del siguiente conjunto

$$A = \left\{ \left(\frac{n^2}{4n^2 - 4n + 1} \right)^{(-1)^n} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

En caso de que existan, calcularlos.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^4 + (y+2)^2} - 1}{|y|x^2 + (y+2)^2}, & (x,y) \neq (0,-2) \\ 0, & (x,y) = (0,-2) \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en **todo** punto de $\mathbb{R}^2$.

Sugerencia: Puede ser útil calcular $\lim\limits_{t \to 0} \frac{e^t - 1}{t}$

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^4 \operatorname{sen}(y)\,(y+1)}{x^4 y + y^3}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

a) Calcular $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ para toda dirección $v = (a,b)$ de norma 1.
b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $f(x,y) = (3xe^{xy} + y^2, y\cos(2x) + x^4 y^2)$ y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 cuyo polinomio de Taylor de orden 2 alrededor del $(1,1)$ es

$$T_2(x,y) = 5x^2 + 3xy - 6x - y + 1$$

Sea $h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función dada por $h = g \circ f$.

a) Calcular el polinomio de Taylor de orden 1 de h alrededor del $(0,1)$.
b) Analizar la existencia del siguiente límite

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{h(x,y) - 2 - 21x - 16(y-1) + 5(y-1)\ln(x+1)}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2018 – Recup. del Primer Parcial – 20/03/18 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar, si existen, ínfimo, supremo, máximo y mínimo del siguiente conjunto

$$A = \left\{ \frac{(-1)^n n + 5}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{6x(y-1)^2}{7x^2 + 8(y-1)^4}, & (x,y) \neq (0,1) \\ 0, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en **todos** los punto de $\mathbb{R}^2$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) x^3 y + (2x+1)x^2y^2}{|y+1|x^2 + y^2}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

a) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

b) Calcular $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ para toda dirección v de norma 1.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $f(x,y) = \left(x^4y + xy + y + \operatorname{sen}(x^2), x^3 + e^{x^2}y\right)$ y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2.

a) Sabiendo que el polinomio de Taylor de orden 2 de $h = g \circ f$ alrededor del $(0,1)$ es

$$T_2(x,y) = 4y^2 + 2xy + 5x + y$$

Calcular el polinomio de Taylor de orden 1 de g alrededor del $(1,1)$.

b) Analizar la existencia del siguiente límite

$$\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{g(x,y) - 7x - 2y + 4 + (e^{x-1} - 1)y^2}{\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2018 – Primer Parcial – 12/05/18 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, el supremo y el ínfimo del conjunto

$$A = \left\{(-1)^m + \frac{5}{n} : m, n \in \mathbb{N}\right\}$$

2) Decidir si la función $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{yx^3+xy^2}-1}{|y+2|x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

es continua.

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^4+xy^2}{2x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

   a) Hallar, si existen, las derivadas direccionales de f en el origen para todo vector $v \in \mathbb{R}^2$, con $\|v\| = 1$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

4) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que

$$\frac{\partial f}{\partial v}(1,0) = \frac{9}{5}, \text{ para } v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

y sea $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida como $g(t) = \big((1+t)e^t, \mathrm{sen}(t)\big)$.
Sabiendo que $(f \circ g)(t) = e^t$, hallar la ecuación del plano tangente a f en $(1,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2018 – Recup. del Primer Parcial – 14/07/18 **Tema 1**

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto

$$A = \left\{ \frac{n+2}{2n-11} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt[3]{x}(4-y^2)\operatorname{sen}(x)}{x^2 + e^x(y-2)^2}, & (x,y) \neq (0,2) \\ 0, & (x,y) = (0,2) \end{cases}$$

Estudiar la continuidad de f en $(0,2)$.

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(a^2 x + y^3)}{ax+y}, & ax + y \neq 0 \\ 0, & ax + y = 0 \end{cases}$$

a) Hallar, los valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales f resulta continua en $(0,0)$.
b) Para los valores de a hallados en el punto anterior, analizar la diferenciabilidad de f en su dominio.

4) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable cuyo plano tangente en el punto $(5,4)$ está dado por $y + z = 3$. Sean $h(x,y) = (3x - y, x^2)$, $g = (f \circ h)^2$ y $v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$. Hallar, si existe, $\frac{\partial g}{\partial v}(2,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2017 – Primer Parcial – 23/02/17 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, ínfimo, supremo, máximo y mínimo del siguiente conjunto

$$A = \left\{ e^{\frac{4n-23}{2n+3}} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2)

a) Probar que $\ln(1+c) < c$, para todo $c > 0$.

b) Sea $a \in \mathbb{R}$ y sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} x^4(y-1)\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2+y^2}\right) + a\,\dfrac{\operatorname{sen}(x)\,y^{3/2}}{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^3}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Hallar **todos** los $a \in \mathbb{R}$ para los cuales f es continua en $(0,0)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x(y-1)^2} - 1}{x^4 + (y-1)^2}, & (x,y) \neq (0,1) \\ 0, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

Analizar la continuidad y la diferenciabilidad de f en $(0,1)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(1,1)$ es

$$P_2(x,y) = x^2 - 5xy + 2y^2 + x + 3$$

Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x,y) = f_x(e^x(y+1), (x+1)^2)$$

Hallar $[Dg(0,0)]$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2017 – Primer Parcial – 13/05/17 Tema 4

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $\{a_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión definida por
$$a_n := \frac{n^2-2}{n^2-8}$$
Calcular, si existen, el supremo, el infinito, el máximo y el mínimo del conjunto
$$A := \{\ln(|a_n|) : n \in \mathbb{N}\}$$

2) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3\operatorname{sen}(y+3) + (y+3)^{2\alpha}\operatorname{sen}(x)}{x^2+(y+3)^2}, & (x,y) \neq (0,-3) \\ 0, & (x,y) = (0,-3) \end{cases}$$
¿Para qué valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ la función f es continua en $(0,-3)$?
¿Para qué valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ la función f no es continua en $(0,-3)$?

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\cos\big(3(y-1)\big)\,(y-1)(x^2-x)}{x^2+\frac{1}{2}(y-1)^2}, & (x,y) \neq (0,1) \\ 0, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$
   a) Probar que f es continua en $(0,1)$.
   b) Decidir si f es diferenciable en $(0,1)$.

4) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 en el punto $(1,0)$ es
$$P(x,y) = 4 + x + xy + \frac{y^2}{2}$$
Sea $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función $g(x,y) = e^{f(x,y)-5}\operatorname{sen}(y)$. Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de g en el punto $(1,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2017 – Recup. del Primer Parcial – XX/07/17 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea
$$A = \left\{\frac{1}{n^2 - 6n + 10} : n \in \mathbb{N}\right\}$$
Calcular, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto A.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(y-1)^2 y^2 x + a\,\mathrm{sen}(x^2)\,y}{x^4 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,) \end{cases}$$
Estudiar la continuidad de f en $(0,0)$ para $a = 0$ y $a = 2$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función continua en $(0,0)$. Probar que la función $g(x,y) = f(x,y)\|(x,y)\|^4$ es diferenciable en $(0,0)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 en el punto $(3,2)$ es
$$P(x,y) = x^2 + y^2 - xy + 2x - 3y + 1$$
Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $g(x,y) = (4y - x, 3x - y)$. Calcular $\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial y} \circ g\right)(1,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2017 – Primer Parcial – 7/10/17 Tema A

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Calcular, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto $A \subset \mathbb{R}$ definido como
$$A = \left\{ \frac{(-1)^{n+1} n + 7}{2n+3} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Dada $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x-3)\,(e^{y-1}-1)}{(x-3)^2 + (y-1)^2}, & (x,y) \neq (3,1) \\ 0, & (x,y) = (3,1) \end{cases}$$
Analizar la continuidad de f **en todo** $\mathbb{R}^2$.

3) Dada la función $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x(1-\cos(x^5 y))}{x^2 + |x-5| y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Estudiar su diferenciabilidad en el $(0,0)$.
Sugerencia: Analizar $\lim\limits_{t \to 0} \frac{1-\cos(t)}{t}$

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1 tal que el plano tangente a su gráfico en el puto $(-1,1,f(-1,1))$ es
$$\Pi: 2x + 3y - z = 2$$
Y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función de clase C^2 cuyo polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(0,1)$ es $p(x,y) = 1 - 3y + 3x^2 - xy + 2y^2$.
Hallar el plano tangente al gráfico de $h = f \circ \nabla g$ en el punto $(0,1,h(0,1))$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2017 – 1er Recup. del Primer Parcial – 9/12/17 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

1) Determinar, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo de
$$A = \left\{ \frac{3n-2}{3n-10} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x|y|^{3/2} + ye^x \operatorname{sen}(x^2)}{\sqrt{\frac{1}{2}x^2 + y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ a, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Determinar $a \in \mathbb{R}$ tal que f resulte continua en $(0,0)$ y para el valor de a hallado estudiar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

3) Sean $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^1 y $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por
$$F(x,y) = f(x + xy^2 + y^3, \operatorname{sen}(x) + 3y + xy)$$
Sabiendo que $\nabla F(0,2) = (10,3)$, calcular $\frac{\partial f}{\partial v}(8,6)$ para $v = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

4) Sea $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función de clase $C^2(\mathbb{R})$ y $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$g(x,y) = f(x-y)f(2x+2)$$
Calcular el polinomio de Taylor de orden 2 de g centrado en $(x_0, y_0) = (-1,-1)$ si se sabe que el polinomio de Taylor de orden 2 de f centrado en $x_0 = 0$ es $P_2(x) = 1 + x^2$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2017 – 2do Recup. del Primer Parcial – 16/12/17 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $A = \{e^{a_n} : n \in \mathbb{N}\}$ con
$$a_n = \frac{-2n+10}{2n-9}$$
Hallar, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo de A.

2) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(\operatorname{sen}^2(x-2) + 3|x|)(y-1)^2 + 3(x-2)^2}{(x-2)^2 + |x|(y-1)^2}, & (x,y) \neq (2,1) \\ 3, & (x,y) = (2,1) \end{cases}$$
   a) Decidir si f es continua en $(2,1)$.
   b) Decidir si f es diferenciable en $(2,1)$.

3) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \cos(xy) + \dfrac{x^3 - 2xy^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 1, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Probar que existen todas las derivadas direccionales $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ para $v = (a,b)$ de norma 1 y calcularlas.
   b) Hallar la función $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$ y analizar su continuidad en el origen.

4) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase $C^2(\mathbb{R})$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$g(x,y) = f\left(\cos(x^2+y) + x, e^{x^3+y}\right)$$
Supongamos que el polinomio de Taylor de orden 2 de g en $(1,-1)$ es
$$p(x,y) = 3 + 2x + y - 5x^2 - 6xy - 2y^2$$
Hallar $\frac{\partial f}{\partial v}(2,1)$ para $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2016 – Primer Parcial – 19/02/16 Tema 1

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f(x) = \frac{3x+20}{x+10}$.
   Calcular, si existen, el ínfimo, mínimo, supremo y máximo de los conjuntos:
   $$A = \{|f(x)| : x \in \mathrm{Dom}(f)\} \text{ y } B = \{|f(n)| : n \in \mathbb{N}\}$$

2) Sean $u, v, f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funciones diferenciables de las que se sabe que:
   a) $u(1,2) = 2$, $v(1,2) = 3$, $\nabla u(1,2) = (10,5)$ y que $\nabla f(2,3) = (4,1)$,
   b) la derivada direccional de $f\big(u(x,y), v(x,y)\big)$ en $(1,2)$ en la dirección $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ es $\frac{60}{\sqrt{2}}$ y que
   c) la derivada direccional de v en el $(1,2)$ en la dirección $\left(\frac{1}{3}, \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ es $1 - 2\sqrt{2}$.

   Calcular el gradiente de v en el punto $(1,2)$.

3) Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por
   $$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2xy^2}{3x^2 + y^6}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Hallar **todas** las derivadas direccionales de f que existan en $(0,0)$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$ y en $(2,-1)$.

4) Hallar **todos** los valores reales de a y b para los cuales la siguiente función resulta continua:
   $$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{ax\,\mathrm{sen}(1 - y + x^2)}{\sqrt{x^2 + (y-1)^2}}, & (x,y) \neq (0,1) \\ b, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

5) Consideremos la función $f(x,y) = 2xy\ln(y+1)$.
   a) Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(1,0)$ de f.
   b) Probar que el error cometido al aproximar $f(0{,}8, -0{,}2)$ mediante este polinomio es menor que 10^{-2}.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2016 – Recuperatorio Primer Parcial – 19/03/16 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la existencia del ínfimo, mínimo, supremo y máximo del conjunto
$$A = \left\{ \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1}{n^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$$
En caso de que existan, calcularlos.

2) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable y $z = 2x - 3y + 4$ la ecuación del plano tangente al gráfico de la función $f\left(\frac{x}{y}, y^2\right)$ en $(1,-1)$.
Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en el punto $(0,1)$ de la función $g(x,y) = e^x h(x,y)$, donde $z = h(x,y)$ es la ecuación del plano tangente al gráfico de f en $(-1,1)$.

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2 + yx^2 + x^3}{x^2 + 2y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Hallar **todas** las direcciones para las cuales exista la derivada direccional de f en $(0,0)$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

4) Calcular el dominio y analizar la continuidad de la función
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y\sqrt[3]{x-1}\,(y^2-4)}{\sqrt{|x|(x-1)^2 + 3(y+2)^2}}, & (x,y) \neq (0,-2),(1,-2) \\ 0, & (x,y) = (0,-2),(1,-2) \end{cases}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2016 – Recuperatorio Primer Parcial – 28/03/16 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de términos positivos que verifica $b_1 = b_2 = b_3$ y $b_n < b_{n+1}$ $\forall n \geq 3$. Consideremos también el polinomio $P(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 10$ y llamemos $a_n = P(n).b_n$ para cada $n \in \mathbb{N}$.
Analizar la existencia del ínfimo, mínimo, supremo y máximo del conjunto
$$A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$$
En caso de que existan, calcularlos.
Sugerencia: Separar en casos $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ acotada o no.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función C^3 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(1,0)$ es $P(x,y) = -3 + x - \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}xy + y^2$.
   a) Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en el origen de la función
   $$g(x,y) = (y+1)e^{f(x+1,y)+2}$$
   b) Decidir si vale $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} E_2\big(g,(0,0)\big)(x,y) = 0$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^2(x-1)\operatorname{sen}((x-1)^2+y)}{(x-1)^2+|y|}, & (x,y) \neq (1,0) \\ 0, & (x,y) = (1,0) \end{cases}$$
   a) Hallar **todas** las direcciones para las cuales exista la derivada direccional de f en $(1,0)$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(1,0)$.

4) Calcular el dominio más grande tal que la siguiente función puede extenderse a una función continua:
$$f(x,y) = \frac{(y-2)^5(x+1)}{|x+1|^2 + |y||y-2|^2}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2016 – Primer Parcial – 07/05/16 Tema D

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{|x-3|^{\frac{11}{12}}\sqrt{|y+1|}}{\frac{1}{2}|x-3|^{\frac{2}{3}} + 4(y+1)^2}, & (x,y) \neq (3,-1) \\ 0, & (x,y) = (3,-1) \end{cases}$$

Analizar la continuidad y diferenciabilidad de g en $(3,-1)$.

2) Para la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-1)(y+2)\operatorname{sen}(x-1)}{2(x-1)^2 + 3(y+2)^2}, & (x,y) \neq (1,-2) \\ 0, & (x,y) = (1,-2) \end{cases}$$

a) Determinar **todas** las direcciones $v = (a,b) \neq (0,0)$ respecto de las cuales exista la derivada direccional de f en $(1,-2)$.
b) Analizar la diferenciabilidad de la función f en $(1,-2)$.

3) Sean $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$g(x,y) = \left(e^{y^2+2(x-1)} - \cos(x-1) + x + 1, 2(x+1)(y+1) - \operatorname{sen}(y) - 4(y+1) - 3\right)$$

y $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que $f(2,-3) = 5$,

- $\frac{\partial f}{\partial v}(2,-3) = \frac{6}{5}$ si $v = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$.
- $\frac{\partial f}{\partial w}(2,-3) = -\frac{5\sqrt{2}}{6}$ si $w = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Obtener la ecuación del plano tangente al gráfico de $f \circ g$ en el punto $\left(1, 0, f \circ g(1,0)\right)$.

4) Analizar la existencia del límite

$$\lim_{(x,y)\to(0,2)} \frac{x(y-2)^3}{3x - 5(y-2)^4}$$

Sugerencia: Considere curvas cercanas a $3x - 5(y-2)^4 = 0$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2016 – Recuperatorio Primer Parcial – 11/07/16

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{x^4+y^4}-1}{x^2+\frac{1}{3}y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Estudiar la continuidad de f en $(0,0)$.

Sugerencia: Puede ser útil usar que $\lim\limits_{t\to 0} \frac{e^t-1}{t} = 1$.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Analizar la existencia de derivadas direccionales y la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

3) Sean $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $P = (2,3)$ tal que $f(P) = 1$, $\frac{\partial f}{\partial v_1}(P) = 2$, $\frac{\partial f}{\partial v_2}(P) = \sqrt{13}$, con $v_1 = \left(\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right)$ y $v_2 = \left(\frac{3}{\sqrt{13}}, \frac{2}{\sqrt{13}}\right)$.

a) Obtener la ecuación del plano tangente al gráfico de f en $(2,3,1)$.

b) Calcular $\frac{\partial f}{\partial w}(P)$ si $w = \left(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^3 tal que su polinomio de Taylor de orden 3 en $(1,1)$ es $p(x,y) = 1 - 3x + x^2 + xy + y^2 - y^3$. Analizar la existencia de los siguientes límites:

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \frac{f(x,y)}{\|(x,y)-(1,1)\|}$

b) $\lim\limits_{(x,y)\to(1,1)} \frac{f(x,y)}{\|(x,y)-(1,1)\|^2}$

Sugerencia: Calcular los polinomios de Taylor de f de orden 1 y 2 en $P = (1,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2016 – Primer Parcial – 01/10/16 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la existencia de los siguientes límites:
   a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,-2)} \frac{\operatorname{sen}(3x^3-(y+2)^3)}{|y|x^2+(y+2)^2}$
   b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(xy^2)}{\operatorname{sen}(x^2+y^4)}$

2) Analizar la continuidad de la función f en los puntos de la curva $y = x^2$, donde

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{-y^4}{x^2+e^x y^2}, & y > x^2 \\ x^2|y|, & y \le x^2 \end{cases}$$

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y\operatorname{sen}(x^3)}{x^6+|\cos(x)|y^2}, & (x,y) \ne (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   a) Analizar la existencia de $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ para cada $v \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$.
   b) Decidir si f es diferenciable en $(0,0)$.

4) Sea $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que el plano tangente al gráfico de g en el punto $(0,0,g(0,0))$ tiene ecuación $z = 1 + 3x - 2y$. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ la función dada por $f(x,y) = (\cos(y) - x, x\operatorname{sen}(y))$. Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de $g \circ f$ en $(1,0,g \circ f(1,0))$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2016 – Recuperatorio Primer Parcial – 05/12/16 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y\,\text{sen}(x^2+y^2)}{x^2+|x+2|y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Decidir si f es continua en $(0,0)$.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy\,\text{sen}(x)}{e^y x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Probar que f es continua $(0,0)$.
b) Calcular $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ para todo (x,y) en $\mathbb{R}^2$.
c) Decidir si $\frac{\partial f}{\partial x}$ es continua en $(0,0)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\tan(3x^4+y^5)}{e^y x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Decidir si f es diferenciable en $(0,0)$.

4) Sean $h_1(t) = (t, t^2-2t)$, $h_2(t) = (t^3, t-2)$ y $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tales que:
- $f \circ h_1(t) = \cos(\pi t)$.
- $f \circ h_2(t) = -e^{t-1}$.

Calcular el plano tangente de f en el $(1,-1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2015 – Primer Parcial – 09/05/15 Tema 3

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, $\sup(A)$, $\inf(A)$, $\max(A)$ y $\min(A)$ siendo
$$A = \left\{ \frac{(-1)^n n - 3}{n+3} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{3x^2 + \frac{1}{2}(x-1)^2 y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Probar que f es continua en $(0,0)$.
   b) Analizar la continuidad de $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en $(0,0)$ donde $g = \frac{\partial f}{\partial y}$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y|x|^\alpha + y^{10}}{e^x |x|^3 + y^8}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Probar que f es diferenciable en $(0,0)$ si $\alpha > 3$.
   b) Probar que f no es diferenciable en $(0,0)$ si $3 \geq \alpha > 0$.

4) Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que el polinomio de Taylor asociado a g de orden 2 desarrollado alrededor del punto $(0,0)$ es
$$p(x,y) = x^2 + xy + y$$
Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = g(y, xe^{x+y})$$
Hallar el polinomio de Taylor asociado a f de orden 2 desarrollado alrededor del punto $(0,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2015 – Recuperatorio Primer Parcial – 11/07/15 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, $\sup(A)$, $\inf(A)$, $\max(A)$ y $\min(A)$ siendo

$$A = \left\{\left(\frac{2n+1}{1+3n}\right)^{(-1)^n} : n \in \mathbb{N}\right\}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\cos^2(y^2)\, e^{x+y} y x^2 + a\,\mathrm{sen}(y^3)}{e^{x+y} y^4 + x^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

con $a \in \mathbb{R}$.

Determinar, en caso de que exista alguno, **todos** los valores de a para los cuales la función f resulta continua en $(0,0)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y,z) = \mathrm{sen}(yz) + z^3 e^y + 2x^2$.

Hallar dos vectores linealmente independientes $v_1, v_2 \in \mathbb{R}^3$ con $\|v_1\| = \|v_2\| = 1$ tales que $\frac{\partial f}{\partial v_1}(0,0,1) = \frac{\partial f}{\partial v_2}(0,0,1) = 2$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = e^{xy}\cos(x+y)$.
   a) Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de f centrado en $(0,0)$.
   b) Calcular usando el ítem anterior

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{xy}\cos(x+y) + x^2 + y^2 - 1}{x^2 + y^2}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2015 – Primer Parcial – 03/10/15 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión definida por $a_n \coloneqq 4 - \frac{9}{n}$.
Calcular, si existen, el supremo y el ínfimo del conjunto
$$A \coloneqq \{a_n^2 - 3a_n - 10 : n \in \mathbb{N}\}$$

2) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(1-\cos((y-1)^2x))(x+2)}{(x+2)^4 + (y-1)^4}, & (x,y) \neq (-2,1) \\ 0, & (x,y) = (-2,1) \end{cases}$$
Analizar la continuidad y diferenciabilidad de f en el punto $(-2,1)$.
Sugerencia: Calcular el límite $\lim\limits_{t\to 0} \frac{1-\cos(t)}{t^2}$.

3) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por
$$f(x,y) = \left(\ln(2y-3x) + yx^2, \operatorname{sen}(y+1)\, e^{y(x+1)}\right)$$
y sea $g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que
$$\nabla(g \circ f)(-1,-1) = (-2,2)$$
Calcular la derivada direccional $\frac{\partial g}{\partial v}(-1,0)$ para la dirección $v = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

4) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 en $(-1,0)$ es
$$P(x,y) = xy - y + 1$$
Sea $g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida como
$$g(x,y) = e^{xf(x+1,3y)+2}$$
Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de g en el punto $(-2,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2015 – Recuperatorio Primer Parcial – 05/12/15 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto A, siendo:

$$A = \left\{ \frac{n-7}{4^n} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(xy^3)\, e^x + x^3 \cos(y)}{3x^2 + 5y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en todo $\mathbb{R}^2$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\left(e^{ax(y-2)} - 1\right)}{x^2 + (y-2)^2}, & (x,y) \neq (0,2) \\ 0, & (x,y) = (0,2) \end{cases}$$

a) Determinar los valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que $f_v(0,2) = \sqrt{2}$, con dirección $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

b) Para los valores hallados en el ítem anterior analizar la diferenciabilidad de f en su dominio.

4) Sea $f(x,y) = y^2 \operatorname{sen}(x)$.

a) Calcular el polinomio de Taylor $P(x,y)$ de orden 2 de f en el punto $(0,1)$.

b) Hallar una cota para el error que se comete al aproximar el valor $f\left(\frac{1}{10}, \frac{11}{10}\right)$ por el polinomio P hallado en a).

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2014 – Primer Parcial – 10/05/14 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Calcular, si existen, el ínfimo, mínimo, supremo y máximo de
$$A=\left\{\frac{(-1)^n n+6}{n+3} : n\in\mathbb{N}\right\}$$

2)
   a) Usando el teorema del valor medio, probar que $|\text{sen}(x)-\text{sen}(y)|\leq |x-y|$ para todo $x,y\in\mathbb{R}$.
   b) Probar por definición que:
$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \text{sen}\left(\frac{x^{5/3}y}{x^2+(y-1)^2}\right)-\text{sen}\left(\frac{x^{5/3}}{x^2+(y-1)^2}\right)=0$$

3) Sean $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{(y+2)x^n y^7}{|3x+y|+2x^2y^6}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$
   a) Hallar todos los $n\in\mathbb{N}$ tales que f es continua en $(0,0)$.
   b) Hallar todos los $n\in\mathbb{N}$ tales que f es diferenciable en $(0,0)$.

4) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función derivable de la que se sabe que la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(-1,f(-1))$ es $y=3$ y que la ecuación de la recta tangente al gráfico de f en el punto $(2,f(2))$ es $y=x-2$. Sea además, $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una función diferenciable tal que $g(1+e^3,-2)=2$ y $\nabla g(1+e^3,-2)=(3,1)$. Decidir si existe la ecuación del plano tangente al gráfico de la función
$$H(x,y)=g\left(x^2+e^{f(x)},xye^{f(y)}\right)$$
en el punto $(-1,2,H(-1,2))$ y, en caso afirmativo, dar dicha ecuación.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2014 – Primer Parcial – 04/10/14 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Hallar, si existen, el ínfimo, mínimo, supremo y máximo de
$$A = \left\{(-1)^n + \frac{4}{4n^2 - 4n + 1} : n \in \mathbb{N}\right\}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\cos(x)\, xy^2 + a\,\mathrm{sen}(x^3)}{e^{x+y}x^4 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Estudiar la continuidad de f en $(0,0)$ para $a = 0$ y $a = 1$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3y^2}{x^2 + y^4}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Estudiar la diferenciabilidad de $\frac{\partial f}{\partial x}$ en $(0,0)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $g(x,y) = f(\mathrm{sen}(x^2 + y), x^3 + 2y + 1)$. Supongamos que el polinomio de Taylor de orden 2 de g en $(0,0)$ es $P(x,y) = 3 + y + 5x^2$.
Hallar $\frac{\partial f}{\partial v}(0,1)$, donde $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2013 – Primer Parcial – 25/02/13 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la continuidad de

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-2y)\,\mathrm{sen}(xy)}{xy^2+y}, & y \neq 0 \text{ y } xy \neq -1 \\ x^2, & y = 0 \text{ o } xy = -1 \end{cases}$$

en cada punto de su dominio.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^x|y-1|^\alpha + y^2|x-1|^\beta}{e^y(x-1)^2 + x^2(y-1)^2}, & (x,y) \neq (1,1) \\ 0, & (x,y) = (1,1) \end{cases}$$

donde $\alpha, \beta > 3$. Analizar la diferenciabilidad de f en los puntos $p_1 = (4,2)$ y $p_2 = (1,1)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en el punto $p = (1,1)$ y $\alpha, \beta: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ definidas $\alpha(t) = (3-t, t-1)$ y $\beta(t) = (t, t^2)$. Sabiendo que f cumple las siguientes condiciones:
   a) f se anula sobre $\mathrm{Im}(\alpha)$, es decir sobre la imagen de α y
   b) $f \circ \beta(t) = e^{t+t^2-2}$,

   calcular la derivada direccional de f en el punto $(1,1)$ en la dirección del vector $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función $f(x,y) = \ln(1+x^2+y^2) + y$.
   a) Hallar el polinomio de Taylor de segundo orden, $P_2(x,y)$, asociado a f desarrollado alrededor del punto $(0,0)$ y dar la expresión de Lagrange del resto correspondiente.
   b) Usando el ítem anterior calcular el límite de la función

$$g(x,y) = \frac{\ln(1+x^2+y^2) - yx^2}{x^2+y^2}$$

   cuando $(x,y) \to (0,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2013 – Primer Parcial – 11/05/13 Tema B

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la sucesión definida por:
$$a_n = \frac{6n+2}{8n-23}$$
Calcular, si existen, el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo de $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$.
Ayuda: Considere la función $f(x)$ tal que $f(n) = a_n$.

2) Analizar la continuidad en $(0,0)$ de $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^{2/3}y^{5/3} - x\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}y\right)}{|1-y|x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3) Sea
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(y-2)^3(1+x^4y-2x^4)+x^3}{x^2+(y-2)^2}, & (x,y) \neq (0,2) \\ 0, & (x,y) = (0,2) \end{cases}$$
   a) Analizar la existencia de $\frac{\partial f}{\partial v}(0,2)$ para toda dirección $v \neq (0,0)$.
   b) Determinar si f es diferenciable en $(0,2)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que:
   - $f(0,1) = 1$,
   - $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \sqrt{2}\cos(xy)\,y^2$,
   - $\frac{\partial f}{\partial v}(x,y) = xy\cos(xy) + \mathrm{sen}(xy) + y^2\cos(xy)$, donde $v = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

   a) Hallar la dirección de máximo crecimiento de f en $(0,1)$.
   b) Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de f en $(0,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2013 – Primer Parcial – 11/05/13 DIFERIDO

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la sucesión definida por:

$$a_n = \frac{7n+2}{5n-31}$$

Calcular, si existen, el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo de $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$.
Ayuda: Considere la función $f(x)$ tal que $f(n) = a_n$.

2) Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $g(x,0) = x^2$, $g(0,y) = y^3 + 2y^2$ y $g(x,y) \neq 0$, $\forall 0 < \|(x,y)\| < \frac{1}{2}$.
Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(g(x,y))}{\|(x,y)\|}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 2013, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Probar que $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{g(x,y)}{\|(x,y)\|} = 0$.
b) Decidir si es posible redefinir f en $(0,0)$ de modo que resulte continua en $(0,0)$.

3) Sean $f, g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funciones de clase C^1 tales que $\nabla g(1,-2) = (-5,-2)$, $g(1,-2) = 10$ y $g(x,y) = f(6x^2 + 5xy + y^2, x + y + \operatorname{sen}(2x + y))$.
Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $(0,-1)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que:
- $f(3,5) = \pi$,
- $\nabla f(3,5) = (1,2)$,

Sean $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$g(x,y) = (\ln(x^2+1) + y^2 - 1, \operatorname{sen}(5x) + 2y + e^x)$$

y $h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$h(x,y) = \cos(f \circ g(x,y)) + e^{5x-3y+6}$$

Calcular $\frac{\partial^2 h}{\partial x \partial y}(0,2)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2013 – Recuperatorio Primer Parcial – 13/07/13 Tema A

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \ln(1+|x|+|xy|).\left(\dfrac{x-y}{x^2+y^2}\right), & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Analizar la continuidad de f en $(0,0)$.
Ayuda: Estudiar el límite $\lim\limits_{t\to 0} \frac{\ln(1+t)}{t}$.

b) Determinar todas las direcciones $v \neq (0,0)$ en $\mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$, tales que existe la derivada direccional $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$. Justificar.

2) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3(x-1)^4 \operatorname{sen}(x-1) - 2(y+2)^5}{4(x-1)^4 + (y+2)^4}, & (x,y) \neq (1,-2) \\ 0, & (x,y) = (1,-2) \end{cases}$$

Analizar la diferenciabilidad de f en $(1,-2)$.

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2, $g(x,y) = (\ln(x^2+1) + y^2 - 1, \operatorname{sen}(5x) + 2y + e^x)$ y $h(x) = \cos\big(f \circ g(x,y)\big)$.
Sabiendo que $f(3,5) = \pi$ y que $\nabla f(3,5) = (1,2)$, hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de h en $\big(0,2,h(0,2)\big)$.

4) Calcular el polinomio de Taylor de segundo orden centrado en $(1,0)$ y escribir la fórmula de Lagrange del resto para la función $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2013 – Recuperatorio Primer Parcial – 20/07/13 Tema B

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x(y-1)+(y-1)^2}{[(x-2)^2+(y-1)^2]^{1/3}}, & (x,y) \neq (2,1) \\ a, & (x,y) = (2,1) \end{cases}$$

   a) Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que la función f resulte continua en el epunto $(2,1)$.
   b) Para el valor de a hallado en el ítem anterior, determinar todas las direcciones $v \neq (0,0)$ en $\mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$, tales que existe la derivada direccional $\frac{\partial f}{\partial v}(2,1)$. Justificar.

2) Determinar si la siguiente función es diferenciable en $(2,0)$:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-2)y\,\mathrm{sen}(y)}{x^2+3y^4-4x+4}, & (x,y) \neq (2,0) \\ 0, & (x,y) = (2,0) \end{cases}$$

3) Sea $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^1 tal que $g(2,1) = 1$, $\frac{\partial g}{\partial v_1}(2,1) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ si $v_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(1,1)$, y $\frac{\partial g}{\partial v_2}(2,1) = 5$ si $v_2 = \frac{1}{5}(-3,4)$.
Si $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $h(x,y) = \left(\sqrt{2x+2y^2}, e^{xy^2-1}\right)$, hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de $g \circ h$ en el punto $\big(1,-1, g \circ h(1,-1)\big)$.

4) Sean $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^2 y P su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(-1,1)$ dado por

$$P(x,y) = 1 + 2(x+1) + 2(y-1) - (x+1)(y-1) + (y-1)^2$$

Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 centrado en $(0,1)$ de

$$f(x,y) = 3xy^2 + h(3x^2 - y, y)$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2013 – Primer Parcial – 05/10/13 Tema A

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Dado $c > 0$, se define la siguiente sucesión por recurrencia:

$$\begin{cases} a_1 & = & c \\ a_{n+1} & = & \frac{1}{4} + a_n^2 \end{cases}$$

a) Probar que $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión creciente.

b) Verificar que si la sucesión $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es convergente, entonces converge a $l = \frac{1}{2}$. Probar que para todo $0 < c \leq \frac{1}{2}$, la sucesión $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es convergente.

2) Determinar si existe un valor de $a \in \mathbb{R}$ tal que la siguiente función sea continua en $(-1,2)$. Si la respuesta es afirmativa, demostrar que g es continua en $(-1,2)$:

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(xy - 2x + y - 2)\operatorname{sen}(x+1)}{(x+1)^2 + |x-1|(y-2)^2}, & (x,y) \neq (-1,2) \\ a, & (x,y) = (-1,2) \end{cases}$$

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^3 + 4x^4(y+1)^4 - 2(y+1)^3}{x^2 + (y+1)^2}, & (x,y) \neq (0,-1) \\ 0, & (x,y) = (0,-1) \end{cases}$$

a) Analizar la diferenciabilidad en $(0,-1)$ de la función f.

b) Para cada $v \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$, calcular la derivada direccional $\frac{\partial f}{\partial v}(0,-1)$.

4) Sean $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$g(x,y) = \left(e^{x^2+3y} - \cos(y+3) + 1{,}2xy - \tan(x-3) + 4x\right)$$

y $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que $f(1,-6) = 4$ y las derivadas direccionales

- $\frac{\partial f}{\partial v}(1,-6) = -\frac{3}{5}$ si $v = \left(-\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$,
- $\frac{\partial f}{\partial w}(1,-6) = \frac{\sqrt{2}}{3}$ si $w = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

a) Calcular el gradiente de f en el punto $(1,-6)$.

b) Obtener la ecuación del plano tangente al gráfico de $f \circ g$ en el punto $\left(3,-3, f \circ g(3,-3)\right)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2012 – Primer Parcial – 12/05/12 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sean $A = \{a_n : n \in \mathbb{N}\}$ y $B = \{b_n : n \in \mathbb{N}\}$ donde $a_n = \frac{(-1)^n}{2n+1}$ y $b_n = |a_n|$.
   a) Analizar la existencia de $\sup(A)$, $\text{ínf}(A)$, $\text{máx}(A)$ y $\text{mín}(A)$. En caso de existir, calcularlos justificando debidamente.
   b) Hacer lo mismo que en el ítem anterior para el conjunto B.

2) Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función tal que $\lim\limits_{t \to 2} \frac{g(t)}{t^2} = 3$. Analizar la continuidad de $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en el punto $(1, -1)$ siendo

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(y+1)g(x+y^2)}{(3(x-1)^2 + 2(y+1)^2)^{\frac{1}{3}}}, & (x,y) \neq (1,-1) \\ 0, & (x,y) = (1,-1) \end{cases}$$

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x|y|(x^2+y^2)}{|x|^3 + y^6}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   a) Probar que existen todas las derivadas direccionales de f en $(0,0)$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

4) Sean $g(x,y) = (\ln(xy+1) + y\cos(\pi x), e^{3x} + 4y)$ y $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que f es diferenciable y el plano tangente al gráfico de $f \circ g$ en el punto $\big(0,0, f \circ g(0,0)\big)$ tiene ecuación

$$z = 3 + 2x + 3y$$

Obtener la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $\big(0,1, f(0,1)\big)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2012 – Recuperatorio Primer Parcial – 14/07/12 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $A = \left\{n^2 - 5n + \frac{9}{4} : n \in \mathbb{N}\right\}$. Analizar la existencia de $\sup(A)$, $\text{ínf}(A)$, $\text{máx}(A)$ y $\text{mín}(A)$. En caso de existir, calcularlos justificando debidamente.

2) Analizar la continuidad de $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en el punto $(0,0)$ siendo

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\left(\cos\left(x^2(y+1)\right) - 1\right)^2}{|y+1|x^2 + 3y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

3) Para cada $n \in \mathbb{N}$ sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la siguiente función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^n}{(xy)^2 + (x-y)^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Probar que, si $n > 3$, f es diferenciable en el origen.
b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$ en $n = 3$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\frac{\partial f}{\partial v_1}(1,2) = 2\sqrt{2}$ y $\frac{\partial f}{\partial v_2}(1,2) = -1$ donde $v_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y $v_2 = \left(-\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$. Sea $g(x,y) = (x^2 + 3y, e^{xy} + x)$. Hallar $\frac{\partial F}{\partial v}(1,0)$ siendo $F = f \circ g$ y $v = \left(\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{1}{\sqrt{10}}\right)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2012 – Recuperatorio Primer Parcial – 21/07/12 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $A = \left\{\frac{n}{2n-7} : n \in \mathbb{N}\right\}$. Analizar la existencia de $\sup(A)$, $\text{ínf}(A)$, $\text{máx}(A)$ y $\text{mín}(A)$. En caso de existir, calcularlos justificando debidamente.

2) Analizar la continuidad de $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ en el punto $(1,0)$ siendo

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\ln(|(x-1)y|+1)\sqrt{|x-1|}}{x^2-2x+1+2y^2}, & (x,y) \neq (1,0) \\ 0, & (x,y) = (1,0) \end{cases}$$

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la siguiente función:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen}^3(y)}{\sqrt{x^2+y^2}} + 2x, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $g = (g_1, g_2)$ diferenciable en $(0,0)$ tal que $g(0,0) = (0,0)$, $\frac{\partial g}{\partial v_1}(0,0) = -1$ y $\frac{\partial g}{\partial v_2}(0,0) = 2$ donde $v_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ y $v_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

   a) Probar que f es diferenciable en el origen.
   b) Hallar $\frac{\partial F}{\partial x}(0,0)$ para $F = f \circ g$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $f(\sigma(t)) = 2t^2$ donde $\sigma(t) = (t^2 - t, t^2)$. Si $\gamma(t) = (\text{sen}(t) + 1, t^3 - e^t)$ satisface que $D(\gamma \circ f)(0,0) = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, hallar el plano tangente al gráfico de f en el punto $(0,0,f(0,0))$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2012 – Primer Parcial – 06/10/12

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea
$$A = \left\{ \frac{1}{n^2 - 8n + 18} : n \in \mathbb{N} \right\}$$
Analizar la existencia de $\sup(A)$, $\inf(A)$, $\max(A)$ y $\min(A)$. En caso de existir, calcularlos justificando debidamente.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\arctan(x^4 + y^4)}{x^2 + |x+1|y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ a, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Determinar, si existe, el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que f resulte continua en $(0,0)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y - xy^2}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Calcular las derivadas direccionales de f en el $(0,0)$ para toda dirección v de norma 1.
   b) ¿Es f diferenciable en el $(0,0)$?

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que el polinomio de Taylor de orden 2 de f centrado en $(0,1)$ es
$$P(x,y) = 2(y-1) + \frac{1}{2}x^2 - x(y-1) + (y-1)^2$$
Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $g(x,y) = 3x^2y + e^{f(x-1,2y+3)}$. Hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de g centrado en $(1,-1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2011 – Recuperatorio Primer Parcial – 18/07/11

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy\,\mathrm{sen}(y)}{x^2 + |2+x|y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   a) Analizar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$.

2) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} 2y + 1 + \dfrac{x(y-1)}{x^2 + (y-1)^2}, & (x,y) \neq (0,1) \\ \alpha, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

   a) Encontrar todos los $\alpha \in \mathbb{R}$ tales que existan las derivadas parciales de f en $(0,1)$.
   b) Para los valores de α hallados en el ítem anterior estudiar la continuidad y diferenciabilidad de f en el punto $(0,1)$.

3) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ diferenciable en todo $\mathbb{R}^2$ tal que $f(t,t) = 3t$ para todo $t \in \mathbb{R}$. Además, $\frac{\partial f}{\partial v}(2,2) = \frac{8}{5}$ donde $v = \frac{1}{5}(4,3)$. Encontrar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $\big(2,2,f(2,2)\big)$.

4) Sea $g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en el punto $(1,2)$ es $P(x,y) = -(x-1)^2 + (x-1)(y-2) - 3 + \frac{1}{2}(y-2)$. Si $f(x,y) = \big(xe^{(x-1)^2 y}, xy + 2\big)$ y $h(x,y) = \nabla g(x,y)$ se define $F(x,y) = (h \circ f)(x,y)$. Hallar $F(1,0)$ y $DF(1,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2011 – Primer Parcial – 08/10/11 $\boxed{\text{Tema D}}$

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Determinar la existencia y en caso afirmativo calcular el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo del conjunto

$$A = \left\{ \frac{7n}{5n-19} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

2) Analizar la existencia de los siguientes límites. En caso afirmativo, compruebe la existencia por definición.
   a) $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,0)} \frac{(x+1)\operatorname{sen}^2\left(y^2-2(x+1)^2\right)}{y^4-4(x+1)^4}$
   b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(e^y-1)^2}{x-y}$

3) Analizar la diferenciabilidad en $(0,0)$ de la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}^2(xy)\left(e^{y^2+(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}-1\right)}{\left(y^2+(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}\right)^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, f de clase C^2 tal que $f(1,-2) = 1$ y tal que la ecuación del plano tangente al gráfico de $\frac{\partial f}{\partial x}$ en el punto $\left(1,-2,\frac{\partial f}{\partial x}(1,-2)\right)$ es $z = x + 4y + 3$. Además, sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida por $g(x,y) = (f(x,y), -7 + 5x^2)$ y tal que $\nabla\left(\frac{\partial f}{\partial y} \circ g\right)(1,-2) = (0,-20)$. Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $\left(1,-2,f(1,-2)\right)$. Calcular $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ en $(1,-2)$.

5) Sea $f(x,y) = e^{3x+y}$ y $T(x,y)$ el polinomio de Taylor de orden 2 de f en el punto $(0,0)$.
   a) Calcular $T(x,y)$ y la forma de Lagrange para el resto.
   b) Determinar el máximo error que se comete al aproximar $f(x,y)$ por $T(x,y)$ si $(x,y) \in \left[0,\frac{1}{10}\right] \times \left[-\frac{1}{10},0\right]$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2011 – Segundo Recuperatorio Primer Parcial – 17/12/11

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2 \operatorname{sen}(x) + x^2 + 3xy \operatorname{sen}(y) + y^2}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 1, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Mostrar que f es continua en todo $\mathbb{R}^2$.
b) Mostrar que existen las derivadas parciales en el origen.
c) Probar que f es diferenciable en $(0,0)$.
Ayuda: $\lim\limits_{x\to 0} \left|\frac{\operatorname{sen}(x)}{x} - 1\right| = 0$.

2) Sean $h: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^1 y $F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dadas por:

$$F(x,y) = h(\ln(x) + e^{xy} + x^2, y^3 + 3\operatorname{sen}(y) + x^3)$$

Sabiendo que la ecuación del plano tangente al gráfico de F en el punto $(1,0)$ es

$$z = -2x + 6y + 4,$$

hallar $\frac{\partial h}{\partial v}(2,1)$ donde $v = \frac{\sqrt{2}}{2}(1,1)$.

3) Sean $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ funciones de clase C^1 tales que

$$f(1,1,2) = 0,\ g(2,0) = 0,\ \frac{\partial f}{\partial x}(1,1,2) = 5,\ \frac{\partial f}{\partial z}(1,1,2) = 1,\ \frac{\partial g}{\partial x}(2,0) = \frac{2}{3}$$

Calcular

$$\lim_{x\to 0} \frac{f\left(1 + 3\operatorname{sen}(3x), e^{1-\cos(x)}, 2 + 5\ln(x+1)\right)}{g(2e^{3x}, \operatorname{sen}^2(x))}$$

Ayuda: Usar la regla de L'Hôpital.

4) Sea $f(x,y) = x\cos(y)$ y llamemos $T(x,y)$ al polinomio de Taylor de orden 2 de f centrado en el punto $(1,0)$.

a) Calcular $T(x,y)$ y obtener un valor aproximado del número $\alpha := \frac{11}{10}\cos\left(\frac{1}{10}\right)$ utilizando el polinomio anterior.
b) Probar que el error cometido en la aproximación anterior es menor que 10^{-3}.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2010 – Primer Parcial – 25/02/10

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Determinar para qué valores de $n \in \mathbb{N}$ la función $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{(\cos^2(|x|+|y|)-1)\operatorname{sen}(y^2+z^2)}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{n}{2}}}, & (x,y,z) \neq (0,0,0) \\ 0, & (x,y,z) = (0,0,0) \end{cases}$$

resulta continua en $(0,0,0)$.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} x^3 + 4y^3 - 1, & xy \geq 0 \\ -x - 2y - 1, & xy < 0 \end{cases}$$

a) Estudiar en qué puntos de $\mathbb{R}^2$ la función f resulta continua.

b) Calcular el gradiente de f en $(0,0)$. Hallar la derivada direccional de f en $(0,0)$ en la dirección $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Deducir de los cálculos anteriores que f no es diferenciable en $(0,0)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ diferenciable y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x,y) = f(x^2+y^2, xe^y, 2\operatorname{sen}(xy))$$

Sabiendo que $f(1,1,0) = 2$ y $\nabla f(1,1,0) = (2,1,4)$, hallar el plano tangente de g en el punto $(1,0)$. Utilizarlo para aproximar el valor de $g\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{10}\right)$.

4) Sea S la superficie dada por el gráfico de $f(x,y) = (x-y)(2x+1) + x$ y sea T la superficie $T = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x-y)z^2 + (y-z)x = 0\}$. Hallar todos los puntos de la recta $(x,y,z) = t(1,1,1)$ en los que ambas superficies tienen el mismo plano tangente.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2010 – Primer Parcial – 15/05/10

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Determinar si la función $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x^2-4x+4)\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x-2}\right)+y}{\sqrt{x^2+y^2-4x+4}}, & x \neq 2 \\ 0, & x = 2 \end{cases}$$

es continua en el punto $(2,0)$. En caso de no serlo, determinar si es posible redefinirla de forma tal que resulte continua allí.

2) Dada $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x^2\cos(y))\,y}{(x^2+2y^2)(x^2+2)}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Analizar la continuidad y la diferenciabilidad de f en $(0,0)$ y calcular $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$ con $v = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$.

3) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $f(x,y) = \big(yh(x,y), x - h(x,y)\big)$, donde h es una función diferenciable y tal que $h(3,1) = 2$, $\frac{\partial h}{\partial x}(3,1) = 1$, $\frac{\partial h}{\partial y}(3,1) = 1$. Sea $g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $g(x,y) = yx^2 - y^2$.
   a) Hallar la ecuación del plano tangente a la gráfica de $g \circ f$ en el punto $\big(3,1,g\circ f(3,1)\big)$.
   b) Hallar la dirección de mayor crecimiento de $g \circ f$ desde el punto $(3,1)$.

4) Sea $f(x,y) = \cos(2x+3y)$
   a) Calcular el polinomio de Taylor de orden 2 alrededor del punto $(0,0)$ y escribir la fórmula de Lagrange del residuo.
   b) Utilizar la fórmula anterior para aproximar $f\left(\frac{1}{10}, -\frac{1}{30}\right)$ y estimar el error cometido en la aproximación.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2010 – Recuperatorio Primer Parcial – 17/07/10

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\cos(y+x^2)-1}{x+y}, & y \neq -x \\ \alpha, & y = -x \end{cases}$$

a) Hallar, si es posible, $\alpha \in \mathbb{R}$ de manera que f sea continua en $(0,0)$.
b) Para $\alpha = 0$, determinar si existen las derivadas parciales de f en $(0,0)$.

2) Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}\left(x^2(y-1)\right)}{x^2+(y-1)^2} + 4(y-1) + 2, & (x,y) \neq (0,1) \\ 2, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

a) Analizar si g es continua en $(0,1)$.
b) Hallar todos los $v \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$, para los cuales $\frac{\partial g}{\partial v}(0,1)$ exista.
c) Analizar si g es diferenciable en $(0,1)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^1 y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $g(x,y) = f\left(e^{x^2}e^y + y, \operatorname{sen}(2xy)\right)$. Supongamos que el plano tangente al gráfico de f en el punto $\left(1,0,f(1,0)\right)$ está dado por $z - 4x + 2y = 1$.

a) Encontrar la dirección en la que la función $z = f(x,y)$ crece más rápidamente en el punto $(1,0)$.
b) Calcular el plano tangente al gráfico de la función g en el punto $\left(0,0,g(0,0)\right)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, C^2 tal que $P(x,y) = 2 - 3(x-2) + y + 5(x-2)y - 4y^2$ es el polinomio de orden 2 de f alrededor del $(2,0)$. Si $h(x,y) = x^2e^y + f(x,y)(y+1)$, obtener el polinomio de Taylor de orden 2 de h alrededor del $(2,0)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2010 – Primer Parcial – 02/10/10 $\boxed{\text{Tema 1}}$

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Consideremos la sucesión $a_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+4}$.
   a) Probar que a_n es decreciente y que está acotada superiormente e inferiormente.
   b) Calcular $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}}$, $\lim\limits_{n\to\infty} e^{\cos(a_n)}$, $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\operatorname{sen}(a_n)}{a_n}$.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right)}{x^2 + y^2}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$$

   a) Estudiar la continuidad de f en el punto $(1,0)$.
   b) Estudiar la continuidad de f en el punto $(0,0)$.

3) Sean $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) = \frac{3xy}{x^2 + y^2 + 1},$$

$\alpha: [-1,1] \to \mathbb{R}^2$ la curva definida como $\alpha(t) = \left(e^{t(t^2-1)}, \cos(\pi t)\right)$ y $g = f \circ \alpha$.
   a) Probar que existe un punto $t_0 \in (0,1)$ tal que $g(t_0) = \frac{1}{2}$.
   b) Probar que existe un punto $t_1 \in (-1,1)$ tal que $g'(t_1) = 0$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x+y)(e^{xy} - 1)}{x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

   a) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.
   b) Hallar todos los $v \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$ para los cuales $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) = 0$

5) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que el plano tangente al gráfico de f en el punto $\left(3,1,f(3,1)\right)$ tiene ecuación $-x + 2y - z = 1$. Si $g: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ está definida por

$$g(x,y,z) = f(ze^{xy}, y^2 - \operatorname{sen}(x^3 z)),$$

hallar $\frac{\partial g}{\partial v}(0,1,3)$ siendo $v = \frac{1}{\sqrt{3}}(1,1,-1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2010 – Recuperatorio Primer Parcial – 11/12/10

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sean $a_n = n + n(-1)^n$ y $b_n = n\,\mathrm{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)$.
   a) Demostrar que no existen los límites de a_n ni de b_n.
   b) Probar que la sucesión de puntos en el plano (a_n, b_n) verifica $\|(a_n, b_n)\|_2 \to +\infty$ cuando $n \to +\infty$.

   Sugerencia: Escriba los primeros términos de todas las sucesiones involucradas.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\mathrm{sen}(x^2+y^2)}{x^2(x-1)^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0),(1,0) \\ 1, & (x,y) = (0,0) \\ 0, & (x,y) = (1,0) \end{cases}$$
   Estudiar la continuidad de f en el plano; señalar los puntos en los que no es continua y analizar si se puede resolver la discontinuidad cambiando el valor de la función en dichos puntos.

3) Sean $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{-2x+1} - e^{-2y+1} + 3(y-x)}{y-x}, & x \neq y \\ -1, & x = y \end{cases}$$
   a) Probar que, para $x \in (1,3)$ e $y \in (1,3)$ con $x \neq y$, existe $c \in (1,3)$ tal que $f(x,y) = 2e^{-2c+1} + 3$.
   b) Concluya que $\sup\limits_{x,y\in(1,3)} f(x,y) \leq \frac{2+3e}{e}$. ¿Cuánto vale $\inf\limits_{x,y\in(1,3)} f(x,y)$?

4) Estudiar la diferenciabilidad de la función $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2 + x^3 + xy^2}{x^2+2y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

5) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que el plano tangente al gráfico de f en el punto $(1,1,f(1,1))$ tiene ecuación $-x + 2y + z = 1$. Si $g: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ está definida por
$$g(x,y,z) = f\left(e^{x+y-z}, 2x^2 - \cos\left((x+y)\pi\right)\right),$$
   hallar $\frac{\partial g}{\partial v}(1,1,2)$ siendo $v = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2009 – Recup. del Primer Parcial – 25/03/09

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x^2+y^2)^2}{x^2-y}, & y \neq x^2 \\ 0, & y = x^2 \end{cases}$$
Estudiar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

2) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $N\colon (x,y,z) = \lambda(-4,-6,2) + (4,6,3)$ es la recta normal a f en $(0,0)$.
   a) Hallar $a, b, c \in \mathbb{R}$ tal que $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y)-c-ax-by}{(x^2+y^2)^{1/2}} = 0$
   b) Calcular el siguiente límite $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xf(x,y)-5x-x^2-3xy+y^2}{x^2+y^2}$

3) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\nabla f(x,y) = (0,0)$ para todo (x,y) en la curva de ecuación $x^2+y^2 = 1$. Probar que $f(1,0) = f(-1,0)$.

4) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable en $(1,2)$ tal que las derivadas direccionales $\frac{\partial f}{\partial v_1}(1,2) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ y $\frac{\partial f}{\partial v_2}(1,2) = \frac{1}{2} - \sqrt{3}$, donde $v_1 = (1,1)$ y $v_2 = \left(-\sqrt{3},-1\right)$.
   a) Hallar la dirección de mayor crecimiento de f en el punto $(1,2)$ y el crecimiento que tiene en esa dirección.
   b) Decidir si f crece o decrece si nos movemos desde el punto $(1,2)$ en dirección $(-1,1)$.

5) Sea $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable tal que $f'(x) \neq 0$, para todo x, y $F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por
$$F(x,y) = \left(xe^y + y^2, f(xy)\right)$$
   a) Probar que la función $F(x,y)$ es inversible en un entorno de los puntos de la forma $(x_0, 1)$.
   b) Si $F(x,y)$ está definida como antes para el caso $f(x) = e^x$, y $G(x,y) = (y, x^2)$, calcular $D(G \circ F^{-1})(1,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2009 – Primer Parcial – 9/05/09 Tema 1

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Estudiar la continuidad y diferencibilida de la siguiente función en $\mathbb{R}^2$.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y + x\,\mathrm{sen}(y^4)}{2x^2+3y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4\,\mathrm{sen}(x^2-2y)}{x^2y-2y^2}, & x^2-2y < 0 \\ 4y-6, & x^2-2y \geq 0 \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en cada punto $P = (x_0, y_0)$ tal que $x_0^2 - 2y_0 = 0$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $(1,1)$ tal que $\frac{\partial f}{\partial v}(1,1) = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ y $\frac{\partial f}{\partial w}(1,1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, donde $v = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ y $w = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

   a) Utilizando que $f(1,1) = 8$ hallar el plano tangente al gráfico de f en el punto $(1,1)$.
   b) Hallar la dirección de mayor crecimiento de f en el punto $(1,1)$.
   c) Decidir si f crece o decrece si nos movemos en dirección $(0,-1)$ desde el punto $(1,1)$.

4) Sea $g: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ la función dada por $g(x,y,z) = (xy(z+1) + \mathrm{sen}(z), y^3 + z, ze^{xy-6})$. Sea $P = (3,2,0)$ y $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ una función de clase C^1 en un entorno del $g(P)$ que satisface que $(f \circ g)(x,y,z) = -\cos(x-3) + y^2 + 2z^3$ en un entorno de P. Sea S una superficie de nivel de la función f tal que $g(P) \in S$. Encontrar la ecuación del plano tangente a la superficie S en el punto $g(P)$.

5)
   a) Sea $G: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida como $G(x,y,z) = z\ln(x^2+1) - z^4 + yz\,\mathrm{sen}(x) + y + \lambda^2 z$. Encontrar todos los valores de $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que la ecuación $G(x,y,z) = 0$ define en un entorno de $(0,1,1)$ una función diferenciable $z = \phi(x,y)$.
   b) Para cada uno de los valores hallados de $\lambda \in \mathbb{R}$ hallados en la parte a), escribir la ecuación del plano tangente al gráfico de ϕ en el punto $(0,1,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2009 – Primer Parcial – 24/10/09

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Dada

$$f(x,y) = \frac{y(x+1)(y-2)^3}{|x+1| + |y-2|^3}$$

Hallar su dominio y decidir si es posible extenderla a todo $\mathbb{R}^2$ de forma tal que resulte continua.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x\,\mathrm{sen}(xy)}{x^2 + \frac{1}{4}y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Analizar la diferenciablilidad de f en $(0,0)$.
b) Calcular, si existen, las derivadas direccionales de f en el origen.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tal que existen dos funciones ϕ, ψ diferenciables en $(0,0)$ tales que

$$\phi(x,y) \leq f(x,y) \leq \psi(x,y)$$

en un entorno del origen y verifican

$$\phi(0,0) = f(0,0) = \psi(0,0)$$

y además ϕ y ψ tienen el mismo plano tangente en $(0,0)$.
Probar que entonces f es diferenciable en $(0,0)$.

4) Sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ dada por $g(x,y) = (x^2 + y^2, \mathrm{sen}(x), e^y)$ y $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ diferenciable tal que el diferencial de f en un punto (u,v,w) viene dado por la matriz

$$\begin{pmatrix} u & w & uv \\ uvw & u^2 + v^2 & e^{u+v} \end{pmatrix}$$

a) Hallar el diferencial de $f \circ g$ en el origen.
b) Decidir si $f \circ g$ es localmente inversible en el origen.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2008 – Primer Parcial – 19/02/08 Tema 2

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea D el número real dado por su número de documento. Considerar la función f definida por la fórmula $f(x,y)=e^{\frac{x}{y}}$. Encuentre una dirección para aproximarse al origen de modo que el límite de f cuando $(x,y)\to(0,0)$ por esa direccional sea igual a D. Deducir que no existe el límite de f en el origen.

2) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida como
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy(x-2)^{\frac{5}{3}}(y^2-1)^{\frac{2}{3}}}{|y|(x-2)^2+x^2(y-1)^2}, & (x,y)\neq(2,1) \text{ y } (x,y)\neq(0,0)\\ a, & (x,y)=(2,1)\end{cases}$$
Determinar si existe algún valor de $a\in\mathbb{R}$ que haga que f sea continua en $(2,1)$.

3) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida como
$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\operatorname{sen}(y^3-x^4)}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$
Escribir, si existe, la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $\big(0,0,f(0,0)\big)$.

4) Sea $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ de clase C^1 en $\mathbb{R}^2$ y sea $z=2x-10+3y$ el plano tangente al gráfico de g en el punto $(1,1,-5)$. Considerar la función $\sigma(t)=((t+4)^2,t)$. Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida como $f=\sigma\circ g$. Verificar que f es de clase C^1 en $(1,1)$. ¿Puede aplicarse el teorema de la función inversa?

5) Sea $F:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ la función definida como $F(x,y,z)=\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{2}$. Considerar el plano Π de ecuación $3x-2y+z=74$. Averiguar en qué punto $p\in\mathbb{R}^3$ este plano es tangente a una superficie de nivel de F. –indicar el nivel de dicha superficie.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

Curso de Verano 2008 – Recup. del Primer Parcial – 18/03/08 Tema 2

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + e^x y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}, & (x,y) \neq (0,0) \\ a, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
Determinar si existe algún valor de $a \in \mathbb{R}$ que haga que f sea continua en $(0,0)$.

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función continua. Considerar la función g definida como $g(x,y) = f\left(\frac{x^2}{y}\right)$.
   a) Probar que existe $a \in \mathbb{R}$ tal que la función g tiende a a si tomamos límite al origen por cualquier recta.
   b) Analizar la existencia de límite en el origen para g.

3)
   a) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable. Probar que para cualquier $p \in \mathbb{R}^2$, existe algún $v \in \mathbb{R}^2$ tal que $\frac{\partial f}{\partial v}(p) = 0$.
   b) Hallar explícitamente el vector en el caso particular de $f(x,y) = x^2 + y^2$ y p cualquier punto de la circunferencia unitaria. Hacer un dibujo.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $\frac{\partial f}{\partial x}(2,0) = 4$ y $f(2,0) = 7$. Considerar la función g definida como $g(x,y) = f(x^2 e^{xy}, x^2 y)$ y la curva de nivel de g
$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : g(x,y) = 7\}$$
Probar que existen entornos U de 1 y V de 0 y una función $\varphi: V \to U$ derivable tal que $g(\varphi(y), y) = 7$ para todo $y \in V$.

5) Sea $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y,z) = \sqrt{|xyz|}$. Estudiar la diferenciabilidad de f en el origen.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2008 – Recuperatorio Primer Parcial – 14/07/08 Tema 1

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la existencia de los siguientes límites:
   a) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)} \frac{\operatorname{sen}(y^2\ln(x^2-y^2-3))}{(x-2)^2+y^2}$
   b) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)} \frac{e^{x-y-2}-1}{|x-2|+|y|}$

2) Sea $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+5y^2}}\operatorname{sen}\left(\dfrac{2x+y}{3(x+y)}\right)+2y+1, & y\neq -x \\ 1, & y=-x \end{cases}$$
Determinar si f es continua en $(0,0)$.

3) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una función que satisface $0\le f(x,y)\le |x\operatorname{sen}(y)|$ en un entorno del origen. Probar que f es diferenciable en el origen. ¿Cuál es el plano tangente a f en el origen?

4) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una función diferenciable en el punto $(1,0)$ y sean $\varphi_1,\varphi_2:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ definida por $\varphi_1(t)=(e^{-t},t)$ y $\varphi_2(t)=(e^t,t^2)$.
Sabiendo que $(f\circ\varphi_1)(t)=t^3+2t+e^{-t}+1$ y $(f\circ\varphi_2)(t)=1+e^t+2t^2-t^4$ para todo $t\in[-2,2]$.
   a) Hallar el plano tangente al gráfico de f en el punto $(1,0)$.
   b) Hallar $f_v(1,0)$, donde $v=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2007 – Primer Parcial – 12/05/07 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la convergencia de la integral impropia

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{(x-1)^3}}\,dx$$

2) Sea $f(x) = \frac{x^2+4x+4}{e^{x+2}}$

a) Obtener la serie de Taylor de f centrada en $x_0 = -2$ y encontrar su radio de convergencia.

b) Estimar $f\left(-\frac{7}{4}\right)$ con error menor que $\frac{1}{10^3}$.

3)

a) Estudiar para cada valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergencia absoluta y condicional de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^{\alpha n}}{\sqrt{n}}$$

b) Estimar para cada valor de $\alpha \in \mathbb{R}$ la convergencia de la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n)\,\mathrm{sen}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{n^{\alpha}+3}$$

4) Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la siguiente función

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^4(x+1)}{|x+1|^3+2|y|^3}, & (x,y) \neq (-1,0) \\ 1, & (x,y) = (-1,0) \end{cases}$$

a) Probar que f no es continua en $(-1,0)$.

b) Redefinirla en $(x,y) = (-1,0)$, si es posible, de manera tal que resulte continua en $\mathbb{R}^2$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

1° Cuatrimestre 2007 – Recuperatorio Primer Parcial – 16/07/07 Tema 2

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la convergencia de la siguiente integral

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{10x^3+2x}}\,dx$$

2)

a) Justificar el siguiente desarrollo en serie de potencias. Indicar para qué valores de $x \in \mathbb{R}$ es válido.

$$-\ln(1-x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$$

b) Calcular $\ln(2)$ con un error menor que 10^{-2}.

3) Hallar TODOS los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ para los cuales converge la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos^n(\alpha)}{\sqrt{n}}$$

4) Estudiar la continuidad de f en el punto $(1,0)$.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-1)^{\frac{4}{3}}y}{(x-1)^2+y^2|x|}, & (x,y) \neq (1,0) \\ 0, & (x,y) = (1,0) \end{cases}$$

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2007 – Primer Parcial – 13/10/07 Tema 3

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Considerar la función f definida por la fórmula $f(x,y)=\frac{xy}{x+y}$. Calcular el dominio de f. Analizar la existencia del límite de f cuando $(x,y)\to(0,0)$.

2) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^{\frac{2}{3}}(y-1)^2e^{xy}}{x^4+(y-1)^2}, & (x,y)\neq(0,1)\\ 0, & (x,y)=(0,1)\end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en $\mathbb{R}^2$.

3) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y^2(2x+1-y)+(x-1)^2(3+6x+y^2-3y)}{y^2+3(x-1)^2}, & (x,y)\neq(1,0)\\ 3, & (x,y)=(1,0)\end{cases}$$

Escribir, si existe, la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $\big(1,0,f(1,0)\big)$.

4) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ diferenciable en $\mathbb{R}^2$ y sea $z=4(x+2)-1+3(y-1)$ el plano tangente al gráfico de f en el punto $(-2,1,-1)$. Considerar la función $g(x,y)=(xy-2y-1,2e^{x-y}-\cos(1-y))$ y el vector $v=(2,3)$. Calcular $\frac{\partial(f\circ g)}{\partial v}(1,1)$.

5) Sea $a\in\mathbb{R}$ y consideremos la superficie S de ecuación

$$a^2yz+axz+z^2-y^4z=a^2$$

Sea Π el plano tangente a S en el punto $(0,1,1)$.
Determine todos los valores de a para los cuales la recta $\mathbb{L}: t(0,1,0)+(0,0,1)$ está contenida en Π.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2007 – Recuperatorio Primer Parcial – 17/12/07 Tema 1

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy(x^2-y^2)}{x^2+e^x y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f en $\mathbb{R}^2$.

2) Sea f la función definida por la fórmula $f(x,y) = \frac{x(y-1)}{e^x - y}$. Analizar la existencia del límite de f cuando $(x,y) \to (0,1)$.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por la fórmula $f(x,y) = y^2 - 3xy + x + ze^{y-1}$.
   a) Escribir la ecuación del plano tangente al gráfico de f en el punto $\big(2,1,f(2,1)\big)$.
   b) Sea $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ diferenciable tal que $g(-1) = (2,1)$ y $Dg(-1) = \binom{4}{5}$.
   Calcular $D(g \circ f)(2,1)$ y $D(f \circ g)(-1)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función que en un entorno del origen satisface la desigualdad

$$0 \leq f(x,y) \leq |x|^\alpha |y|^\beta$$

para $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta > 0$.
   a) Demostrar que si $\alpha + \beta > 1$ entonces f es diferenciable en el origen.
   b) Mostrar con un ejemplo que siempre que $\alpha + \beta \leq 1$ hay alguna función que satisface la desigualdad pero que no es diferenciable en el origen.

5) Sea E el elipsoide definido por

$$E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 3x^2 + y^2 - 2xy + z^2 = 1\}$$

Encontrar todos los puntos del elipsoide en los que el plano tangente es perpendicular a alguno de los ejes coordenados x, y o z.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2007 – Recuperatorio Primer Parcial – 22/12/07 Tema 1

1	2	3	4	5	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^6 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Probar que para todo $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ vale que $\lim_{t\to 0} f\big(t(a,b)\big) = 0$. Es decir, que si nos acercamos por rectas al origen el límite da cero. ¿Existe el $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$? Si existe, ¿cuánto vale?

2) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3 y}{x^6 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Calcular $\lim_{k\to+\infty} f\left(\frac{1}{\ln(k)}, \frac{1}{k!}\right)$ $(k \in \mathbb{N})$.

Sugerencias: ¿A dónde tiende la sucesión de puntos $\{a_k\} = \left\{\left(\frac{1}{\ln(k)}, \frac{1}{k!}\right)\right\}$ cuando $k \to \infty$? ¿Será continua la f en el origen?

3) Estudiar existencia de derivadas direccionales y diferenciabilidad en el origen para

$$f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

4) Demostrar que todo plano que sea tangente al cono $z^2 = x^2 + y^2$ pasa por el origen.

5) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definida como

$$f(x,y) = (yx^2 + 5x + 2y, e^y x^2 + y)$$

a) Probar que existe una inversa de f definida en un entorno del punto $p = (10,4) = f(2,0)$, diferenciable en p.

b) Sean $v = (1,2)$, $w = (2,3)$ vectores en $\mathbb{R}^2$ y $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable en $q = (2,0)$ tal que $\frac{\partial g}{\partial v}(2,0) = 4$ y $\frac{\partial g}{\partial w}(2,0) = 5$. Calcular $D(g \circ f^{-1})(10,4)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.

Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

2° Cuatrimestre 2006 – Primer Parcial – 7/10/06 Tema X

1	2	3	4	CALIFICACIÓN

Nombre: Carrera: L.U.:

---

1) Analizar la convergencia de la siguiente integral impropia:

$$\int_0^{+\infty} \frac{x+2}{\sqrt{x}\sqrt[3]{x+x^5}}\,dx$$

2) Sea $G(x)$ la función definida por:

$$G(x) = \sum_{n=3}^{+\infty} \frac{n-\operatorname{sen}(n)}{n^3-2n}(x+1)^{3n+1}$$

Hallar el dominio de definición de $G(x)$.

3) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1-\cos((x-1)^3)}{2(x-1)^5}, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$

a) Obtener la serie de Taylor de f centrada en $x_0 = 1$ y encontrar su radio de convergencia.

b) Calcular $\int_1^2 f(x)dx$ con error menor que $\frac{1}{10^4}$.

4) Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida como

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2(y-1)}{x^2+5(y-1)^2} + y, & (x,y) \neq (0,1) \\ 1, & (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

a) Probar que f es continua en el $(0,1)$.

b) Hallar, si existen, $\frac{\partial f}{\partial x}(0,1)$ y $\frac{\partial f}{\partial y}(0,1)$.

c) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,1)$.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.