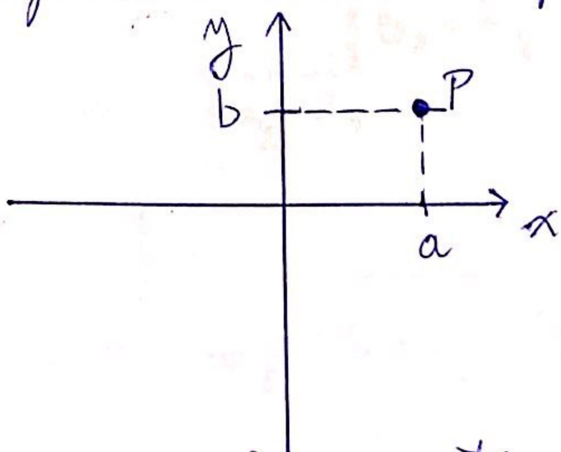
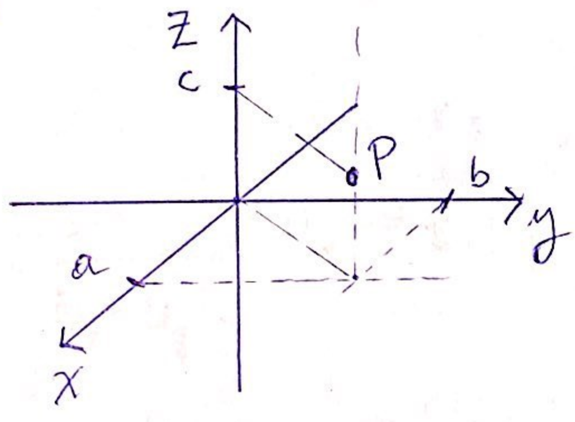
Resumen de la Teórica 1

Un punto de $\mathbb{R}^2$ se nota $P=(a,b)$ y se lo representa en el plano



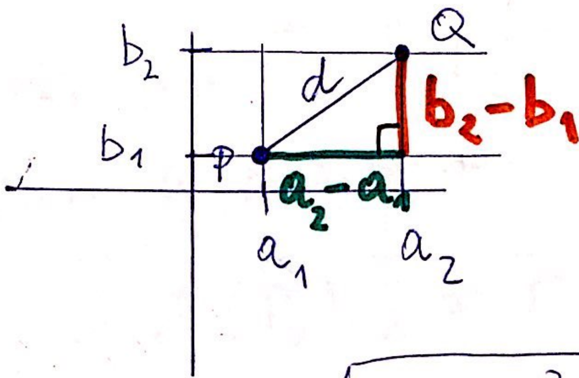
Un punto de $\mathbb{R}^3$ se nota $P=(a,b,c)$ y se lo representa en el espacio



(los ejes se orientan según la regla de la mano derecha)

Distancia entre puntos

Si $P_1 = (a_1, b_1)$ y $P_2 = (a_2, b_2)$ son dos puntos de $\mathbb{R}^2$, su distancia se calcula

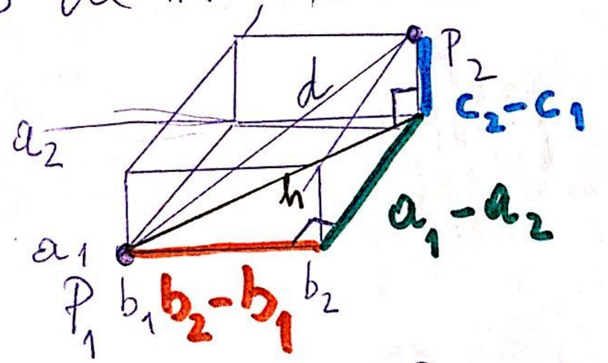


Pitágoras:

$$d^2 = (a_2 - a_1)^2 + (b_2 - b_1)^2$$

$$\text{dist}(P_1, P_2) = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)}$$

Si $P_1 = (a_1, b_1, c_1)$ y $P_2 = (a_2, b_2, c_2)$ son dos puntos de $\mathbb{R}^3$, su distancia se calcula



Pitágoras

$$d^2 = h^2 + (c_2 - c_1)^2$$

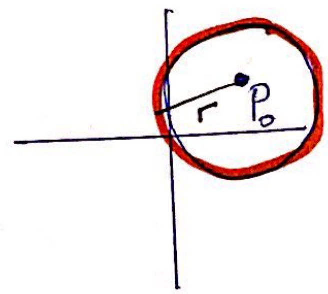
$$h^2 = (a_1 - a_2)^2 + (b_2 - b_1)^2$$

luego $d^2 = (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_2 - c_1)^2$

$$\text{dist}(P_1, P_2) = \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 + (c_1 - c_2)^2}$$

Circunsferencia y Disco

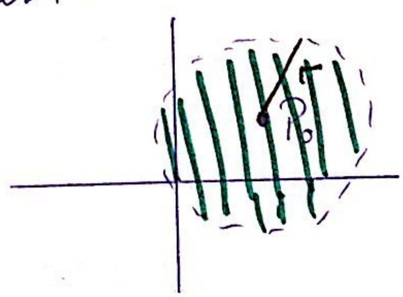
Dado $P_0 = (a_0, b_0)$ y $r > 0$, la circunsferencia de centro P_0 y radio r es el conjunto de todos los puntos $P = (x, y)$ de $\mathbb{R}^2$ que se encuentran a distancia r de P_0



$$dist(P, P_0) = r$$

$$(x - a_0)^2 + (y - b_0)^2 = r^2$$

El disco de centro $P_0 = (a_0, b_0)$ y radio r es el conjunto de todos los $P = (x, y)$ de $\mathbb{R}^2$ que se encuentran a distancia menor a r de P_0



Lo notaremos $D_r(P_0)$ o $D_r(a_0, b_0)$.

Esfera y Bola

Son los conjuntos en $\mathbb{R}^3$ análogos a la circunsferencia y al disco.

Si $P_0=(a_0,b_0,c_0)$ y $r>0$, la esfera de centro P_0 y radio $r>0$ es el conjunto de todos los $P=(x,y,z)$ de $\mathbb{R}^3$ que se encuentran a distancia r de P_0

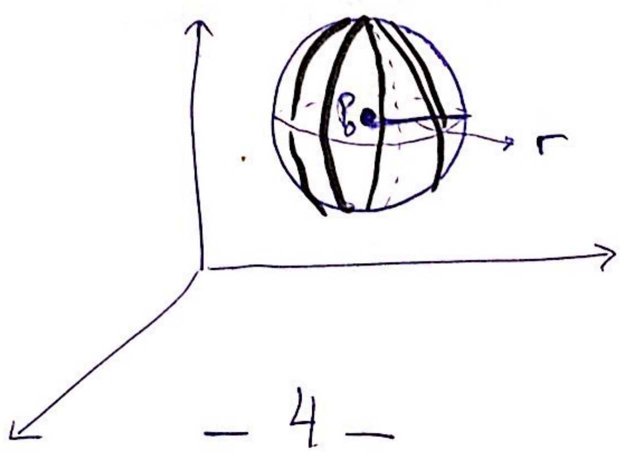
$$\operatorname{dist}(P,P_0)=r$$

$$(x-a_0)^2+(y-b_0)^2+(z-c_0)^2=r^2$$

La bola de centro P_0 y radio r es el conjunto de los puntos $P=(x,y,z)$ de $\mathbb{R}^3$ que se encuentran a distancia menor que r de P_0.

$$\operatorname{dist}(P,P_0)<r$$

$$(x-a_0)^2+(y-b_0)^2+(z-c_0)^2<r$$



VECTORES

Es una cantidad que posee
- magnitud - dirección - sentido.

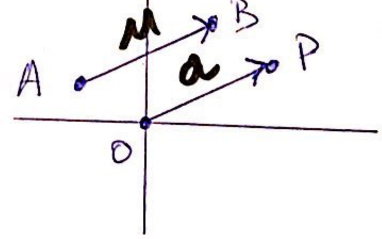
Se lo representa mediante 2 puntos
(tanto en $\mathbb{R}^2$ como en $\mathbb{R}^3$)

$u = \overrightarrow{AB}$

Si el vector u lo trasladamos, no cambia ninguna de sus propiedades fundamentales, luego se lo llama equivalente

$$u = v \iff B - A = D - C.$$

Se elige como representante al vector equivalente que comienza en el origen de coordenadas



$$a = u \Updownarrow P = B - A$$

Longitud de un vector

Si $\mathbf{a} = \overrightarrow{OP}$ y $P = (a, b, c)$, notaremos

$\mathbf{a} = \langle a, b, c \rangle$

La longitud de $\mathbf{a}$ es la distancia de P a O, luego

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Si $\mathbf{a}$ es no nulo, y se busca localizar su dirección y sentido, independientemente de su longitud, es conveniente normalizarlo

$$\mathbf{u} = \frac{1}{|\mathbf{a}|}\mathbf{a}$$