# Análisis I - Matemática 1 - Análisis Matemático I - Análisis II (C)

## 1° Cuatrimestre 2018 – Primer Parcial – 12/05/18 Tema 2

| 1 | 2 | 3 | 4 | CALIFICACIÓN |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

Nombre: Carrera: L.U.:

1) Hallar, si existen, el supremo y el ínfimo del conjunto
$$A = \left\{(-1)^m + \frac{5}{n} : m, n \in \mathbb{N}\right\}$$

2) Decidir si la función $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{e^{yx^3+xy^2} - 1}{|y + 2|x^2 + y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
es continua.

3) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{y^4 + xy^2}{2x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$
   a) Hallar, si existen, las derivadas direccionales de $f$ en el origen para todo vector $v \in \mathbb{R}^2$, con $\|v\| = 1$.
   b) Analizar la diferenciabilidad de $f$ en $(0,0)$.

4) Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una función diferenciable tal que
$$\frac{\partial f}{\partial v}(1,0) = \frac{9}{5}, \text{ para } v = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$
y sea $g: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida como $g(t) = \big((1+t)e^t, \operatorname{sen}(t)\big)$.
Sabiendo que $(f \circ g)(t) = e^t$, hallar la ecuación del plano tangente a $f$ en $(1,0)$.

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS.**

# RESPUESTAS

## 1er PARCIAL 2018 1er Cuatrimestre - Tema 2

### PROBLEMA 1:

Sí, existen ínfimo y mínimo del conjunto $A$:

$$\text{Ínf}(A) = \{-1\}$$

$$\text{Sup}(A) = \{6\}$$

***Extra:*** El conjunto $A$ no tiene mínimo, pero tiene máximo de valor 6 y se alcanza tomando $(m, n) = (2k, 1)$ con $k \in \mathbb{N}$.

### PROBLEMA 2:

La función $f$ es continua en $(0,0)$.
Además, $f$ es continua en todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$.
Por lo tanto, $f$ es continua en todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.

***Extra:*** La continuidad de $f$ en el $(0,0)$ se prueba tomando, por ejemplo, $\delta < \text{mín}\left\{1, \frac{\epsilon}{2}\right\}$.

La continuidad de $f$ en todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2 - \{(0,0)\}$ se prueba usando álgebra de funciones continuas.

**PROBLEMA 3:**

a) Considerando $v = (a, b)$ tal que $a^2 + b^2 = 1$, se concluye que

$$\frac{\partial f}{\partial(0,b)}(0,0) = 0 \text{ con } b = \pm 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial(a,b)}(0,0) = \frac{b^2}{2a} = \frac{1-a^2}{2a} 0 \text{ con } a \neq 0, a^2 + b^2 = 1$$

b) La función $f$ no es diferenciable en $(0,0)$.

***Extra:*** ¡ATENTO!

En la parte b) se llega a la conclusión de que $f$ no es diferenciable $(0,0)$ tomando para la rama correspondiente a los $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ donde $x \neq 0$, por ejemplo, la curva $C_m: y = mx$ con $m \neq 0$ (con $x \neq 0$).

**PROBLEMA 4:**

El plano tangente para la función $f$ en el punto $(1,0)$ es:
$\Pi: z = 2 - x + 3y$