

CURVAS

10.1 del libro de Stewart.

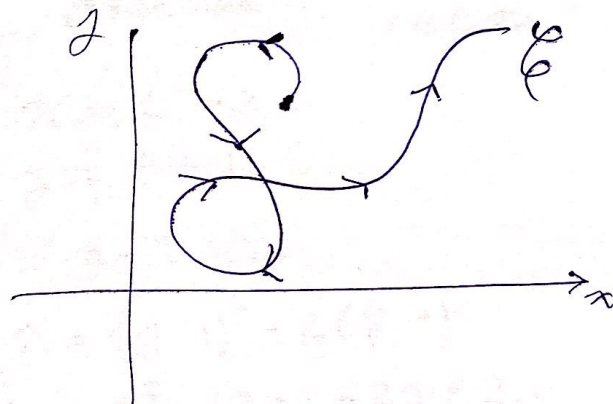
Se tiene es una partícula que se mueve en \mathbb{R}^2 o \mathbb{R}^3

Para cada instante de tiempo t
Conozco la posición de la partícula.

La partícula en \mathbb{R}^2 tiene coordenadas x e y que varían con el tiempo t .
Conozco cómo varían

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \text{ conocidas}$$

Buscamos describir la trayectoria que realiza la partícula.



Se llama curva
(curva paramétrica)

$$\mathcal{C} = \{ (x(t), y(t)) \mid t \in I \}$$

↓
una parametrización.

Ejemplos

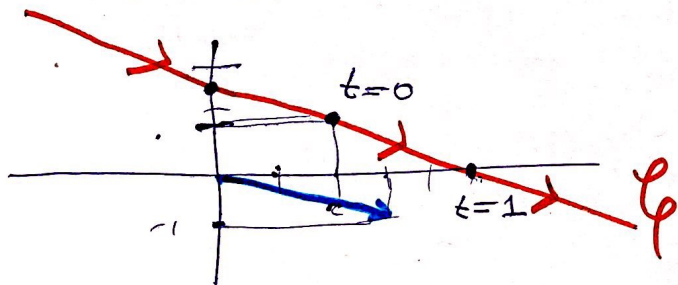
$$(1) \begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = -t + 1 \end{cases}$$

$$t = \frac{x-2}{3}$$

$$t = 1 - y$$

$$\frac{x-2}{3} = 1 - y$$

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$



$$(x, y) = (3t + 2, -t + 1)$$

$$= (3t, -t) + (2, 1)$$

$$= t \underbrace{(3, -1)}_{\text{dirección}} + \underbrace{(2, 1)}_{\text{Punto de la recta}}$$

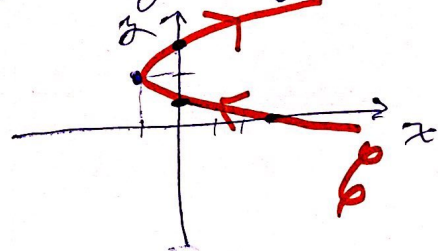
$$(2) \begin{cases} x = t^2 - 2t \\ y = t + 1 \end{cases}$$

$$t = y - 1$$

$$\Rightarrow x = (y-1)^2 - 2(y-1)$$

$$= y^2 - 2y + 1 - 2y + 2$$

$$x = y^2 - 4y + 3$$

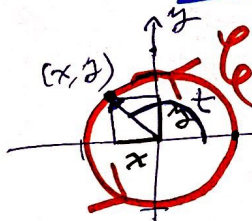


Más ejemplos

$$(3) \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi)$$

$$x^2 + y^2 = \cos^2 t + \sin^2 t = 1.$$

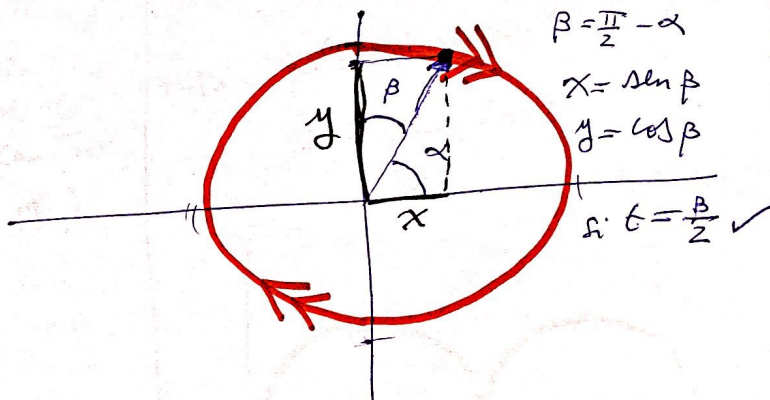
$$\boxed{x^2 + y^2 = 1}$$



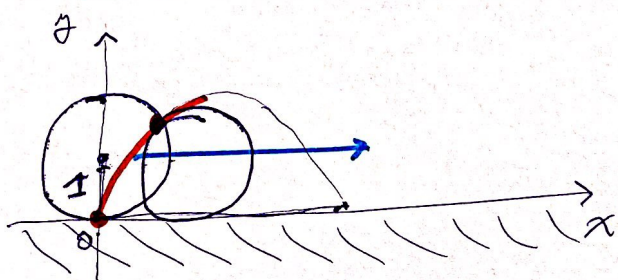
$$\Rightarrow \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos 2t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi)$$

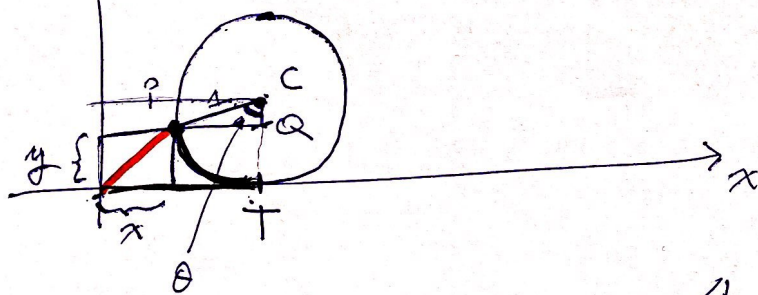
$$x^2 + y^2 = \sin^2 2t + \cos^2 2t = 1$$



CICLOIDE



Como el disco se mueve a velocidad 1 la ecuación del centro es $C = (\theta, 1)$



$$x = \underbrace{|OT|}_{\theta} - \underbrace{|PQ|}_{\sin \theta}$$

$$y = |TC| - |QC| = 1 - \cos \theta$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} x &= \theta - \sin \theta \\ y &= 1 - \cos \theta \end{aligned}$$

