

ÁLGEBRA LINEAL COMPUTACIONAL

2do Cuatrimestre 2025

Laboratorio N° 1: Manipulación de Matrices y Numpy.

En un archivo librerias.py, generar la siguiente lista de funciones. Preparar para cada ejercicio un test que verifique que la operación se está realizando correctamente. De la librería `numpy` de Python, solo están permitidos utilizar las funciones que convierten listas a arrays, las que devuelven el tamaño de un array y las funciones que encuentran máximos o mínimos.

Ejercicio 1. Desarrollar una función `esCuadrada(A)` que devuelva verdadero si la matriz A es cuadrada y Falso en caso contrario.

Ejercicio 2. Desarrollar una función `triangSup(A)` que devuelva la matriz U correspondiente a la matriz Triangular Superior de A sin su diagonal.

Ejercicio 3. Desarrollar una función `triangInf(A)` que devuelva la matriz L correspondiente a la matriz Triangular Inferior de A sin su diagonal.

Ejercicio 4. Desarrollar una función `diagonal(A)` que devuelva la matriz D correspondiente a la matriz diagonal de A .

Ejercicio 5. Desarrollar una función `traza(A)` que calcule la traza de una matriz cualquiera A .

Ejercicio 6. Desarrollar una función `traspuesta(A)` que devuelva la matriz traspuesta de A .

Ejercicio 7. Desarrollar una función `esSimetrica(A)` que devuelva True si la matriz A es simétrica y False en caso contrario.

Ejercicio 8. Desarrollar una función `calcularAx(A,x)` que recibe una matriz A de tamaño $n \times m$ y un vector x de largo m y devuelve un vector b de largo n resultado de la multiplicación vectorial de la matriz y el vector.

Ejercicio 9. Desarrollar una función `intercambiarFilas(A, i, j)`, que intercambie las filas i y la j de la matriz A . El intercambio tiene que ser in-place.

Ejercicio 10. Desarrollar una función `sumar_fila_multiplo(A, i, j, s)` que a la fila i le sume la fila j multiplicada por un escalar s . Esta es una operación elemental clave en la eliminación gaussiana. La operación debe ser in-place.

Ejercicio 11. Desarrollar una función `esDiagonalmenteDominante(A)` que devuelva True si una matriz cuadrada A es estrictamente diagonalmente dominante. Esto ocurre si para cada fila, el valor absoluto del elemento en la diagonal es mayor que la suma de los valores absolutos de los demás elementos en esa fila.

Ejercicio 12. Desarrollar una función `matrizCirculante(v)` que genere una matriz circulante a partir de un vector. En una matriz circulante la primer fila es igual al vector v , y en cada fila se encuentra una permutación cíclica de la fila anterior, moviendo los elementos un lugar hacia la derecha.

Ejercicio 13. Desarrollar una función `matrizVandermonde(v)`, donde $v \in \mathbb{R}^n$ y se devuelve la matriz de Vandermonde $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ cuya fila i -ésima corresponde con la potencias $(i - 1)$ -ésima de los elementos de v .

Ejercicio 14. Desarrollar una función `numeroAureo(n)` que estime el número aureo ϕ como F_{k+1}/F_k , siendo F_k el k -ésimo número de la sucesión de Fibonacci. Para esto, formulen la sucesión de Fibonacci

$$F_{k+1} = F_k + F_{k-1}$$

de forma matricial, usando la semilla $F_0 = 0, F_1 = 1$. Grafique el valor aproximado de ϕ en función del número de pasos de la sucesión considerado.

Ejercicio 15. Desarrollar una función `matrizFibonacci(n)`, que genera una matriz A de $n \times n$, y cada $a_{ij} = F_{i+j}$, siendo F_k el k -ésimo número de la sucesión de Fibonacci (considerando $F_0 = 0, F_1 = 1$).

Ejercicio 16. Desarrollar una función `matrizHilbert(n)`, que genera una matriz de Hilbert H de $n \times n$, y cada $h_{ij} = \frac{1}{i+j+1}$.

Ejercicio 17. Usando las funciones previamente desarrolladas donde sea posible, escriba una rutina que calcule los valores entre -1 y 1 de los siguientes polinomios:

- $x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1$
- $x^2 + 3$
- $x^{10} - 2$

Grafique el valor de los polinomios en el rango indicado, y calcule la cantidad de operaciones necesarias y el espacio en memoria para generar 100 puntos equiespaciados entre -1 y 1. ¿Cómo crecen estos valores con n ? ¿Qué modificaría para hacer el cálculo más eficiente?

Ejercicio 18. Modificar la función `row_echelon` de manera que evalúe en cada pivot si no hay otro elemento de la misma columna con módulo mayor (en valor absoluto). En caso afirmativo hacer el swap de las filas. Esta operatoria permite tener mayor estabilidad numérica.