Tema 1 - Matrices

Ramon Ceballos

20/2/2021

MATRIZ INVERSA

1. Caracterización de las matrices invertibles

Con las matrices escalonadas y las operaciones elementales, no solo se puede calcular el rango de una matriz sino que también resultan útiles en el cálculo de matrices inversas como veremos a continuación.

El primer aporte que pueden hacer es la caracterización de las matrices invertibles a través de su rango y de su matriz escalonada reducida.

2. Teorema de caracterización

Teorema. Sea A una matriz cuadrada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$. Entonces son equivalentes:

- A es invertible
- $rg(A) = n$
- La matriz escalonada reducida por filas (por columnas) equivalente a A es la matriz identidad I_n

Además, la tercera equivalencia aporta un método para calcular la matriz inversa de una matriz invertible $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$:

Este consiste en escribir la matriz identidad I_n a la derecha de la matriz (escrito de forma abreviada $(A|I_n)$) y a través de transformaciones elementales por filas (o por columnas), calcular la matriz escalonada reducida que será de la forma $(I_n|B)$. La matriz B resultante es precisamente la matriz inversa de A, es decir $A^{-1} = B$.

Ejercicio 29

Sea A la matriz cuadrada $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Razonad si A es invertible y, si lo es, calculad su inversa.

Aplicaciones de las matrices

1. Aplicaciones de las matrices

- Álgebra lineal y geometría

- Modelos lineales en ingeniería y economía
- Ecuaciones en diferencias
- Tratamiento de imágenes y diseño asistido por ordenador
- Matrices booleanas, grafos y relaciones
- Matrices estocásticas y estadística
- Ecuaciones diferenciales y sistemas dinámicos