Evaluacion 1

Ramon Ceballos

28/2/2021

Preguntas de esta tarea

Ejercicio 1

Halla el cociente y el resto de la división de $p(x) = (x+1)^7$ entre $q(x) = x^2 + x + 1$.

```
library(polynom)
```

Definimos los dos polinomios.

```
p = (polynomial(coef = c(1,1)))^7
q = polynomial(coef = c(1,1,1))
```

Averiguamos el cociente y el resto.

```
cociente = p/q
cociente
```

```
## 6*x + 15*x^2 + 14*x^3 + 6*x^4 + x^5
```

```
resto = p%%q
resto
```

```
## 1 + x
```

Ejercicio 2

Halla el módulo y el árgumento del número complejo $\frac{(1+i)^7}{1-i}$.

```
z1 = (1+1i)^7
z2 = 1-1i

z3 = z1/z2

Mod(z3)
```

```
## [1] 8
```

```r
Arg(z3)
```

```
## [1] 0
```

Ejercicio 3

Halla el valor de la matriz X para que se verifique:

$$A \cdot X \cdot A^t = \sqrt{5} \cdot A$$

donde A es la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Despejando la X se obtiene la expresión:

$$X = A^{-1} \cdot \sqrt{5} \cdot A \cdot {A^t}^{-1}$$

Definimos la matriz A en R.

```r
A = rbind(c(1,1,1),c(0,-1,-1),c(-1,0,1))
```

Ahora llevamos a cabo el calculo.

```r
X = solve(A) %*% (sqrt(5) * A) %*% solve(t(A))
X
```

```
##          [,1]      [,2]     [,3]
## [1,] 2.236068 -2.236068 2.236068
## [2,] 2.236068 -4.472136 2.236068
## [3,] 0.000000 -2.236068 2.236068
```

Comprobamos si X es correcta.

```r
A %*% X %*% t(A) == sqrt(5) * A
```

```
##      [,1] [,2] [,3]
## [1,] TRUE TRUE TRUE
## [2,] TRUE TRUE TRUE
## [3,] TRUE TRUE TRUE
```

Ejercicio 4

Resuelve aplicando el método de Gauss y clasifica según corresponda el sistema de ecuaciones lineal siguiente:

$$\begin{cases} x & - & y & + & z & + & t & = & 4 \\ 2x & + & y & - & 3z & + & t & = & 4 \\ x & - & 2y & + & 2z & - & t & = & 3 \\ x & - & 3y & + & 3z & - & 3t & = & 2 \end{cases}$$

Definimos la matriz de coeficientes, de terminos independientes y la matriz ampliada.

```
A = rbind(c(1,-1,1,1),c(2,1,-3,1),c(1,-2,2,-1),c(1,-3,3,-3))

b = c(4,4,3,2)

AB = cbind(A, b)
```

Estudiamos si el rango de A coincide con el rango de AB, y lo comparamos con el nº de incógnitas (4).

```
library(matlib)
R(A) == R(AB)
```

```
## [1] TRUE
```

```
R(A) == 4
```

```
## [1] FALSE
```

Los rangos de A y AB coinciden pero este es menor que el númeor de incognitas, por tanto estamos ante un sistema compatible indeterminado.

Resolvemos el sistema.

```
Solve(A,b)
```

```
## x1       + 3*x4  =    5
##    x2    + 5.5*x4  =  4.5
##       x3 + 3.5*x4  =  3.5
##                0  =    0
```

Se discierne que la varibale indeterminada es `t`, que asu vez es la variable independiente de la cual dependen `x, y, z`.

La solución final es el vector X de la forma:

$$X = \begin{pmatrix} 5 - 3t \\ 4.5 - 5.5t \\ 3.5 - 3.5t \\ t \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5

Considera el sistema de ecuaciones lineal:

$$\begin{cases} ax & + & y & + & z & = & (a-1)(a+2) \\ x & + & ay & + & z & = & (a-1)^2(a+2) \\ x & + & y & + & az & = & (a-1)^3(a+2) \end{cases}$$

1. Indicar para qué valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$ el sistema es compatible determinado, indeterminado o bien incompatible.

Calculamos:

$$|A| = \begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}$$

Obtenemos la siguiente expresión:

$$|A| = a^3 - 3a + 2$$

Ahora calculamos las raíces de dicha expresión, para las cuales el $|A|$ valdrá cero.

```
A_det = polynomial(coef = c(2,-3,0,1))
polyroot(A_det)
```

```
## [1]  1-0i  1+0i -2-0i
```

- Hipótesis 1 ($a \neq 1$ y $a \neq -2$)

En este caso el rango de la matriz de los coeficientes y el de la ampliada coincide, y a su vez su valor coincide con el número de incógnitos. Por tanto, el sistema es compatible determinado.

- Hipótesis 2 ($a = 1$)

En este caso el rango de A es 1 y coincide con el de la ampliada, pero el número de incógnitas es diferente. Por tanto, estamos ante un sistema compatible indeterminado.

- Hipótesis 3 ($a = -2$)

En este caso el rango de A es 2 y coincide con el de la ampliada, pero el número de incógnitas es diferente. Por tanto, estamos ante un sistema compatible indeterminado.

2. Resolver el sistema cuando $a = 1$.

El sistema ha estudiar es:

$$\begin{cases} x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & y & + & z & = & 0 \end{cases}$$

Como ya hemos comentado anteriormente este sistema es compatible indeterminado.

```r
A = rbind(c(1,1,1),c(1,1,1),c(1,1,1))
b = c(0,0,0)

Solve(A, b)
```

```
## x1 + x2 + x3  =  0
##            0  =  0
##            0  =  0
```

Por tanto la solución del sistema es:

$$X = \begin{pmatrix} -y-z \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

3. Resolver el sistema cuando $a = -2$.

El sistema ha estudiar es:

$$\begin{cases} -2x & + & y & + & z & = & 0 \\ x & + & -2y & + & z & = & 0 \\ x & + & y & + & -2z & = & 0 \end{cases}$$

Como ya hemos comentado anteriormente este sistema es compatible indeterminado.

```r
A = rbind(c(-2,1,1),c(1,-2,1),c(1,1,-2))
b = c(0,0,0)

Solve(A, b)
```

```
## x1    - 1*x3  =  0
##   x2 - 1*x3  =  0
##           0  =  0
```

Por tanto la solución del sistema es:

$$X = \begin{pmatrix} z \\ z \\ z \end{pmatrix}$$