

Tema 5 - Vectores

Ramon Ceballos

28/2/2021

Vectores fijos

1. Definiciones generales

El vector fijo viene definido por el pto en el que empieza y por el punto en el que acaba.

Vector fijo. Es un par fijo de puntos P y Q que se denotará por \vec{PQ} .

Origen. Punto P del vector \vec{PQ} .

Extremo. Punto Q del vector \vec{PQ} .

Normalmente los vectores en el plano o en el espacio de tres dimensiones se suelen representar mediante segmentos acabados en una punta de flecha en uno de sus dos extremos.

1.1. Componentes cartesianas

Componentes cartesianas de un vector \vec{PQ} fijo. Vectores que se obtienen al proyectar el vector \vec{PQ} sobre los ejes de un sistema de coordenadas situado en el origen, P , de dicho vector.

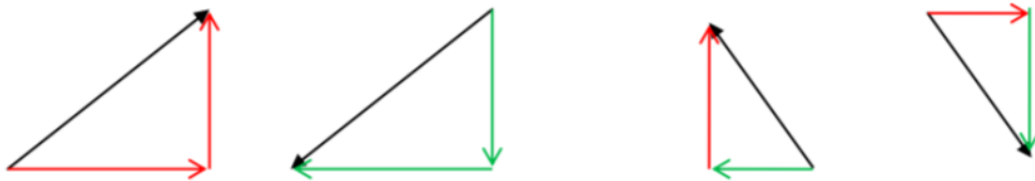


Figure 1: Componentes de un vector. El color rojo es para componentes positivas y el verde, para componentes negativas

Si denotamos $P = (p_x, p_y)$ y $Q = (q_x, q_y)$, entonces las componentes del vector \vec{PQ} se obtienen restando las coordenadas del punto extremo Q al punto de origen P .

$$\vec{PQ} = (q_x - p_x, q_y - p_y)$$

El valor absoluto de las componentes del vector coincide con la de los catetos del triángulo rectángulo formado y tal que el vector sea su hipotenusa:

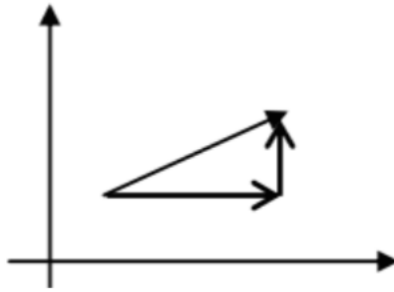


Figure 2: Triángulo rectángulo formado por las componentes del vector como catetos y el propio vector como hipotenusa

Ejemplo 1

Consideremos el vector \vec{AB} donde $A = (1, 2)$ y $B = (5, 4)$.

Sus componentes serán:

$$\vec{AB} = (5 - 1, 4 - 2) = (4, 2)$$

En este caso, ambas componentes son positivas.

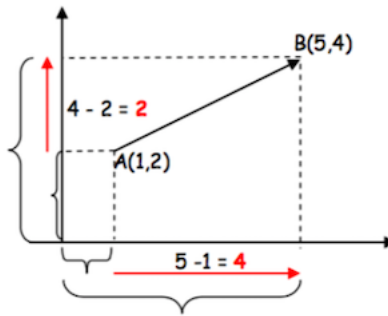


Figure 3: Componentes del vector \vec{AB}

Ejemplo 2

Consideremos el vector \vec{AB} donde $A = (1, 4)$ y $B = (5, 2)$.

Sus componentes serán:

$$\vec{AB} = (5 - 1, 2 - 4) = (4, -2)$$

En este caso, su componente del eje horizontal será positiva, mientras que la componente del eje vertical será negativa.

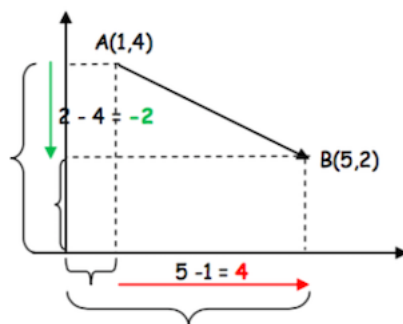


Figure 4: Componentes del vector \vec{AB}

2. Caracterización de un vector fijo

2.1. Metodo I

Caracterización de un vector fijo (I). En el contexto geométrico, las 4 características de un vector fijo son:

- **Origen.** Punto de aplicación donde empieza el vector.
- **Módulo.** Longitud del segmento.
- **Dirección.** Dirección de la recta a la cual pertenece el vector.
- **Sentido.** Lo determina la punta de la flecha del vector.

2.2. Metodo II

Caracterización de un vector fijo (II). Un vector fijo también queda completamente determinado por:

- Sus componentes.
- El punto origen.

2.3. Metodo III

Caracterización de un vector fijo (III). Un vector fijo queda determinado si se conocen:

- Las coordenadas del punto origen.
- Las coordenadas del punto extremo.

2.4. Vectores equivalentes

Vectores equivalentes. Diremos que dos vectores \vec{AB} y \vec{CD} son equivalentes si tienen las mismas componentes. Es decir, si:

$$(b_x - a_x, b_y - a_y) = (d_x - c_x, d_y - c_y)$$

Ejemplo 3

Dados $A = (5, 3)$, $B = (1, 4)$, $C = (4, 2)$, $D = (0, 3)$. Los vectores \vec{AB} y \vec{CD} son equivalentes a pesar de tener diferentes orígenes y extremos ya que:

$$\vec{AB} = (1 - 5, 4 - 3) = (-4, 1)$$

$$\vec{CD} = (0 - 4, 3 - 2) = (-4, 1)$$