Tema 2 - Ecuaciones y Sistemas Lineales

Ramon Ceballos

21/2/2021

ECUACIONES MATRICIALES

Ecuación matricial. Ecuación donde la incógnita es una matriz.

Se resuelven transformando la ecuación inicial en otra equivalente utilizando las propiedades y definiciones vistas en el *Tema 01 - Matrices*.

Para hallar la incógnita necesitamos la matriz inversa.

Método de resolución

Dada la ecuación matricial siguiente:

$$XP = Q - R$$

Donde $X \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ es nuestra incógnita y $P, Q, R \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ son matrices cuadradas conocidas.

Multiplicamos por la derecha en ambos miembros de la igualdad por P^{-1}.

$$XPP^{-1} = (Q - R)P^{-1}$$

Como P^{-1} es la inversa de P, se cumple que $PP^{-1} = I_n$, donde I_n es la matriz identidad de orden n. Entonces:

$$XI_n = (Q - R)P^{-1}$$

Con lo cual $X = (Q - R)P^{-1}$

Ejemplo 1

Resolver la ecuación matricial $P + QX = RS - TX$. ¿Qué condiciones tienen que cumplirse para poder hallar X?

En primer lugar, intentemos aislar X:

$$P + QX = RS - TX$$
$$QX + TX = RS - P$$

Ahora, podemos sacar factor común X, del siguiente modo:

$$(Q + T)X = RS - P$$

Con lo cuál, para poder hallar X, necesitamos que la matriz $(Q+T)$ sea invertible y así poder continuar multiplicando a la izquierda de cada miembro de la igualdad por $(Q+T)^{-1}$, de la forma:

$$(Q+T)^{-1}(Q+T)X = (Q+T)^{-1}(RS-P)$$
$$X = (Q+T)^{-1}(RS-P)$$