

# Tarea de Factorización LU con R y Python

Ramon Ceballos

27/2/2021

## PREGUNTA 1

### Parte A1

#### R

Defino la matriz A1.

```
A1 = rbind(c(0,2,-3,4),c(0,0,-5,-1),c(5,-1,-2,0),c(-2,0,4,6))
```

Hago la factorización LU.

```
library(matlib)
library(MASS)
LU_A1 = LU(A1)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
P = as.fractions(LU_A1$P)
P
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 0    1    0    0
## [2,] 1    0    0    0
## [3,] 0    0    1    0
## [4,] 0    0    0    1
```

```
#Matriz L
L = as.fractions(LU_A1$L)
L
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 1    0    0    0
## [2,] 0    1    0    0
## [3,] 0 -1/2    1    0
## [4,] 0    0 -8/7    1
```

```
#Matriz U
U = as.fractions(LU_A1$U)
U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    0    0  -5  -1
## [2,]    0    2  -3    4
## [3,]    5    0 -7/2    2
## [4,] 26/7    0    0 58/7
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $PA1 = LU$ .

```
L %*% U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    0    0  -5  -1
## [2,]    0    2  -3    4
## [3,]    5   -1  -2    0
## [4,]   -2    0    4    6
```

```
P %*% A1
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    0    0  -5  -1
## [2,]    0    2  -3    4
## [3,]    5   -1  -2    0
## [4,]   -2    0    4    6
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Python

Defino la matriz A1.

```
import numpy as np
A1 = np.array([[0,2,-3,4],[0,0,-5,-1],[5,-1,-2,0],[-2,0,4,6]])
```

Hago la factorización LU.

```
import scipy.linalg
P, L, U = scipy.linalg.lu(A1)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
P = P
P
```

```
#Matriz L
```

```
## array([[0., 1., 0., 0.],
##        [0., 0., 1., 0.],
##        [1., 0., 0., 0.],
##        [0., 0., 0., 1.]])
```

```
L = L
L
```

```
#Matriz U
```

```
## array([[ 1. ,  0. ,  0. ,  0. ],
##        [ 0. ,  1. ,  0. ,  0. ],
##        [ 0. ,  0. ,  1. ,  0. ],
##        [-0.4 , -0.2 , -0.52,  1. ]])
```

```
U = U
U
```

```
## array([[ 5. , -1. , -2. ,  0. ],
##        [ 0. ,  2. , -3. ,  4. ],
##        [ 0. ,  0. , -5. , -1. ],
##        [ 0. ,  0. ,  0. ,  6.28]])
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $PA1 = LU$ .

```
L.dot(U)
```

```
## array([[ 5., -1., -2.,  0.],
##        [ 0.,  2., -3.,  4.],
##        [ 0.,  0., -5., -1.],
##        [-2.,  0.,  4.,  6.]])
```

```
np.transpose(P).dot(A1)
```

```
## array([[ 5., -1., -2.,  0.],
##        [ 0.,  2., -3.,  4.],
##        [ 0.,  0., -5., -1.],
##        [-2.,  0.,  4.,  6.]])
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Parte A2

### R

Defino la matriz A2.

```
A2 = rbind(c(1,2,-1,4),c(0,-1,5,8),c(2,3,1,4),c(1,-1,6,4))
```

Hago la factorización LU.

```
library(matlib)
library(MASS)
LU_A2 = LU(A2)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
P = as.fractions(LU_A2$P)
P
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 1    0    0    0
## [2,] 0    1    0    0
## [3,] 0    0    1    0
## [4,] 0    0    0    1
```

```
#Matriz L
L = as.fractions(LU_A2$L)
L
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 1    0    0    0
## [2,] 0    1    0    0
## [3,] 2    1    1    0
## [4,] 1    3    4    1
```

```
#Matriz U
U = as.fractions(LU_A2$U)
U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 1    2   -1    4
## [2,] 0   -1    5    8
## [3,] 0    0   -2   -12
## [4,] 0    0    0   24
```

Se observa que no hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $A2 = LU$ .

```
L %*% U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 1    2   -1    4
## [2,] 0   -1    5    8
## [3,] 2    3    1    4
## [4,] 1   -1    6    4
```

```
A2
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    1    2   -1    4
## [2,]    0   -1    5    8
## [3,]    2    3    1    4
## [4,]    1   -1    6    4
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Python

Defino la matriz A2.

```
import numpy as np
A2 = np.array([[1,2,-1,4],[0,-1,5,8],[2,3,1,4],[1,-1,6,4]])
```

Hago la factorización LU.

```
import scipy.linalg

P, L, U = scipy.linalg.lu(A2)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
```

```
P = P
P
```

```
#Matriz L
```

```
## array([[0., 0., 0., 1.],
##        [0., 0., 1., 0.],
##        [1., 0., 0., 0.],
##        [0., 1., 0., 0.]])
```

```
L = L
L
```

```
#Matriz U
```

```
## array([[ 1.         ,  0.         ,  0.         ,  0.         ],
##        [ 0.5        ,  1.         ,  0.         ,  0.         ],
##        [ 0.         ,  0.4        ,  1.         ,  0.         ],
##        [ 0.5        , -0.2        , -0.14285714,  1.         ]])
```

```
U = U
U
```

```
## array([[ 2.         ,  3.         ,  1.         ,  4.         ],
##        [ 0.         , -2.5        ,  5.5        ,  2.         ],
##        [ 0.         ,  0.         ,  2.8        ,  7.2        ],
##        [ 0.         ,  0.         ,  0.         ,  3.42857143]])
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $A2 = LU$ .

```
L.dot(U)
```

```
## array([[ 2.,  3.,  1.,  4.],
##        [ 1., -1.,  6.,  4.],
##        [ 0., -1.,  5.,  8.],
##        [ 1.,  2., -1.,  4.]])
```

```
np.transpose(P).dot(A2)
```

```
## array([[ 2.,  3.,  1.,  4.],
##        [ 1., -1.,  6.,  4.],
##        [ 0., -1.,  5.,  8.],
##        [ 1.,  2., -1.,  4.]])
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Parte A3

### R

Defino la matriz A3.

```
A3 = rbind(c(2,4,-2,0),c(3,7,5,-4),c(-1,2,-2,5),c(6,1,0,2))
```

Hago la factorización LU.

```
library(matlib)
library(MASS)
LU_A3 = LU(A3)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
P = as.fractions(LU_A3$P)
P
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]  1    0    0    0
## [2,]  0    1    0    0
## [3,]  0    0    1    0
## [4,]  0    0    0    1
```

```
#Matriz L
L = as.fractions(LU_A3$L)
L
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    1    0    0    0
## [2,]  3/2    1    0    0
## [3,] -1/2    4    1    0
## [4,]    3   -11 -94/35    1
```

```
#Matriz U
U = as.fractions(LU_A3$U)
U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    2    4  -2    0
## [2,]    0    1    8   -4
## [3,]    0    0 -35   21
## [4,]    0    0    0 72/5
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $PA3 = LU$ .

```
round(L %*% U,3)
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    2    4  -2    0
## [2,]    3    7    5   -4
## [3,]   -1    2   -2    5
## [4,]    6    1    0    2
```

```
P %*% A3
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    2    4  -2    0
## [2,]    3    7    5   -4
## [3,]   -1    2   -2    5
## [4,]    6    1    0    2
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Python

Defino la matriz A3.

```
import numpy as np
A3 = np.array([[2,4,-2,0],[3,7,5,-4],[-1,2,-2,5],[6,1,0,2]])
```

Hago la factorización LU.

```
import scipy.linalg
P, L, U = scipy.linalg.lu(A3)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
P = P
P
```

```
#Matriz L
```

```
## array([[0., 0., 1., 0.],
##        [0., 1., 0., 0.],
##        [0., 0., 0., 1.],
##        [1., 0., 0., 0.]])
```

```
L = L
L
```

```
#Matriz U
```

```
## array([[ 1.          ,  0.          ,  0.          ,  0.          ],
##        [ 0.5         ,  1.          ,  0.          ,  0.          ],
##        [ 0.33333333 ,  0.56410256 ,  1.          ,  0.          ],
##        [-0.16666667 ,  0.33333333 ,  0.7606383  ,  1.          ]])
```

```
U = U
U
```

```
## array([[ 6.          ,  1.          ,  0.          ,  2.          ],
##        [ 0.          ,  6.5         ,  5.          , -5.          ],
##        [ 0.          ,  0.          , -4.82051282 ,  2.15384615 ],
##        [ 0.          ,  0.          ,  0.          ,  5.36170213 ]])
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $PA3 = LU$ .

```
L.dot(U)
```

```
## array([[ 6.,  1.,  0.,  2.],
##        [ 3.,  7.,  5., -4.],
##        [ 2.,  4., -2.,  0.],
##        [-1.,  2., -2.,  5.]])
```

```
np.transpose(P).dot(A3)
```

```
## array([[ 6.,  1.,  0.,  2.],
##        [ 3.,  7.,  5., -4.],
##        [ 2.,  4., -2.,  0.],
##        [-1.,  2., -2.,  5.]])
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Parte A4

### R

Defino la matriz A3.

```
A4 = rbind(c(0,2,3,1),c(0,4,-1,5),c(2,0,3,1),c(1,-4,5,6))
```

Hago la factorización LU.



```
library(matlib)
library(MASS)
LU_A4 = LU(A4)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
P = as.fractions(LU_A4$P)
P
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]  0    1    0    0
## [2,]  1    0    0    0
## [3,]  0    0    1    0
## [4,]  0    0    0    1
```

```
#Matriz L
L = as.fractions(LU_A4$L)
L
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    1    0    0    0
## [2,]    0    1    0    0
## [3,]    0    0    1    0
## [4,]    0   -2 11/3    1
```

```
#Matriz U
U = as.fractions(LU_A4$U)
U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    0    4   -1    5
## [2,]    0    2    3    1
## [3,]    2    0    3    1
## [4,] -19/3    0    0 13/3
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $PA4 = LU$ .

```
L %*% U
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    0    4   -1    5
## [2,]    0    2    3    1
## [3,]    2    0    3    1
## [4,]    1   -4    5    6
```

```
P %*% A4
```

```
##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]    0    4   -1    5
## [2,]    0    2    3    1
## [3,]    2    0    3    1
## [4,]    1   -4    5    6
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.

## Python

Defino la matriz A4.

```
import numpy as np
A4 = np.array([[0,2,3,1],[0,4,-1,5],[2,0,3,1],[1,-4,5,6]])
```

Hago la factorización LU.

```
import scipy.linalg

P, L, U = scipy.linalg.lu(A4)
```

Tenemos que las matrices P, L y U son:

```
#Matriz P
```

```
P = P
P
```

```
#Matriz L
```

```
## array([[0., 0., 1., 0.],
##        [0., 1., 0., 0.],
##        [1., 0., 0., 0.],
##        [0., 0., 0., 1.]])
```

```
L = L
L
```

```
#Matriz U
```

```
## array([[ 1.         ,  0.         ,  0.         ,  0.         ],
##        [ 0.         ,  1.         ,  0.         ,  0.         ],
##        [ 0.         ,  0.5        ,  1.         ,  0.         ],
##        [ 0.5        , -1.         ,  0.71428571,  1.         ]])
```

```
U = U
U
```

```
## array([[ 2.         ,  0.         ,  3.         ,  1.         ],
##        [ 0.         ,  4.         , -1.         ,  5.         ],
##        [ 0.         ,  0.         ,  3.5        , -1.5        ],
##        [ 0.         ,  0.         ,  0.         , 11.57142857]])
```

Se observa que hubo permutaciones de filas para obtener la factorización por lo que se debe de cumplir que  $PA4 = LU$ .

```
L.dot(U)
```

```
## array([[ 2.,  0.,  3.,  1.],  
##        [ 0.,  4., -1.,  5.],  
##        [ 0.,  2.,  3.,  1.],  
##        [ 1., -4.,  5.,  6.]])
```

```
np.transpose(P).dot(A4)
```

```
## array([[ 2.,  0.,  3.,  1.],  
##        [ 0.,  4., -1.,  5.],  
##        [ 0.,  2.,  3.,  1.],  
##        [ 1., -4.,  5.,  6.]])
```

Se observa que ambas matrices son exactamente la misma.