Tema 1 - Matrices

Ramon Ceballos

20/2/2021

Rango de una matriz

Dada la unicidad de la matriz escalonada reducida, se pueden definir conceptos sobre una matriz A mediante su matriz escalonada reducida por filas (o por columnas) equivalente a la original. Uno de estos conceptos es el rango.

Rango. Sea $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. Se denomina rango de A y se denota como $\mathrm{rg}(A)$, al número de filas no nulas que tiene su única matriz escalonada (o su escalonada reducida) por filas (o columnas) equivalentes.

Ejemplo 38

La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 & 8 \\ 0 & 1 & -1 & 7 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

tiene rango 3.

Teorema. Sea $A \in \mathcal{M}_{m\times n}(\mathbb{K})$. El rango de A coincidirá con el número de columnas no nulas de su única matriz escalonada reducida por columnas equivalente.

En realidad, el número de filas (o columnas) no nulas es siempre el mismo en cualquier matriz equivalente por filas (por columnas) a la dada. Por tanto, para calcular el rango de una matriz A bastará con encontrar una matriz B escalonada por filas (o columnas) equivalente a A y contar el número de filas (columnas) no nulas de B.

Ejercicio 28

- Calculad el rango de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

- Calculad el rango de

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$