

Introducción a distribuciones de probabilidad

Ramon Ceballos

7/2/2021

Distribución de Binomial Negativa

1. Conceptos teóricos y matemáticos

Si X es una variable aleatoria que mide el “número de repeticiones hasta observar los r éxitos (nº determinado de éxitos) en ensayos de Bernoulli”. Diremos que X se distribuye como una Binomial Negativa con parámetros r y p .

$$X \sim \text{BN}(r, p)$$

En esta expresión, p es la probabilidad de éxito. Se determina el nº de éxitos, por ello el global será $k-1$.

Vamos a definir algunas de las propiedades que tendrá una distribución Binomial Negativa.

- El **dominio** de X será $D_X = \{r, r+1, r+2, \dots\}$. Partimos de r que es el nº de éxitos que se quiere obtener.
- La **función de probabilidad** vendrá dada por:

$$f(k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r}, k \geq r$$

Es un ajuste de la función de probabilidad de una binomial. El dominio debe de ser mayor o igual que el nº de exitos.

- La **función de distribución** no tiene una expresión analítica.
- **Esperanza.** $E(X) = \frac{r}{p}$.
- **Varianza.** $\text{Var}(X) = r \frac{1-p}{p^2}$.

```
par(mfrow = c(1,2))

#5 exitos en 20 intentos
exitos = 5
size = 20

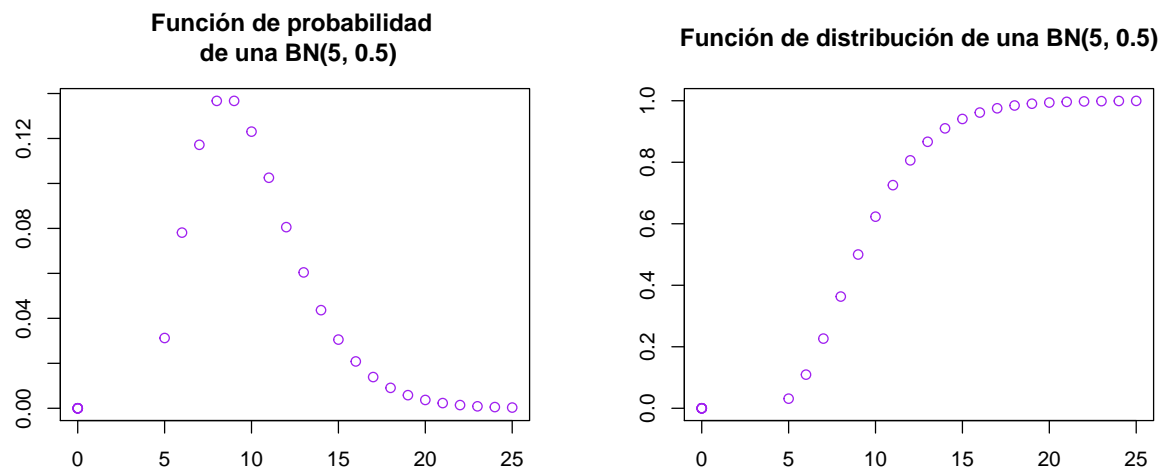
#Función de probabilidad
plot(c(rep(0, exitos), exitos:(size+exitos)),
     c(rep(0, exitos), dnbinom(0:size, exitos, 0.5)),
     col = "purple",
```

```

xlab = "", ylab = "",
main = "Función de probabilidad \n de una BN(5, 0.5)")

#Función de distribución
plot(c(rep(0, exitos), exitos:(size+exitos)),
     c(rep(0, exitos), pnbinom(0:size, exitos, 0.5)),
     col = "purple",
     xlab = "", ylab = "",
     main = "Función de distribución de una BN(5, 0.5)")

```



```

par(mfrow= c(1,1))

```

Ejemplo: caja de cerillas de Banach (se coloca una caja de cerillas en cada bolsillo y elegía aleatoriamente hasta agotar las cajas); tenemos dos cajetillas de tabaco y vamos seleccionando aleatoriamente los cigarrillo y al acabar una de las dos cajas ver cuál es el n^o esperado.

2. Distribución Binomial Negativa en R y Python

El código de la distribución Binomial Negativa:

- En **R** tenemos las funciones del paquete **Rlab**: `dnbinom(x, size, prop)`, `pnbinom(q, size, prop)`, `qnbinom(p, size, prop)`, `rnbinom(n, size, prop)` donde `size` es el número de casos exitosos y `prop` la probabilidad del éxito.
- En **Python** tenemos las funciones del paquete `scipy.stats.nbinom`: `pmf(k,n,p)`, `cdf(k,n,p)`, `ppf(q,n,p)`, `rvs(n,p)` donde `n` es el número de casos exitosos y `p` la probabilidad del éxito.

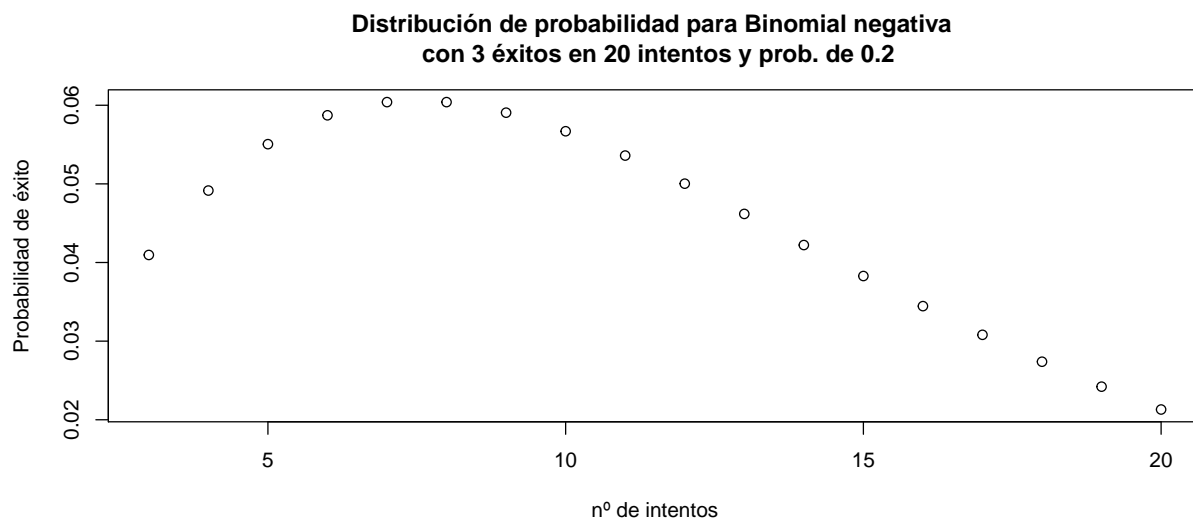
3. Ejemplos en código para la distribución Binomial Negativa (R y Python)

Una compañía petrolera tiene una probabilidad $p = 0,20$ de encontrar petróleo al perforar un pozo. ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa perfora $x=20$ pozos de encontrar petróleo $r=3$ veces?

Ejemplo en R Empleamos las funciones anteriores.

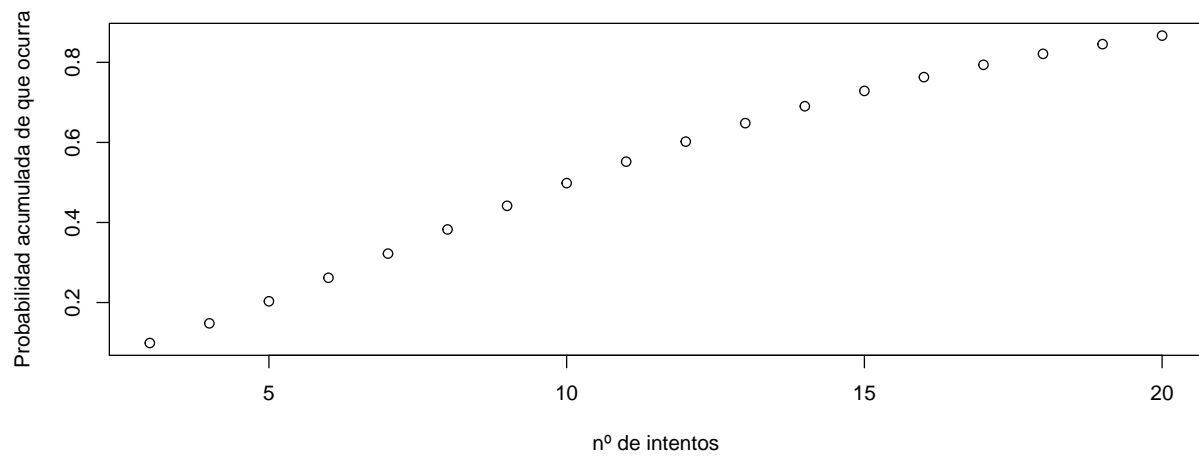
```
#defino los parámetros de la distr. bin. neg.
n = 20 #nº de intentos
r = 3 #nº éxitos
p = 0.2 #probabilidad

#Defino la función de probabilidad para Binomial negativa
plot(r:n, dnbinom(x=r:n,size = r,prob=p),
     title("Distribución de probabilidad para Binomial negativa \n con 3 éxitos en 20 intentos y prob. de 0.2",
          xlab = "nº de intentos",
          ylab = "Probabilidad de éxito")
```



```
#Defino la función de distribución para Binomial negativa
plot(r:n,pnbinom(q=r:n, size = r,prob = p),
     title("Distribución de distribución para Binomial negativa"),
     xlab = "nº de intentos",
     ylab = "Probabilidad acumulada de que ocurra")
```

Distribución de distribución para Binomial negativa

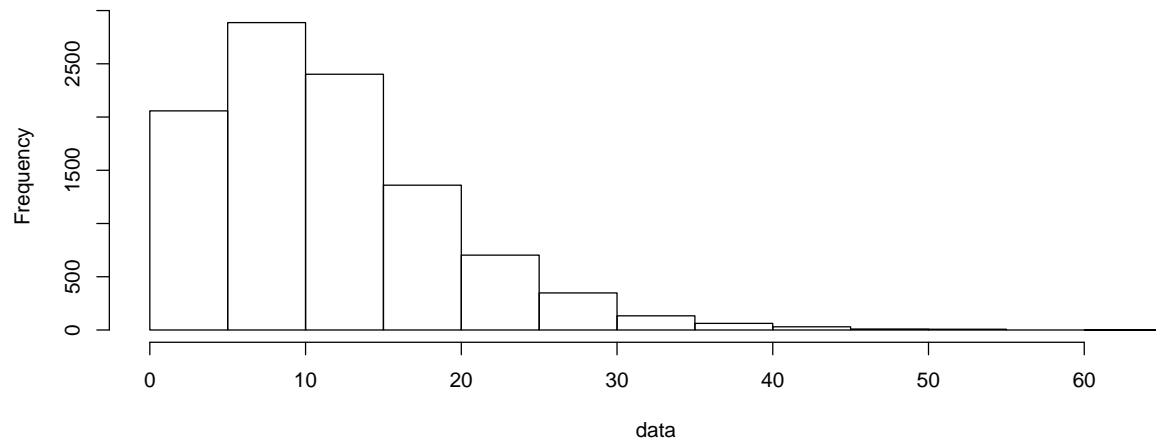


```
#La mediana
qnbinom(p=0.5,size=r,prob = p)
```

```
## [1] 11
```

```
#Genero datos aleatorios con Binomial negativa
rnbinom(10000,size=r,prob=0.2) -> data
#Represento el histograma de los datos aleatorios
hist(data, breaks = n,
      main="Histograma de la distribución Binomial negativa")
```

Histograma de la distribución Binomial negativa



Ejemplo en Python Vete al script de Python del presente tema 10.