

Introducción a distribuciones de probabilidad

Ramon Ceballos

6/2/2021

VARIABLES ALEATORIAS Y FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN

1. Variables Aleatorias

Variable aleatoria. Una variable aleatoria (v.a.) sobre Ω es una aplicación:

$$X : \Omega \longrightarrow \mathbb{R}$$

que asigna a cada suceso elemental ω (dentro del espacio muestral Ω) un número real $X(\omega)$.

Puede entenderse como una descripción numérica de los resultados de un experimento aleatorio.

Dominio de una variable aleatoria. D_X , es el conjunto de los valores que puede tomar la variable aleatoria X .

1.1 Sucesos de variables aleatorias

Una variable aleatoria puede definir sucesos, de los cuales queremos conocer la probabilidad p :

- $p(X = a) = p(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) = a\})$
- $p(X < b) = p(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) < b\})$
- $p(X \leq b) = p(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \leq b\})$
- $p(a < X) = p(\{\omega \in \Omega \mid a < X(\omega)\})$
- $p(a \leq X) = p(\{\omega \in \Omega \mid a \leq X(\omega)\})$
- $p(a \leq X \leq b) = p(\{\omega \in \Omega \mid a \leq X(\omega) \leq b\})$
- $p(a < X < b) = p(\{\omega \in \Omega \mid a < X(\omega) < b\})$
- $p(X \in A) = p(\{\omega \in \Omega \mid X(\omega) \in A\})$

2. Función de Distribución

Función de distribución de la v.a. X . Es una función:

$$F : \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$$

definida por $F(x) = p(X \leq x)$.

Sea F una función de distribución de una v.a. X y digamos:

$$F(a^-) = \lim_{x \rightarrow a^-} F(x)$$

- $p(X \leq a) = F(a)$
- $p(X < a) = \lim_{b \rightarrow a, b < a} p(X \leq b) = \lim_{b \rightarrow a, b < a} F(b) = F(a^-)$
- $p(X = a) = p(X \leq a) - p(X < a) = F(a) - F(a^-)$
- $p(a \leq X \leq b) = p(X \leq b) - p(X < a) = F(b) - F(a^-)$

3. Cuantiles

Cuantil de orden p de una v.a. X . Es el $x_p \in \mathbb{R}$ más pequeño tal que $F(x_p) \geq p$

Nótese que la mediana es el cuantil de orden 0.5.