

Introducción a distribuciones de probabilidad

Ramon Ceballos

8/2/2021

Distribución Exponencial

1. Conceptos teóricos y matemáticos

Una v.a. continua X tiene distribución exponencial de parámetro λ , $X \sim \mathbf{Exp}(\lambda)$, si su función de densidad es:

$$f_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ \lambda \cdot e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Al tener el exponente negativo, la función tenderá a ir bajando el valor su función de densidad ($f(x)$).

Teorema. Si tenemos un proceso de *Poisson* de parámetro λ por unidad de tiempo, el tiempo que pasa entre dos sucesos consecutivos es una v.a. continua exponencial de parámetro λ ($\mathbf{Exp}(\lambda)$).

Propiedad de la pérdida de memoria. Si X es v.a. $\mathbf{Exp}(\lambda)$, entonces:

$$p(X > s + t : X > s) = p(X > t) \quad \forall s, t > 0$$

Esto significa que si ya llevamos esperando ese tiempo (s en min. o seg.) y tenemos que esperar t (seg. o min.) más, la probabilidad (función de densidad) es la misma que si solo tuviésemos que esperar la unidad de tiempo t .

Vamos a definir algunas de las propiedades que tendrá una distribución Exponencial.

- El **dominio** de X será $D_X = [0, \infty)$.
- La **función de distribución** vendrá dada por:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

- **Esperanza** $E(X) = \frac{1}{\lambda}$
- **Varianza** $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

```
par(mfrow = c(1,2))

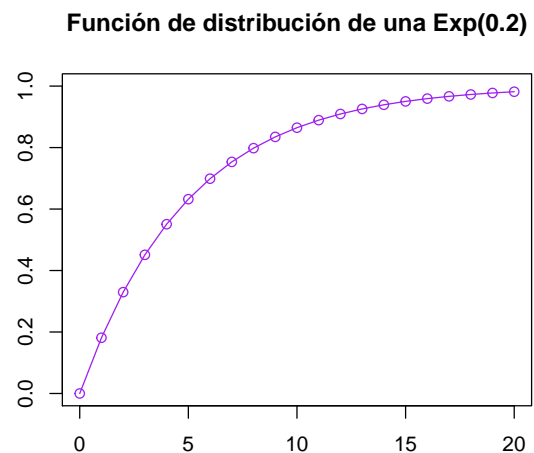
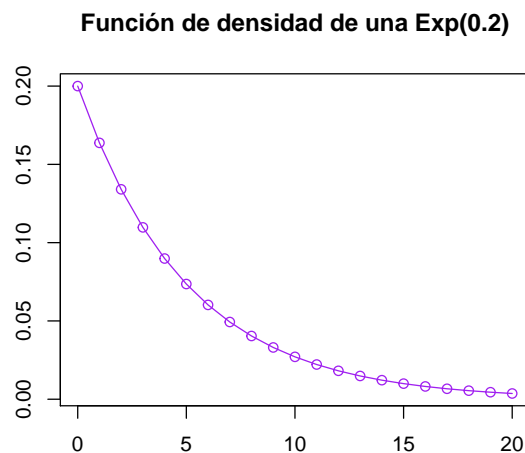
#Función de densidad
plot(0:20, dexp(0:20,0.2),
     col = "purple",
     xlab = "", ylab = "",
     main = "Función de densidad de una Exp(0.2)",
```

```

type = "o")

#Función de distribución
plot(0:20, pexp(0:20,0.2),
     col = "purple",
     xlab = "", ylab = "",
     main = "Función de distribución de una Exp(0.2)",
     type = "o",
     ylim = c(0,1))

```



```

par(mfrow = c(1,1))

```

Ejemplos: el tiempo que pasa entre la llegada de un bus y otro en una parada de bus.

2. Distribución Exponencial en R y Python

El código de la distribución Exponencial:

- En **R** tenemos las funciones del paquete **stats**: **dexp(x, rate)**, **pexp(q, rate)**, **qexp(p, rate)**, **rexp(n, rate)** donde $\text{rate} = \lambda$ es el tiempo entre dos sucesos consecutivos de la distribución.
- En **Python** tenemos las funciones del paquete **scipy.stats.expon**: **pdf(k, scale)**, **cdf(k, scale)**, **ppf(q, scale)**, **rvs(n, scaler)** donde $\text{scale} = 1/\lambda$ es la inversa del tiempo entre dos sucesos consecutivos de la distribución.

3. Ejemplos en código para la distribución Exponencial (R y Python)

Empleamos una lambda de 3, que represento 3 minutos en una parada de metro.

Ejemplo en R Empleamos las funciones anteriores.

```

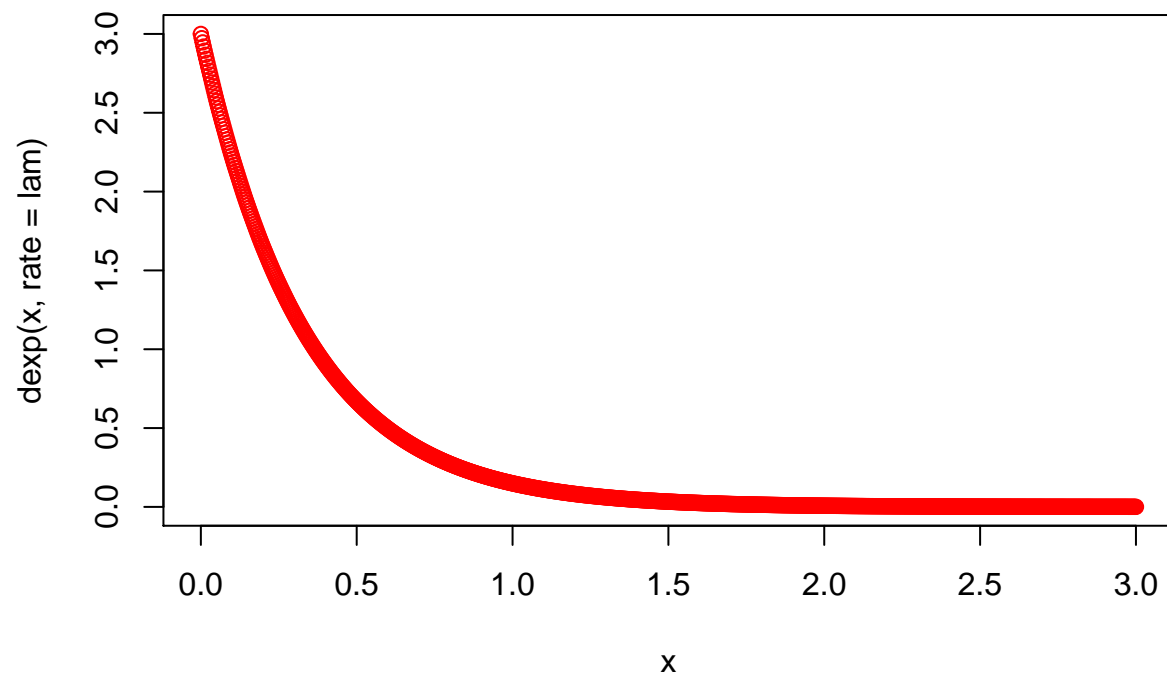
#defino la lambda
lam = 3

#determino los valores de "x"
x = seq(0,3,length=1000)

#Función de densidad
plot(x, dexp(x, rate=lam), col="red",
      title("Función de densidad para una distr. exponencial"))

```

Función de densidad para una distr. exponencial

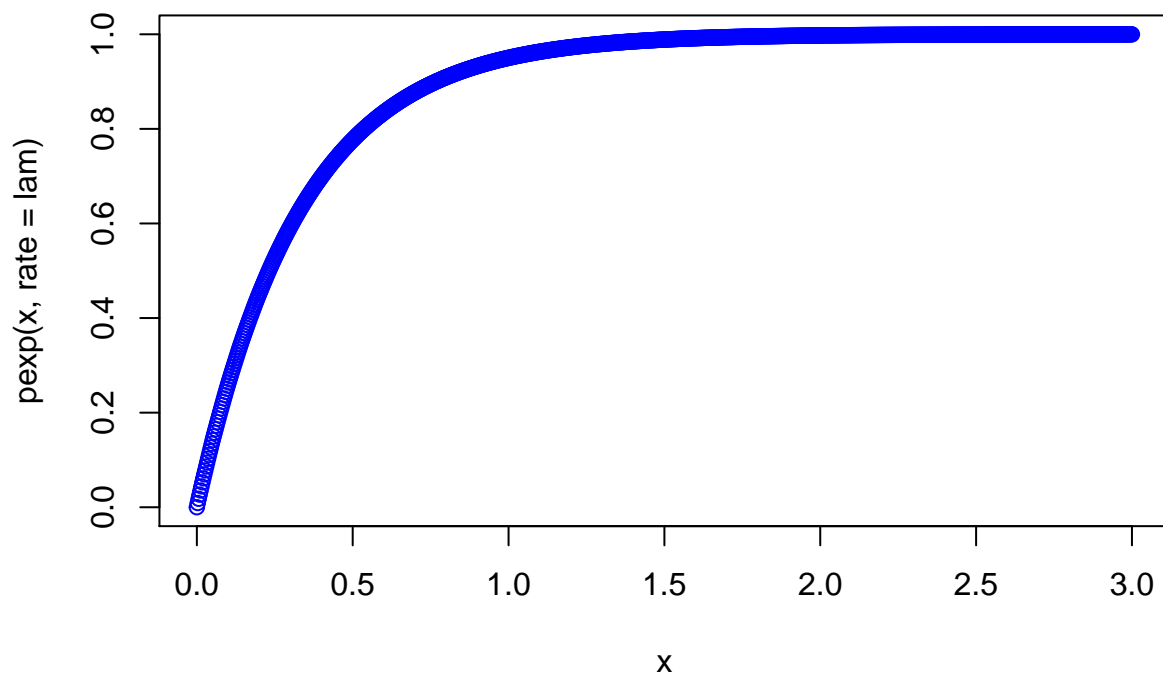


```

#Función de distribución
plot(x, pexp(x, rate = lam),
      col="blue",
      title("Función de distribución para una distr. exponencial"))

```

Función de distribución para una distr. exponencial

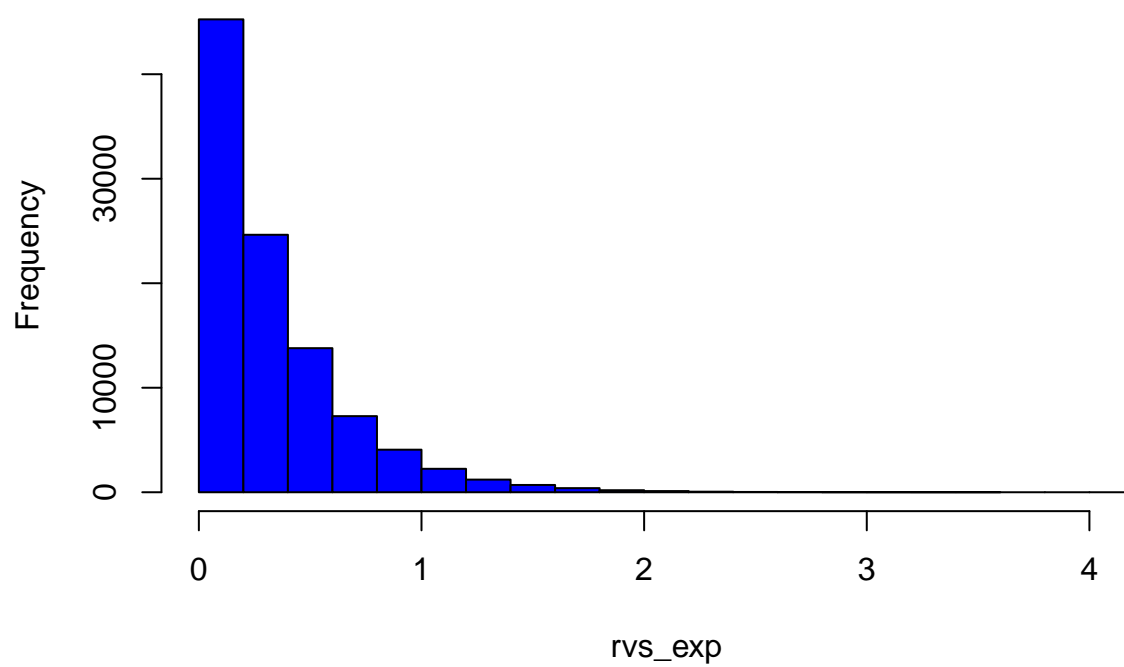


```
#La mediana  
qexp(0.5, rate=lam)
```

```
## [1] 0.2310491
```

```
#Crear n's aleatorios y hacer el histograma  
rvs_exp = rexp(100000, rate=lam)  
hist(rvs_exp, col = "blue",  
     main="Histograma de datos aleatorios de distr. exponencial")
```

Histograma de datos aleatorios de distr. exponencial



Ejemplo en Python Vete al script de Python del presente tema 14.