

# Introducción a distribuciones de probabilidad

Ramon Ceballos

7/2/2021

## Distribución de Poisson

### 1. Conceptos teóricos y matemáticos

Si  $X$  es variable aleatoria de Poisson con parámetro  $\lambda$  cuando la variable aleatoria mide el “número de eventos que ocurren en un cierto intervalo de tiempo”, diremos que  $X$  se distribuye como una Poisson con parámetro  $\lambda$ . La  $\lambda$  de la distribución de Poisson represente el n° de veces que se espera que ocurra el evento durante un intervalo de tiempo dado (o cualquier otra unidad de medida).

$$X \sim \text{Po}(\lambda)$$

donde  $\lambda$  representa el número de veces que se espera que ocurra el evento durante un intervalo dado.

Vamos a definir algunas de las propiedades que tendrá una distribución Poisson.

- El **dominio** de  $X$  será  $D_X = \{0, 1, 2, \dots\}$ . Siguen siendo los n°s naturales.
- La **función de probabilidad** vendrá dada por:

$$f(k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

De este modo, cuando  $k$  tiende a infinito la probabilidad del suceso tenderá a cero.

- La **función de distribución** vendrá dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \sum_{k=0}^x f(k) & \text{si } 0 \leq x < n \\ 1 & \text{si } x \geq n \end{cases}$$

- **Esperanza.**  $E(X) = \lambda$ .
- **Varianza.**  $\text{Var}(X) = \lambda$ .

```
par(mfrow = c(1,2))

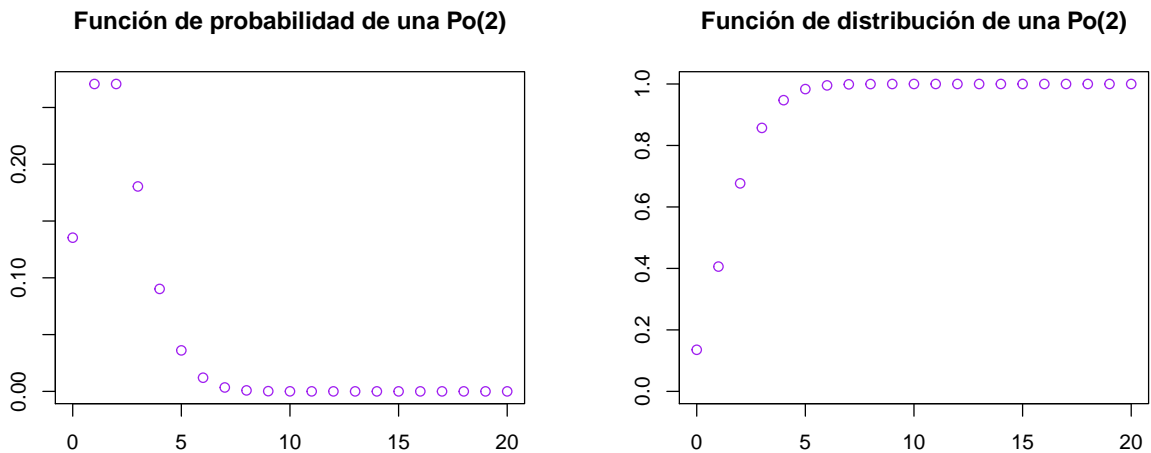
#Distr. Poisson de parámetro 2
#La lambda es 2
plot(0:20, dpois(0:20,2),
     col = "purple", xlab = "",
     ylab = "",
```

```

main = "Función de probabilidad de una Po(2)")

plot(0:20, ppois(0:20,2),col = "purple",
     xlab = "", ylab = "",
     main = "Función de distribución de una Po(2)",
     ylim = c(0,1))

```



```

par(mfrow= c(1,1))

```

Ejemplos: n<sup>º</sup>s de personas que entran en una tienda cada cierta unidad de tiempo (sería la frecuencia por unidad de medida); los errores de una página (unidad de medida son los errores por página).

## 2. Distribución de Poisson en R y Python

El código de la distribución de Poisson:

- En R tenemos las funciones del paquete Rlab: `dpois(x, lambda)`, `ppois(q,lambda)`, `qpois(p,lambda)`, `rpois(n, lambda)` donde `lambda` es el número esperado de eventos por unidad de tiempo de la distribución.
- En Python tenemos las funciones del paquete `scipy.stats.poisson`: `pmf(k,mu)`, `cdf(k,mu)`, `ppf(q,mu)`, `rvs(M,mu)` donde `mu` es el número esperado de eventos por unidad de tiempo de la distribución.

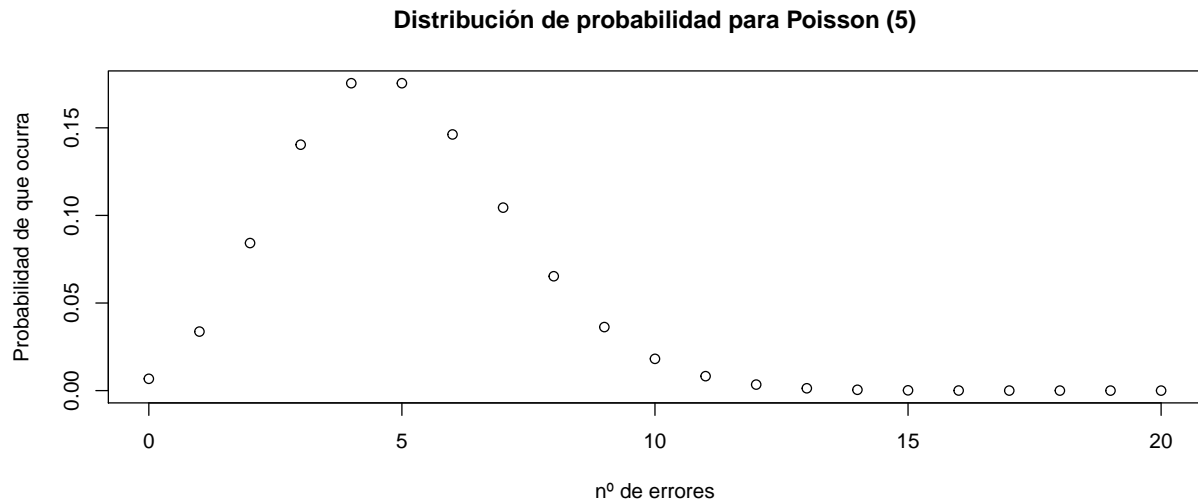
## 3. Ejemplos en código para la distribución de Poisson (R y Python)

Supongamos que  $X$  modela el número de errores por página que tiene un valor esperado  $\lambda = 5$  de errores.

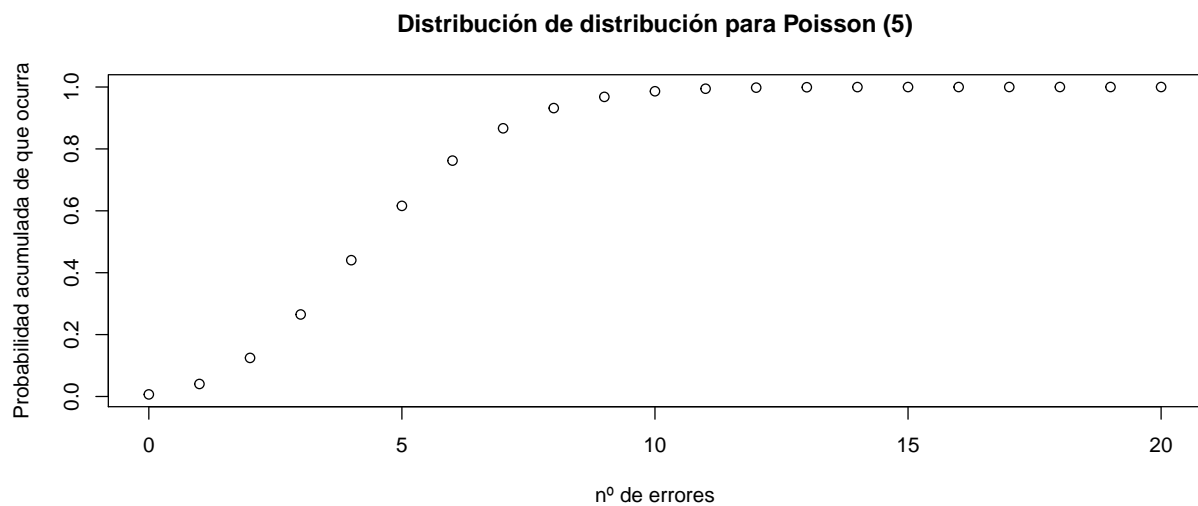
**Ejemplo en R** Empleamos las funciones anteriores.

```
#defino la lambda
l = 5
```

```
#Defino la distribución de probabilidad para Poisson (5)
plot(0:20, dpois(x = 0:20, lambda = 1),
     title("Distribución de probabilidad para Poisson (5)"),
     xlab = "nº de errores",
     ylab = "Probabilidad de que ocurra")
```



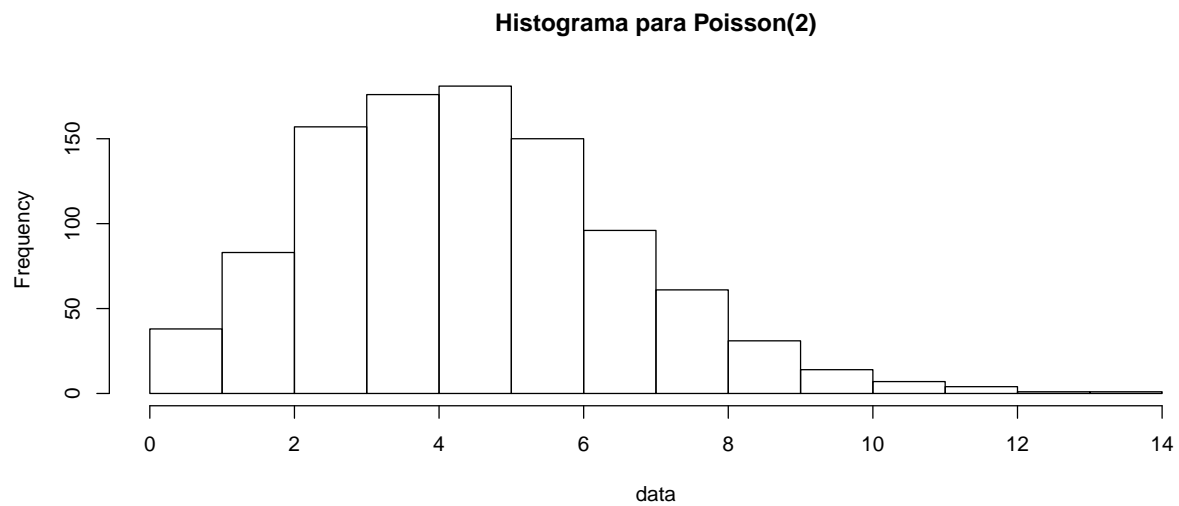
```
#Defino la distribución de distribución para Poisson (5)
plot(0:20, ppois(0:20, 1),
     title("Distribución de distribución para Poisson (5)"),
     xlab = "nº de errores",
     ylab = "Probabilidad acumulada de que ocurra")
```



```
#La mediana  
qpois(0.5, 5)
```

```
## [1] 5
```

```
#Genero datos aleatorios con Poisson  
rpois(1000, lambda = 1) -> data  
#Represento el histograma de los datos aleatorios  
hist(data, main = "Histograma para Poisson(2)")
```



**Ejemplo en Python** Vete al script de Python del presente tema 9.