

Fútbol y matemáticas: Análisis probabilístico en el torneo de apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021 de la primera división de Costa Rica organizada por la Unión de Clubes de Fútbol de Primera División aplicando simulación por el método de Monte Carlo.

Rolando Duarte-Mejías*

Escuela de Física, Universidad de Costa Rica

(Dated: 1 de diciembre de 2020)

Resumen: Este trabajo de investigación trata de aplicar la simulación por el método de Monte Carlo, de una forma dinámica, obteniendo resultados satisfactorios, con un alto impacto para los equipos pertenecientes al torneo de apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021 de Costa Rica, ya que, con este modelo propuesto, permite a los equipos poder tomar decisiones por sus probabilidades de poder clasificar a las distintas fases finales.

Abstract: This research work tries to apply the simulation by the Monte Carlo method, in a dynamic way, obtaining satisfactory results, with a high impact for the teams belonging to the opening tournament of the Liga Promerica 2020 - 2021 de Costa Rica, for the reason that, with this proposed model allows teams to make decisions for their chances of being able to classify the different final stages.

Palabras claves: Monte Carlo, simulación, dinámico, fútbol, deporte, Costa Rica.

1. INTRODUCCIÓN

El método de Monte Carlo es una herramienta muy útil en distintas áreas como la física estadística, economía, medicina y entre otros donde se necesite de la correcta toma de decisiones. Este trabajo de investigación se enfocará en realizar una aplicación en el deporte, en particular, en el fútbol, donde han salido varios estudios en distintas ligas y torneos alrededor del mundo, pero en esta misma investigación, el principal objetivo es analizar las probabilidades que tienen los distintos equipos, pertenecientes a la Unión de Clubes de Fútbol de Primera División, de ahora en adelante UNAFUT, en el torneo de apertura de la Liga Promerica 2020 – 2021 de Costa Rica, usando el método de Monte Carlo, entre estas posibilidades, están la de clasificar a las distintas rondas, ser el primer lugar general, ser campeón, los puntos necesarios para clasificar y la ubicación más probable dentro de la tabla. Esto se podrá llevar a cabo usando el algoritmo de torre con un trabajo estadístico a nivel nacional de la historia de los equipos pertenecientes para tener datos en las condiciones iniciales. Haciendo este análisis, se podrá conocer que tan efectivo puede llegar a ser el método de Monte Carlo para ser útil en la predicción del torneo, así como el uso, por parte de los distintos equipos, de este tipo de estudios científicos en la toma de decisiones para lograr sus respectivos objetivos.

2. MARCO TEÓRICO

Es importante empezar hablando del método de Monte Carlo, el cual Eckhardt[1], recoge la anécdota de Stan Ulam en 1947, donde menciona que él puso en práctica, por primera vez, el método de Monte Carlo, para conocer cuál era la probabilidad de ganar en el juego de solitario, donde trató de hacer los cálculos por medio de combinatoria, pero esto sin éxito, por ello, fue que jugó miles de veces y anotar cuando él ganaba, sin dudas, esto fue un trabajo estadístico empírico para la resolución del problema. Esta anécdota, nos da un panorama de lo que es realmente el método de Monte Carlo, donde Krautch [2] define como un procedimiento estadístico usando muestras aleatorias para su posterior análisis de forma estratégica para la solución de un problema. En la práctica, una simulación por el método de Monte Carlo, se repetirá un evento una cantidad N de veces (por lo general, una cantidad de veces muy grande para la convergencia de los resultados), donde los resultados serán diferentes por variables aleatorias referente al evento mismo, lo cual nos arrojará una probabilidad de que ocurra un evento u otro y así poder predecir el futuro con una mayor precisión.

En el método de Monte Carlo, existen diferentes algoritmos para evaluar las condiciones, en este trabajo de investigación se utilizará el algoritmo de aceptación y rechazo, en particular, el muestreo de torre, esto lo define Glasserman

*Electronic address: rolando.duartemejias@ucr.ac.cr; URL: <http://www.fisica.ucr.ac.cr>

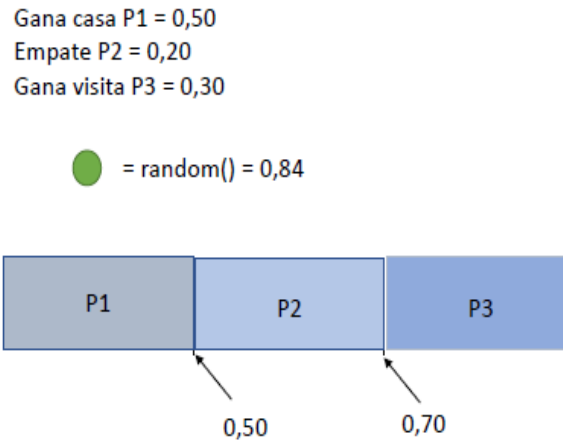


Figura 1: Ejemplo de la aplicación del algoritmo de torre en este trabajo de investigación. Se da el caso donde hay que determinar quien va a ganar, se suman las probabilidades, se genera una variable aleatoria y se introduce el resultado en su respectiva "caja", en el ejemplo, el equipo visitante ganó el partido.

[3], donde menciona que una variable aleatoria pertenecerá a una distribución, rechazando cualquier otra probabilidad, en este trabajo, las distribuciones estarán normalizadas, es decir, las probabilidades de los posibles eventos estarán en el intervalo $[0, 1[$, en una serie de K - eventos cada uno tendrá una probabilidad π_k , se generan una serie de intervalos donde se podrá determinar si sucedió el evento k - ésimo si la variable aleatoria está entre la suma de probabilidades hasta el evento $k - 1$ y suma anterior más la probabilidad π_k , es decir el intervalo $[\Pi_{k-1}, \Pi_{k-1} + \pi_k[$ donde $\Pi_{k-1} = \sum_{i=1}^{k-1} \pi_i$, una forma de ver esto, gráficamente es en la Figura 1.

3. METODOLOGÍA

Para este trabajo de investigación, se tomarán varias consideraciones importantes en el fútbol, tanto de los reglamentos oficiales de la Federación Internacional de Fútbol Asociado [4], como ente regulador mundial de lo referente al fútbol profesional, y de del reglamento oficial de la UNAFUT para la Liga Promerica de Costa Rica [5] y con base a trabajo relacionados en otros torneos y ligas como el trabajo de Piza [6] y González [7] como inspiración para hacer el análisis probabilístico respectivo, estas consideraciones son:

1. La Liga Promerica de Costa Rica posee doce equipos pertenecientes, cada año descende uno y asciende un equipo perteneciente a la segunda división de Costa Rica.
2. Se juegan 16 jornadas en 2 tablas donde hay 6 equipos en cada uno, donde los integrantes de una misma tabla juegan todos contra todos dos veces, para posteriormente, jugar contra los equipos de la otra tabla una sola vez. En la Tabla A están los equipos Alajuelense, Guadalupe, Perez Zeledón, Herediano, Santos y Grecia y en la Tabla B pertenecen los equipos de Jicaral, Limón, Sporting, Saprissa, Cartaginés y San Carlos.
3. Todos los equipos poseen una historia futbolística, esto permite saber que equipos tienen la etiqueta de favoritos o más conocidos como "grandes", pero la probabilidad asociada a la historia de los equipos tendrá un menor peso para el análisis de la probabilidad de ganar un partido. Para este trabajo se tomará en cuenta los dos años anteriores al 2020 (ver Cuadro I). (no se toma en cuenta partidos internacionales).
4. Si un equipo gana se le asigna 3 puntos y 0 puntos al perdedor y si empatan, se le asigna un punto a cada uno.
5. Los goles obtenidos será de importancia en el modelo, ya que esto es un factor importante para el desempate a lo que respecta
6. Con base a la matemática implicada en la simulación, se le asigna una probabilidad de empatar predefinida por la historia de los 2 años anteriores, dicho valor es aproximadamente 27.94 % ($\pi_d = 0,2794$).
7. Como parte del cálculo de ganar por parte del equipo casa, se toma un modelo complejo, donde se le asigna distintos pesos a las probabilidades que entran en juego y se obtiene de la siguiente forma:

Cuadro I: Recopilación histórica de los dos años previos al torneo apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021.

Equipos	Total de partidos	Ganes	Empates	Pérdidas
Alajuelense	88	51	22	15
Saprissa	88	44	24	20
Herediano	88	39	32	17
San Carlos	88	37	25	26
Cartagines	88	35	29	24
Perez Zeledon	88	31	31	26
Jicaral	88	31	25	32
Guadalupe	88	31	24	33
Limon	88	28	16	44
Santos	88	23	23	42
Grecia	88	19	23	46
Sporting	92	51	22	19

$$\pi_h = \frac{\alpha\pi_{mh} + \beta\pi_{ah} + \gamma\pi_{bh}}{\alpha + \beta + \gamma}. \quad (1a)$$

$$\pi_{mh} = \max\left(0, 50, \frac{Pc}{Tp}\right) \quad (1b)$$

$$\pi_{ah} = \frac{Pg_h}{Tp_h}. \quad (1c)$$

$$\pi_{bh} = \frac{Pgb_h}{Tpb_h}. \quad (1d)$$

donde la ecuación 1b se refiere a la probabilidad de ganar de los equipos casa donde Pc son los partidos que ha ganado los equipos casa actualmente y Tp el total de partidos jugados hasta el momento, se le da un valor inicial de 0.5 ya que se considera que un equipo que juega de casa nunca es una desventaja. La ecuación 1c es el rendimiento que tiene el equipo casa hasta el momento donde Pg_h se refiere a los partidos ganados hasta el momento y Tp_h los partidos que han jugado hasta el momento. Por último, la ecuación 1d es el rendimiento histórico de dicho equipo, donde Pgb_h y Tpb_h son los ganos y partidos totales, respectivamente, referentes al Cuadro I. los valores de α, β y γ son tomados empíricamente, haciendo los resultados sean coincidentes con la vida real, por eso, entre las opciones que se establecieron y lo propuesto por Piza [6], se hizo que $\alpha = \beta = 2$ y $\gamma = 1$, dándole el doble de importancia a los resultados actuales ante los históricos.

8. La probabilidad de que gane el equipo visitante será dada por la ecuación 2, donde π_a es la probabilidad que gane el visitante.

$$\pi_h + \pi_d + \pi_a = 1. \quad (2)$$

Esto con el fin de normalizar los resultados y poder hablar de probabilidades.

9. Las probabilidades de ganar del equipo casa o del equipo visitante, en general van a depender del tiempo haciendo la simulación dinámica. Esto se da porque en las ecuaciones 1 y 2 tomarán en cuenta el estado actual del equipo casa.
10. Para conocer cuantos goles se dan en un partido, se utiliza el muestreo de torre, utilizando los datos históricos del año anterior en el cual el dato se puede ver en los cuadros II, III y IV.

11. Se realizará diferentes simulaciones, inicializando desde una jornada en concreto, esto para conocer la evolución de las probabilidades evolucionan con el tiempo.
12. Este trabajo de investigación en ningún momento tomará en cuenta el posible estado mental de los jugadores o condiciones laborales de los equipos que puedan afectar en el rendimiento de los jugadores, medir estos factores de manera cuantitativa se volvería poco práctico y es de estudio de otra área del conocimiento.

Cuadro II: Recopilación histórica del año anterior al torneo apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021 de la diferencia de gol del equipo ganador.

Goles	Porcentaje
1	0.455
2	0.262
3	0.202
4	0.051
5	0.030

Cuadro III: Recopilación histórica del año anterior al torneo apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021 de los goles realizados por el equipo perdedor.

Goles	Porcentaje
0	0.53
1	0.32
2	0.12
3	0.03

Cuadro IV: Recopilación histórica del año anterior al torneo apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021 de los goles realizados cuando se dan los resultados de empate.

Goles	Porcentaje
0	0.32
1	0.32
2	0.22
3	0.14

La simulación por el método de Monte Carlo se ha realizado en un programa en Python realizado por mi persona, con todas las consideraciones anteriores, simulando en cada ocasión un millón de veces, es decir, se estaría jugando la Liga Promerica de Costa Rica un millón de veces en una computadora para conocer la cantidad de veces que un equipo clasifica en dicha simulación, obtenido dicha probabilidad como:

$$\kappa = \frac{\text{clasificaciones}}{N} \quad (3)$$

donde κ es el promedio de veces que clasificó un equipo, recordar que $N = 1000000$ (un millón). Otro dato que se debe tomar en cuenta es la desviación estandar de las probabilidades de los equipos con respecto al promedio (valor esperado), esto medirá que tan dispersos o cercanos son dichas probabilidades al valor esperado, dicho valor se puede conocer con la ecuación 4:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_T} \sum_{j=1}^{N_T} (x_{prom} - x_j)^2}. \quad (4)$$

Donde x_{prom} es el promedio de las probabilidades, x_j es la probabilidad del equipo j-ésimo y N_T es la cantidad de equipos, en este caso $N_T = 12$.

4. RESULTADOS

Primero, se explorará los resultados obtenidos realizando la simulación desde el inicio del torneo, Aquí ningún partido del presente torneo de apertura de la Liga Promerica 2020 - 2021 se ha realizado. Los primeros resultados obtenidos por la simulación se presentan en las figuras 2 y 3. En dichas figuras podemos conocer las probabilidades de clasificar, ser primer lugar general, clasificar a la final y ser campeón, pero vemos que todos los equipos tienen valores muy similares entre todos, en realidad están entorno de un valor, del promedio, dicho valor coincide con el valor teórico. Estos valores se obtienen de la siguiente forma, el valor de clasificar se calcula las 4 plazas disponibles entre los 12 equipos participantes es decir, un porcentaje de 33.3 %, la probabilidad de ser el primer lugar general y de ser campeón solo puede ser un equipo entre los 12 equipos participantes, es decir un 8.33 % y la posibilidad de clasificar a la final es de 2 plazas disponibles entre los 12 equipos participantes, esto se traduce en un 16.7 %. Se dice que giran alrededor de estos valores es por la desviación estándar, para la clasificación a semifinales presenta un valor de 0.043, para ser primer lugar general, un valor de 0.018, para clasificar a la final, un valor de 0.027 y para ser campeón, tan solo un valor de 0.017. Como se puede ver, la desviación es muy pequeña (menos de 0.10)

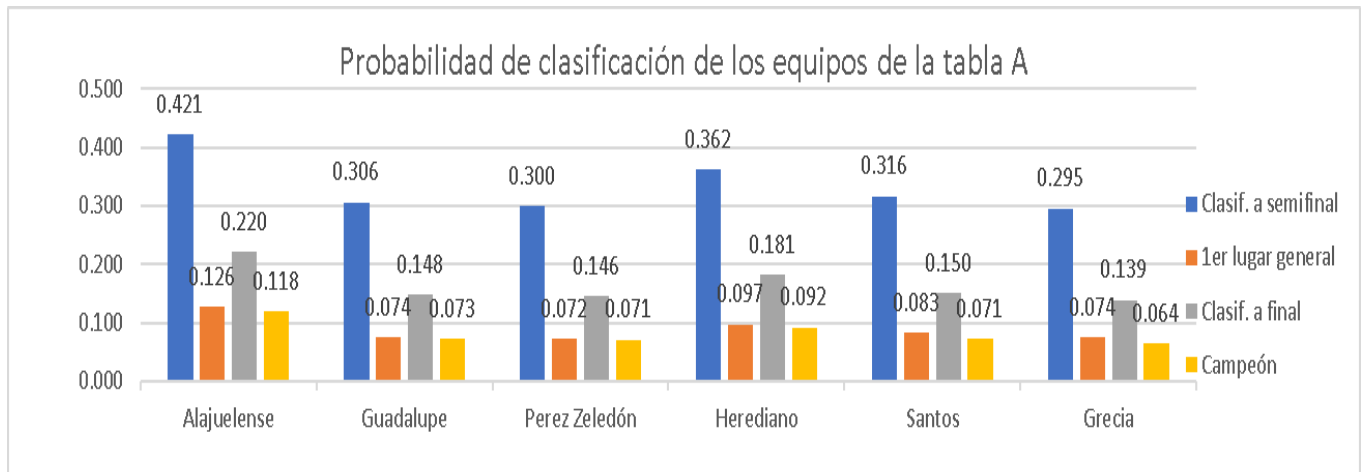


Figura 2: La probabilidad que tienen los equipos pertenecientes a la Tabla A de clasificar a la semifinal, ser primer lugar general, clasificar a la final y de ser campeón.

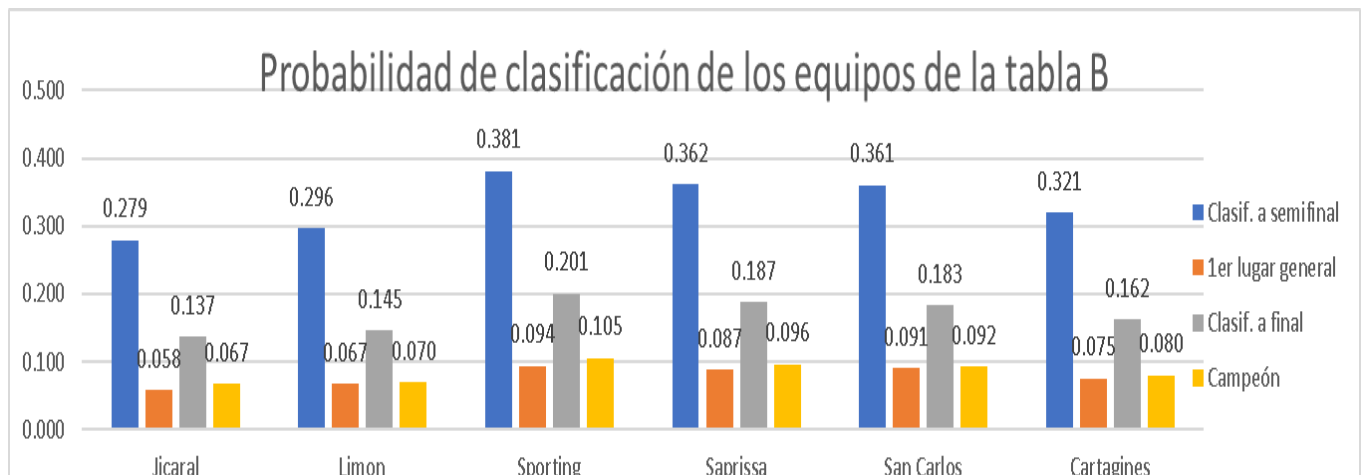


Figura 3: La probabilidad que tienen los equipos pertenecientes a la Tabla B de clasificar a la semifinal, ser primer lugar general, clasificar a la final y de ser campeón.

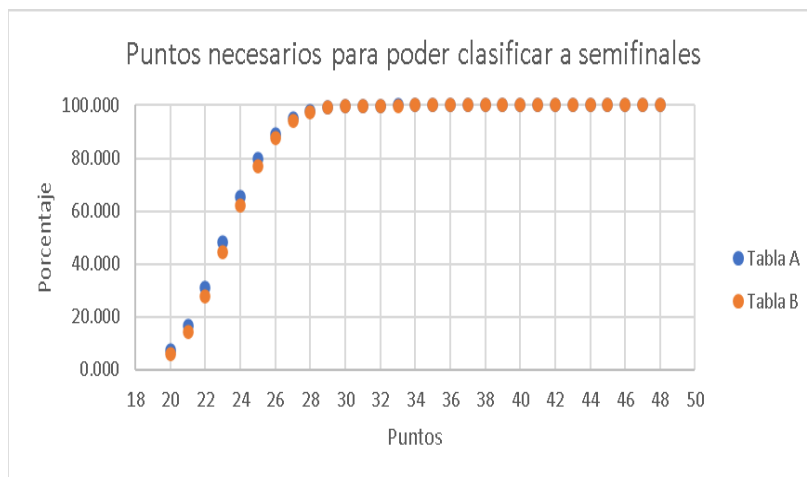


Figura 4: Gráfica de los porcentajes de probabilidad de clasificar en función de los puntos obtenidos de la Tabla A y de la Tabla B.

Para poder clasificar, por parte de los diferentes equipos, se necesitará tener una cierta cantidad de puntos, la simulación es capaz de averiguarlo, en la Figura 4, se puede ver que a partir de los 24 puntos, los equipos tienen oportunidades reales de clasificar, pero el número mágico en esta competición pareciera ser 30 puntos, donde la posibilidad de clasificación empieza ser del 100 %, de antemano los equipos podrían planificar sus trabajos alrededor de estos números al inicio del torneo.

Luego, el programa realiza un cálculo de la probabilidad de un equipo de estar en una posición u otra, véase Cuadro V, usando un algoritmo donde se coloca en una posición el que tiene mayor posibilidad y si repite se pone a otro equipo que tenga más probabilidad. Siguiendo ese algoritmo, se obtienen los cuadros VI y VII, las tablas más probables para la Tabla A y Tabla B, respectivamente.

Cuadro V: Porcentaje de cada equipo de estar en una posición u otra.

Equipo	1er	2do	3ro	4to	5to	6to
Alajuelense	0.228	0.193	0.172	0.154	0.138	0.116
Guadalupe	0.146	0.160	0.168	0.173	0.176	0.177
Perez Zeledón	0.143	0.157	0.166	0.173	0.178	0.183
Herediano	0.183	0.178	0.173	0.164	0.157	0.144
Santos	0.157	0.159	0.161	0.166	0.172	0.184
Grecia	0.143	0.152	0.160	0.169	0.180	0.195
Jicaral	0.131	0.148	0.162	0.174	0.186	0.199
Limon	0.145	0.152	0.159	0.168	0.180	0.196
Sporting	0.196	0.186	0.174	0.162	0.149	0.133
Saprissa	0.183	0.179	0.174	0.165	0.156	0.143
San Carlos	0.186	0.174	0.167	0.162	0.158	0.153
Cartagines	0.160	0.161	0.164	0.168	0.172	0.175

Cuadro VI: Tabla más probable de la Tabla A según los resultados del Cuadro V.

Posición	Equipo
1	Alajuelense
2	Hereditano
3	Guadalupe
4	Perez Zeledón
5	Grecia
6	Santos

Cuadro VII: Tabla más probable de la Tabla B según los resultados del Cuadro V..

Posición	Equipo
1	Sporting
2	Saprissa
3	San Carlos
4	Jicaral
5	Limón
6	Cartaginés

Nótese que los valores del Cuadro V, los probabilidades de cada posición de cada equipos están alrededor del valor esperado, una posición entre seis equipos (16.7%). Estos valores se obtienen a partir de la simulación desde el inicio del torneo, pero, no aporta ningún resultado concluyente, pero en este trabajo de investigación, se realiza otras simulaciones desde la jornada nueve y jornada trece, hasta la jornada anterior a los mencionados, se habían obtenido los resultados descritos en los cuadros VIII y IX.

Cuadro VIII: Resultados obtenidos hasta la jornada 8.

Equipo	Total	Ganes	Empates	Pérdidas	Favor	Contra
Alajuelense	8	7	0	1	18	6
Perez Zeledón	8	3	0	5	11	16
Grecia	8	1	1	6	7	14
Santos	8	2	3	3	9	14
Hereditano	8	4	1	3	13	10
Guadalupe	8	4	1	3	14	12
Jicaral	8	1	1	6	5	10
San Carlos	8	3	2	3	7	9
Sporting	8	3	1	4	9	11
Saprissa	8	5	1	2	12	9
Limon	8	2	3	3	7	14
Cartagines	8	5	2	1	20	7

Cuadro IX: Resultados obtenidos hasta la jornada 12.

Equipo	Total	Ganes	Empates	Pérdidas	Favor	Contra
Alajuelense	12	9	1	2	25	13
Perez Zeledón	12	4	2	6	17	22
Grecia	12	1	3	8	22	6
Santos	12	2	5	5	10	18
Herediano	12	5	4	3	20	15
Guadalupe	12	5	2	5	18	18
Jicaral	12	3	3	6	11	13
San Carlos	12	4	5	3	10	10
Sporting	12	4	1	7	13	18
Saprissa	12	6	2	4	15	13
Limon	12	5	4	3	11	15
Cartagines	12	7	2	3	24	10

Estos valores nos ayudaran a poder inicializar la simulación conocidos en la actualidad, ya que hasta esta fecha (27 de noviembre de 2020) ya se han jugado 15 jornadas, lo cual permitirá que la simulación obtenga otros resultados que haciéndola desde el inicio. Los datos obtenidos de las simulaciones a partir de la jornada 9 y jornada 13 se presentan en las figuras 5, 6, 7 y 8.

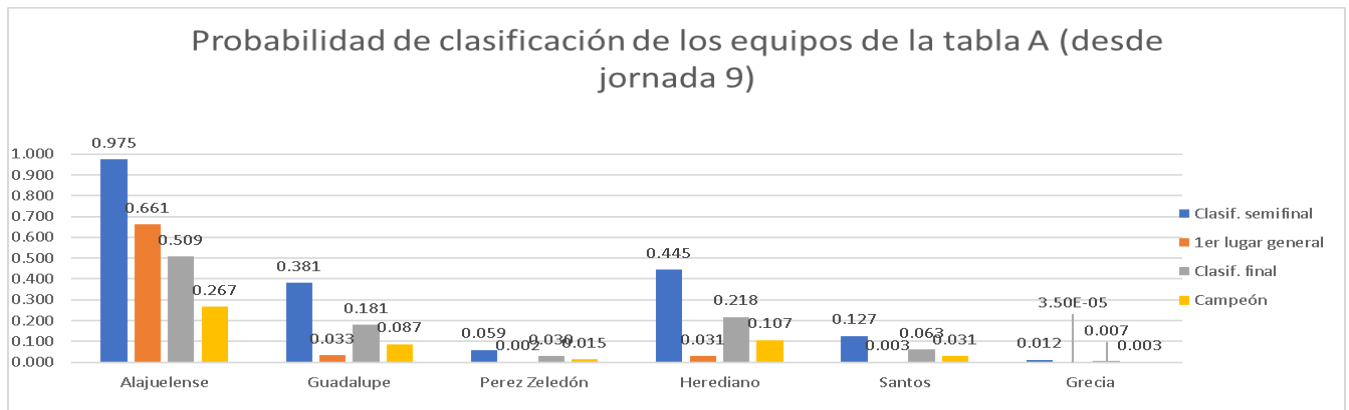


Figura 5: La probabilidad que tienen los equipos pertenecientes a la Tabla A de clasificar a la semifinal, ser primer lugar general, clasificar a la final y de ser campeón simulado desde la jornada 9.

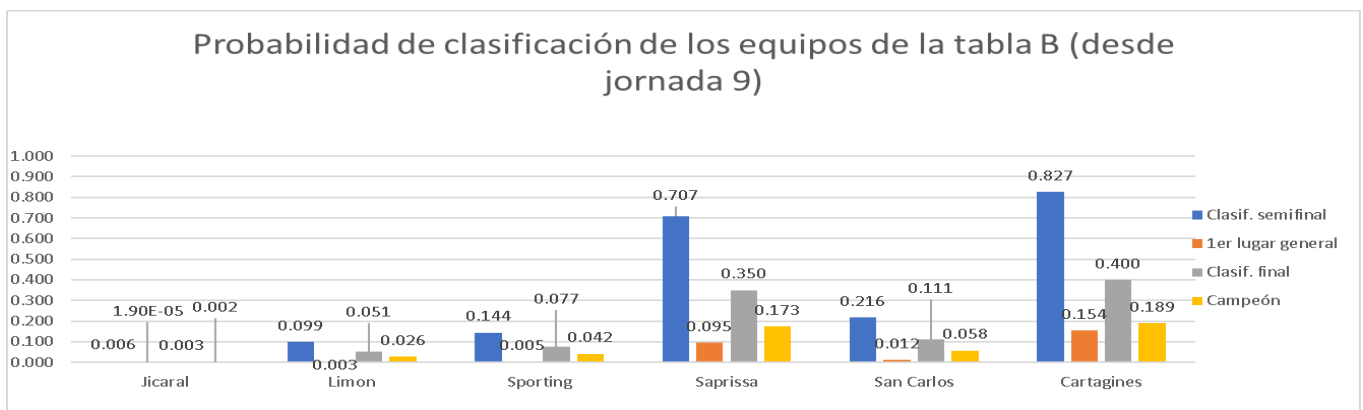


Figura 6: La probabilidad que tienen los equipos pertenecientes a la Tabla B de clasificar a la semifinal, ser primer lugar general, clasificar a la final y de ser campeón simulado desde la jornada 9.

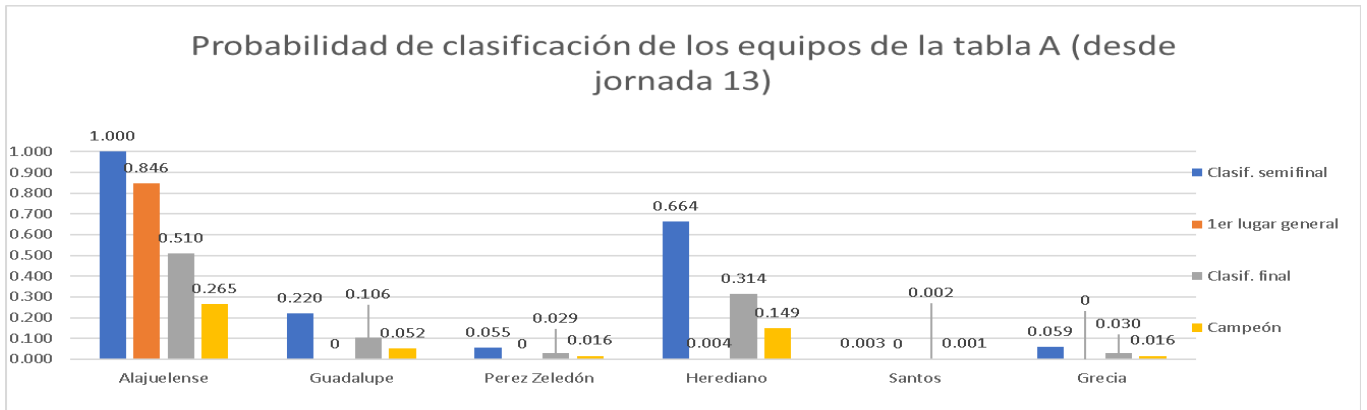


Figura 7: La probabilidad que tienen los equipos pertenecientes a la Tabla A de clasificar a la semifinal, ser primer lugar general, clasificar a la final y de ser campeón simulado desde la jornada 13.

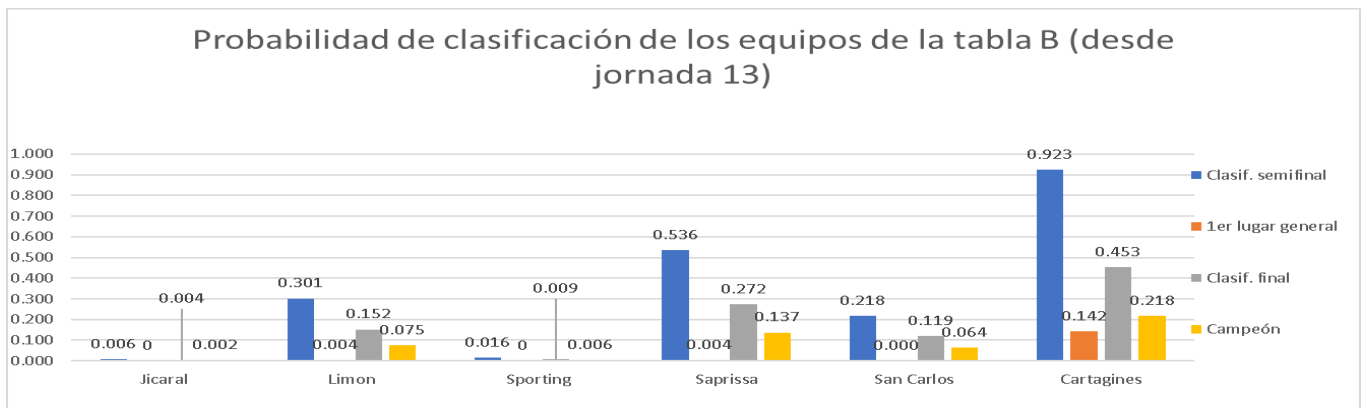


Figura 8: La probabilidad que tienen los equipos pertenecientes a la Tabla B de clasificar a la semifinal, ser primer lugar general, clasificar a la final y de ser campeón simulado desde la jornada 13.

En este momento, es evidente el gran cambio que se ha generado, ahora las probabilidades de los equipos han evolucionado en el tiempo, alejándose del promedio, esto gracias al rendimiento actual que han tenido los diferentes equipos, alguno equipos ya están muy lejos de clasificar y por otros lados, ya unos equipos lo tienen muy seguro. El promedio se mantiene, pero la desviación estándar para la simulación desde la jornada 9 tiene un valor en la clasificación a semifinales presenta un valor de 0.336, para ser primer lugar general, un valor de 0.188, para clasificar a la final, un valor de 0.169 y para ser campeón, un valor de 0.085 y la simulación desde la jornada 13, tiene un valor en la clasificación a semifinales presenta un valor de 0.362, para ser primer lugar general, un valor de 0.244, para clasificar a la final, un valor de 0.180 y para ser campeón, un valor de 0.090. Además, se puede ver que los puntos que se necesitan los equipos para poder clasificar también han cambiado, la curva característica se desplaza, esto se ve en las figuras 9 y 10.

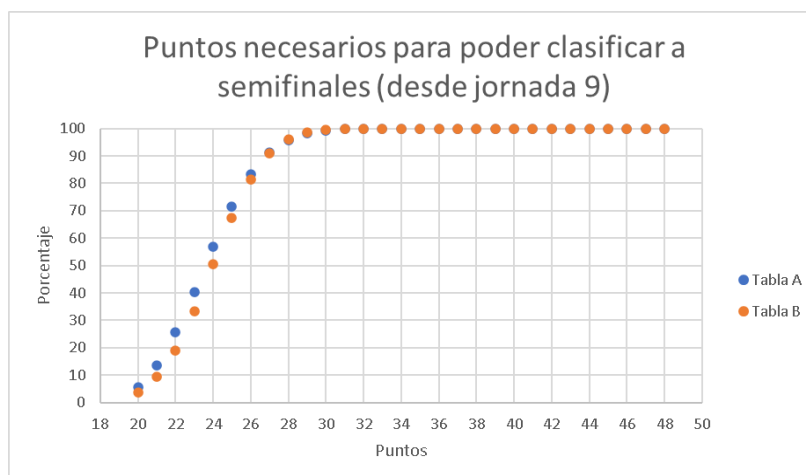


Figura 9: Gráfica de los porcentajes de probabilidad de clasificar en función de los puntos obtenidos de la Tabla A y de la Tabla B con la simulación desde la jornada 9.

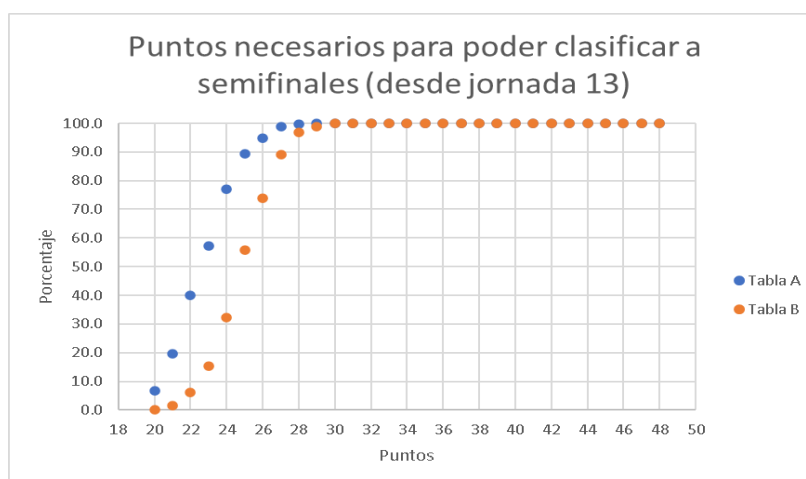


Figura 10: Gráfica de los porcentajes de probabilidad de clasificar en función de los puntos obtenidos de la Tabla A y de la Tabla B con la simulación desde la jornada 9.

Con base a las figuras 9 y 10, se puede ver que los porcentajes de los puntos necesarios van cambiando, pero el número mágico se mantiene en 30 puntos, donde dichas figuras 4, 9 y 10 nos dice que las curvas características convergen en 30 puntos para tener un 100 % de probabilidades de clasificar. Por último, es momento de saber si la tabla más probable para la Tabla A y Tabla B han cambiado según la simulación realizada. Estos datos los recogeremos en los cuadros X y XI.

Con dichos valores, se obtienen las siguientes tablas más probables.

Las posiciones inferiores cambian mucho entre los cuadros XII, XIII, XIV y XV, esto se puede deber a lo complicado que ha estado el torneo, en especial, en la Tabla B. Pero, los dos primeros puestos se han mantenido estables, siendo, en la Tabla A, primer lugar Alajuelense y segundo lugar Herediano, y en la Tabla B, el primer lugar es Cartaginés y segundo lugar es Saprissa.

En este trabajo de investigación, se ha destacado que se puede constatar que realizando simulaciones jornada tras jornada (En este caso, jornada 1, jornada 9 y jornada 13) se pueden ver cambios, esto se puede resumir en las siguientes figuras donde solo se valorara la probabilidad de clasificar a la semifinal para dejar en claro los cambios mencionados.

Cuadro X: Porcentaje de cada equipo de estar en una posición u otra en la simulación desde la jornada 9.

Equipo	1er	2do	3ro	4to	5to	6to
Alajuelense	0.874	0.101	0.022	0.003	0.000	0.000
Guadalupe	0.059	0.322	0.337	0.182	0.085	0.014
Perez Zeledón	0.006	0.054	0.131	0.295	0.330	0.185
Hereditano	0.055	0.391	0.307	0.158	0.073	0.016
Santos	0.007	0.120	0.164	0.261	0.316	0.133
Grecia	0.000	0.012	0.039	0.102	0.195	0.652
Jicaral	0.001	0.005	0.026	0.068	0.176	0.725
Limon	0.025	0.074	0.168	0.232	0.360	0.141
Sporting	0.043	0.101	0.242	0.289	0.255	0.070
Saprissa	0.335	0.372	0.180	0.085	0.025	0.002
San Carlos	0.069	0.147	0.267	0.282	0.173	0.061
Cartagines	0.527	0.301	0.118	0.044	0.010	0.001

Cuadro XI: Porcentaje de cada equipo de estar en una posición u otra en la simulación desde la jornada 13.

Equipo	1er	2do	3ro	4to	5to	6to
Alajuelense	0.994	0.006	6.70E-05	0	0	0
Guadalupe	0.001	0.219	0.445	0.227	0.093	0.014
Perez Zeledón	0	0.055	0.150	0.325	0.324	0.146
Hereditano	0.006	0.658	0.242	0.076	0.017	0.001
Santos	0	0.003	0.021	0.090	0.208	0.678
Grecia	0	0.059	0.142	0.281	0.357	0.161
Jicaral	0.0001	0.006	0.030	0.098	0.319	0.546
Limon	0.070	0.231	0.324	0.269	0.090	0.016
Sporting	0.001	0.015	0.056	0.143	0.398	0.388
Saprissa	0.142	0.395	0.277	0.148	0.035	0.004
San Carlos	0.041	0.177	0.250	0.328	0.158	0.046
Cartagines	0.746	0.177	0.062	0.014	0.001	1.10E-05

Cuadro XII: Tabla más probable de la Tabla A según los resultados del Cuadro X de la simulación desde la jornada 9.

Posición	Equipo
1	Alajuelense
2	Hereditano
3	Guadalupe
4	Perez Zeledón
5	Santos
6	Grecia

Cuadro XIII: Tabla más probable de la Tabla B según los resultados del Cuadro X de la simulación desde la jornada 9.

Posición	Equipo
1	Cartagines
2	Saprissa
3	San Carlos
4	Sporting
5	Limón
6	Jicaral

Cuadro XIV: Tabla más probable de la Tabla A según los resultados del Cuadro XI de la simulación desde la jornada 13.

Posición	Equipo
1	Alajuelense
2	Herediano
3	Guadalupe
4	Perez Zeledón
5	Grecia
6	Santos

Cuadro XV: Tabla más probable de la Tabla B según los resultados del Cuadro XI de la simulación desde la jornada 13.

Posición	Equipo
1	Cartagines
2	Saprissa
3	Limón
4	San Carlos
5	Sporting
6	Jicaral

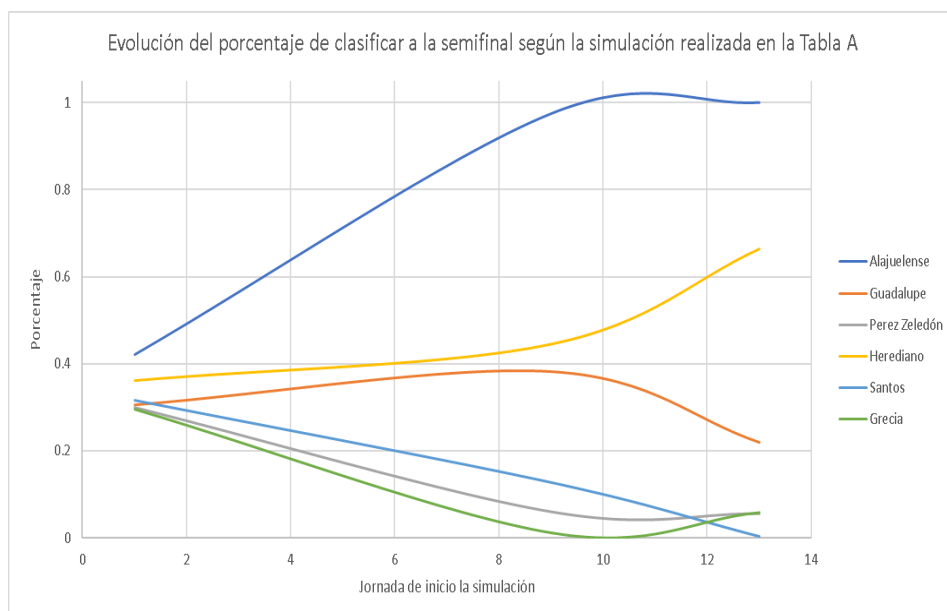


Figura 11: Evolución de los Porcentajes según la simulación realizada de los equipos pertenecientes a la Tabla A.

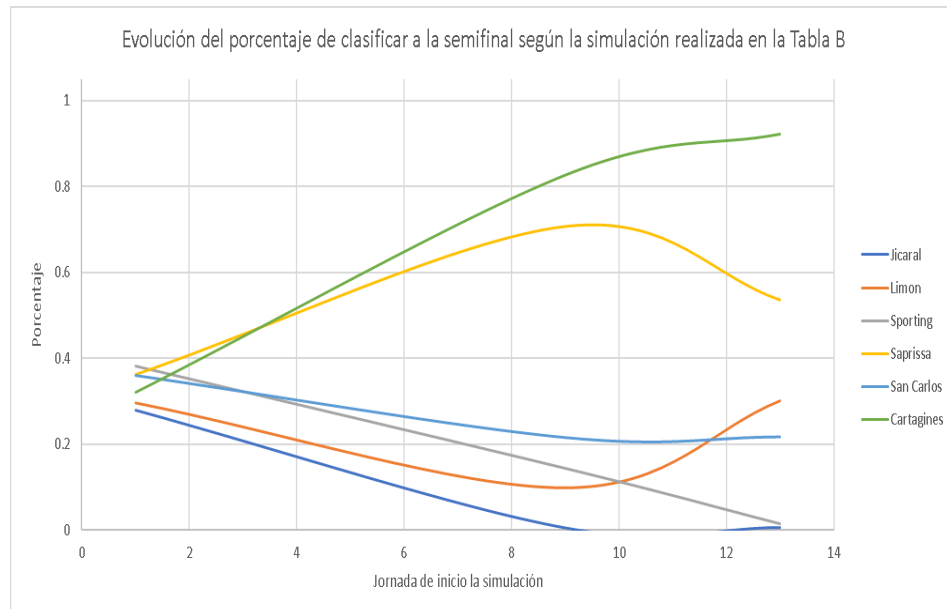


Figura 12: Evolución de los Porcentajes según la simulación realizada de los equipos pertenecientes a la Tabla B.

Se puede ver en las figuras 11 y 12, que los equipos parten de una región muy cercana entre sí, pero conforme pasa el tiempo, simulación realizada, los equipos se alejan, pudiendo establecer que equipos son más probables de clasificar a la semifinal.

5. CONCLUSIÓN

En particular, en este trabajo de investigación, se podrían realizar predicciones con base a los resultados arrojados por el programa aplicando el método de Monte Carlo, en el cual se puede pronosticar que los equipos clasificados serán Alajuelense, Herediano, Cartaginés y Saprissa, el primer lugar general lo obtendrá el equipo de Alajuelense, los equipos que jugarán en la final serán Alajuelense y Cartaginés, donde el equipo Alajuelense será el equipo campeón. Esto, evidentemente, hay que tomar los datos con cuidado, ya que este modelo no es determinista, en todo momento se habla de probabilidades, lo cual significa que hay margen para que suceda algo diferente a lo pronosticado anteriormente. Lo que se puede saber, hasta la fecha de hoy, 27 de noviembre de 2020, los equipos clasificados en la Tabla A, en la vida real, son Alajuelense y Herediano, donde ya Alajuelense es el líder general indiscutible, en la Tabla B, el tema está todavía sin definir, pero por el momento, Cartaginés y Saprissa están en los dos primeros puestos, con Limón y San Carlos aún en la lucha por la clasificación, esto podría ser explicado por la figura 12, donde los equipos de Saprissa, Limón y San Carlos parecen converger a una misma región, y como se había explicado en la sección de resultados, esto significa que tienen probabilidades muy semejantes para clasificar. Además, hay que tomar en consideración la desviación estándar, ya que estos nos indica que tan fiable es la predicción según la simulación, ya que un dato con una desviación estándar menor a 0.10 ralmente no nos aporta información relevante, por ejemplo conocer quien va a hacer campeón.

En general, a pesar de que el modelo no es determinista, obtiene resultados muy acordes en la vida real, sobretodo, aplicando un método de Monte Carlo dinámico jornada tras jornada, ya que realizando una simulación únicamente al inicio del torneo, no nos aporta información relevante para el problema, siendo un estudio científico más que pueden realizar, por parte de los equipos pertenecientes a UNAFUT, para la correcta toma de decisiones, ya que les da una herramienta para poder predecir el comportamiento del torneo.

Sugerencias que se puede hacer es primero, los equipos pueden generar una metodología similar al presente en este trabajo de investigación, como parte de sus estudios científicos estadísticos, para tomar decisiones con verdadero fundamento, segundo, se incentiva generar mpas trabajos en el deporte en general, tanto deportes en equipo como individuales y, tercero, determinar los valores de α , β y γ de la ecuación 1, de una forma estadística, para tener una mayor precisión para la predicción de resultados.

Agradecimientos

Quiero agradecer al profesor Federico Muñoz, con su curso de FS0200 - Mecánica estadística computacional, donde se incentiva a los estudiantes a programar y utilizar herramientas estadísticas muy útiles para el desarrollo de nuestras profesiones.

-
- [1] R. Eckhardt, *Stan Ulam, John Von Neumann, and the Monte Carlo Method*. (Los Alamos Science Special Issue., 1987).
 - [2] W. Krauth, *Statistical mechanics: algorithms and computations*, vol. 13 (OUP Oxford, 2006).
 - [3] P. Glasserman, *Monte Carlo methods in financial engineering*, vol. 53 (Springer Science & Business Media, 2013).
 - [4] FIFA.com, *Who we are - fifa.com* (2020), URL <https://www.fifa.com/who-we-are/official-documents/#fifa-laws-regulations>.
 - [5] U. de Clubes de Fútbol de Primera División, *Reglamento de competición* (2020), URL <https://www.unafut.com/PDF/Reglamento-Competicion.pdf>.
 - [6] E. Piza Volio, *Acta Nova* **3**, 16 (2005).
 - [7] M. González, M. Acuña, S. Ahumada, J. Arza, Y. Ávila, S. Fontanilla, M. Giraldo, G. Herrera, C. Merchán, J. Pedroza, et al., *Ingeniare* pp. 75–83 (2013).