

## Informe Tarea 3

Alumno: Lucas Suárez

Profesor: Elwin Van't Wout

1. Observe que los elementos de la diagonal de  $A$  son de la forma  $a + b + c + d + 1$ , donde  $a = \frac{\alpha_{i-\frac{1}{2},j}}{h_x^2}$ ,  $b = \frac{\alpha_{i+\frac{1}{2},j}}{h_x^2}$ ,  $c = \frac{\alpha_{i,j-\frac{1}{2}}}{h_y^2}$  y  $d = \frac{\alpha_{i,j+\frac{1}{2}}}{h_y^2}$ . Como la función  $\alpha$  es positiva y real en la región  $(x, y) \in [0, 1] \times [0, 1]$ , entonces cada elemento de la diagonal es positivo, real, y mayor o igual a 1. Además, por Gershgorin, cada valor propio se encuentra en algún círculo de centro  $1 + a_i + b_i + c_i + d_i$  y radio  $| -a_i | + | -b_i | + | -c_i | + | -d_i | = a_i + b_i + c_i + d_i$ , por lo tanto cada valor propio se encuentra a la derecha del plano complejo a una distancia mayor o igual a 1 del cero. Como la matriz  $A$  es simétrica los valores propios son reales, y así tenemos que  $A$  es positiva definida, por lo tanto se puede usar método de gradientes conjugados.
2. En la implementación realizada se particionó el dominio por filas, osea bloques horizontales. Cada bloque tiene una cierta cantidad de filas y sus nodos correspondientes, cuya cantidad es guardada en el programa en la variable *localSize* para cada procesador (la cantidad de nodos que tiene cada procesador es *localSize*).

Los vectores que aparecen en el algoritmo, como  $b$ ,  $x$ ,  $p$  y  $q$  por ejemplo, son almacenados localmente como arrays de tamaño *localSize*. En cuanto a la matriz  $A$ , esta fue almacenada localmente en formato de stencils como un array 2d con *localSize* arrays de tamaño 5, es decir, guardamos los stencils de cada uno de los nodos que correspondan al procesador.

Para hacer el matvec del algoritmo es necesario comunicar los valores de los vectores que se encuentran en los otros procesadores. La comunicación se implementó de la siguiente manera:

- a) Todos los procesadores, a excepción del último (el que está más arriba), envían su última fila del vector hacia el procesador de arriba.
- b) Todos los procesadores, a excepción del primero (el que está más abajo), recibe la información anterior que viene desde el procesador de abajo. Como el último procesador no hace nada en el paso anterior está libre de recibir, pasa directamente a este punto y así desbloquea la comunicación y todos los demás procesadores comienzan a recibir.
- c) Todos los procesadores, a excepción del primero (el que está más abajo), envían su primera fila del vector hacia el procesador de abajo.
- d) Todos los procesadores, a excepción del último (el que está más arriba), recibe la información anterior que viene desde el procesador de arriba. Como el primer procesador no hace nada en el paso anterior está libre de recibir, pasa directamente a este punto y así desbloquea la comunicación y todos los demás procesadores comienzan a recibir.

Para los productos puntos se utilizó allreduce con los productos puntos locales.