



Tarea 3

1. En primer lugar, debemos notar porque es posible utilizar el método de CG en este sistema lineal, para estoy debemos recordar que CG solo es aplicable para matrices definidas positivas, con lo que si la matriz que representa a este sistema lineal es definida positiva es posible utilizar CG para resolverlo.

Para ver que la matriz es definida positiva solo basta utilizar los circulos de Gershgorin en nuestra matriz del sistema lineal, como vimos en clases, esta matriz puede ser representada mediante un stencil en 2d, en el cual representaré como $N_{i,j}$ la coordenada norte del stencil (la coordenada de arriba), $C_{i,j}$ el centro del stencil, $S_{i,j}$ la coordenada sur del stencil (la coordenada de abajo), $W_{i,j}$ la coordenada oeste del stencil (la coordenada de la izquierda) y $E_{i,j}$ la coordenada este del stencil (la coordenada de la derecha).

Así, aplicando los circulos de Gershgorin a esta matriz es bastante notorio ver que en primer lugar $C_{i,j}$ es siempre positiva si es que $\alpha > 0$ y esto es siempre cierto puesto que estamos tomando $\alpha(x, y) = x(x-1)y(y-1) + 1$ donde $(x-1)$ e $(y-1)$ se convierten en $(ih_x - 1)$ y $(ih_y - 1)$ (con $h_y = \frac{1}{N_y}$ y $h_x = \frac{1}{N_x}$) y como $i = 0, \dots, Nx$, $j = 0, \dots, Ny$ es claro que esta expresión siempre será positiva (notese que $i - \frac{1}{2}$ es a lo menos $-\frac{1}{2}$ y en este caso todo el centro seguirá siendo > 0 ya que siempre tendremos valores negativos siempre en pares).

Por otro lado, es claro ver que si a $C_{i,j}$ le restamos $N_{i,j}$, $E_{i,j}$, $W_{i,j}$, $S_{i,j}$ el mínimo valor que tocara el radio del circulo más externo será 1, con lo que todos los valores propios de esta matriz son a lo menos 1, por ende todos estos valores son positivos, siendo A una matriz positiva, por otro lado como es posible caracterizar a esta matriz mediante un stencil, sabemos que esta será simétrica, cumpliendose entonces que A es una matriz positiva definida, pudiendose aplicar CG a este sistema.

2. b) Es posible almacenar todas estas variables mediante la partición de estos vectores, matrices, variables en bloques. En mi caso, utilicé bloques de filas de ancho $\frac{N_y}{world_size}$, donde N_y representa la cantidad total de filas que tengo en la matriz (dada por la cantidad de nodos hacia arriba) y $world_size$ representa la cantidad de procesadores, así dividimos la matriz en nuestros procesadores de manera igual, excepto para el último procesador, que se llevará una carga mayor en caso de que la división de estos dos valores deje un resto.

Así, cada procesador identificado con la variable `world_rank` tendrá en su memoria local filas de las variables que calculemos (vectores, matrices, etc). Un dato importante es que trabaje a todas las variables como arreglos de dos dimensiones, así los vectores tienen coordenadas i, j esto para que fueran todos análogos a la implementación del stencil.

La implementación del stencil fue realizada como mencioné anteriormente, guardando una cantidad $\frac{N_y}{world_size}$ de filas y todas las columnas correspondientes a esa fila, y como el stencil tiene 5 coordenadas, cree 5 matrices que contuvieran todas estas coordenadas C, N, E, W, S .

3. e) La comunicación entre procesos fue implementada en función de como particione las matrices, como particione por filas, para el cálculo del producto punto siempre iba a necesitar una coordenada del procesador de arriba y una coordenada del procesador de abajo, en específico, necesitaba la última fila del procesador de arriba y la primera fila del procesador de abajo (excepto para la primera y última fila que no tienen vecino superior e inferior respectivamente), así dividí los procesadores en pares e impares, los procesadores pares primero recibirían estas dos filas y luego enviarían estas dos filas, mientras que los impares hacían el proceso inverso, enviarían primero y luego recibirían estas filas, así nunca entraría en un deadlock.

IMPORTANTE: El código no me da ningún error al compilarlo, pero al correrlo en el cluster me sale el error "mpirun noticed that process rank 5 with PID 2671 on node cluster exited on signal 11 (Segmentation fault)" que no alcancé a solucionar, revisé todas las funciones y deberían estar bien, la forma en la que alterne los envíos y recepciones deberían estar bien, puede que tenga algún índice mal, por temas de tiempo no alcancé a terminarlo. De todas formas, el código de CG está bien implementado, voy actualizando en cada memoria según las respectivas operaciones, por eso las funciones no tienen retorno, mil disculpas porque no es el código más fácil de revisar, pero el tiempo me jugó una mala pasada.