

**TAREA 3**  
**IMT2112-ALGORITMOS PARALELOS EN COMPUTACIÓN CIENTÍFICA**  
Vicente Hojas

1. Está claro que la matriz resultante  $A$  es simétrica, para mostrar que es definida positiva se muestra que es diagonal dominante por filas de forma estricta y que los elementos de su diagonal son todos positivos (esto es suficiente para mostrar que es definida positiva por corolario al teorema de Gershgorin). Entonces se tiene por demostrar que

$$A_{n,n} > \sum_{m=1, m \neq n}^{N_x N_y} |A_{n,m}|$$

Para ver que esto es cierto basta comprobar que:

$$C_{i,j} > |N_{i,j}| + |S_{i,j}| + |W_{i,j}| + |E_{i,j}|$$

Lo comprobamos de forma directa (notamos antes que  $\alpha \geq 0$ ):

$$\begin{aligned} C_{i,j} &= \frac{\alpha_{i-1/2,j} + \alpha_{i+1/2,j}}{h_x^2} + \frac{\alpha_{i,j-1/2} + \alpha_{i,j+1/2}}{h_y^2} + 1 \\ &= \frac{|\alpha_{i-1/2,j}|}{h_x^2} + \frac{|\alpha_{i+1/2,j}|}{h_x^2} + \frac{|\alpha_{i,j-1/2}|}{h_y^2} + \frac{|\alpha_{i,j+1/2}|}{h_y^2} + 1 \quad (\alpha \geq 0) \\ &= |N_{i,j}| + |S_{i,j}| + |W_{i,j}| + |E_{i,j}| + 1 \\ &> |N_{i,j}| + |S_{i,j}| + |W_{i,j}| + |E_{i,j}| \end{aligned}$$

Luego  $A$  es simétrica y definida positiva, por lo que se puede utilizar C-G para resolver el sistema lineal.

2. **(a)** El dominio se encuentra particionado en bloques verticales, esto es, cada procesador tiene  $N_y$  nodos para cada posición de  $x$  pero solo  $N_x/p$  nodos por cada posición de  $y$ .  
**b)** Las matrices se almacenan como 5 arreglos (N, S, W, E, C) de dimensiones  $N_x \times N_y$ , que representan al stencil de diferencias finitas. Los vectores se almacenan como un arreglo de dimensiones  $N_x \times N_y$ . Como la partición se hace por bloques verticales, se tiene que cada procesador almacena arreglos de tamaño  $(N_x/p) \times N_y$ .
3. **c)** Se verifica la convergencia del método, el residuo disminuye a medida que se aumenta el número de iteraciones, tal como se ve en la salida *log.out* que se muestra en la figura (1)

- d) Como vector  $f$  se elige una fuente puntual en el nodo 0 en la posición  $(Nx/2p, Ny/2)$ .
  - e) Tal como está dividido el dominio, cada proceso debe comunicar una fila de su arreglo al procesador siguiente, al procesador anterior o a ambos (si es un procesador que no contiene los extremos del dominio). La comunicación se realiza de tal forma que los procesadores pares envían primero y los procesadores impares reciben, luego de que los impares reciben, envían los impares y reciben los pares. De esta forma se previene un *deadlock*
4. En la figura (1) se muestra la salida de *log.out* al correr el código con 4 procesadores en el cluster Mazinger.

```
vahojas@cluster:~
GNU nano 2.3.1 File: log.out
Error: 21112.849609, procesador 1 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 95185.804688, procesador 2 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 1449.204956, procesador 3 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 276.110107, procesador 0 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 77.894775, procesador 1 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 182.858582, procesador 2 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 72.925568, procesador 3 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 42.610916, procesador 0 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 237.206100, procesador 1 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 125.136711, procesador 2 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 5.180789, procesador 3 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 91.470833, procesador 0 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.145534, procesador 1 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 2.188042, procesador 2 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.106587, procesador 3 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.400294, procesador 0 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.007985, procesador 1 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.017602, procesador 2 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.000433, procesador 3 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 2.100396, procesador 0 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.000481, procesador 1 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.127628, procesador 2 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
Error: 0.000126, procesador 3 de 4 con nombre n16.ing.puc.cl
```

Figura 1: Salida del clúster Mazinger