
TAREA 3
Algoritmos Paralelos
IMT 2112

Pablo Bahamondes Walters
Noviembre, 2020

Índice

1. Demostración valores propios	2
2. Almacenamiento	3

1. Demostración valores propios

Cuando miramos la matriz A existen 2 casos, el primero es que el nodo de la diagonal pertenezca a la frontera, de modo que su valor propio es 0, ya que este nodo vale 0 y no depende de sus vecinos por lo que en la matriz A , luego el círculo de Gershgorin es en realidad un punto ubicado en $(0,0)$ y por ende $\lambda = 0$. El otro caso es que sea un punto cualquiera que no esté en la frontera, en este caso tenemos que el centro del círculo estará en:

$$\frac{\alpha_{i-\frac{1}{2},j} + \alpha_{i+\frac{1}{2},j}}{h_x^2} + \frac{\alpha_{i,j-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j+\frac{1}{2}}}{h_y^2} + 1$$

Observemos que en intervalo $(0,1)^2, \alpha > 0$. Luego el centro está en la recta de los reales positivos. Cuando vemos el radio del círculo, en el peor de los casos, el punto depende de todos los nodos que lo rodean, por lo que el mayor radio que puede tener es:

$$\frac{\alpha_{i-\frac{1}{2},j} + \alpha_{i+\frac{1}{2},j}}{h_x^2} + \frac{\alpha_{i,j-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j+\frac{1}{2}}}{h_y^2}$$

Por lo que se concluye que para estos valores

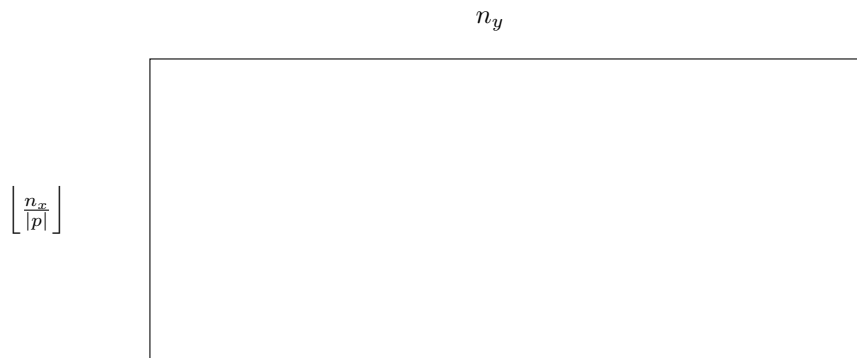
$$\lambda \geq \frac{\alpha_{i-\frac{1}{2},j} + \alpha_{i+\frac{1}{2},j}}{h_x^2} + \frac{\alpha_{i,j-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j+\frac{1}{2}}}{h_y^2} + 1 - \left(\frac{\alpha_{i-\frac{1}{2},j} + \alpha_{i+\frac{1}{2},j}}{h_x^2} + \frac{\alpha_{i,j-\frac{1}{2}} + \alpha_{i,j+\frac{1}{2}}}{h_y^2} \right) = 1$$

Luego como $A = A^T$, y $\lambda > 0$ (para los nodos desconocidos) tenemos que GC converge.

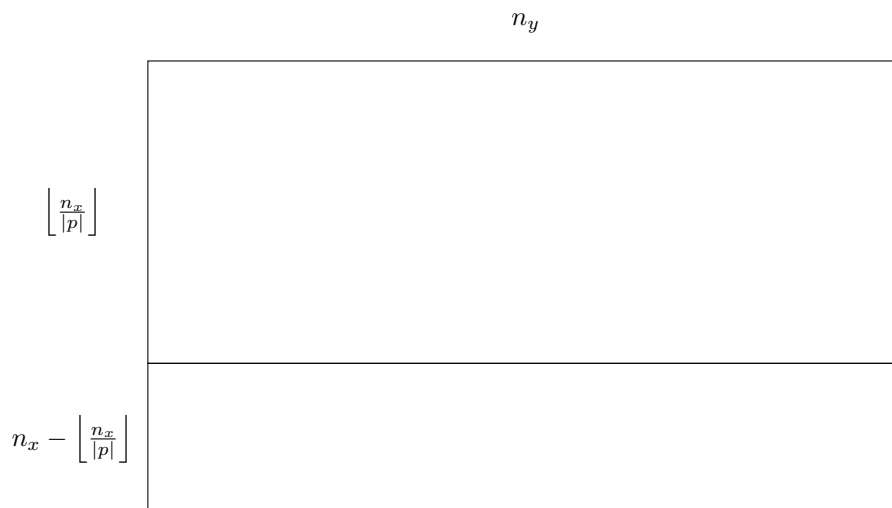
2. Almacenamiento

En mi caso decidí particionar el dominio en forma horizontal.

Para un procesador tal que $world_{rank} < world_{size} - 1$ (en otras palabras cualquier procesador que no sea el ultimo), las dimensiones de las matrices stencil, así como la matriz A y la función a la cual se quiere igualar (f), tienen las siguientes dimensiones:



En caso de el último procesador los tamaños de estas matrices serán los mismos pero se agregará además todo lo que sobro (el residuo de la división), en ese caso si existe un número de procesadores mayor que el número de filas de la matriz entonces por como está programado todas las filas irían al último procesador (pues tenemos la función piso entremedio).



Quiero comentar que las funciones que generan el stencil funcionan correctamente para cualquier numero de procesadores, no así el algoritmo GC que programé. Existe además una serie de funciones que explicaré a continuación:

1. N,S,C,E,O - Matrix: Genera la matriz del stencil correspondiente a Norte, Sur, Central, Este u Oeste respectivamente.
2. FMatrix y onesmatrix: Genera una matriz para la función f y por otro lado onesmatrix genera una matriz de unos.
3. dot_product: Producto punto paralelo, todos los procesadores terminan con el resultado.
4. ponderación: Pondera una matriz por una constante.
5. suma: Suma dos matrices.

6. resta: resta dos matrices.
7. Ax_stencil: Multiplica utilizando el formato stencil de la matriz.
8. envios_inf: envia la ultima fila a el procesador siguiente (excepto en el ultimo procesador).
9. envios_sup: envia la primera fila al procesador anterior (excepto en el primer procesador).
10. mandar_todos: manda un float desde p0 a todos los procesadores.

En general todas estas funciones hacen lo que quiero que hagan y las puedes probar libremente. Te explico finalmente que son las siguientes cosas:

1. temp: tamaño extra de la ultima matriz
2. is_0: dice si el procesador es el 0
3. is_terminal: dice si el procesador es el último

Gracias Rudy y perdón por no terminar :c lo intenté pero tengo muchas cosas que hacer ahorita. Exitó! <3.