



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMAS
ICS3105 OPTIMIZACIÓN DINÁMICA (2018-2)
PROFESOR MATHIAS KLAPP

Entrega 2

Agendamiento de pabellones

Mariavictoria Enberg (mdenberg@uc.cl)
Ignacio Guridi (iguridi@uc.cl)
Felipe Haase (fahaase@uc.cl)
Raimundo Herrera (rjherrera@uc.cl)

Contexto

El quirófano es, por extensión, todo local convenientemente acondicionado para hacer cirugía [3]. Con cirugía se entiende a toda actividad terapéutica, que implica la incisión de la piel u otros planos, con el fin de extirpar, drenar, liberar o efectuar un aseo quirúrgico ante un cuadro patológico.

Como se puede suponer, es una parte fundamental para los hospitales, y juega un rol preponderante en el bienestar de las personas. A la vez, es un lugar en donde hay mucho por mejorar en términos de eficiencia. En Chile, de acuerdo a un reporte del MINSAL al Congreso, el promedio de espera para los chilenos por una cirugía es de 492 días [5]. Claramente, al aumentar la proporción en que el pabellón se ocupa, podrá aumentar la cantidad de personas atendidas y disminuir los precios.

Para realizar un tratamiento quirúrgico se necesita de una serie de recursos: un equipo médico, un pabellón y los implementos para llevarla a cabo. Además, este tipo de tratamientos tiene una característica singular: puede ser agendado o puede ser de urgencia. En caso de urgencia, si no hay pabellones disponibles, se pospone una hora agendada cuya operación no sea tan apremiante. El hospital debe considerar estos imprevistos en su planificación, pues retrasar operaciones agendadas conlleva un costo económico para el hospital, lo que implica un costo en la confianza con el paciente por retrasar el cumplimiento de lo planificado.

Las distintas clínicas y hospitales que ofrecen cirugías se ven enfrentados a esta decisión: cuántos pabellones dejar libres para atender las cirugías de urgencias, considerando que un pabellón desocupado no genera ingresos para el hospital, y postergar cirugías tiene una penalidad asociada.

Naturaleza del problema

Las clínicas y hospitales deben satisfacer la mayor cantidad de demanda posible con un número limitado de pabellones, en presencia de incertidumbre por la llegada inesperada de pacientes que necesitan operaciones con urgencia. Estas operaciones en general no pueden ser pospuestas, y se deben tomar decisiones complejas por parte del hospital a la hora de disponibilizar pabellones. De este modo, debe decidir dónde asignar a los pacientes de forma de anticiparse a las llegadas inesperadas, junto con tomar decisiones sobre los posponer operaciones previamente agendadas, en caso de que dicha anticipación no haya sido adecuada.

Existen costos asociados a reagendar operaciones, esto es, en caso de recibir una operación prioritaria de urgencia, y tener que sacar a un paciente previamente agendado, se incurre en un costo. Y por otro lado, los costos de posponer agendamiento, esto es, no agendar a aquellos pacientes que requieren un horario y atrasar dicha decisión. De este modo el objetivo a tratar es minimizar dichos costos.

Obtención de datos

Para este problema la obtención de datos es crucial, de modo que se le dio especial énfasis en el desarrollo del mismo. Se determinó que para la modelación adecuada, es necesario obtener tasas realistas de llegada de pacientes a hospitales, tanto de urgencia como pacientes normales. Estas tasas de llegada se pueden aproximar por diversos métodos, como intentar obtenerlas desde datos reales aproximando a distribuciones, buscar información disponible de internet, realizar simulaciones, entre otros.

Se optó por realizar más de uno de los enfoques anteriormente propuestos con el objetivo de tener, en primer lugar, más variedad de datos, y en segundo lugar, una validación cruzada de los mismos, de modo de evitar sesgos y falta de información.

En una primera instancia se trabaja desde los resultados. Esto es, se obtienen las tasas de ocupación de los pabellones, tipos de operaciones, etc, a partir de datos reales obtenidos de reportes anuales del Ministerio de Salud. Esta información se obtiene de los repositorios disponibilizados por el organismo [2] y corresponden a informes agregados de los diversos datos, tales como cirugías de urgencia en los últimos 10 años, cantidad de ellas desglosada semanalmente, por región, por hospital, etc.

Luego, a partir de estos datos se simulan llegadas de pacientes y asignaciones, las que se ajustan hasta llegar a combinaciones que muestren una adecuación realista a la realidad, de forma que los resultados de la simulación sean concordantes con los obtenidos en el paso anterior. Finalmente estas tasas de llegada realistas se usarán en el modelo.

Cabe señalar que para esta sección, y para evitar utilizar datos demasiado ruidosos, se acotaron los datos a aquellos datos de los últimos 3 años y el lo transcurrido del presente, esto es, 2015-2018. Además, se restringió la área de estudio a la Región Metropolitana en Hospitales, dejando de lado las otras regiones del país y también las otras instituciones sanitarias como el SAPU y el SAR puesto que ellas no concentraban cantidades relevantes de realizaciones de cirugías.

Para la realización de simulaciones, se utilizó el lenguaje de programación Python, en conjunto con la librería de simulación Simpy [8], especializada para la simulación de eventos discretos basados en procesos, y que cuenta con implementaciones para el manejo de recursos limitados, como es en este caso, el uso de pabellones. Para las tasas obtenidas a partir de los datos, se simularon realizaciones con distintas distribuciones, pero la que más se ajustó a la línea base es la distribución exponencial, de modo que se asumen tiempos de llegada exponencial entre los pacientes para la simulación, y esto da resultados concordantes con los obtenidos anteriormente.

Metodología

Para modelar este problema se utilizará un enfoque de MDP (proceso de decisión markoviano). Se eligió este enfoque debido a la incertidumbre intrínseca del problema y, además, existen pacientes agendados y de urgencia. En este enfoque se asumirá que la llegada de ambos tipos de pacientes, urgentes y no urgentes ocurre de manera aleatoria, por lo que existe incertidumbre respecto a cómo utilizar los pabellones en el futuro.

Por otro lado, se considera que si llega un paciente urgente, este debe ser agendado al módulo inmediatamente siguiente y en caso que sea necesario, esto es, que no exista un pabellón disponible para realizar ese agendamiento, se deberá posponer una cirugía programada para dar la atención a la urgencia, por su carácter prioritario.

Además, en cada período de tiempo pueden aparecer nuevos pacientes para agendar una cirugía. Es deber del modelo elegir la mejor decisión de agendamiento de manera dinámica para los pacientes que han llegado cada día.

Revisión bibliográfica

El problema abordado corresponde a uno de *advanced scheduling* debido a que los agendamientos de pacientes se realizan en módulos posteriores a cuándo llega la solicitud. Este tipo de problema requiere un gran esfuerzo computacional debido a que es necesario tener en cuenta las restricciones de capacidad en el horizonte futuro [4].

Este problema ha sido resuelto con otros enfoques. En el caso de Gerchak et al. [9], Lamiri et al. [6] Min y Yih [1] el problema se aborda con un enfoque de optimización estocástica. En el caso de Min y Yih [1] la demanda son determinísticas, mientras que Gerchak et al. la demanda es estocástica. Por otro lado, Lamiri et al. propone un método de optimización de Monte Carlo que combina la simulación de Monte Carlo y programación de enteros mixta.

El modelo presentado en este informe corresponde a uno de optimización dinámica. La modelación es muy similar a la presentada por Sauré y Puterman [7]. En el modelo planteado se resuelve de manera aproximada el problema optimización dinámica que entrega el agendamiento avanzado de atenciones médicas. El modelo planteado en este informe diferencia en los siguientes aspectos:

- Se modela el agendamiento de pabellones.
- Hay pacientes urgentes y no urgentes.
- Las cirugías pueden tener distinta duración.
- Las etapas corresponden a ventanas de tiempo en lugar de días.
- El enfoque de solución es distinto.

En la siguiente sección se despliega el modelo de optimización dinámica que resuelve el agendamiento de pabellones con distintos tipos de pacientes.

Modelo

Parámetros

- E : cantidad de pabellones
- I : total de tipos únicos de cirugías
- V : número total de módulos en el horizonte de agendamiento
- D : módulos que puede esperar una cirugía de urgencia desde que es agendada
- $q_{i,j}$: Cantidad de pacientes de tipo i de urgencia j llegados en un módulo
- g_i : costo por reagendar un paciente de tipo i
- k_i : costo por hacer esperar por un periodo el agendamiento del paciente urgente de tipo i
- h_i : costo por hacer esperar por un periodo el agendamiento del paciente de tipo i
- r_i : duración de la operación de tipo i
- $Pr(x_{i,j})$: probabilidad de que lleguen x pacientes de tipo i de urgencia j en un módulo de tiempo

Subíndices

- i : tipo de cirugía $i \in \{1, \dots, I\}$
- v : módulo $v \in \{1, \dots, V\}$
- j : urgencia de cirugía $j \in \{\text{urgente, no-urgente}\}$

Etapas

$t \in \{1, 2, \dots\}$ las etapas corresponden a ventanas de tiempo iguales a la cirugía más corta.

Estados $s_t \in \mathcal{S}$

$$s = (u, w) = (\{u_{i,v,j}\}, \{w_{i,j}\}) \quad \forall i, v, j$$

en donde

- $u_{i,v,j}$: cantidad de pacientes de tipo i de urgencia j agendados en la ventana v (La cirugía comienza en el módulo v).
- $w_{i,j}$: cantidad de pacientes de tipo i de urgencia j esperando ser agendados

Variables de decisión

$$x = (x, y) = (\{x_{i,v,j}\}, \{y_{i,v}\}) \quad \forall i, v, j$$

en donde

$x_{i,v,j}$: cantidad de pacientes de tipo i de urgencia j asignados al módulo v

$y_{i,v}$: cantidad de pacientes de tipo i reagendados originalmente agendados en el módulo v

Las decisiones deben cumplir las siguientes restricciones:

1. La cantidad de pacientes asignados de tipo i debe ser menor o igual a la cantidad de pacientes de ese tipo esperando ser asignados

$$\sum_v x_{i,v,j} \leq w_{i,j} \quad \forall i, j$$

2. El número de operaciones agendadas menos las reagendadas más las operaciones en proceso para cada módulo debe ser menor a la cantidad de pabellones

$$\sum_i \sum_j (u_{i,v,j} - y_{i,v,j} + \sum_{k=v}^{v+r_i} x_{i,k,j}) \leq E, \quad \forall v$$

3. No se pueden reagendar más operaciones que las no urgentes agendadas previamente

$$y_{i,v,j} \leq u_{i,v,j} \quad \forall i, \quad \forall i, v, j$$

4. Las cirugías urgentes no pueden reagendarse

$$y_{i,v,\text{urgente}} = 0 \quad \forall i, v$$

5. Las cirugías urgentes deben agendarse dentro de los próximos D módulos

$$\sum_{v=D+1}^V x_{i,v,\text{urgente}} = 0 \quad \forall i$$

6. Las cirugías son reagendadas dentro de los siguientes D módulos

$$\sum_{v=D}^V y_{i,v,j} = 0 \quad \forall i, j$$

Probabilidades de transición

$$\mathbb{P}(s'|s, x) = \begin{cases} \prod_{i=1}^I Pr(q_{i,j}) & \text{si } s' = (u', w', z') \text{ satisface las ecuaciones (1), (2)} \\ 0 & \text{e.o.c} \end{cases}$$

$$u'_{i,v,j} = \begin{cases} \sum_i \sum_j (u_{i,v,j} - y_{i,v,j} + \sum_{k=v}^{v+r_i} x_{i,k,j}) & v < V \\ 0 & v = V \end{cases} \quad (1)$$

$$w'_{i,j} = w_{i,j} - \sum_v x_{i,v,j} + q_{i,j} + \sum_v y_{i,v,j} \quad (2)$$

En donde (1) se refiere a que los pacientes agendados en v' debe ser la misma cantidad que la dada por los pacientes agendados previamente menos los reagendados más los que están siendo operados. (2) se refiere a que el número de pacientes de tipo i esperando ser agendados debe ser igual a la cantidad de pacientes esperando ser agendados del periodo anterior menos la cantidad de pacientes agendados en ese periodo más la cantidad de pacientes esperando ser agendados que acaban de llegar ($q_{i,j}$) más la cantidad de pacientes reagendados que no fueron agendados nuevamente de forma inmediata.

Costo inmediato

$$c(s, x) = \sum_i \left(\sum_{v,j} g_i \cdot y_{i,v,j} + h_i \cdot (w_{i,\text{no-urgente}} - \sum_v x_{i,v,\text{no-urgente}}) + k_i \cdot (w_{i,\text{urgente}} - \sum_v x_{i,v,\text{urgente}}) \right)$$

Que corresponde a el costo de reagendar más el costo de posponer el agendamiento de pacientes no urgentes y urgentes.

Cost-to-go

$$V_t(s_t) = \min_{x_t \in \mathbb{X}(s)} \left\{ c(s_t, x_t) + \lambda \sum_{s_{t+1} \in \mathbb{S}} \mathbb{P}(s_{t+1} = s' | y_t, a_t) \cdot V_{t+1}(s') \right\}$$

El tamaño del espacio de estados y el tamaño de las decisiones en cada uno de estos estados crece de manera exponencial a medida que el tipo de pacientes y el número de módulos considerados aumenta. Es por esto que para resolver el problema se utilizará una aproximación.

Enfoque de solución

Dado el gran espacio de estados y decisiones, no se han podido encontrar heurísticas y aproximaciones suficientes para que el problema se pueda resolver en un tiempo razonable.

Los métodos intentados fueron LP e iteración de valor. El primero descartado por la gran cantidad de restricciones (una por estado) y la otra por la cantidad de decisiones que en cada iteración, se deben calcular. En particular, con 1 pabellones, 4 módulos, 1 tipo de urgencia de cirugía, se generan 65536 decisiones posibles (2^{16}). Siendo este alcance lo más reducido posible, ya que el problema original que se intentó abordar fue era de 20 módulos, 2 tipos de cirugías y 4 pabellones, lo que daba un total de $2^{160} = 1.46 \times 10^{48}$ estados.

Queda propuesto realizar un enfoque de iteración de valor con rollout, buscando una heurística que permita ignorar estados que no agregan valor a la solución. De esta forma se podrán reducir la cantidad de decisiones posibles a tomar.

Referencias

- [1] Yuehwern Yih Daiki Min. Scheduling elective surgery under uncertainty and downstream capacity constraints. page 642–652, 2010.
- [2] Departamento de Estadísticas e Información de Salud. Estadísticas de atenciones de urgencia. *Ministerio de Salud*, 2011-2018. <http://www.deis.cl/estadisticas-atencionesurgencia/>.
- [3] Real Academia Española. Diccionario de la lengua española. *Mediagraphics Artemisa*, 2016.
- [4] Yasin Gocgun and Martin L. Puterman. Dynamic scheduling with due dates and time windows: an application to chemotherapy patient appointment booking. pages 60–76, 2013.
- [5] L. Leiva. Ministerio de salud admite esperas promedio de 492 días para cirugías. *La Tercera*, March 2016.
- [6] Alexandre Dolgui Mehdi Lamiri, Xiaolan Xie and Frédéric Grimaud. A stochastic model for operating rooms planning with elective and emergency surgery demands. 2005.
- [7] Antoine Saure and Martin L. Puterman. Advance patient appointment scheduling. pages 245–268, 2017.
- [8] Simpy. A process-based discrete-event simulation framework based on standard Python, 2002-2018. <https://simpy.readthedocs.io/en/latest/>.
- [9] Diwakar Gupta Yigal Gerchak and Mordechai Henig. Reservation planning for elective surgery under uncertain demand for emergency surgery. *Management Science*, 42(3):321–334, 1996.