

1_1_信号、系统、序列的基本运算、稳定性、因果性

1. 什么是信号？

定义

信号是现实世界中携带信息的物理量。它们是我们观察、测量和处理的物理现象，如：

- 声音（声波）
- 图像（光强分布）
- 电压/电流
- 温度、压力等传感器数据

离散时间信号

在数字信号处理中，我们主要处理离散时间信号：

- 特点：只在离散时间点有定义
- 来源：通常由连续信号经过采样得到
- 表示： $x[n]$ （其中 n 为整数，表示时间序号）

2. 什么是系统？

定义

系统是对输入信号进行运算或变换，以产生输出信号的实体。用数学语言描述为：

$$y[n] = T\{x[n]\}$$

其中：

- $x[n]$ ：输入信号
- $T\{\cdot\}$ ：系统对信号进行的运算
- $y[n]$ ：输出信号

用购物例子秒懂信号与系统

想象一个自动结账机的工作流程，它完美诠释了信号与系统的关系：各元素对应关系：

- **输入信号 $x[n]$ ：**你的购物清单
 - 携带了“你想要什么、要多少”的信息
 - 例如：苹果(2个)，香蕉(3根)，牛奶(1盒)
- **系统规则 $T\{\cdot\}$ ：**超市的计价规则
 - 处理输入信息的算法
 - 包括：单价表、折扣规则、会员优惠等
- **输出信号 $y[n]$ ：**最终的总价格

- 系统处理输入后产生的新信息
- 携带“你需要支付多少钱”的信息

3. 序列的基本运算

在数字信号处理中，我们需要对离散信号（序列）进行各种基本运算。理解这些运算是分析复杂系统的基础。

■ 基本运算类型

序列的简单运算包含以下五种类型：

运算类型	数学表示	说明
加法	$z[n] = x[n] + y[n]$	逐点相加
乘法	$z[n] = x[n] \cdot y[n]$	逐点相乘（标量乘或序列乘）
移位	$x[n] \rightarrow x[n - n_0]$	序列沿时间轴移动 n_0 个单位
反转	$x[n] \rightarrow x[-n]$	序列沿时间轴翻转（关于 $n = 0$ 对称）
尺度变换	$x[n] \rightarrow x[an]$	对时间轴进行压缩或扩展（ a 为整数）

4. 系统的两大关键性质

4.1. 稳定性 (BIBO - Bounded Input Bounded Output)

核心判断标准

有界输入必须产生有界输出

通俗理解

如果一个系统是稳定的，那么：

- 输入信号不会“爆炸”（有限范围）
- 输出信号也不会“爆炸”（有限范围）
- 系统不会因为某个输入而失控

线性时不变系统的判定

对于线性时不变系统，稳定性在时域的充要条件为：

$$\sum |h[n]| < \infty$$

即：其中 $h[n]$ 为系统的单位脉冲响应。系统的单位脉冲响应 $h[n]$ 绝对可和

4.2. 因果性

核心判断标准

输出只取决于现在和过去的输入，与未来输入无关

通俗理解

如果一个系统是因果的，那么：

- 当前输出不能“预知”未来输入
- 系统的响应不会“超前”于输入
- 这是物理可实现系统的基本要求

线性时不变系统的判定

对于线性时不变系统，因果性在时域的充要条件为：

$$h[n] = 0, n < 0$$

即：系统的单位脉冲响应在 $n < 0$ 时全为零

5. 理解检查

问题思考

1. **现实中的不稳定系统**：你能想到一个不稳定系统的例子吗？（提示：音响系统的啸叫）
2. **因果性约束**：为什么实时处理的数字系统必须是因果的？
3. **信号表示**：为什么我们用 $x[n]$ 而不是 $x[t]$ 来表示离散信号？

快速自测

思考：以下系统是否稳定？是否因果？

系统1: $y[n] = x[n] + x[n - 1]$

系统2: $y[n] = x[n + 1] - x[n]$

系统3: $y[n] = 2^n * x[n]$

6. 本章关联性

理解了信号与系统的基本概念后，我们将在下一节深入探讨**线性时不变系统的特殊性质**，这些性质将大大简化我们对复杂系统的分析。

记忆技巧：把系统想象成一个“黑盒子”，你给它输入（信号），它按自己的规则（系统特性）处理后给你输出（新的信号）。稳定性确保这个盒子不会爆炸，因果性确保它不会预知未来。

准备好了吗？让我们继续探索线性时不变系统的神奇世界！