# 1_1_信号、系统、序列的基本运算、稳定性、因果性

## 1. 什么是信号?

**定义：**

**信号**是现实世界中携带信息的物理量。它们是我们观察、测量和处理的物理现象，如：

- 声音（声波）
- 图像（光强分布）
- 电压/电流
- 温度、压力等传感器数据

**离散时间信号：**

在数字信号处理中，我们主要处理**离散时间信号**：

- **特点**：只在离散时间点有定义
- **来源**：通常由连续信号经过**采样**得到
- **表示**：$x[n]$（其中$n$为整数，表示时间序号）

---

## 2. 什么是系统?

**定义：**

**系统**是对输入信号进行运算或变换，以产生输出信号的实体。用数学语言描述为：

$$y[n] = T\{x[n]\}$$

其中：

- $x[n]$：输入信号
- $T\{\cdot\}$：系统对信号进行的运算
- $y[n]$：输出信号

---

## 用购物例子秒懂信号与系统 🛒

想象一个**自动结账机**的工作流程，它完美诠释了信号与系统的关系：各元素对应关系：

- **输入信号** $x[n]$：你的购物清单
  - 携带了"你想要什么、要多少"的信息
  - 例如：苹果(2个)，香蕉(3根)，牛奶(1盒)
- **系统规则**$T\{\cdot\}$：超市的计价规则
  - 处理输入信息的算法
  - 包括：单价表、折扣规则、会员优惠等
- **输出信号**$y[n]$：最终的总价格
  - 系统处理输入后产生的新信息
  - 携带"你需要支付多少钱"的信息

## 3. 序列的基本运算

在数字信号处理中，我们需要对离散信号（序列）进行各种基本运算。理解这些运算是分析复杂系统的基础。

**📊基本运算类型：**

序列的简单运算包含以下五种类型：

| 运算类型 | 数学表示 | 说明 |
| --- | --- | --- |
| **加法** | $z[n] = x[n] + y[n]$ | 逐点相加 |
| **乘法** | $z[n] = x[n] \cdot y[n]$ | 逐点相乘（标量乘或序列乘） |
| **移位** | $x[n] \to x[n - n_0]$ | 序列沿时间轴移动$n_0$个单位 |
| **反转** | $x[n] \to x[-n]$ | 序列沿时间轴翻转（关于$n = 0$对称） |
| **尺度变换** | $x[n] \to x[an]$ | 对时间轴进行压缩或扩展（$a$为整数） |

## 4. 系统的两大关键性质

#### 4.1. 稳定性（BIBO - Bounded Input Bounded Output）

**核心判断标准：**

**有界输入必须产生有界输出**

**通俗理解：**

如果一个系统是稳定的，那么：

- 输入信号不会"爆炸"（有限范围）
- 输出信号也不会"爆炸"（有限范围）
- 系统不会因为某个输入而失控

**线性时不变系统的判定：**

对于线性时不变系统，稳定性在时域的**充要条件**为：

$$\sum |h[n]| < \infty$$

即：其中 $h[n]$ 为系统的单位脉冲响应。系统的单位脉冲响应$h[n]$ **绝对可和**

#### 4.2. 因果性

**核心判断标准：**

**输出只取决于现在和过去的输入，与未来输入无关**

**通俗理解：**

如果一个系统是因果的，那么：

- 当前输出不能"预知"未来输入
- 系统的响应不会"超前"于输入
- 这是物理可实现系统的基本要求

**线性时不变系统的判定：**

对于线性时不变系统，因果性在时域的**充要条件**为：

$$h[n] = 0, \; n < 0$$

即：系统的单位脉冲响应在 $n < 0$时全为零

---

## 5. 理解检查 📝

**问题思考：**

1. **现实中的不稳定系统**：你能想到一个不稳定系统的例子吗？（提示：音响系统的啸叫）
2. **因果性约束**：为什么实时处理的数字系统必须是因果的？
3. **信号表示**：为什么我们用$x[n]$ 而不是$x[t]$来表示离散信号？

**快速自测：**

**思考**：以下系统是否稳定？是否因果？
系统1：$y[n] = x[n] + x[n-1]$
系统2：$y[n] = x[n+1] - x[n]$
系统3：$y[n] = 2^n * x[n]$

## 6. 本章关联性 🔄

理解了信号与系统的基本概念后，我们将在下一节深入探讨**线性时不变系统**的特殊性质，这些性质将大大简化我们对复杂系统的分析。

> **记忆技巧**：把系统想象成一个"黑盒子"，你给它输入（信号），它按自己的规则（系统特性）处理后给你输出（新的信号）。稳定性确保这个盒子不会爆炸，因果性确保它不会预知未来。

---

*准备好了吗？让我们继续探索线性时不变系统的神奇世界！*