Atividade de Avaliação de A3 – 11.09.2014 – Ciência da Computação – Profa.Lydia

Nome:________________________________Assin.:____________________________

Gabarito.

1) I)Definir subespaço vetorial de um espaço vetorial V.

Um conjunto $U \subset V$, $U \neq \emptyset$ é subespaço de V se:

1) $\forall u, v \in U \Rightarrow (u + v) \in U$.

2) $\forall K \in \mathbb{R}, \forall u \in U \Rightarrow (K \cdot u) \in U$.

II) Para cada um dos conjuntos abaixo indicar três elementos de S e verificar se S é subespaço de $V = R^2$. Justificar.

a) $S = \{(x, y) \in R^2 / y = 2x\}$

$(2,4) \in S$, $(0,0) \in S$, $(-1,-2) \in S$.

S é subespaço do $\mathbb{R}^2$

i) $u = (x_1, 2x_1) \in S$, $v = (x_2, 2x_2) \in S$

$u + v = (x_1 + x_2, 2(x_1 + x_2)) \in S$.

$Ku = (Kx_1, 2(Kx_1)) \in S$.

b) $S = \{(x, y) \in R^2 / y = 2 + x\}$

$(2,4) \in S$, $(-1,1) \in S$, $(3,5) \in S$.

$(0,0) \notin S$.

S não é subespaço de $V = \mathbb{R}^2$.

2) $S=\left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} / a=d=0 \text{ e } b=3c\right\}$ é subespaço de $M_{2x2}(R)$? Justificar.

$S=\left\{\begin{bmatrix} 0 & 3c \\ c & 0 \end{bmatrix} \mid c\in\mathbb{R}\right\}.$

Sejam $u=\begin{bmatrix} 0 & 3c_1 \\ c_1 & 0 \end{bmatrix}\in S$ e $v=\begin{bmatrix} 0 & 3c_2 \\ c_2 & 0 \end{bmatrix}\in S.$

$u+v=\begin{bmatrix} 0 & 3(c_1+c_2) \\ c_1+c_2 & 0 \end{bmatrix}\in S.$

$K\cdot u=\begin{bmatrix} 0 & k(3c_1) \\ k\,c_1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 3(kc_1) \\ kc_1 & 0 \end{bmatrix}.$

S é subespaço de $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$.

3) Escrever o vetor $v=(-1,-2,9)$ como combinação linear de: $v_1=(1,2,1)$, $v_2=(-1,-1,2)$ e $v_3=(1,3,-1)$.

$x(1,2,1)+y(-1,-1,2)+z(1,3,-1)=(-1,-2,9).$

$$\begin{cases} x-y+z=-1 \\ 2x-y+3z=-2 \\ x+2y-z=9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rrr|r} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 & 9 \\ \hline & 1 & 1 & 0 \\ & 3 & -2 & 10 \\ \hline & & -5 & 10 \end{array}$$

$-5z=10 \Rightarrow z=-2$

$y+z=0 \Rightarrow y=2.$

$x-y+z=-1 \Rightarrow x=3.$

$v=3v_1+2v_2-2v_3.$

4) Determinar $K \in R$ para que $u = (-1, K, -7)$ seja combinação de linear de :
$u_1 = (1, -3, 2)$ e $u_2 = (2, 4, -1)$.

$$x(1,-3,2) + y(2,4,-1) = (-1, K, -7).$$

$$\begin{cases} x + 2y = -1 \\ -3x + 4y = K \\ 2x - y = -7. \end{cases} \qquad \begin{cases} x + 2y = -1 \\ 4x - 2y = -14 \end{cases} \quad (+) \quad \begin{aligned} 5x &= -15 \\ x &= -3. \\ y &= 2(-3)+7 \\ y &= 1. \end{aligned}$$

$K = -3(-3) + 4.1$

$K = 13.$

5) Verificar quais dos seguintes subconjuntos são LI. Justificar.

a) $S = \{(0, 0), (1, 2), (1, 1)\} \subset \Re^2$

Todo subconjunto que contém o elemento neutro do espaço vetorial é L.D.

b) $S = \{(1, 1, 0), (1, 4, 5), (2, 6, 5)\} \subset \Re^3$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 6 & 5 \end{vmatrix} = 20 + 10 - 5 - 30 = -5 \neq 0.$$

S é L.I.

$x(1,1,0) + y(1,4,5) + z(2,6,5) = (0,0,0) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = y = z = 0.$ (solucão trivial).

Sistema possível e determinado.