Construção do Modelo Teórico de Poisson – *Maria Inez Rodrigues Miguel*

Os experimentos que foram realizados, conforme se pode constatar, referem-se ao estudo da radioatividade. A variável estudada foi o número de partículas emitidas por uma fonte radioativa durante um intervalo de tempo de duração t; seja W_t essa variável aleatória. Em cada experimento, foi determinada a distribuição de freqüências por tabela e gráfico e foram obtidas algumas medidas, como média e variância. Pretende-se construir um Modelo Teórico a fim de determinar as probabilidades da variável aleatória W_t, cujas freqüências correspondentes se aproximem dos valores experimentais encontrados.

Pode-se considerar que a variável aleatória W_t: número de partículas emitidas por uma fonte radioativa em um intervalo de duração t assume os valores: 0, 1, 2, 3, ..., já que o Modelo Teórico deve possibilitar o estudo do número de partículas emitidas por qualquer fonte e qualquer duração para o intervalo de tempo. Considerando uma determinada fonte e um intervalo de duração t, seja a partição do tempo (Fig 1):

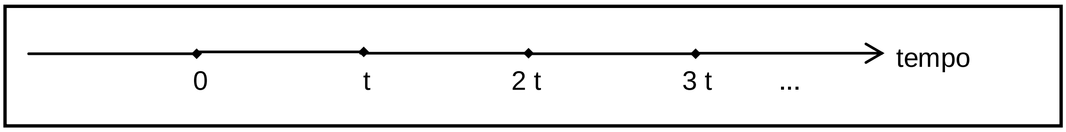

Figura 1. Partição do tempo

A distribuição de probabilidades da variável aleatória W_t está representada na Tabela 1.

Tabela 1. Distribuição de probabilidades da variável aleatória W_t

W_t	0	1	2	3	...
$P(W_t)$	$P(W_t = 0)$	$P(W_t = 1)$	$P(W_t = 2)$	$P(W_t = 3)$	...

Cálculo de $P(W_t = 0)$

Considere as variáveis aleatórias, $W_{\Delta t}$ $W_{t+\Delta t}$ definidas pelo número de partículas emitidas, por essa fonte radioativa, nos intervalos de duração Δt e $t+\Delta t$, respectivamente, como indicado na Figura 17.

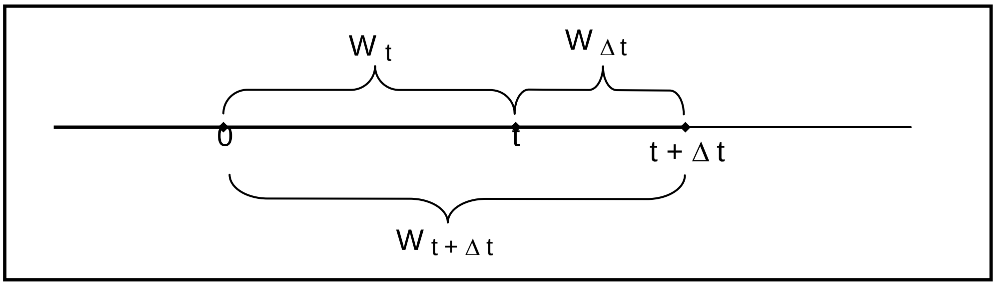

Figura 2. Número de partículas no intervalo $[0, t+\Delta t]$

A fim de que o Modelo Teórico possa ser construído, algumas hipóteses devem ser admitidas, hipóteses essas sugeridas pela observação dos experimentos realizados.

Como a fonte é a mesma, é razoável admitir-se a hipótese (**H$_1$**) de que **a distribuição do número de emissões é a mesma para todos os intervalos da partição**. Dessa forma, observa-se que W_t, $W_{\Delta t}$ e $W_{t+\Delta t}$ têm a mesma distribuição de probabilidades, cada uma em relação à duração do intervalo de tempo considerado. Portanto, tem-se que:

$$P(W_{t+\Delta t} = 0) = P(W_t = 0 \cap W_{\Delta t} = 0) \qquad \textbf{(1)}$$

Outra hipótese (**H$_2$**) a ser admitida é que **os números de ocorrências registrados nos intervalos de tempo da partição são independentes entre si**; dessa forma, as variáveis aleatórias, W_t e $W_{\Delta t}$, são estatisticamente independentes, donde se pode escrever que:

$$P(W_{t+\Delta t} = 0) = P(W_t = 0) \;.\; P(W_{\Delta t} = 0) \qquad \textbf{(2)}$$

Como $W_{\Delta t}$ tem a mesma distribuição de probabilidades de W_t, mudando apenas a duração do intervalo de tempo, tem-se:

Tabela 2. Distribuição de probabilidades da variável aleatória $W_{\Delta t}$

$\mathbf{W_{\Delta t}}$	0	1	2	3	...
P($\mathbf{W_{\Delta t}}$)	P($W_{\Delta t}$=0)	P($W_{\Delta t}$=1)	P($W_{\Delta t}$=2)	P($W_{\Delta t}$=3)	...

Como P($W_{\Delta t}$=0) + P($W_{\Delta t}$=1) + P($W_{\Delta t}$=2) + P($W_{\Delta t}$=3) + ... = 1,

$$\text{tem-se que: } P(W_{\Delta t} = 0) = 1 - P(W_{\Delta t} = 1) - \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k).$$

Substituindo o valor de $P(W_{\Delta t} = 0)$ na equação **(2)**, tem-se:

$$P(W_{t+\Delta t} = 0) = P(W_t = 0) \;.\; \left[1 - P(W_{\Delta t} = 1) - \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right]$$

de onde se obtém,

$$P(W_{t+\Delta t} = 0) = P(W_t = 0) - P(W_t = 0) \,.\, \left[P(W_{\Delta t} = 1) + \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right]$$

ou ainda,

$$P(W_{t+\Delta t} = 0) - P(W_t = 0) = -\, P(W_t = 0) \,.\, \left[P(W_{\Delta t} = 1) + \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right]$$

Dividindo ambos os termos por Δt, tem-se:

$$\frac{P(W_{t+\Delta t}=0)-P(W_t=0)}{\Delta t} = -P(W_t=0).\left[\frac{P(W_{\Delta t}=1)}{\Delta t}+\sum_{k=2}^{\infty}\frac{P(W_{\Delta t}=k)}{\Delta t}\right]$$

Passando ao limite quando $\Delta t \to 0$ (Δt pequeno) tem-se:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(W_{t+\Delta t}=0)-P(W_t=0)}{\Delta t} = -P(W_t=0).\left[\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(W_{\Delta t}=1)}{\Delta t}+\sum_{k=2}^{\infty}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(W_{\Delta t}=k)}{\Delta t}\right] \quad \textbf{(3)}$$

Levando-se em consideração os experimentos realizados, é razoável admitir-se a hipótese (H_3) de que **em um intervalo de pequena duração a probabilidade de se obter uma emissão é diretamente proporcional ao comprimento do intervalo**, isto é, existe um λ, real positivo, tal que:

$P(W_{\Delta t}=1) = \lambda.\Delta t$ (ver texto sobre material radioativo) **(4)**

Admite-se, ainda, a hipótese (H_4) de que **em um intervalo de pequena duração a probabilidade de duas ou mais emissões é desprezível**, isto é,

$P(W_{\Delta t}=2) = P(W_{\Delta t}=3) = ... = 0$, ou equivalentemente, $P(W_{\Delta t}=k) = 0,\ \forall k \geq 2$ **(5)**

Substituindo (4) e (5) em (3), tem-se:

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{P(W_{t+\Delta t}=0)-P(W_t=0)}{\Delta t} = -P(W_t=0).\left[\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\lambda.\Delta t}{\Delta t}+\sum_{k=2}^{\infty}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{0}{\Delta t}\right]$$

De onde se tem:

$$P'(W_t=0) = -P(W_t=0).\lambda \quad \text{ou} \quad \frac{P'(W_t=0)}{P(W_t=0)} = -\lambda$$

Integrando ambos os membros dessa última igualdade, vem:

$$\int \frac{P'(W_t=0)}{P(W_t=0)}dt = \int(-\lambda)\,dt\text{, e, portanto,} \quad \int\frac{1}{P(W_t=0)}\,P'(W_t=0)dt = -\lambda\, t + c_1,$$

onde c_1 é real.

Assim, $\ln|P(W_t=0)| + c_2 = -\lambda t + c_1$, onde c_1 e c_2 são reais.

Como $P(W_t=0)\geq 0$, tem-se: $\ln P(W_t=0) = -\lambda t + (c_1 - c_2)$; considerando $c_3 = c_1 - c_2$, vem que: $\ln P(W_t=0) = -\lambda t + c_3$. e portanto, $e^{-\lambda t + c_3} = P(W_t=0)$,

ou ainda, $P(W_t=0) = e^{-\lambda t}.e^{c_3}$,isto é, $P(W_t=0) = e^{-\lambda t}.c_4$. **(6)**

É necessário admitir a hipótese (**H_5**) de que **a probabilidade de nenhuma ocorrência em um intervalo de tempo nulo é um**, isto é, se não tem intervalo de tempo para a observação, com certeza, nenhuma emissão poderá ser observada. Note que a hipótese H_5 é imediata, mas é uma condição, para que se possa criar o Modelo Teórico.

Com essa hipótese, tem-se que $P(W_0 = 0) = 1$; substituindo esse resultado em (6), tem-se que: $1 = e^{-\lambda.0}\,.\,c_4 \Rightarrow c_4 = 1$.

Dessa forma, chega-se a: $P(W_t = 0) = e^{-\lambda t}$, que é a probabilidade procurada.

Cálculo de $P(W_t = 1)$

Há dois casos exclusivos representados na Figura 18.

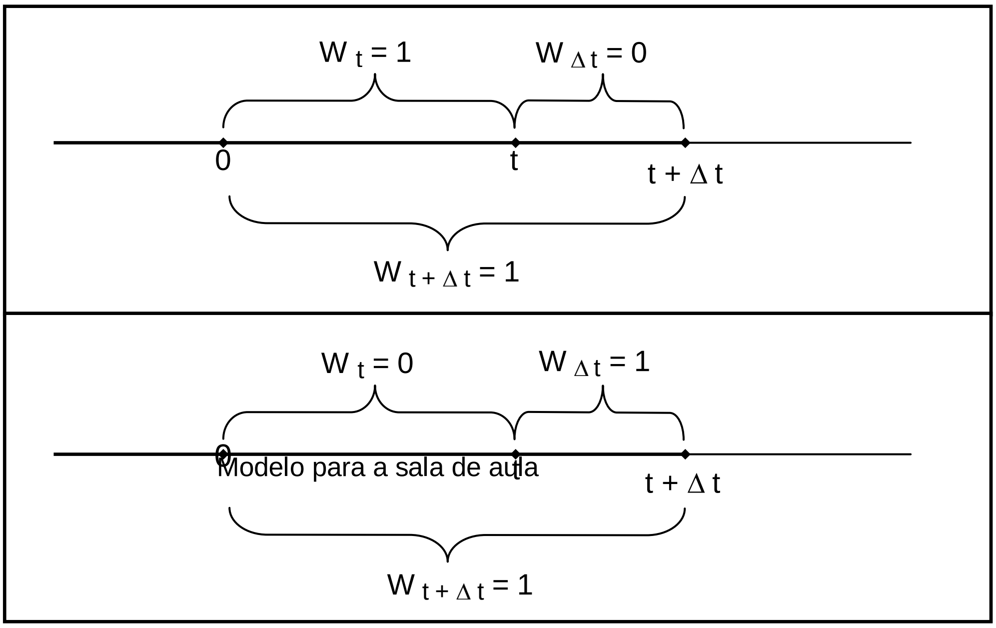

Figura 3. Emissão de uma partícula no intervalo [0, t+ Δt]

$$
\begin{aligned}
P(W_{t+\Delta t} = 1) &= P\left[(W_t = 1 \cap W_{\Delta t} = 0) \cup (W_t = 0 \cap W_{\Delta t} = 1)\right] = \\
&= P(W_t = 1 \cap W_{\Delta t} = 0) + P(W_t = 0 \cap W_{\Delta t} = 1) = \\
&= P(W_t = 1)\,.\,P(W_{\Delta t} = 0) + P(W_t = 0)\,.\,P(W_{\Delta t} = 1)
\end{aligned}
$$

Substituindo os valores obtidos anteriormente, tem-se:

$$P(W_{t+\Delta t} = 1) = P(W_t = 1)\,.\,\left[1 - P(W_{\Delta t} = 1) - \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right] + e^{-\lambda t}\,.\,P(W_{\Delta t} = 1)$$

$$P(W_{t+\Delta t} = 1) - P(W_t = 1) = -\,P(W_t = 1).\left[P(W_{\Delta t} = 1) + \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right] + e^{-\lambda t}.P(W_{\Delta t} = 1)$$

Dividindo por Δt ambos os membros da igualdade acima e levando ao limite quando $\Delta t \rightarrow 0$ chega-se a:

$$P'(W_t = 1) = -P(W_t = 1).[\lambda + 0] + e^{-\lambda t}.\lambda \text{ ou } P'(W_t = 1) = -P(W_t = 1).\lambda + e^{-\lambda t}.\lambda \quad \textbf{(7)}$$

A solução dessa última equação pode ser obtida, partindo-se da solução de:

$P'(W_t = 1) = -P(W_t = 1).\lambda$, que é o mesmo tipo de equação obtido anteriormente, cuja solução é: $P(W_t = 1) = e^{-\lambda t}.c_4$. A determinação do valor de c_4 é um pouco diferente; note que esta deve ser a solução da equação: $P'(W_t = 1) = -P(W_t = 1).\lambda + e^{-\lambda t}.\lambda$ e para tal, c_4 deve ser função de t. Admitindo, portanto, que $c_4 = c(t)$, tem-se: $P(W_t = 1) = e^{-\lambda t}.c(t)$ e conseqüentemente, $P'(W_t = 1) = -\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.c'(t)$. Substituindo esses dois resultados na equação (7), pode-se encontrar o valor de c(t).

De fato, $-\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.c'(t) = -\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.\lambda$, de onde se tem: $c'(t) = \lambda$ e por integração segue que $c(t) = \lambda.t + k$. Dessa forma, $P(W_t = 1) = e^{-\lambda t}.c_4 = e^{-\lambda t}.c(t)$ $\Rightarrow P(W_t = 1) = e^{-\lambda t}.\lambda.t + k$, onde k é um número real. Como $P(W_0 = 1) = 0$, pois, sem intervalo de tempo é impossível obter-se uma emissão, tem-se que: $0 = e^{-\lambda 0}.\lambda.0 + k \Rightarrow$ $k = 0$. Assim, a probabilidade procurada é: $P(W_t = 1) = e^{-\lambda t}.\lambda.t$

Cálculo de $P(W_t = 2)$

Existem três casos exclusivos a serem considerados: 2 e 0, 1 e 1, 0 e 2 representados na Figura 19.

$$\begin{aligned}P(W_{t+\Delta t} = 2) &= P[(W_t = 2 \cap W_{\Delta t} = 0) \cup (W_t = 1 \cap W_{\Delta t} = 1) \cup (W_t = 0 \cap W_{\Delta t} = 2)] = \\ &= P(W_t = 2 \cap W_{\Delta t} = 0) + P(W_t = 1 \cap W_{\Delta t} = 1) + P(W_t = 0 \cap W_{\Delta t} = 2) = \\ &= P(W_t = 2).P(W_{\Delta t} = 0) + P(W_t = 1).P(W_{\Delta t} = 1) + P(W_t = 0).P(W_{\Delta t} = 2)\end{aligned}$$

Substituindo-se os valores obtidos anteriormente vem:

$$P(W_{t+\Delta t} = 2) = P(W_t = 2).P(W_{\Delta t} = 0) + e^{-\lambda t}.\lambda\, t.P(W_{\Delta t} = 1) + e^{-\lambda t}.P(W_{\Delta t} = 2) =$$

$$= P(W_t = 2).\left[1 - P(W_{\Delta t} = 1) - \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right] + e^{-\lambda t}.\lambda\, t.P(W_{\Delta t} = 1) + e^{-\lambda t}.P(W_{\Delta t} = 2)$$ de

onde se obtém: $$P(W_{t+\Delta t} = 2) - P(W_t = 2) =$$

$$= -P(W_t = 2).\left[P(W_{\Delta t} = 1) + \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right] + e^{-\lambda t}.\lambda\, t.P(W_{\Delta t} = 1) + e^{-\lambda t}.P(W_{\Delta t} = 2) \text{ (Fig 4)}$$

Dividindo por Δt ambos os membros da igualdade acima e levando ao limite quando $\Delta t \to 0$, chega-se a:

$$P'(W_t = 2) = -P(W_t = 2).[\lambda + 0] + e^{-\lambda t}.\lambda\, t.\lambda + e^{-\lambda t}.0$$

ou $$P'(W_t = 2) = -P(W_t = 2).\lambda + e^{-\lambda t}.\lambda^2 t$$

A solução desta última equação pode ser obtida, partindo-se de $P'(W_t = 2) = -P(W_t = 2).\lambda$, que é o mesmo tipo de equação obtido anteriormente, cuja solução é: $P(W_t = 2) = e^{-\lambda t}.c_5$.

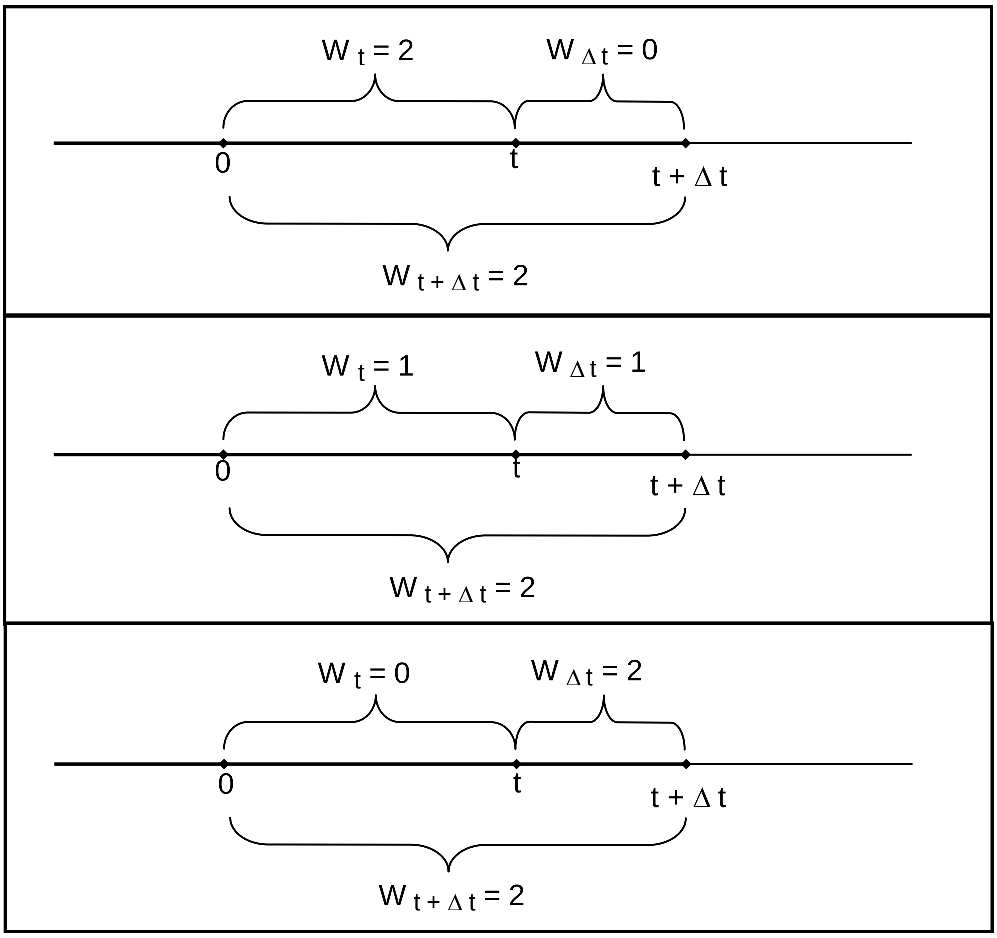

Figura 4. Emissão de duas partículas no intervalo [0, t+Δ t]

A determinação do valor de c_5 é feita de modo análogo ao que foi feito para c_4. Note que $P(W_t = 2) = e^{-\lambda t}.c_5$, deve ser a solução da equação:

$$P'(W_t = 2) = -P(W_t = 2).\lambda + e^{-\lambda t}.\lambda^2 t \qquad \textbf{(8)}$$

e para tal, c_5 deve ser função de t. Admitindo $c_5 = c(t)$, tem-se:

$$P(W_t = 2) = e^{-\lambda t}.c(t) \text{ e conseqüentemente, } P'(W_t = 2) = -\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.c'(t).$$

Substituindo-se esses dois resultados na equação (8), pode-se encontrar o valor de c(t). De fato, $-\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.c'(t) = -\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.\lambda^2 t$

De onde se tem: c' (t) = $\lambda^2 t$. Integrando, tem-se que c (t) = $\dfrac{\lambda^2 t^2}{2}$ + k. Dessa forma,

$P(W_t = 2) = e^{-\lambda t}.c_5 = e^{-\lambda t}.c(t) \Rightarrow P(W_t = 2) = e^{-\lambda t}.\left(\dfrac{\lambda^2 t^2}{2} + k\right)$, onde k é uma constante

Como P(W_0 = 2) = 0, isto é, se não há intervalo de tempo é impossível observar duas emissões, tem-se que: 0 = $e^{-\lambda\, 0}.\left(\dfrac{\lambda^2 0^2}{2}+k\right) \Rightarrow$ k = 0.

Assim, a probabilidade procurada é: $P(W_t = 2) = e^{-\lambda\, t}.\dfrac{\lambda^2 t^2}{2} = e^{-\lambda\, t}.\dfrac{(\lambda t)^2}{2}$.

Cálculo de P(W_t = 3)

Existem quatro casos exclusivos a serem considerados.

$$
\begin{aligned}
&P(W_{t+\Delta t} = 3) = \\
&= P[(W_t = 3 \cap W_{\Delta t} = 0) \cup (W_t = 2 \cap W_{\Delta t} = 1) \cup (W_t = 1 \cap W_{\Delta t} = 2) \cup (W_t = 0 \cap W_{\Delta t} = 3)] = \\
&= P(W_t = 3 \ \cap \ W_{\Delta t} = 0) + P(W_t = 2 \ \cap \ W_{\Delta t} = 1) + P(W_t = 1 \ \cap \ W_{\Delta t} = 2) + \\
&+ P(W_t = 0 \ \cap \ W_{\Delta t} = 3) = \\
&= P(W_t = 3).P(W_{\Delta t} = 0) + P(W_t = 2).P(W_{\Delta t} = 1) + P(W_t = 1).P(W_{\Delta t} = 2) + \\
&+ P(W_t = 0).P(W_{\Delta t} = 3)
\end{aligned}
$$

Substituindo-se os valores obtidos anteriormente, obtém-se:

$$
\begin{aligned}
&P(W_{t+\Delta t} = 3) = \\
&= P(W_t = 3).P(W_{\Delta t} = 0) + e^{-\lambda\, t}.\frac{\lambda^2\, t^2}{2}.P(W_{\Delta t} = 1) + e^{-\lambda\, t}.\lambda\, t.P(W_{\Delta t} = 2) + e^{-\lambda\, t}\, P(W_{\Delta t} = 3) = \\
&= P(W_t = 3).\left[1 - P(W_{\Delta t} = 1) - \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right] + e^{-\lambda\, t}.\frac{\lambda^2\, t^2}{2}.P(W_{\Delta t} = 1) + e^{-\lambda\, t}.\lambda\, t.P(W_{\Delta t} = 2) + \\
&+ e^{-\lambda\, t}\, P(W_{\Delta t} = 3)
\end{aligned}
$$

Pode-se escrever, portanto, que:

$$
\begin{aligned}
&P(W_{t+\Delta t} = 3) - P(W_t = 3) = \\
&= -\ P(W_t = 3).\left[P(W_{\Delta t} = 1) + \sum_{k=2}^{\infty} P(W_{\Delta t} = k)\right] + e^{-\lambda\, t}.\frac{\lambda^2\, t^2}{2}.P(W_{\Delta t} = 1) + e^{-\lambda\, t}.\lambda\, t.P(W_{\Delta t} = 2) + \\
&+ e^{-\lambda\, t}\, P(W_{\Delta t} = 3)
\end{aligned}
$$

Dividindo por Δt ambos os membros da igualdade acima e levando ao limite quando $\Delta t \rightarrow 0$, chega-se a:

$$P'(W_t = 3) = -P(W_t = 3).[\lambda + 0] + e^{-\lambda\, t}.\frac{\lambda^2\, t^2}{2}.\lambda + e^{-\lambda\, t}.\lambda\, t.0 + e^{-\lambda\, t}.0$$

$$\text{ou, } P'(W_t = 3) = -P(W_t = 3).\lambda + e^{-\lambda\, t}.\frac{\lambda^3 t^2}{2}$$

A solução desta última equação pode ser obtida, partindo-se da solução de $P'(W_t = 3) = -P(W_t = 3).\lambda$, que é o mesmo tipo de equação obtido antes; assim, $P(W_t = 3) = e^{-\lambda\, t}.c_6$.

A determinação do valor de c_6 é feita de modo análogo ao que foi feito para c_4. Note que $P(W_t = 3) = e^{-\lambda t} . c_6$, deve ser a solução da equação:

$$P'(W_t = 3) = -P(W_t = 3).\lambda + e^{-\lambda t}.\frac{\lambda^3 t^2}{2} \qquad \textbf{(9)}$$

e para tal, c_6 deve ser função de t. Admitindo $c_6 = c(t)$, tem-se:

$$P(W_t = 3) = e^{-\lambda t} . c(t) \text{ e conseqüentemente, } P'(W_t = 3) = -\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.c'(t)$$

Substituindo os dois resultados na equação (9), pode-se encontrar o valor de c(t). De fato, $-\lambda.e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.c'(t) = -\lambda . e^{-\lambda t}.c(t) + e^{-\lambda t}.\frac{\lambda^3 t^2}{2}$, de onde se tem:

$$c'(t) = \frac{\lambda^3 t^2}{2}, \text{ que integrando, chega-se a: } c(t) = \frac{\lambda^3 t^3}{2.3} + k.$$

Dessa forma, $P(W_t = 3) = e^{-\lambda t} . c_6 = e^{-\lambda t}.c(t) \Rightarrow P(W_t = 3) = e^{-\lambda t}.\left(\frac{\lambda^3 t^3}{3.2} + k\right)$, k é cte.

Como $P(W_0 = 3) = 0$, tem-se que: $0 = e^{-\lambda 0}.\left(\frac{\lambda^3 0^3}{3.2} + k\right) \Rightarrow k = 0$.

Assim, a probabilidade procurada é: $P(W_t = 3) = e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^3}{3!}$.

Apoiado nos resultados anteriores, pode-se fazer a conjectura de que a distribuição de probabilidades da variável aleatória W_t: número de partículas emitidas em um intervalo de duração t é dada pela fórmula:

$$P(W_t = k) = e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad \text{para } k = 0, 1, 2, 3, 4, ...$$

A fórmula é a representação algébrica dos valores da Tabela 3.

Tabela 3. Distribuição de probabilidades da variável aleatória W_t

W_t	0	1	2	3	4	...
$P(W_t)$	$e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^0}{0!}$	$e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^1}{1!}$	$e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^2}{2!}$	$e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^3}{3!}$	$e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^4}{4!}$	...

A fim de constatar que a conjectura feita define uma distribuição de probabilidades, é necessário verificar se a soma das probabilidades é igual a um. De fato: $P(W_t = 0) + P(W_t = 1) + P(W_t = 2) + P(W_t = 3) + P(W_t = 4) + ... =$

$$= e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^0}{0!} + e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^1}{1!} + e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^2}{2!} + e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^3}{3!} + e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^4}{4!} + ...=$$

(colocando-se $e^{-\lambda t}$ em evidência e usando-se o resultado do desenvolvimento em série de Mac Laurin da função $e^{\lambda t}$, tem-se o resultado a seguir)

$$= e^{-\lambda t}\left[\frac{(\lambda t)^0}{0!} + \frac{(\lambda t)^1}{1!} + \frac{(\lambda t)^2}{2!} + \frac{(\lambda t)^3}{3!} + \frac{(\lambda t)^4}{4!} + ...\right] = e^{-\lambda t}.e^{\lambda t} = e^0 = 1.$$

A variável aleatória discreta W_t definida por: número de partículas emitidas em um intervalo de duração t tem distribuição de probabilidades dada pela fórmula:

$$P(W_t = k) = e^{-\lambda t}.\frac{(\lambda t)^k}{k!} \quad \text{para } k = 0, 1, 2, 3, 4,.....$$

e é definida como sendo uma variável aleatória discreta com distribuição de Poisson e parâmetro λt, cuja representação é: $W_t \sim P(\lambda t)$.

As Hipóteses de Poisson

As cinco hipóteses que foram necessárias, a fim de se construir o Modelo de Poisson são conhecidas com o nome de Hipóteses de Poisson ou Postulados de Poisson:

H_1. A distribuição do número de emissões é a mesma para todos os intervalos da partição. As variáveis aleatórias associadas ao número de emissões em intervalos de tempo não sobrepostos são independentes.

H_2. Os números de ocorrências registrados nos intervalos de tempo da partição são independentes entre si. O nº de partículas emitidas tem a mesma distribuição, em qualquer intervalo; ele depende apenas do comprimento do intervalo e não dos extremos.

H_3. Em um intervalo de pequena duração, a probabilidade de se obter uma emissão é diretamente proporcional ao comprimento do intervalo. Em um intervalo suficientemente pequeno, a probabilidade de haver só uma emissão é diretamente proporcional ao comprimento do intervalo: $P(W_{\Delta t} = 1) = \lambda.\Delta t$.

H_4. Em **um intervalo de pequena duração a probabilidade de duas ou mais emissões é desprezível.** Em um intervalo suficientemente pequeno, a probabilidade de haver duas ou mais emissões é desprezível, isto é, $P(W_{\Delta t} = k) \cong 0,$ para todo $k \geq 2$.

H_5. A probabilidade de nenhuma ocorrência em um intervalo de tempo nulo é um. Chamada condição inicial do modelo, se t = 0, (comprimento do intervalo de tempo é zero) com certeza não teremos emissões, isto é, $P(W_0 = 0) = 1$. Como conseqüência, $P(W_0 = k) = 0$, para todo $k \geq 1$.