Prova P1 de AIII – Curso C.C. – Profa. Lydia – 29.09.2014

Nome____Assin.________________________________

1) Mostre que o conjunto $W = \{(x,y) \in R^2 / y = 0\}$ é um subespaço vetorial do R^2.

$W = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = 0\} = \{(x,0) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

$(0,0) \in W \Rightarrow W \neq \emptyset$.

$\forall\, u, v \in W : u = (x_1, 0)$ e $v = (x_2, 0)$.

1) $u + v = (x_1 + x_2, 0) \in W$.

2) $\forall\, K \in \mathbb{R}$, $K \cdot u = (K x_1, 0) \in W$.

$\therefore$ W é subespaço vetorial do $\mathbb{R}^2$.

2) Determinar quais dos subconjuntos do R^3, abaixo, são linearmente independentes. Justificar.

a) A = { (1,0,0) , (0,1,0) , (0,0,1) , (2,3,1) }
b) B = { (0,0,0) , (1,2,3) , (-1,3,5) }
c) C = { (1,2,1) , (0,1,-1) , (2,1,3) }

a) A é L.D pois dim $\mathbb{R}^3 = 3$ e A tem 4 vetores.

b) B é L.D. pois $(0,0,0) \in B$.

c) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 - 4 - 2 + 1 = -2 \neq 0$

C é L.I.

3) Determinar uma base e a dimensão de $V = \{(x, y, z) \in R^3 / x - 3z = 0\}$.

$V = \{(x,y,z) \in R^3 \mid x - 3z = 0\} = \{(x,y,z) \in R^3 \mid x = 3z\} =$
$= \{(3z, y, z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$.

$(3z, y, z) = z(3, 0, 1) + y(0, 1, 0)$

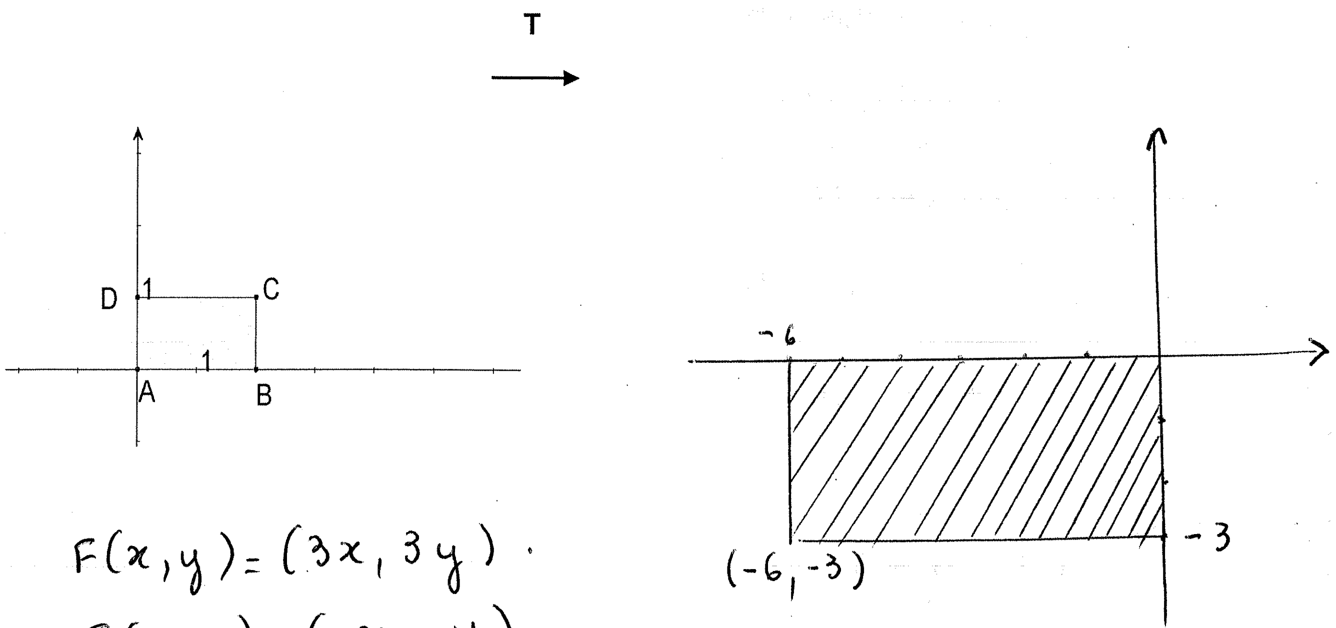
$[(3,0,1), (0,1,0)] = V$

$x(3,0,1) + y(0,1,0) = (0,0,0) \Rightarrow x = y = 0$

$\{(3,0,1), (0,1,0)\}$ é L. I.

Portanto $B = \{(3,0,1), (0,1,0)\}$ é base de V e $\dim V = 2$

4) Sejam as seguintes transformações no plano: F é uma homotetia de razão 3 e G é a simetria em torno da origem. Determinar a expressão algébrica de F, G e T=FoG e aplicar a composta T para determinar a imagem da região abaixo indicada:



$F(x,y) = (3x, 3y)$.

$G(x,y) = (-x, -y)$

$T = F \circ G \Rightarrow T(x,y) = F(G(x,y)) = F(-x,-y) = (-3x, -3y)$

$T(x,y) = (-3x, -3y)$.

5) Escrever o vetor u=(2,1,4) do R^3 como combinação linear dos vetores da base B={(1,1,1) , (1,0,1) , (1,0,-1)}.

$$x(1,1,1) + y(1,0,1) + z(1,0,-1) = (2,1,4).$$

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + 0y + 0z = 1 \Rightarrow x = 1 \\ x + y - z = 4 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} y + z = 1. \\ y - z = 3 \end{matrix} \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow = 2.$$

$$z = 1 - 2 = -1.$$

$$(2,1,4) = 1(1,1,1) + 2(1,0,1) - 1(1,0,-1).$$