

Texto Probabilidade - Experimento aleatório, Espaço amostra

A *Estatística* divide-se em três ramos de estudo: *Descritiva* (coleta, organização e análise de dados), *Probabilidade* (modelagem matemática dos experimentos - construção da teoria e de modelos) e *Inferência* (testes e estimações). A seguir, apresentamos a introdução de alguns conceitos iniciais. As experiências que focaremos em nosso estudo são aquelas denominadas experimentos aleatórios.

Experimento Aleatório: toda experiência ao acaso, em que: conhecem-se antecipadamente TODOS os possíveis resultados, pode-se repetir a experiência quantas vezes quisermos (mais ou menos nas mesmas condições), porém, não se pode prever qual resultado ocorrerá em qualquer das repetições e depois de "muitas" repetições tem-se uma regularidade no fenômeno.

Um exemplo: o lançamento de uma moeda é um experimento aleatório, porque sabemos que os resultados possíveis são cara e coroa (não se admite moeda em pé), podemos lançar essa moeda muitas vezes, cada vez que lançamos a moeda não podemos prever qual dos dois resultados ocorrerá e, se lançarmos muitas vezes essa moeda e anotarmos em um gráfico os resultados da fração: número de caras (ou de coroas) obtidas pelo número de lançamentos efetuados, observamos uma tendência (ou convergência) dos valores das frações obtidas: se esse número for aproximadamente 0,53, podemos dizer que essa moeda tende a ser viciada (centro de massa não está no "meio" da moeda, não é equilibrada, não é honesta) e o vício é tal que a face cara tem 53% de chance de ocorrer quando essa moeda for lançada (consequentemente, 47% de ocorrer coroa); se esse número for aproximadamente 0,5, podemos dizer que essa moeda tende a ser honesta, ou seja, cada vez que essa moeda é lançada, tem-se 50% de chance de cara (50% de chance de coroa).

Uma experiência interessante: pegue uma moeda e lance 100 vezes, anotando os resultados obtidos. Construa um gráfico cartesiano, em que o número de lançamentos seja representado na abscissa e o resultado da fração: número de caras obtidas dividido pelo número de lançamentos efetuados representado na ordenada. É suficiente que você faça os cálculos e a representação a cada dez lançamentos da moeda. Observe a tendência no gráfico.

Outros exemplos: lançamento de um dado, retirada de uma carta de um baralho comum com 52 cartas, sorteio de uma bola de uma urna que contém 5 bolas azuis, 2 pretas e 4 vermelhas, etc..

Baralho: em nossa disciplina faremos uso do baralho comum com 52 cartas. Para efeito de resolução das situações que serão propostas, você precisa saber que essas 52 cartas são divididas em 26 vermelhas e 26 pretas. As 26 vermelhas, são divididas em 13 de ouros e 13 de copas e as 26 pretas em 13 de paus e 13 de espadas. Ouros, copas, paus e espadas são conhecidos como naipes do baralho. Assim, temos 13 cartas de cada naipe, sendo nove delas numeradas, com os dígitos: 2, 3, 4,

5, 6, 7, 8, 9 e 10 e quatro com letras, sendo: A, J, Q e K, denominadas Az, Valete, Dama e Rei. Apenas as três cartas com as letras J, Q e K são denominadas figuras do baralho.

Exercício: cite mais 3 exemplos de experimentos aleatórios.

Iniciando a modelagem matemática dos experimentos aleatórios com vistas à construção da Teoria das Probabilidades: já que nos experimentos aleatórios conhecemos antecipadamente TODOS os resultados possíveis, faremos a modelagem desses resultados valendo-nos da Teoria dos Conjuntos. O conjunto que contém todos os resultados de um experimento aleatório representados é denominado Espaço amostra associado a esse experimento.

Espaço amostra: é um conjunto em que os elementos representam os resultados de um experimento aleatório e todo resultado do experimento está representado por algum elemento desse conjunto. Em nossa disciplina esse conjunto será denotado por Ω (letra grega: ômega maiúsculo). Observamos que na bibliografia esse conjunto também é denotado por S .

Exemplos: Determine o espaço amostra associado ao experimento aleatório:

1. lançar uma moeda e observar o resultado da face superior. Pela Teoria dos Conjuntos, o espaço amostra associado a esse experimento pode ser representado de várias maneiras. Por exemplo: $\Omega = \{x, y\}$ em que x é cara e y é coroa, ou, $\Omega = \{cara, coroa\}$, ou, $\Omega = \{\odot, \ominus\}$, ou ainda, $\Omega = \{c, k\}$. Note que qualquer das representações está correta, segundo a definição apresentada e a Teoria dos Conjuntos. Adotaremos a representação mais comumente utilizada que é $\Omega = \{c, k\}$, em que c representa cara e k representa coroa e não precisamos colocar legenda.
2. lançar um dado e observar o resultado da face superior. Dentro as várias possibilidades, adotaremos a mais simples que é $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, em que cada dígito representa o número de bolinhas de uma face.
3. lançar duas moedas e observar as faces superiores. Nesse exemplo, temos uma observação importante: sempre iremos considerar a ordem dos resultados nas etapas do experimento. Assim, os resultados: cara em uma moeda e coroa na outra é diferente de cara "na outra" e coroa "na uma". Entre as várias formas de representarmos os resultados de experimentos com duas etapas, como é o caso, adotaremos os pares ordenados. Portanto, o espaço amostra associado a esse experimento será representado por: $\Omega = \{(c, c), (c, k), (k, c), (k, k)\}$.

Exercício: Determine o espaço amostra associado a cada experimento aleatório definido a seguir:

- a) lançar dois dados;
- b) lançar três moedas;
- c) lançar um dado até sair face 2 pela 1ª vez;
- d) sortear, ao acaso, duas cartas, com reposição, de uma caixa que contém 10 cartas indistintas a menos do número estampado em cada uma, a saber: 9, 9, 9, 9, 9, 12, 12, 12, 12, 18;
- e) idem ao (d), sem reposição.