Texto Probabilidade - Eventos - Classe de eventos

Fazendo um paralelo com os jogos, ou loterias, pode-se associar que o experimento aleatório é o jogo, ou sorteio, e que o espaço amostra é o conjunto de todos os resultados possíveis desse jogo.

O próximo passo da modelagem matemática é modelar as apostas. Lembremos que podemos não apostar, ou, fazer apostas simples, isto é, apostar em um único possível resultado do experimento (ou jogo), ou apostar em dois resultados possíveis, ou, assim por diante, até o caso em que podemos apostar em todos os resultados possíveis do experimento, que se for um jogo vai custar muito caro!

Dessa forma, observamos que qualquer dos casos possíveis de apostas, estamos nos referindo a "partes" do espaço amostra que, segundo a Teoria dos Conjuntos, denominamos subconjuntos. Tais subconjuntos são denominados eventos.

Evento: qualquer subconjunto do espaço amostra associado a um experimento. Utilizaremos letras maiúsculas do nosso alfabeto para representá-los.

Por exemplo: No lançamento de dois dados, determine o evento *A*: ocorrerem faces iguais. Não iremos construir o espaço amostra associado a esse experimento, porque já foi feito em exercício. Assim, $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$. Podemos dizer que o sujeito que faz essa aposta tem chance razoável de ganhar o prêmio, considerando que, se na hora do lançamento dos dois dados, ocorrer qualquer dos seis resultados em que ele apostou, ele ganha a aposta, embora possa precisar dividir o prêmio, caso outro sujeito também tenha apostado no resultado sorteado. Observe que o lançamento dos dois dados é realizado uma única vez! Como, enquanto não são encerradas as apostas, o lançamento não é realizado, podemos fazer algumas escolhas, conforme o dinheiro disponível. Dizemos que o *evento A ocorre*, quando o resultado do lançamento é um dos resultados que constam no conjunto *A*.

Alguns eventos são particularmente importantes e, por esse motivo, são especificamente nomeados. Vejamos, por meio de exemplo, cada um deles.

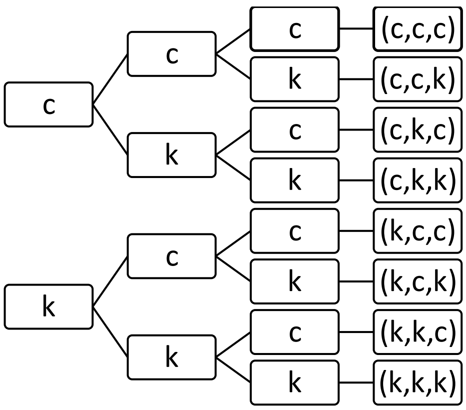
Evento impossível: Determine o evento *B*: ocorre bola branca ao se sortear uma bola de uma urna que tem 3 bolas verdes e 4 bolas azuis. Como é impossível que se obtenha bola branca nessa extração, teremos $B = \{ \quad \}$, ou, também podemos representar $B = \phi$ (conjunto vazio).

Evento elementar, ou, *evento simples*: Determine o evento *C*: ocorrer 3 caras no lançamento de três moedas. Evidentemente só tem um resultado, dentre aqueles do espaço amostra, que satisfaz essa condição. Assim, $C = \{(c, c, c)\}$.

Evento certo: Determine o evento *D*: ocorrer número inferior a 8 no lançamento de um dado. Obviamente, quem faz essa aposta, vai pagar muito caro por ela, já que certamente vai ganhar, porque qualquer resultado do espaço amostra pertence ao evento *D*. Assim, $D = \{1,2,3,4,5,6\}$.

Evento Complementar: Determine o evento *E*: ocorrem duas coroas no lançamento de três moedas. Evidentemente, o evento: não ocorrem duas coroas é o complementar do evento *E*. Da Teoria dos Conjuntos, se um conjunto é o complementar de outro, a intersecção entre eles é vazia e a união dos dois é o conjunto universo. No caso da probabilidade, o conjunto universo, associado a cada experimento, é o espaço amostra. Assim, se denotarmos por $\bar{E}$ o complementar do evento *E*, temos que: $E \cap \bar{E} = \emptyset$ e $E \cup \bar{E} = \Omega$. A construção do espaço amostra associado ao experimento de lançamento de três moedas pode ser facilitado com a construção de um "diagrama de árvore de possibilidades", apresentado a seguir:

1ª moeda 2ª moeda 3ª moeda espaço amostra



Assim, $\Omega = \{(c,c,c),(c,c,k),(c,k,c),(c,k,k),(k,c,c),(k,c,k),(k,k,c),(k,k,k)\}$

O evento *E*: ocorrem duas coroas será: $\text{E} = \{(c,k,k),(k,c,k),(k,k,c)\}$. Observamos que, quando se diz ocorrem duas coroas, deve-se entender que ocorrem *exatamente* duas coroas.

O evento complementar de *E*, ou seja, $\bar{E}$: não ocorrem duas coroas, será: $\bar{E} = \{(c,c,c),(c,c,k),(c,k,c),(k,c,c),(k,k,k)\}$.

Eventos mutuamente exclusivos: esse conceito é particularmente importante quando nos referirmos aos jogos de azar, a fim de aumentarmos as chances de ganho. Consideremos que duas pessoas resolver fazer uma aposta em um jogo no qual um dado será lançado. A pessoa X aposta nas faces 4 e 6 e a pessoa Y aposta nas faces 1, 3 e 6. Se as duas resolvem juntar as apostas e combinar de dividir o prêmio proporcionalmente às apostas, será que a aposta feita pelas duas pessoas foi a melhor aposta que poderiam fazer a fim de ter a maior chance de ganho com o dinheiro gasto? Certamente, você deve ter dito que não, porque as duas apostaram no 6. Se elas tivessem as apostas sem repetição de nenhum número, teriam maior chance do que aquela que fizeram. Esse exemplo evidencia a importância de apostas que não tenham elementos comuns, ou seja, com intersecção vazia, ou conjuntos disjuntos. No caso da Teoria das Probabilidades, quando dois eventos não têm resultados comuns, eles são ditos mutuamente exclusivos. No caso de mais de dois eventos, dois a dois mutuamente exclusivos, eles são ditos exclusivos.

Sempre que estamos analisando as apostas de um jogo, precisamos conhecer todas as apostas possíveis. Para modelar essa ideia, segundo a Teoria dos Conjuntos, basta considerarmos o conjunto de todos os subconjuntos do espaço amostra. Na Teoria das Probabilidades esse conceito é denominado classe de eventos associado ao espaço amostra.

Classe de eventos de um experimento aleatório: é conjunto de todos os eventos do espaço amostra associado a esse experimento. Denotaremos por $\mathcal{C}(\Omega)$ a classe de eventos de Ω.

Por exemplo: Determine a classe de eventos do lançamento de uma moeda.

Como $\Omega = \{\mathrm{c}, \mathrm{k}\}$, então $\mathcal{C}(\Omega) = \{\phi, \{c\}, \{k\}, \Omega\}$. Note que tem os eventos impossível e certo!

Outro exemplo: Determine a classe de eventos associada ao espaço amostra $\Omega = \{\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c}\}$.

$\mathcal{C}(\Omega) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}, \{\mathrm{a}, \mathrm{c}\}, \{\mathrm{b}, \mathrm{c}\}, \Omega\}$. Observe que há uma grande diferença nas representações matemáticas: (a, b) e $\{\mathrm{a}, \mathrm{b}\}$. A primeira é um par ordenado e corresponde a um resultado de um experimento que tem duas etapas, sendo que ocorreu a na primeira etapa e b na segunda. A segunda é um conjunto e corresponde a dois resultados de um experimento que tem uma etapa, sendo, portanto, uma aposta dupla.

Exercícios:

1. No lançamento de 3 moedas, descreva os eventos:

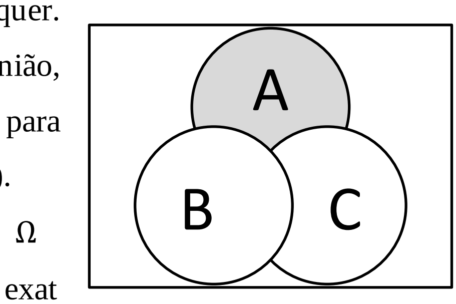
A: faces iguais; B: pelo menos uma cara; C: no máximo uma cara;

D: não mais do que uma coroa; E: mais de 3 coroas; F: não mais do que 3 coroas.

2. Considere a experiência que consiste em pesquisar famílias com três crianças, em relação ao sexo, segundo a ordem de nascimento. Enumerar os eventos:

- **A.** ocorrência de dois filhos;
- **B.** ocorrência de pelo menos um filho;
- **C.** ocorrência de no máximo duas crianças do sexo feminino.

3. Sejam A, B e C três eventos de um espaço amostral qualquer. Exprimir os eventos abaixo, usando as operações reunião, intersecção e complementação (utilize o Diagrama de Venn para auxiliar na visualização - veja o exemplo do item I resolvido).



- **I.** somente A ocorre; $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$
- **II.** A e C ocorrem, mas B não;
- **III.** pelo menos um ocorre;
- **IV.** exatamente um ocorre;
- **V.** nenhum ocorre;
- **VI.** exatamente dois ocorrem;
- **VII.** pelo menos dois ocorrem;
- **VIII.** no máximo dois ocorrem.

4. No lançamento de dois dados, determine os eventos:

- **A.** a soma dos pontos é 8;
- **B.** o máximo entre os dois pontos obtidos é 4.

5. Determine a classe de eventos do espaço amostra associado ao experimento aleatório: sortear uma bola de uma urna que contém três bolas azuis, duas verdes e uma branca.