GABARITO
EXERCÍCIOS SOBRE GRAMÁTICAS

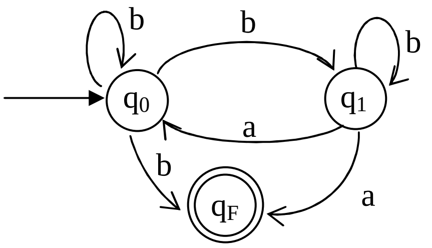
1) Qual é a linguagem gerada pelas gramáticas abaixo:

a) G_1 = { V, T, P, S } , com

V = { S, A } , T = { a, b } , S : símbolo inicial e

P = { S → bS | bA | b ; A → aS | bA | a }

Solução: a) Como G_1 é regular, podemos construir o AF:



$\Longrightarrow$ (b+bb*a)*b + b*b(b+ab*b)*a

L (G_1) = { $w \in \Sigma$ = (a,b) | em w, cada ***a*** é precedido por pelo menos um ***b*** ou w é constituída apenas por ***b's*** }

b) G_2 = { V, T, P, S } , com

V = { S, A, B } , T = { a, b } , S : símbolo inicial e

P = { S → BAB | ABA ; A → AB | aA | ab ; B → BA | b }

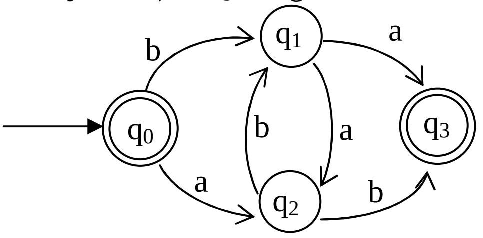
Solução: b) Não fiz

c) G_3 = { V, T, P, S } , com

V = { S, A, B } , T = { a, b } , S : símbolo inicial e

P = { S → aB | bA | ε ; A → a | aB ; B → b | bA }

Solução: c) G_3 é regular. O AF correspondente é:



$\Longrightarrow$ L (G_3) é representada pela E.R.

(b +ab) (ab)*a+(a+ba) (ba)*b + ε

2) As gramáticas abaixo descritas foram propostas para gerar todas as possíveis cadeias de $\Sigma = \{ a, b \}$ que possuem número de ***a's*** = números de ***b's.***
Verifique se este fato é verdadeiro; não sendo, apresente contra-exemplos. (obs: a cadeia vazia não precisa, necessariamente, ser gerada pela gramática)

a) $G_4 = \{ V, T, P, S \}$, com
$V = \{ S \}$, $T = \{ a, b \}$, $P = \{ S \rightarrow aSb \mid bSa \mid \varepsilon \}$

Solução: **a)** G_4 não gera todas as possíveis cadeias com $|w|_a = |w|_b$.
Por exemplo, com G_4 não é possível gerar a cadeia **abba**

b) $G_5 = \{ V, T, P, S \}$, com
$V = \{ S \}$, $T = \{ a, b \}$, $P = \{ aSbS \mid bSaS \mid \varepsilon \}$

Solução: **b)** $G_5 \rightarrow$ **OK**

c) $G_6 = \{ V, T, P, S \}$, com
$V = \{ S \}$, $T = \{ a, b \}$, $P = \{ S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \varepsilon \}$

Solução: **c)** $G_6 \rightarrow$ **OK**

d) $G_7 = \{ V, T, P, S \}$, com
$V = \{ S \}$, $T = \{ a, b \}$, $P = \{ S \rightarrow abS \mid baS \mid aSb \mid bSa \mid \varepsilon \}$

Solução: **d)** G_7 não gera todas as possíveis cadeias; por exemplo, não gera **aabbabba**

e) $G_8 = \{ V, T, P, S \}$, com
$V = \{ S \}$, $T = \{ a, b \}$, $P = \{ S \rightarrow aSb \mid bSa \mid abS \mid baS \mid Sab \mid Sba \mid \varepsilon \}$

Solução: **e)** $G_8 \rightarrow$ **OK**

f) $G_9 = \{ V, T, P, S \}$, com
$V = \{S, A, B \}$, $T = \{ a, b \}$, S : símbolo inicial e
$P = \{ S \rightarrow aB \mid bA \; ; \; A \rightarrow a \mid SA \; ; \; B \rightarrow b \mid SB \}$

Solução: **f)** G_9 não gera todas as cadeias com $|w|_a = |w|_b$. Por exemplo, com G_9 não conseguimos gerar nenhuma cadeia iniciada e terminada pelo mesmo símbolo. Faça o teste, por exemplo, com a cadeia **abba**

3) Propor gramáticas para gerar as linguagens abaixo especificadas:

a) $L_1 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid |w|_a = 2|w|_b \}$

Solução: a) L_1 pode ser gerada por
$G = \{ \{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S \}$ com

$$P = \begin{cases} S \rightarrow AAB \mid ABA \mid BAA \; ; \; A \rightarrow a \mid BAAA \mid ABAA \mid AABA \mid AAAB; \\ B \rightarrow b \mid AABB \mid ABAB \mid ABBA \mid BAAB \mid BABA \end{cases}$$

b) $L_2 = \{ a^m b^n c^p \mid m, n, p > 0 \}$

Solução: b) L_2 pode ser gerada por
$G = \{ \{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S \}$ com

$P = \{ S \rightarrow ABC \; ; \; A \rightarrow a \mid aA \; ; \; B \rightarrow b \mid bB \; ; \; C \rightarrow c \mid cC \}$ ou então, com

$P = \{ S \rightarrow aA \; ; \; A \rightarrow aA \mid bB \; ; \; B \rightarrow bB \mid cC \; ; \; C \rightarrow \varepsilon \mid cC \}$

c) $L_3 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w$ não possui dois ***a's*** consecutivos $\}$

Solução: c) L_3 pode ser gerada por
$G = \{ \{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S \}$ com
$P = \{ S \rightarrow aB \mid bS \mid b \mid \varepsilon \; ; \; A \rightarrow bA \mid aB \mid b \; ; \; B \rightarrow bA \mid a \}$
(observe que L_3 é regular)

d) $L_4 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w$ possui mais ***a's*** do que ***b's*** $\}$

Solução: d) $G = \{ \{S\}, \{a, b\}, P, S \}$ com
$P = \{ S \rightarrow aS \mid aSbS \mid bSaS \mid a \}$

Obs: Na gramática proposta, as cadeias sempre terminam por **a**
PENSEM **NUMA SOLUÇÃO MELHOR!**

e) $L_5 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid |w|$ é impar e o símbolo do meio é igual a ***a*** $\}$

Solução: e) L_5 pode ser gerada por
$G = \{ \{S, X\}, \{a, b\}, P, S \}$ com

$P = \{ S \rightarrow XSX \mid a \; ; \; X \rightarrow a \mid b \}$

4) Seja G = {{S, A} , {a, b}, P, S } , com P = { S → AA, A → AAA | bA | Ab | a }.

Apresente 2 conjuntos de derivações distintos para gerar a cadeia ***aba***.

Solução:

1^{a}) S => AA => $\underbrace{a}$A => a$\underbrace{bA}$ => aba

2^{a}) S => AA => $\underbrace{Ab}$A => $\underbrace{a}$bA => ab$\underbrace{a}$

Em "Teoria da Computação 2- TC2" vocês vão aprender que, quando isso ocorre, dizemos que a gramática é ambígua.

5) Construa uma gramática para cada uma das seguintes linguagens sobre o alfabeto { 0, 1} :

a) (0 +1) *10*

Solução a)

G = { { S, A , B } , { 0, 1 }, P, S } com

P = { S → A1B ; A → 0A | 1A | ε ; B → 0B | ε }

b) palavras com a mesma quantidade de zeros e uns

Solução b)

G = { { S } , { 0, 1 }, P, S } com

P = { S → 0S1S | 1S0S | ε }

c) palavras w tal que o comprimento de w é ímpar

Solução c)

G = { { S, A } , { 0, 1 }, P, S } com

$$P \begin{cases} S \rightarrow 0A \mid 1A \mid 0 \mid 1 \; \} \\ A \rightarrow 0S \mid 1S \; \} \end{cases}$$

d) $\{0^{n}\, 1^{m} \mid (n \le m) \wedge (n, m \in \mathrm{N})\}$

Solução d)

G = { { S } , { 0, 1 }, P, S } com

P = { S → 0S1 | S1 | ε }

6) Descreva a linguagem aceita por cada uma das seguintes gramáticas:

a) G_a = ({R, S, T, X} , {a, b} , P_a , R) tal que

$P_a = \{ R \rightarrow XRX \mid S \;;\; S \rightarrow aTb \mid bTa \;;\; T \rightarrow XTX \mid X \mid \varepsilon \;;\; X \rightarrow a \mid b \}$

Solução a) As cadeias da linguagem gerada por G_a são do tipo:

$$\left.\begin{array}{l} w\,a\,(a+b)^*\,b x \text{ ou} \\ w\,b\,(a+b)^*\,a x \end{array}\right\} \text{ com } |w| = |x| \geq 0 \text{ e } w \text{ e } x \text{ são cadeias do tipo } (a+b)^+$$

b) G_b = ({ S } ; {a , b} , P_b , S) tal que

$P_b = \{ S \rightarrow aSb \mid SS \mid \varepsilon \}$

???Solução b) As cadeias da linguagem gerada têm $|w|_a = |w|_b$, são iniciadas por **a** e terminadas por **b** e qualquer prefixo sempre tem número de **a**'s ≥ número de **b**'s. (???)

7) Construa uma gramática para a linguagem de todas as palavras sobre o alfabeto Σ = { a, b } tais que a quantidade de ***a's*** é igual à quantidade de ***b's*** mais um, isto é

$\boldsymbol{L} = \{ w \in \Sigma^* \mid |w|_a = |w|_b + 1 \}$

Solução:

G = { { S , R } , { a, b }, P, S } com

$P = \{ S \rightarrow R\,a\,R \;;\; R \rightarrow aRbR \mid bRaR \mid \varepsilon \}$