1 – INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE VETORES

GABARITO DOS EXERCÍCIOS DE FAMILIARIZAÇÃO

1) Dados os vetores $\vec{a}, \vec{b}$ determine o vetor $\vec{x}$ tal que:

a) $-\frac{\vec{x}-\vec{a}}{2} = \frac{\vec{b}-2\vec{x}}{3}$ b) $\frac{2\vec{x}}{3} - 2(\vec{x}+\vec{a}) - \vec{b} = \frac{\vec{a}-\vec{x}}{2}$

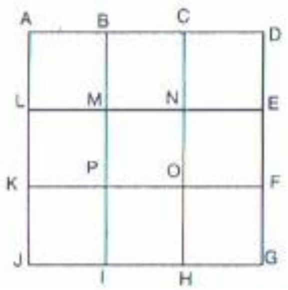
1) a) $-\frac{\vec{x}-\vec{a}}{2} = \frac{\vec{b}-2\vec{x}}{3}$ Equação fracionária vetorial

$$-3(\vec{x}-\vec{a}) = 2(\vec{b}-2\vec{x})$$
$$-3\vec{x}+3\vec{a} = 2\vec{b}-4\vec{x}$$
$$\vec{x} = -3\vec{a}+2\vec{b}$$

1) b) $\frac{2\vec{x}}{3} - 2(\vec{x}+\vec{a}) - \vec{b} = \frac{\vec{a}-\vec{x}}{2}$

$$4\vec{x} - 12(\vec{x}+\vec{a}) - 6\vec{b} = 3(\vec{a}-\vec{x})$$
$$4\vec{x} - 12\vec{x} - 12\vec{a} - 6\vec{b} = 3\vec{a} - 3\vec{x}$$
$$-5\vec{x} = 15\vec{a} + 6\vec{b}$$
$$\vec{x} = -3\vec{a} - \frac{6}{5}\vec{b}$$

2) A figura abaixo é constituída de nove quadrados congruentes.Decida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações justificando sua resposta.



2) a) V b) F c) F d) V

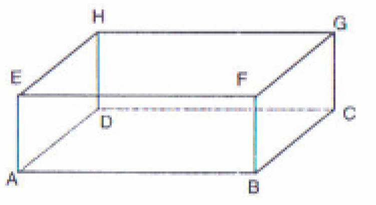
e) V f) V g) F h) V

i) F j) V k) V l) V

m) F n) V o) V p) V

q) V r) F s) V t) V

Exercício 3
A figura ao lado representa um paralelepípedo retângulo.
Decida se é verdadeira ou falsa cada uma das afirmações:



a) V b) F c) V

d) V e) V f) V

g) F h) F i) V

j) V k) V l) F

m) F n) V o) V p) V

4) Com base na figura do exercício 2 determine os vetores:

4) a) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{AN}$ b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

c) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ d) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AO}$

e) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{EO} = \overrightarrow{AM}$ f) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BL} = \overrightarrow{AK}$

g) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AH}$ h) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OE} = \overrightarrow{AI}$

i) $\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{ME}$ j) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{BC}$

l) $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{LN} + \overrightarrow{NF} = \overrightarrow{LF}$

m) $\overrightarrow{BL} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{0}$

5) Utilizando a figura da atividade 3 determine os vetores:

5) a) $\vec{AB} + \vec{CG} = \vec{AF}$ b) $\vec{BC} + \vec{DE} = \vec{BF}$

c) $\vec{BF} + \vec{EH} = \vec{BG}$ d) $\vec{EG} - \vec{BC} = \vec{AF}$

e) $\vec{CG} + \vec{EH} = \vec{AH}$ f) $\vec{EF} - \vec{FB} = \vec{AF}$

g) $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE} = \vec{AC} + \vec{AE} = \vec{AG}$

h) $\vec{EG} + \vec{DA} + \vec{FH} = \vec{EF} + \vec{FH} = \vec{EH}$

6) Dados $\vec{u} = (2, -1, 1)$, $\vec{v} = (5, 0, 2)$ e $\vec{w} = (1, 2, 0)$ verifique se:

a) $(\vec{u}, \vec{v})$ é LI. b) $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são paralelos c) $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ formam base.

a) $(\vec{u}, \vec{v})$

$\frac{2}{5} \neq \frac{-1}{0} \neq \frac{1}{2}$ $(\vec{u}, \vec{v})$ LI.

b) $(\vec{v}, \vec{w})$ $\frac{5}{1} \neq \frac{0}{2} \neq \frac{2}{0}$ LI, não paralelos.

c)

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

Como o determinante é zero $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ é LD e portanto não é base.

7) Sejam os vetores $\vec{u} = (2, 1, 3)$; $\vec{v} = (0, 1, -1)$ e $\vec{w} = (4, 5, 3)$

a) Calcule $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - 2\vec{v} + 3\vec{w}$ b) Determinar *m* e *n* de modo que $m\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

a) $\vec{u} + \vec{v} = (2, 2, 2)$

$\vec{u} - 2\vec{v} + 3\vec{w} = (2, 1, 3) + (0, -2, 2) + (12, 15, 9) = (14, 14, 14)$

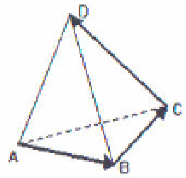
b) $m\vec{u} + n\vec{v} = \vec{w}$

$(2m, m, 3m) + (0, n, -n) = (4, 5, 3)$

$$\begin{cases} 2m = 4 & \Rightarrow m = 2 \\ m + n = 5 & \Rightarrow n = 3 \\ 3m - n = 3 & 3 \times 2 - 3 = 3 \end{cases}$$

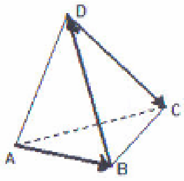
Para $m = 2$ e $n = 3$, $\vec{w}$ é combinaçã linear de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

8) Determine a soma dos vetores indicados na figura, nos casos:

a) 

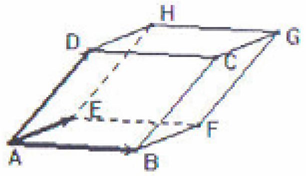
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$

b) 

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

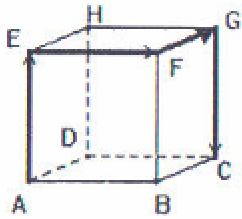
$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$

c) 

(paralelepípedo)

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$

d) 

$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF}$

$\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AG}$

$\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AC}$

9) Mostre que se $\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$ então $\vec{u} = \vec{w} - \vec{v}$.

$\vec{u} + \vec{v} = \vec{w} \Rightarrow \vec{u} = \vec{w} - \vec{v}$

$\vec{u} + \vec{v} = \vec{w}$

$\vec{u} + \vec{v} + (-\vec{v}) = \vec{w} + (-\vec{v})$

$\vec{u} + (\vec{v} - \vec{v}) = \vec{w} - \vec{v}$

$\vec{u} + \vec{0} = \vec{w} - \vec{v}$

$\vec{u} = \vec{w} - \vec{v}$

Nos próximos exercícios, todos os vetores se referem a uma mesma base.

10) Dados $A(4,4,4)$ e $B(3,3,5)$ determinar:

a) o módulo de $\overrightarrow{AB}$ e o módulo de $\overrightarrow{BA}$

10) $A(4,4,4)$ e $B(3,3,5)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (3,3,5) - (4,4,4) = (-1,-1,1)$

a) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3} = |\overrightarrow{BA}|$

b) o versor de $\overrightarrow{AB}$

b) $\overrightarrow{AB_0} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}(-1,-1,1) = \left(\dfrac{-1}{\sqrt{3}}, \dfrac{-1}{\sqrt{3}}, \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

c) a distância entre A e B

c) $d(A,B) = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{3}$