

## Probabilidade Condicional

1. O seguinte grupo de pessoas está em uma sala: sete rapazes com mais de 18 anos, oito rapazes com menos de 18 anos, duas moças com mais de 18 anos e cinco moças com menos de 18 anos. Uma pessoa é escolhida, ao acaso, dentre as do grupo. Os seguintes eventos são definidos: A: a pessoa tem mais de 18 anos; B: a pessoa tem menos de 18 anos; R: a pessoa é um rapaz e M: a pessoa é uma moça. Calcule:

a)  $P(A)$

b)  $P(M)$

c)  $P(A \cap M)$

d) a probabilidade de a pessoa escolhida ser uma moça, **se** ela tem mais de 18 anos;

Nessa situação, temos um conceito diferente daquele que estudamos até o momento: queremos determinar uma probabilidade, sob alguma condição. Observe que essa condição restringe o espaço amostra inicial.

No item (d), por exemplo, o espaço amostra inicial ( $\Omega$ ) é composto de 22 pessoas. Sob a condição de que a pessoa tem mais de 18 anos, o "novo" espaço amostra ( $\Omega'$ ) fica restrito a apenas 9 pessoas e é sobre esse espaço amostra restrito que queremos calcular a probabilidade da pessoa sorteada ser uma moça. Como em  $\Omega'$  temos 7 rapazes e 2 moças, a probabilidade da pessoa ser uma moça, se ela tem mais de 18 anos, será  $\frac{2}{9}$ .

Precisamos, agora, representar essa probabilidade. Note que  $P(M)$  é a probabilidade de ser sorteada uma moça do total de pessoas do grupo ( $\Omega$ ), que não é o caso da situação atual. Há, assim, a necessidade de uma nova representação para o caso, que será a seguinte:  $P_A(M)$ , ou,  $P(M|A)$ , que iremos ler: probabilidade de a pessoa escolhida ser uma mulher, dado (sabendo-se) que a pessoa sorteada tem mais de 18 anos (A). Assim, o índice indica aquilo que é dado (o que já se sabe). Essa probabilidade é conhecida como **Probabilidade condicional de M dado A**. Portanto,  $P_A(M) = P(M|A) = \frac{2}{9}$

Esse nome de probabilidade condicional foi escolhido porque a situação envolve uma oração subordinada condicional (lembra da Análise Sintática?). É importante que você não confunda essa situação com outra: "determine a probabilidade de a pessoa escolhida ser uma mulher **e** ter mais de 18 anos". Observe que nesse caso você precisa calcular a probabilidade de ser mulher e de ter mais de 18 anos, ou seja,  $P(A \cap M)$ . Note que em termos da Análise Sintática, a oração é coordenada aditiva.

e) a probabilidade de a pessoa escolhida ter mais de 18 anos, **se** ela é uma moça (escreva também como se representa essa probabilidade);

Você deve ter chegado à conclusão de que:  $P_A(M) = P(M|A) = \frac{P(A \cap M)}{P(A)}$ . Essa é a fórmula que traduz o conceito de probabilidade condicional que introduzimos anteriormente. É importante que

você entenda o conceito e saiba a fórmula que o representa, porque dependendo de como a situação é apresentada você pode só ter uma das opções para calcular a probabilidade condicional.

**Definição:** Dados dois eventos  $X$  e  $Y$  (diferentes do evento impossível) de um mesmo espaço amostra, chamamos probabilidade condicional do evento  $X$ , dado o evento  $Y$ , indicamos

$P_Y(X)$ , ou  $P(X|Y)$ , ao quociente:  $P_Y(X) = P(X|Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$

2. Um dado é lançado duas vezes. Sabendo-se que a soma dos pontos obtidos é 9, qual a probabilidade de ter ocorrido face 3 em um dos dados?
3. Um grupo de pessoas é formado por 8 rapazes loiros, 9 morenos e 5 ruivos, além de 12 moças loiras, 10 ruivas e 15 morenas. Uma pessoa é sorteada desse grupo.
  - a) Se ela não é ruiva, qual a probabilidade de ela ser uma moça?
  - b) Qual a probabilidade de a pessoa não ser morena, se ela é um rapaz?
4. Uma urna tem 500 fichas numeradas de 1 a 500. Uma ficha é sorteada dessa urna.
  - a) Encontre a probabilidade de ela ter um nº múltiplo de 6, se o tal nº é múltiplo de 2?
  - b) Se o nº da ficha é divisível por 6, qual a probabilidade de ele ser divisível por 8?
5. Em uma cidade onde se publicam três jornais A, B e C, constatou-se que entre 1 000 famílias, assinam o jornal:  
  
A:470;      B: 420      C: 315;      A e B: 110;      A e C: 220;  
B e C: 140 e 75 assinam os três. Escolhendo-se, ao acaso, uma família,
  - a) qual a probabilidade de que ela assine o jornal A, sendo que ela assina pelo menos dois jornais?
  - b) se ela assina exatamente um jornal, qual a probabilidade de que ele seja o jornal C?
  - c) qual a probabilidade de que ela assine apenas o jornal B, se ela assina no máximo um jornal?
6. Uma urna contém 3 bolas azuis, 4 verdes e uma preta. Duas bolas são sorteadas, em sequência. Qual a probabilidade de que:
  - a) a segunda bola seja azul, sabendo-se que a primeira é verde;
  - b) a segunda bola seja azul, sabendo-se que a primeira é azul;
  - c) a primeira seja verde se a segunda é azul;
  - d) as duas sejam azuis, sabendo-se que ambas são da mesma cor.