Atividade de Avaliação de A3 – Curso C.C. – Profa. Lydia – 23.10.2014

Nome____Assin._________________________________

1) No espaço vetorial $\Re^3$ consideremos os seguintes subespaços:

$U = \{(x, y, z) \in \Re^3 / x = 0\}$, $V = \{(x, y, z) \in \Re^3 / y - 2z = 0\}$ e $W = [(1, 1, 0), (0, 0, 2)]$.

Dar uma base e a dimensão de U, V, W. Justificar.

a) $U = \{(0, y, z) \mid y, z \in \mathbb{R}\}$

$(0, y, z) = y(0,1,0) + z(0,0,1)$

$B = \{(0,1,0), (0,0,1)\}$ é base de U pois é L.I e gera U.

b) $V = \{(x, 2z, z) \mid x, z \in \mathbb{R}\}$

$(x, 2z, z) = x(1,0,0) + z(0,2,1)$

$B = \{(1,0,0), (0,2,1)\}$ é base de V pois é L.I e gera V.

c) $B = \{(1,1,0), (0,0,2)\}$ é base de W pois é L.I e gera W.

$\dim U = 2$, $\dim V = 2$, $\dim W = 2$

2) Dada $F: R^3 \to R^2 \ / \ F(x, y, z) = (z, x + y)$:

a) Determinar $N = \{(x, y, z) \in R^3 / F(x, y, z) = (0,0)\}$

b) Determinar uma base e a dimensão de N.

a) $N = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid (z, x+y) = (0,0)\}$.

$z = 0$ e $x = -y$ ou $y = -x$

$N = \{(x, -x, 0) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

b) $(x, -x, 0) = x(1, -1, 0)$

$B = \{(1, -1, 0)\}$. é base de N.

$\dim N = 1$.

3) Sendo T um operador linear do R^2 tal que T(1,0)=(2,1) e T(0,1)=(1,4), determinar T(x,y) e T(5,2) e a matriz de T com relação à base canônica do R^2..

$$T(x,y) = x\,T(1,0) + y\,T(0,1).$$
$$T(x,y) = x(2,1) + y(1,4) = (2x+y,\ x+4y).$$
$$T(5,2) = (2.5+2,\ 5+4.2) = (12,13).$$
$$M_T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

4) Sejam $S_1 = \left\{ \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \in M_2(R) \right\}$ .e $S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{bmatrix} \in M_2(R) \right\}$.

a) Determinar uma base de S_1 e de S_2.
b) Determinar uma base de $S_1 + S_2$.

a) $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 0 & b \\ b & 0 \end{bmatrix} = b\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

$B_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right\}$ é base de S_1.

$B_2 = \left\{ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$ é base de S_2.

b) $S_1 + S_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} = a\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$B_3 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$ é base de $S_1 + S_2$.

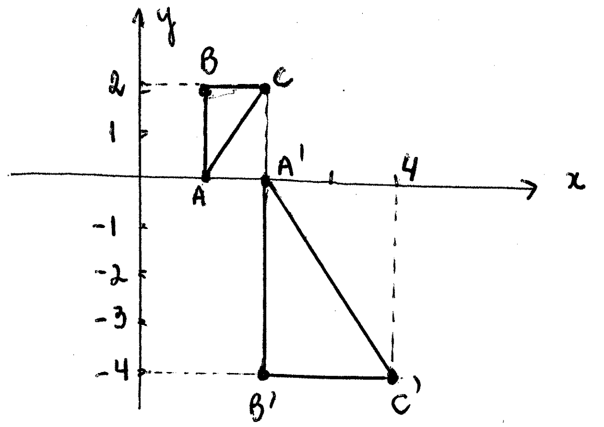
5) Seja o triângulo de vértices $A(1,\ 0)$, $B(1,\ 2)$ e $C(2,2)$ e considere a transformação

$T: R^2 \to R^2$ definida por $T(x,\ y) = (2x,\ -2y)$

a) Obtenha graficamente a imagem A'B'C' do triângulo ABC após sofrer a ação de T.

b)Descreva o que aconteceu com o triângulo ABC após sofrer a ação de T.

a)



$A'(2,0)$

$B'(2,-4)$

$C'(4,-4)$

b) Homotetia de razão 2 e simetria com relação ao eixo x. (simetria vertical).

6) Dadas F e G, operadores lineares do R³, determinar F+G , F°G e G°F , se existirem:

$a)\ F: \mathfrak{R}^3 \to \mathfrak{R}^3$ tal que $F(x,,y,z) = (x-y,\ x+y,\ 0)$.

b) $G: R^3 \to R^3$ *dada pela matriz, na base canônica* $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

$$G: \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x \\ 3y \\ y-z \end{pmatrix}$$

$G(x,y,z) = (2x,\ 3y,\ y-z)$.

$F+G(x,y,z) = (3x-y,\ x+4y,\ y-z)$.

$F \circ G(x,y,z) = F(2x,\ 3y,\ y-z) = (2x-3y,\ 2x+3y,\ 0)$.

$G \circ F(x,y,z) = G(x-y,\ x+y,\ 0) = (2x-2y,\ 3x+3y,\ x+y)$