Atividade de Avaliação de CDI2 – Ciência da Computação – Profa. Lydia – 14.05.2014

Nome____Assin.____

1) Determinar o caráter das seguintes séries. Justificar.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{4^n} = \frac{3}{4} + \frac{3}{16} + \frac{3}{64} + \ldots$

Série geométrica $q = \frac{1}{4} < 1$: convergente

b) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^n} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^4} + \ldots$

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0 < 1$: Convergente.

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{4^3} + \ldots$

Série-p com $p = 3 > 1$: Convergente

d) $\sum \frac{100^n}{n!} = 100 + \frac{100^2}{2} + \frac{100^3}{6} + \ldots$

$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{100^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{100^n}{n!}} = \lim_{n\to\infty} \frac{100}{n+1} = 0 < 1$: Convergente

e) $\sum_{1}^{\infty} (-1)^n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \ldots$

Série alternada: Divergente pois $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$

2) Seja $a_n = \dfrac{n}{3n+1}$

(a) Verifique se a sequência (a_n) é convergente;

(b) Podemos afirmar que a série $\sum a_n$ é convergente?

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{3n+1} = \dfrac{1}{3}$ a) $\left(\dfrac{n}{3n+1}\right)$ é convergente

b) Como $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{3n+1} = \dfrac{1}{3} \neq 0$

então $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n}{3n+1}$ é divergente

3) Determinar se a série é convergente ou divergente. Justificar

a) 1+0,4+0,16+0,064+..... $= 1 + \dfrac{4}{10} + \dfrac{4^2}{10^2} + \dfrac{4^3}{10^3} + \cdots$

série geométrica convergente pois $q = \dfrac{4}{10} < 1$.

b) 3,15151515............... = 3+0,15+0,0015+0,000015+....................

$3 + \dfrac{15}{10^2} + \dfrac{15}{10^4} + \dfrac{15}{10^6} + \cdots$

série geométrica convergente pois $q = \dfrac{1}{100} < 1$.

c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (1,2)^n$

série geométrica com $q = 1,2 > 1 \Rightarrow$ Divergente

4) Determinar se a sequência (a_n) é convergente:

a) $a_n = 100 - n$ Divergente.

$$\lim_{n\to\infty} (100-n) = -\infty$$

b) $a_n = \frac{1}{n} + (-1)^n$ Divergente

$$\lim_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n} + (-1)^n\right] = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n} + \lim_{n\to\infty}(-1)^n \text{ : divergente}$$

pois $\nexists \lim_{n\to\infty} (-1)^n$

c) $a_n = \frac{3n^2+4n}{n^2+n-4}$ - Convergente.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^2+4n}{n^2+n-4} = 3$$

5) Calcule o primeiro termo e a razão de uma série geométrica sabendo que:

$a_3 - a_1 = \frac{5}{36}$ e $a_6 - a_4 = \frac{15}{32}$

$a_3 = a_1 \cdot q^2 \quad a_6 = a_1 \cdot q^5 \quad a_4 = a_1 \cdot q^3$

$a_1 q^2 - a_1 = \frac{5}{36} \Rightarrow a_1(q^2-1) = \frac{5}{36}$.

$a_1 q^5 - a_1 q^3 = \frac{15}{32} \Rightarrow a_1 q^3 (q^2-1) = \frac{15}{32}$

$q^3 = \frac{15}{32} \times \frac{36}{5} = \frac{3 \times 9}{8} = \frac{27}{8}$.

$q = \frac{3}{2}$ e $a_1 = \frac{5}{36} : \left(\frac{9}{4} - 1\right) = \frac{5}{36} : \frac{5}{4} = \frac{1}{9}$.