Prova P2 de CDI2 – Curso C.C. – 28.05.2014 – Profa.Lydia

Nome:________________________________**Assin.**________________________________

1) **Determinar o caráter das seguintes séries e justificar (Escolher 3 dos 5 itens abaixo):**

a) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^3}+\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)$ divergente (convergente + divergente)

$\sum \frac{1}{n^3}$ é série-p com $p=3>1$ convergente

$\sum \frac{1}{\sqrt[3]{n}}$ é série-p com $p=\frac{1}{3}<1$ divergente.

b) $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n+1}$ convergente pois é série alternada

$\frac{1}{n+1} > \frac{1}{n+2}$ e $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+1}=0$

c) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2}{3^n}$ série geométrica com $q=\frac{1}{3}<1$

convergente.

d) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n+1}$ divergente pois

$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+1}{n+1} = \lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x+1} = \lim_{x\to\infty} 2x = \infty \; (\neq 0)$

e) 1+0,2+0,04+0,008+0,0016+..... $= 1+\frac{2}{10}+\frac{4}{100}+\frac{8}{1000}+\cdots$

série geométrica e $q=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}<1$

2) Determinar se a sequência é convergente ou divergente e justificar (Escolher 3 dos 5 itens abaixo):

a) $(a_n) = \left(\frac{(-1)^n}{n} \right)$ $= -1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdots \longrightarrow 0$

convergente. pois $\lim_{n \to \infty} \left[(-1)^n \cdot \underbrace{\frac{1}{n}}_{0} \right] = 0$

b) $(a_n) = (-1)^n . n$ $= -1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 \cdots$

$\nexists \lim_{n \to \infty} \left[(-1)^n \cdot n \right]$

divergente

c) $(a_n) = \frac{2n^2}{3n^2 + 5}$ convergente.

$\lim_{n \to \infty} \frac{2n^2}{3n^2+5} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x^2}{3x^2+5} = \lim_{x \to \infty} \frac{4x}{6x} = \frac{2}{3}$

d) $(a_n) = \frac{(n+1)^2}{n^2}$ convergente.

$\lim_{n \to \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2} = \lim_{x \to \infty} \frac{2x+2}{2x} = 1$

e) Podemos afirmar que a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2}$ é convergente? Não pois.

como $\lim_{n \to \infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = 1 \neq 0$ então $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2}$ é divergente

3) Determinar a região e o raio de convergência da série de potências: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n n}$

$x \neq 0$ (Critério da Razão)

$$\lim_{n \to \infty} \left| \frac{\frac{x^{n+1}}{5^{n+1}(n+1)}}{\frac{x^n}{5^n \cdot n}} \right| = \lim_{n \to \infty} \left| \frac{x^n \cdot x}{5^n \cdot 5\,(n+1)} \cdot \frac{5^n \cdot n}{x^n} \right| =$$

$$= \lim_{n \to \infty} \left[\frac{|x|}{5} \cdot \frac{n}{(n+1)} \right] = \frac{|x|}{5} \lim_{n \to \infty} \frac{n}{n+1} = \frac{|x|}{5}$$

$\frac{|x|}{5} < 1 \Rightarrow -5 < x < 5$ série convergente.

$\frac{|x|}{5} > 1 \Rightarrow x < -5$ ou $x > 5$ série divergente

$\frac{|x|}{5} = 1 \Rightarrow x = -5$ ou $x = 5$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{5^n \cdot n} = \sum \frac{1}{n} \quad \text{divergente}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-5)^n}{5^n \cdot n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \quad \text{convergente.}$$

Região de Convergência $[-5, 5[$

Raio de Convergência $r = 5$.

4) Encontrar a área da região limitada pelas curvas de equações: $y = x \quad e \quad y = x^2 - 4x$.

Esboçar o gráfico da região.

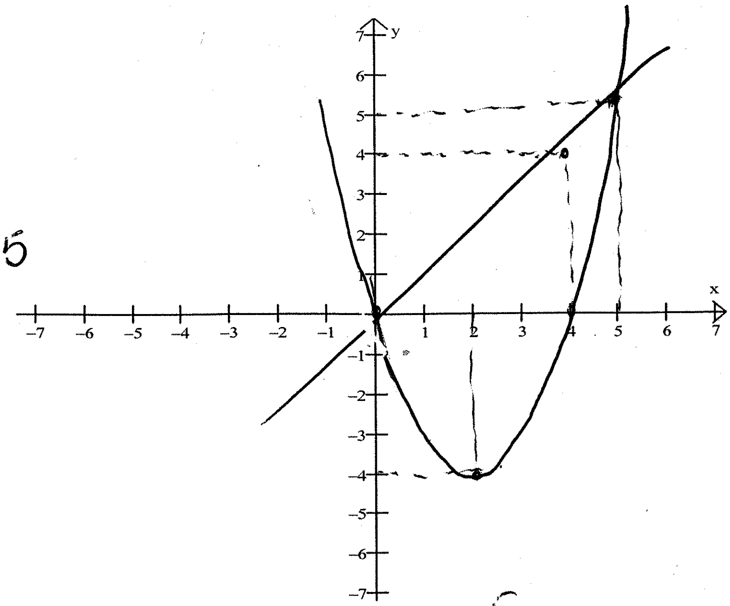
Intersecções:

$x^2 - 4x = x$

$x^2 - 5x = 0$

$x(x-5) = 0$

$x = 0$ ou $x = 5$



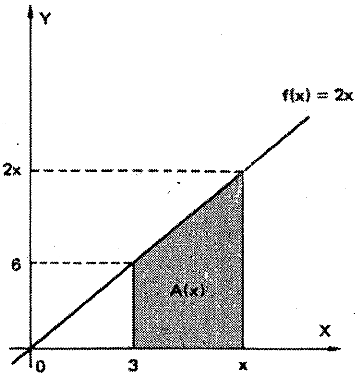
$$A = \int_0^5 \left[-(x^2-4x) + x\right] dx = \int_0^5 \left[x - (x^2 - 4x)\right] dx =$$

$$= \int_0^5 (-x^2 + 5x)\, dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 5\frac{x^2}{2}\right)_0^5 =$$

$$= -\frac{125}{3} + 5 \cdot \frac{25}{2} = \frac{-250+375}{6} = \frac{125}{6} \text{ u.a.}$$

5) **Determine o volume do sólido obtido, pela revolução em torno do eixo , da região sombreada na figura abaixo, sabendo que tal região é limitada pelos gráficos de:**

$f(x) = 2x \quad (3 \leq x \leq 4)$, $y = 0$, $x = 3$ *e* $x = 4$.



$$V = \pi \int_3^4 (2x)^2 \, dx = \pi \int_3^4 4x^2 \, dx = \pi \, 4 \, \frac{x^3}{3} \Big|_3^4 =$$

$$= \pi \frac{4}{3} \left[4^3 - 3^3 \right] = \pi \frac{4}{3} (64 - 27) = 37 \cdot \frac{4}{3} \pi \ u.v. =$$

$$= \frac{148}{3} \pi \ u.v.$$