

## 2. Semana 2. (del 03/03 al 15/03)

Un retículo  $L$  se llama **complementado** si cada elemento  $x \in L$  tiene un complemento, esto es, existe  $y \in L$  tal que  $x \vee y = 1$  y  $x \wedge y = 0$ .

**Lema. 2.1.**

*Para un  $R$ -módulo derecha  $M$  son equivalentes:*

- (a)  $M$  es semisimple.*
- (b)  $\mathcal{L}(M)$  es un retículo complementado.*

Observa que en un retículo complementado el complemento de un elemento no tiene por qué ser único. Considera el retículo del grupo abeliano  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ .

un retículo  $L$  se llama **unívocamente complementado** si para cada  $x \in L$  existe un único  $y \in L$  tal que  $x \vee y = 1$  y  $x \wedge y = 0$ . Un ejemplo lo proporciona el retículo de los subgrupos del grupo abeliano  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ .

**Problema. 2.2.**

*Determina cuando un módulo semisimple tiene retículo de submódulos unívocamente complementado.*