

## 공유 자전거 시스템의 수요기반 재배치

Demand Driven Reallocation in Bike Sharing System

---

저자 (Authors)	정인웅, 엄현섭, 이영훈 Inwoong Jung, Hyun Seop Uhm, Young Hoon Lee
출처 (Source)	<a href="#">한국경영과학회지 43(4)</a> , 2018.11, 17-31(15 pages) <a href="#">Journal of the Korean Operations Research and Management Science Society 43(4)</a> , 2018.11, 17-31(15 pages)
발행처 (Publisher)	<a href="#">한국경영과학회</a> The Korean Operations Research and Management Science Society
URL	<a href="http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE07571046">http://www.dbpia.co.kr/journal/articleDetail?nodeId=NODE07571046</a>
APA Style	정인웅, 엄현섭, 이영훈 (2018). 공유 자전거 시스템의 수요기반 재배치. 한국경영과학회지, 43(4), 17-31
이용정보 (Accessed)	서울대학교 147.46.182.*** 2020/10/27 10:03 (KST)

---

### 저작권 안내

DBpia에서 제공되는 모든 저작물의 저작권은 원저작자에게 있으며, 누리미디어는 각 저작물의 내용을 보증하거나 책임을 지지 않습니다. 그리고 DBpia에서 제공되는 저작물은 DBpia와 구독계약을 체결한 기관소속 이용자 혹은 해당 저작물의 개별 구매자가 비영리적으로만 이용할 수 있습니다. 그러므로 이에 위반하여 DBpia에서 제공되는 저작물을 복제, 전송 등의 방법으로 무단 이용하는 경우 관련 법령에 따라 민, 형사상의 책임을 질 수 있습니다.

### Copyright Information

Copyright of all literary works provided by DBpia belongs to the copyright holder(s) and Nurimedia does not guarantee contents of the literary work or assume responsibility for the same. In addition, the literary works provided by DBpia may only be used by the users affiliated to the institutions which executed a subscription agreement with DBpia or the individual purchasers of the literary work(s) for non-commercial purposes. Therefore, any person who illegally uses the literary works provided by DBpia by means of reproduction or transmission shall assume civil and criminal responsibility according to applicable laws and regulations.

# 공유 자전거 시스템의 수요기반 재배치

정인웅<sup>†</sup> · 엄현섭 · 이영훈  
연세대학교 산업공학과

## Demand Driven Reallocation in Bike Sharing System

Inwoong Jung<sup>†</sup> · Hyun Seop Uhm · Young Hoon Lee  
Department of Industrial Engineering, Yonsei University

### ■ Abstract ■

As the environmental effect is becoming increasingly important in urban life, an eco-friendly bike sharing system has been considered as a good alternative transportation system. Most of the bike-sharing systems operate in a one-way mode, in which users can borrow a bike from any station and return it wherever they want. Hence, an imbalance exists between the supply and the demand of each station, and in such a situation, the operators must relocate bicycles using an inter-station vehicle (truck). In this study, we focused on dynamic repositioning, which relocates bikes several times a day. A mathematical model for an optimal dynamic repositioning operation plan is proposed, which can be executed once a day. This model considers pickup and delivery vehicle routing under time constraints and aims to minimize the number of unbalanced bikes while ensuring target fulfillment as close as possible. The re-locating vehicle may visit several stations to pick up and deliver bikes needed within a time allowed for operation. The suggested model is evaluated through the standard cases with reasonable size and the real cases of Seoul city as well. Results indicate that the bike-sharing system can be operated efficiently to meet demand with practical implementation validity

Keywords : Bike Sharing System, Dynamic Repositioning, MILP, Inventory

논문접수일 : 2018년 09월 03일    논문게재확정일 : 2018년 10월 05일

논문수정일 : 2018년 10월 04일

<sup>†</sup> 교신저자, inwoong0418@gmail.com

## 1. 서 론

전 세계적으로 환경 문제가 대두되면서 탄소 배출 저감을 위해 공유 경제가 활성화되고 있다. 카셰어링 서비스(car sharing service)와 공유 자전거 시스템(bike sharing system)이 대표적인 예이다. 현재 우리나라에서는 서울시의 ‘따릉이’, 대전시의 ‘타슈’ 등 다양한 공유 자전거 시스템이 운영 중이다. 대부분의 공유 자전거 시스템은 어느 대여소에 서나 빌리고, 어느 대여소에서나 반납할 수 있는 편도(one-way)방식을 채택했다. 따라서 사용자의 자전거 이용해 따라 지속적으로 대여소 간 자전거 수 불균형 발생한다. 사용자가 자전거를 대여소에 도착했을 때 대여 가능한 자전거가 한 대도 없거나, 특정 대여소에 집중적으로 자전거가 몰리는 문제 상황이 발생한다. 공유 자전거 시스템의 규모가 커짐에 따라 서비스 만족도 향상을 위해 한정된 수의 자전거의 효율적 운영의 필요성은 증가하고 있다.

서비스 운영자는 재배치 차량을 이용하여 적절하게 자전거 재배치를 진행한다. 자전거 재배치는 한정된 수의 자전거로 효율적 운영 및 관리를 통해 고객들의 서비스 불만족 상황을 최소화하는 것을 목적으로 한다. 이때 운영자는 대여소의 적정재고량을 충족하기 위해서 재배치 차량이 어느 시점에 어떤 대여소에서 몇 대의 자전거를 어떤 대여소로 옮겨야 하는지에 대한 의사결정을 고려한다. 차량을 이용한 자전거 재배치에는 정적 재배치, 동적 재배치 크게 두 가지 방법이 있다. 정적 재배치는 하루에 한 번 재배치하는 방법으로 통상적으로 이용자의 수가 적은 밤 시간대에 진행한다. 동적 재배치는 하루에 여러 번 재배치하는 방법이다. 본 연구에서는 차량이 하루 동안 실행 가능한 최적의 동적 재배치 운영 계획을 수립하기 위한 수리 모형을 제시하였다. 이때 각 대여소에서 적정 재고 수준을 벗어나는 불균형 상태를 최소화하면서 시간 제약 하에 배달과 수거를 수행하는 차량 경로 문제를 고려한다.

차량을 이용한 자전거 재배치 연구들은 대부분

차량 경로 문제를 중심으로 이뤄지고 있다. 재배치 차량의 경로 문제는 외판원 문제(travelling salesman problem; TSP)로부터 발전하였다. Mosheiov [8]는 기존의 외판원 문제를 확장하여 각 고객 지점(node)의 배달(delivery) 혹은 수거(pick-up) 수요 고객이 존재하는 TSPDP(travelling salesman problem with delivery and pickup)모형을 제시하였다. 외판원은 각 고객 지점의 수요를 충족하기 위해 창고(depot)에서 출발하여 각 노드를 한 번씩 방문하여 창고로 돌아오는 순회(tour) 중간에 배달 혹은 수거 동작을 수행한다.

Min[7]은 배달과 수거가 혼합된 차량 경로 결정 문제(vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery; VRPSPD)를 처음 소개하였다. 각 고객 지점에서 배달과 수거가 혼합되어 동시에 일어날 수도 있다는 점이 기존의 연구와 차이가 있다. Li et al.[6]은 시간 제약(time window)이 있는 배달과 수거가 혼합된 차량 경로 결정 문제의 해법을 메타휴리스틱 방법론을 이용하여 제시하였다. 대표적인 메타휴리스틱 방법론인 타부 탐색(Tabu search) 알고리즘과 모의 담금질(Simulated annealing; SA)의 기법을 혼합한 tabu-embedded simulated annealing algorithm을 제시하였다. 지창훈 외[1]는 배달과 수거를 수행하는 차량의 총 이동 거리를 최소화하는 차량의 최적 경로를 찾는 문제의 수리모형과 발견적 알고리즘을 제시하였다. 큰 크기의 문제를 무게중심 개념을 이용하여 작은 클러스터로 나눈 후 최적 경로를 구하는 CRA, FCSO 알고리즘을 제시하였다. 배달과 수거가 혼합된 차량 경로 결정 문제와 자전거 재배치 문제의 차이점은 차량 경로 결정 문제에서는 노드별 배달 혹은 수거량을 미리 알고 있지만, 자전거 재배치 문제에서는 대여소별 배달 혹은 수거량을 결정해야 한다는 점이다.

Laport et al.[5]는 공유 모빌리티 시스템(Shared mobility systems)의 연구를 크게 두 가지로 전략적 계획(strategic planning), 운영적 계획(operational planning)을 구분하여 분류하였다. 전략적 계획은

대여소의 위치 선정(location of stations) 또는 재배치 차량의 대수(sizes of fleet)를 정하는 장기적 계획이다. 운영적 계획은 얼마만큼의 자전거를 어느 대여소에서 어느 대여소로 어떻게 옮기는가(vehicle repositioning)에 관련된 하루 단위의 단기적 계획이다. 재배치의 운영적 계획 단계에서 진행된 연구들은 다음과 같다. Vogel et al.[12]은 공유 자전거 시스템에서 차량을 이용한 자전거 재배치를 위한 정적 재배치와 동적 재배치를 위한 수리 모형을 제시하였다. Raidl et al.[9]은 각 대여소가 비어 있거나 완전히 채워지는 상황을 방지하기 위해 VND (Variable Neighborhood Descent)가 내장된 VNS (Variable Search) 방법론을 제시하였다. 이 메타 휴리스틱은 차량이 불균형이 발생한 대여소를 방문할 수 있는 후보 경로를 생성한다.

차량을 통한 재배치가 아니라 사용자 스스로 재배치에 참여하도록 하는 연구들도 진행되었다. Singla et al.[11]는 공유 자전거 시스템에서 사용자가 재배치 과정에 참여하도록 금전적 인센티브를 주는 모형을 제시하였다. 금전적 인센티브를 대가로 자전거를 선택하거나 반환하는 대안을 제공함으로써 자전거 재배치 과정에서 사용자들에게 동기를 부여하는 crowd sourcing 메커니즘을 제시하였다. 후회 최소화의 접근법을 사용하여 최적의 가격 정책을 채택하는 인센티브 시스템을 제시하였다. Fricker et al.[3]은 자전거 공유 시스템의 확률적 모델을 제시하였다. 사용자의 무작위적 선택이 문제가 있는 스테이션의 수에 미치는 영향을 연구하였다. 사용자들에게 인센티브를 통해 부가가 적은 스테이션으로 복귀할 것을 제안하여 서비스 수준을 개선하였다.

차량의 경로뿐 아니라 각 대여소의 적정 재고 관리에 대한 연구들은 다음과 같다. Raviv et al.[10]은 대여소의 적정 자전거 재고 수준 측면에서 연구를 진행하였다. 이용자의 수요를 충족시키기 위해 UDF(User Dissatisfaction Function) 모델을 제시하였다. 자전거 대여소 관리에 적합한 재고 모델

및 이를 해결하기 위해 사용되는 수치적 해결 방법을 소개하였다. Brinkmann et al.[2]은 특정 패턴을 따르는 이용자들의 수요를 확률론적인(stochastic) 관점에서 연구하였다. 각 대여소에서 재배치가 필요한 긴급도에 따라 우선순위를 매겨 재배치하는 단기적 재배치 전략을 제시하였다.

Ghosh et al.[4]은 공유 자전거 시스템의 재배치 연구를 크게 5가지 측면으로 분류하였다. 첫째, 실시간 재배치 여부에 따라 실시간·비실시간을 구분하였다. 둘째, 하루에 재배치를 몇 번 하는지에 따라 정적 재배치와 동적 재배치를 구분하였다. 셋째, 재배치 차량의 경로를 결정하는지 여부에 따라 연구를 구별하였다. 넷째, 재배치 시 각 대여소에서 배달 혹은 수거해야 하는 양을 정하는 의사결정의 여부에 따라 구분하였다. 다섯째, 추후 시점의 이용자 수요를 예측하는지에 따라 구분하였다.

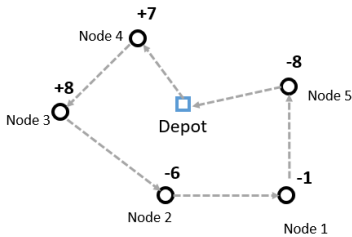
본 연구에서는 운영 단계에서 수리 모형을 통해 차량이 하루 3번의 재배치를 하는 계획을 수립한다. 이때, 재배치 차량의 경로와 각 대여소의 배달 혹은 수거량에 대한 의사결정을 포함한다. 차량은 제한된 시간 내에 각 대여소를 최대 한 번만 방문하며 적정 재고수준을 만족하며 순회(tour)를 진행한다. 또한 한정된 자원의 효율적 관리를 위해 재고 관리모형의 적정 재주문 시간, 재주문량의 요소를 고려하였다. 기존의 연구 자전거 재배치 연구들은 Travelling Salesman Problem with Pickup and Delivery(TSPDP)에서 발전해왔기 때문에 대여소별 적정 재배치 시간과 같은 요소의 고려 없이 최단 경로로 차량이 순회하는 것을 목적으로 하거나 차량의 배달 및 수거량의 최소화를 목적으로 하면서 대여소의 적정재고량을 제약조건으로 가정하고 진행되었다. 이 연구는 사용자의 수요를 일차할 수 형태로 반영하였고 시간의 흐름에 따라 사용자의 자전거 이용에 의해 대여소에서 적정 재고 수준을 벗어나는 불균형 양이 존재하게 된다. 이러한 불균형 양이 일어나는 상황을 최소화하는 것을 고려하였다는 점에서 기존 연구와 차이가 있다.

## 2. 문제 정의

### 2.1 차량 재배치 모형

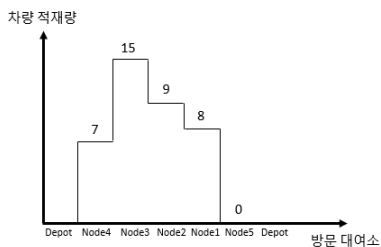
공유 자전거 시스템의 운영적 단계에서 한정된 수의 자전거의 효율적인 활용을 위하여 대여소 간 자전거 재배치는 중요하다. 본 연구는 각 대여소에 상한 재고량 또는 하한 재고량을 벗어나는 불균형 재고량을 최소화하기 위해 차량의 경로를 결정하는 수리 모형을 통해 자전거 재배치의 해법을 제시하였다. 자세한 문제의 상황은 다음과 같다.

차량은 하루를 3번의 일정한 계획 기간( $L$ )으로 나누어 재배치를 진행한다. 차량은 [그림 1]과 같이 단일 창고에서 출발하여 재배치가 필요한 5개의 대여소를 순회한 후 다시 창고로 정해진 계획 기간( $L$ ) 이내에 돌아온다.



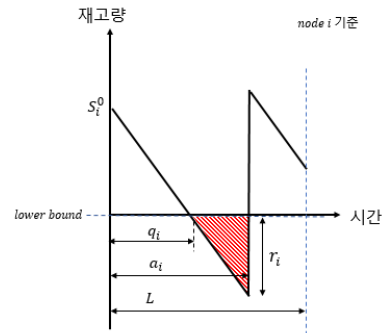
[그림 1] 차량의 경로 예시

차량이 창고에서 출발하거나 도착할 때 차량이 배달( $d_0$ ) 또는 수거하는 양( $p_0$ )은 없다고 가정하였다. 또한, 차량의 대수는 1대이며 차량의 최대적재량( $C$ )은 정해져 있다고 설정하였다. [그림 2]는 각 방문 대여소별 차량의 자전거 적재량의 예시이다.

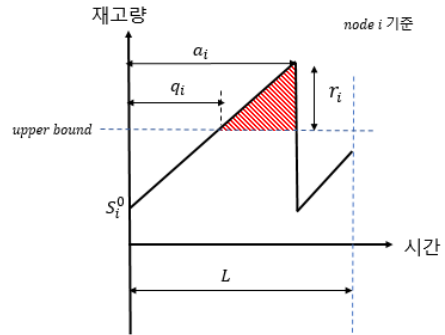


[그림 2] 각 방문 대여소별 차량의 적재량

각 대여소에는 적정재고수준 만족을 위한 상한 재고량(Upper Bound,  $S_{\max}$ ), 하한 재고량(Lower Bound,  $S_{\min}$ )이 존재한다고 설정하였다. 수리 모형의 목적은 사용자의 자전거 대여 혹은 반납( $B_{it}$ ) 때문에 각 대여소에서 상한 재고량 또는 하한 재고량을 벗어나는 상황을 최소화하기 위한 차량 재배치 계획을 수립하는 것이다.



[그림 3] 사용자에게 의해 대여소의 하한 재고량보다 자전거 수가 적어지는 불균형이 발생하는 상황



[그림 4] 사용자에게 의해 대여소의 상한 재고량보다 자전거 수가 많아지는 불균형이 발생하는 상황

사용자의 수요는 1차 함수의 형태로 모형에 반영하였다. 각 대여소에서 불균형이 일어나는 시점( $q_i$ ), 차량이 실제 해당 대여소에 방문한 시점( $\alpha_i$ ), 차량의 늦은 방문으로 인해 생긴 불균형 양( $r_i$ )을 정의하였다. 대여소별로 일정한 기율기의 사용자의 자전거 반납 혹은 대여 패턴이 존재하며 시간이 지남에 따라 [그림 3], [그림 4]와 같이 목표 재고수준을 벗어나는 대여소가 생긴다. 이러한 상황을 방지

하기 위해 차량이 해당 대여소를 방문하여 배달 혹은 수거 동작을 진행하여 불균형 상황을 해소한다. 각 대여소에서 불균형이 발생하는 시각과 차량이 실제로 해당 대여소를 방문한 시각은 차이가 있을 수 있다. 만약, 차량이 도착을 원하는 시각보다 늦게 해당 대여소를 방문할 경우에는 적정 재고 수준을 벗어난 불균형 자전거 양이 생긴다. 자전거 재배치 수리 모형의 목적은 모든 시점에 각 대여소의 불균형 자전거 양의 합을 최소화하는 차량 경로를 구하는 것이다. 기존의 차량 재배치 연구에서는 이러한 시간적 요소들에 대한 고려 없이 차량의 최단 차량 경로를 목적으로 하거나 또는 차량의 배달 및 수거량의 최소화를 중심으로 진행되었다.

## 2.2 가정 사항

공유 자전거 시스템에서 불균형 발생량의 총합을 최소화하고자 차량의 라우팅을 결정하는 수리 모형을 위하여 다음과 같은 사항을 가정하였다.

- 차량은 단일 창고(single depot)를 출발하여 제한 시간 내에 다시 창고로 돌아온다.
- 차량은 각 대여소를 최대 1회 방문한다.
- 차량은 1대이며, 각 차량 경로에서 배달량과 수거량은 차량의 최대적재량을 초과할 수 없다.
- 차량의 대여소 간 이동 시간은 알고 있다.
- 차량 재배치는 하루에 3번의 계획 기간마다 진행되며 각 계획 기간의 길이는 사전에 정의한다.
- 각 대여소에서 사용자가 대여 또는 반납하려는 자전거 수는 알고 있다.
- 대여소에서의 자전거 수는 사용자의 대여·반납에 의해 1차 함수 형태로 감소 또는 증가한다.
- 각 대여소의 시간대별 상한 재고량, 하한 재고량은 사전에 알고 있다.
- 다음날 재배치의 연속성을 위해 마지막 계획기간에 대여소의 상한 재고량은 초기재고의 110% 수준, 하한 재고량은 초기재고의 90% 수준으로 다른 시간대보다 좁게 설정한다.

## 2.3 수리 모형

자전거 재배치의 서로 다른 목적함수를 가진 두 가지 수리 모형을 제시하였다. Demand Driven Reallocation Model은 본 연구에서 제시하는 사용자의 수요를 고려한 불균형 최소화 모형으로 각 대여소에서 상한·하한 재고량을 벗어나는 불균형 자전거의 수를 최소화하는 것을 목적으로 한다. Time Driven Reallocation Model은 기존의 자전거 재배치 연구와 비슷한 목적을 가지는 비교 모형으로 차량 이동 시간의 총합을 최소화하는 것을 목적으로 한다. 두 모형의 비교를 통해 불균형 최소화 고려 여부에 따른 결과 차이를 알 수 있다.

### 2.3.1 Demand Driven Reallocation Model

#### 인덱스

$i, j$  : 대여소  
 $t$  : 계획 기간 인덱스

#### 결정변수

$s_{it}$  :  $t$ 시점에 대여소에서 재배치 이후 총 자전거 수  
 $d_{it}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 에서 차량이 배달한 총 자전거 수  
 $p_{it}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 에서 차량이 수거한 총 자전거 수  
 $x_{ijt}$  :  $t$ 시점에 차량이 선( $i, j$ )을 이동하면 1, 아니면 0  
 $y_{ijt}$  :  $t$ 시점에 차량이 선( $i, j$ )으로 이동하며, 대여소  $i$ 까지 총 수거한 자전거 수  
 $z_{ijt}$  :  $t$ 시점에 차량이 선( $i, j$ )으로 이동하며, 대여소  $i$ 까지 총 배달한 자전거 수  
 $q_{it}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 에서 차량 재배치가 없을 경우 불균형이 발생하기 시작하는 시각  
 $a_{it}$  :  $t$ 시점에 차량이 대여소  $i$ 에 도착한 시각  
 $r_{it}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 에서 불균형 발생량

#### 데이터

$B_{it}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 에서 사용자에 의해 유입 또는 유출되는 자전거 수  
 $E_{it}$  : 계획 기간 당 사용자 유입율 또는 유출율( $= B_{it}/L$ )  
 $G_{ijt}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 에서 대여소  $j$ 로 차량으로 이동 시 걸리는 시간

$C$  : 차량의 자전거 운반 용량

$L$  : 각 단위 시간의 길이

$H_i$  : 차량이 대여소  $i$ 에 방문하여 걸리는 시간

$S_i^o$  : 대여소  $i$ 의 초기 재고량

$S_{it}^{\min}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 의 하한 재고량(Lower Bound)

$S_{it}^{\max}$  :  $t$ 시점에 대여소  $i$ 의 상한 재고량(Upper Bound)

$$\text{Minimize } \sum_i \sum_t r_{it} \quad (1)$$

s.t

$$S_i^0 + E_{i1} \cdot q_{i1} \geq S_{i1}^{\min} \quad \forall i \quad (2)$$

$$S_i^0 + E_{i1} \cdot q_{i1} \leq S_{i1}^{\max} \quad \forall i \quad (3)$$

$$s_{i(t-1)} + E_{it} \cdot q_{it} \geq S_{it}^{\min} \quad \forall i, t | t > 1 \quad (4)$$

$$s_{i(t-1)} + E_{it} \cdot q_{it} \leq S_{it}^{\max} \quad \forall i, t | t > 1 \quad (5)$$

$$a_{jt} \geq 0 + G_{0jt} + M(x_{0jt} - 1) \quad \forall j, t \quad (6)$$

$$a_{jt} \geq a_{it} + (G_{ijt} x_{ijt} + H_i) + M \cdot (x_{ijt} - 1) \quad \forall i, j, t \quad (7)$$

$$a_{jt} \geq L \cdot (1 - \sum_i x_{ijt}) \quad \forall j, t \quad (8)$$

$$p_{i1} \leq S_{i0} + E_{i1} \cdot a_{i1} \quad \forall i \quad (9)$$

$$p_{it} \leq s_{i(t-1)} + E_{it} \cdot a_{it} \quad \forall i, t | t > 1 \quad (10)$$

$$r_{it} \geq (a_{it} - q_{it}) \cdot |E_{it}| \quad \forall i, t \quad (11)$$

$$s_{i1} = S_i^0 + B_{i1} + d_{i1} - p_{i1} \quad \forall i \quad (12)$$

$$s_{it} = s_{i(t-1)} + B_{it} + d_{it} - p_{it} \quad \forall i, t | t > 1 \quad (13)$$

$$S_{it}^{\min} \leq s_{it} \leq S_{it}^{\max} \quad \forall i, t \quad (14)$$

$$\sum_i x_{ijt} \leq 1 \quad \forall j, t \quad (15)$$

$$\sum_i x_{ijt} - \sum_i x_{jit} = 0 \quad \forall t \quad (16)$$

$$\sum_j x_{0jt} = 1 \quad \forall t \quad (17)$$

$$\sum_i x_{i0t} = 1 \quad \forall t \quad (18)$$

$$d_{it} \leq C \cdot \sum_j x_{jit} \quad \forall i, t \quad (19)$$

$$p_{it} \leq C \cdot \sum_j x_{jit} \quad \forall i, t \quad (20)$$

$$\sum_j y_{ijt} - \sum_k y_{kit} = p_{it} \quad \forall i, t \quad (21)$$

$$\sum_j z_{ijt} - \sum_k z_{kit} = d_{it} \quad \forall i, t \quad (22)$$

$$y_{ijt} - z_{ikt} \leq C \cdot x_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (23)$$

$$y_{ijt} - z_{ikt} \geq 0 \quad \forall i, j, t \quad (24)$$

$$y_{0it} = 0 \quad \forall i, t \quad (25)$$

$$z_{0it} = 0 \quad \forall i, t \quad (26)$$

$$\sum_i \sum_j G_{ijt} x_{ijt} + \sum_i H_i \leq L \quad \forall t \quad (27)$$

$$\sum_i d_{it} = \sum_i p_{it} \quad \forall t \quad (28)$$

$$y_{ijt} \leq M \cdot x_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (29)$$

$$z_{ijt} \leq M \cdot x_{ijt} \quad \forall i, j, t \quad (30)$$

$$x_{ijt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, t \quad (31)$$

$$y_{ijt}, z_{ijt}, a_{it}, q_{it}, r_{it} \in \mathbb{R}^+ \quad \forall i, j, t \quad (32)$$

$$p_{it}, d_{it} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i, j, t \quad (33)$$

목적함수 식 (1)은 각 대여소에서 모든 시간대에 적정 재고 수준을 넘어간 자전거 수를 최소화하는 것이다.

제약식 (2), (3)은 초기 시점에 대여소  $i$ 에서 자전거 수가 적정 재고 수준을 넘어가는 시각(차량의 재배치를 원하는 시각)을 산출하는 것이며, 식 (4), 식 (5)는 초기 시점 이후 대여소  $i$ 에서 자전거 수가 적정 재고 수준을 넘어가는 시각을 산출하는 것이다. 식 (6)~식 (8)은 각 시점에 차량이 대여소  $i$ 에 실제로 도착한 시각을 의미한다. 식 (9), 식 (10)은 각 시점에 차량이 대여소  $i$ 에서 수거하는 자전거 수는 대여소  $i$ 에 거치된 자전거 수를 넘을 수 없다는 것이다. 식 (11)은 각 시점에 대여소  $i$ 에서 적정재고수준을 벗어난 자전거 양을 도출한다.

식 (12)~식 (33)은 차량의 경로문제를 위한 제약식이다. 식 (12), 식 (13)은 대여소  $i$ 에서 재배치 전후 자전거 수가 유지된다는 것이며, 식 (14)는 각 시점에 대여소  $i$ 에서 적정재고수준을 의미한다. 식 (15)는 각 시점에 차량은 선( $i, j$ )를 최대 한 번 방문가능하다는 것이며, 식 (16)은 대여소  $i$ 에서 들어가고 나가는 차량 수가 같다는 것이며, 식 (17), 식 (18)은 차량은 창고에서 반드시 한 번 출발하고, 도착한다는 것을 의미한다. 식 (19), 식 (20)은 차량이 대여소  $i$ 에서 배달 또는 수거하는 자전거 수는 차량의 용량을 넘을 수 없다는 것이다. 식 (21), 식 (22)는 각 시점에 차량이 선( $i, j$ )를 이동하며 배달 혹은 수거한 누적 자전거 수와 선( $k, i$ )를 이동하며 배달 혹은 수거한 누적 자전거 수의 차는 대여소  $i$ 에서 배달 혹은 수거한 자전거 수라는 것이다.

식 (23), 식 (24)는 각 시점에 차량이 선(i, j)를 이동하며 현재 차량이 배달 혹은 수거한 총 자전거의 수는 0 이상이며 차량의 최대적재용량 이하라는 것이다. 식 (25), 식 (26)은 차량이 창고에서 출발 또는 도착할 때, 배달 혹은 수거한 자전거 수는 없다는 것이다. 식 (27)은 차량이 각 대여소 간 이동 시간의 합은 정해진 계획 기간 이내라는 것이다. 식 (28)은 각 시점에 모든 대여소에서 차량이 배달 또는 수거한 자전거 수의 총합은 같다는 것이다. 식 (29), 식 (30)은 차량이 선(i, j)를 통해 이동해야 차량이 선(i, j)를 통해 이동하며 배달 혹은 수거하는 누적 자전거 수가 발생한다는 것이다. 식 (31)은 결정변수가 이진 변수임을 의미하며, 식 (32)은 각 결정변수가 실수이면서 비음이라는 제약이며, 식 (33)은 각 결정변수가 정수이면서 비음이라는 것이다.

### 2.3.2 Time Driven Reallocation Model

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \sum_i \sum_j \sum_t G_{ijt} \cdot x_{ijt} \\ & s.t. \quad (12) \sim (33) \end{aligned} \quad (34)$$

Time Driven Reallocation Model의 목적식 (34)는 재배치 차량의 이동시간 총합을 최소화하는 것이다. 이때 차량 문제를 위한 제약식 (12)~제약식 (33)을 만족한다.

## 3. 실험 및 결과분석

### 3.1 실험 데이터 및 분석방법

대여소의 불균형 자전거를 최소화하기 위한 자전

거 재배치 수리 모형을 검증하기 위해 실험을 진행하였다. 수리 모형은 인텔 i7(3.2GHz) CPU, 24GB RAM, Windows 10의 컴퓨터 환경에서 IBM CPLEX 12.6과 JAVA를 사용하여 실험하였다.

사례 1은 모형의 성능 분석을 위해 서울시의 3가지 구의 10개의 대여소를 대상으로 차량의 최대 적재량 및 상한·하한 재고량을 바꾸어가며 각 30회의 실험을 시행하여 민감도 분석을 진행하였다. 시간대별 각 대여소에서 사용자에게 의해 유입 또는 유출되는 자전거 수는 <표 1>과 같이 설정하였다. 실험 결과 중 하나의 경우에 대해 계획 기간별 차량의 경로, 대여소별 배달 및 수거량 등의 세부실험 결과를 상세 분석하였다. 또한, 제한한 수리 모형의 결과 비교를 위해 본 연구에서 제한한 재고 관리의 시간적 요소를 고려한 Demand Driven Reallocation Model과 기존의 연구와 비슷한 목적을 가진 Time Driven Reallocation Model의 결과를 비교하였다.

사례 2는 서울시 광진구의 27개의 대여소를 대상으로 하루 동안 공공자전거 이용 실적 데이터를 바탕으로 실험을 진행하여 실제 공공자전거 시스템에 적용 가능성을 확인하였다.

본 연구에서는 실험 결과 분석을 위한 4가지의 지표를 제안하였다. 먼저, UDI(User Dissatisfaction Index)는 일정 기간에 몇 명의 사용자가 각 대여소에서 상한·하한 재고량을 넘어가는 불균형 상황을 관찰했는지에 관한 지표이며, 식 (1)과 같이 계산한다. UDI는 최소 0의 값을 가지며, 값이 작을수록 사용자의 만족도가 높다는 것을 의미한다. TTI(Travelling Time Index)는 전체 시간 대비 재배치에 쓰인 시간의 비율을 의미한다. 차량의 이동 거리는 운영비용 측면에서 의미를 가진다.

<표 1> 시간대 별 각 대여소의 사용자에게 의한 자전거 유입·유출량

Station Number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
User Demand(t = 1)	-9	-12	14	9	8	8	-5	-6	-4	-3
User Demand(t = 2)	4	4	-5	4	13	16	-12	-9	-7	-8
User Demand(t = 3)	12	15	-9	-9	6	8	-10	-12	3	-4



이동시간은 차량의 속도가 일정하다면 이동 거리와 같은 의미로 해석될 수 있다. TTI는 식 (2)의 값을 계획 기간의 길이인  $L$ 로 나누어 구한다. TTI는 0~1값을 가지며 값이 너무 클 경우, 차량의 재배치에 많은 시간이 소요되므로 비효율적이다. PSI(Problematic Station Index)는 일정 기간에 상한·하한 재고량을 넘어가는 대여소가 발생하는 빈도수에 대한 지표이다. PSI는 최소 0의 값을 가지며, PSI의 값은 클수록 불균형한 상황이 많이 발생하는 것을 의미한다. ALI(Average Load Index)는 차량에 평균적으로 적재된 자전거 수를 의미하는 지표이며  $\sum_i \sum_j (y_{ij} - z_{ij}) \cdot (a_j - a_i) / L$ 와 같이 계산한다. ALI의 값이 크다는 것은 차량에 자전거를 많이 적치되어 있으므로, 사용자가 대여소에서 사용할 수 있는 자전거 수가 적다는 것을 의미한다. 각 실험의 결과는 4가지 지표를 비교하여 UDI, PSI를 통해 사용자 불만족 측면과 ALI, TTI를 통해 차량 운영의 효율성 측면을 분석하였다.

### 3.2 사례 1

#### 3.2.1 실험 결과 및 민감도 분석

서울시 공유자전거 ‘따릉이’의 도봉구, 강동구, 중랑구의 대표적 대여소 10개소에 대하여 <표 1>과 같이 사용자 수요를 가정하여 차량의 적재용량(C)과 대여소의 상한 재고량(Upper Bound,  $S_{max}$ ), 하한 재고량(Lower Bound,  $S_{min}$ )의 변화에 따른 결과를 관찰하기 위하여 실험을 진행하였다. 상한·하한 재고량이 초기재고량의 각각  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$ ,  $\pm 30\%$ 인 경우에 차량의 용량을 16~25로 바꾸어 가며 실험하였다.

각각의 경우 지표들의 결과 및 계산시간을 정리한 결과는 <표 2>와 같다. 상한 재고량·하한 재고량(Upper/Lower Bound)이 일정할 때, 차량의 최대적재량(C)이 커질수록 UDI의 값은 줄어드는 경향을 보인다. 이는 사용자의 불만족 지수가 줄어

든다는 의미이므로 차량의 적재량은 클수록 좋다고 해석할 수 있다. 또한, 차량의 최대적재량이 커질수록 TTI의 값은 감소하는 경향을 보인다. 따라서 최대적재량을 늘어날수록 차량의 이동 시간이 감소한다는 것을 의미한다. PSI는 최대적재량이 커질수록 감소하는 경향을 보인다. PSI의 값이 감소했다는 것은 불균형한 대여소의 수가 줄어들었다는 것을 뜻한다. 반면에 차량의 최대적재량이 증가할수록, ALI의 값은 증가하는 경향을 보인다. 이는 차량에 적치된 자전거의 수가 증가한다는 뜻이다. 다시 말해 사용자가 이용하지 못하는 자전거의 수가 증가하는 것이므로 비효율이 발생한다고 볼 수 있다.

결론적으로 상한 재고량·하한 재고량의 범위가 같을 때 차량의 최대적재량(C)이 커질수록 좋지만, 어느 정도 이상 커지면 그 효과가 미비하다. 이는 대여소 간 자전거 불균형 해소를 위해 재배치 차량의 적절한 최대적재량을 설정하는 것이 중요하다는 것을 시사한다.

차량의 최대적재량(C)이 일정한 경우, 상한 재고량·하한 재고량(Upper/Lower Bound)의 범위가 커질수록 UDI의 값은 감소하는 경향을 보였다. 이는 사용자의 불만족 상황이 줄어드는 것을 뜻한다. 또한, TTI는 증가하는 경향을 보이는데 이는 차량 재배치에 더 많은 시간을 소요한다는 의미이므로 비효율적이다. 반면에 PSI는 감소하는 경향을 보였다. 이는 상한·하한 재고량이 넘어 문제가 되는 대여소의 수가 줄어든다는 것을 말한다. ALI는 상한 재고량·하한 재고량에 따라 큰 변화를 보이지 않았으며 차량의 최대용량에 더 영향을 받는 것으로 나타났다. 즉, 차량의 적재량이 일정한 경우 상한 재고량·하한 재고량의 범위가 커질수록 UDI, ALI 측면에서는 긍정적이지만 TTI 측면에서는 부정적으로 해석된다. 운영자는 이러한 상관관계 속에서 대여소 간 불균형 해소를 위하여 적절한 차량의 최대적재량, 대여소의 상한·하한 재고량의 조합을 찾는 것이 중요하다.

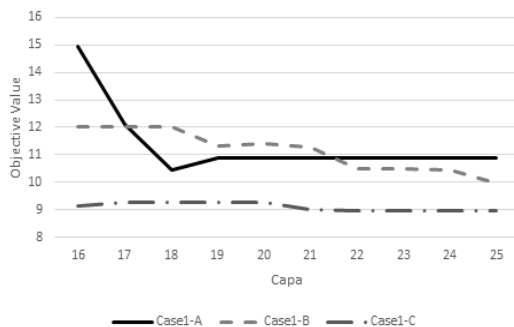
〈표 2〉 사례 별 차량의 최대적재량과 대여소의 상한·하한 재고량의 변화에 따른 결과

[대여소 간 거리의 표준편차(Case1-A &lt; Case1-B &lt; Case1-C)]

Case 1-A	Bound : ±10%					Bound : ±20%						Bound : ±30%					
Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)	Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)	Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)
16	14.92	11	0.32	5.59	35.98	16	4.38	3	0.49	11.46	11.79	16	3.38	2	0.42	8.74	9.19
17	12.09	11	0.32	6.02	151.86	17	4.38	3	0.35	11.77	20.28	17	3.38	2	0.39	8.5	6.39
18	10.46	8	0.24	4.01	272.41	18	4.38	2	0.56	11.68	19.28	18	3.38	2	0.41	12.85	9.59
19	10.89	10	0.32	7.03	202.41	19	4.38	2	0.35	8.35	11.89	19	3.38	2	0.45	12.74	7.79
20	10.87	9	0.32	7.02	828.96	20	4.38	2	0.4	10.21	11.79	20	3.38	2	0.45	12.36	7.49
21	10.87	9	0.32	7.23	140.3	21	4.38	3	0.68	11.46	12.29	21	3.38	2	0.39	10.43	7.79
22	10.87	9	0.32	6.54	461.87	22	4.38	3	0.42	11.46	8.49	22	3.38	2	0.52	10.65	7.69
23	10.87	9	0.31	7.65	591.62	23	4.38	2	0.43	13.86	11.89	23	3.38	2	0.39	8.68	6.09
24	10.87	9	0.32	7.49	840.19	24	4.38	3	0.37	14.38	8.29	24	3.38	2	0.5	16.39	4.5
25	10.87	9	0.32	7.63	902.61	25	4.38	2	0.53	14.44	10.29	25	3.38	2	0.42	13.12	8.59

Case 1-B	Bound : ±10%					Bound : ±20%						Bound : ±30%					
Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)	Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)	Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)
16	12.02	12	0.33	7.52	46.88	16	3.35	2	0.52	12.53	9.53	16	3.35	2	0.49	12.54	5.69
17	12.02	12	0.33	7.53	149.71	17	3.35	2	0.4	9.86	9.45	17	3.35	2	0.44	11.2	4.5
18	12.02	13	0.33	7.02	444.83	18	3.35	2	0.49	14.01	16.17	18	3.35	2	0.89	14.45	5.89
19	11.33	11	0.34	7	274.93	19	3.35	2	0.46	8.91	5.39	19	3.35	2	0.44	12.13	5.29
20	11.42	12	0.34	7.02	531.93	20	3.35	2	0.49	12.74	5.89	20	3.35	2	0.45	10.66	4.5
21	11.26	12	0.34	8.5	399.71	21	3.35	2	0.57	14.18	9.09	21	3.35	2	0.51	11.54	4.5
22	10.5	11	0.33	8.22	294.05	22	3.35	2	0.46	10.82	5.19	22	3.35	2	0.55	12.72	4.9
23	10.5	11	0.33	9.48	2096.81	23	3.35	2	0.4	9.96	8.59	23	3.35	2	0.48	9.72	4.5
24	10.43	12	0.33	9.02	177.43	24	3.35	2	0.4	9.96	8.59	24	3.35	2	0.49	14.28	5.89
25	9.98	9	0.33	8.54	177.29	25	3.35	2	0.46	16.65	11.39	25	3.35	2	0.5	14.88	5.1

Case 1-C	Bound : ±10%					Bound : ±20%						Bound : ±30%					
Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)	Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)	Capa	UDI	PSI	TTI	ALI	CPU Time (sec)
16	9.13	9	0.32	6.01	35.99	16	3.35	2	0.42	8.06	11.77	16	3.35	2	0.45	9.02	9.21
17	9.29	9	0.33	6.02	151.86	17	3.35	2	0.44	9.6	11.25	17	3.35	2	0.41	8.13	6.04
18	9.29	9	0.32	5.26	272.41	18	3.35	2	0.38	9.19	20.31	18	3.35	2	0.38	7.02	9.07
19	9.29	9	0.33	5.45	202.42	19	3.35	2	0.41	10.86	11.93	19	3.35	2	0.56	13.33	7.76
20	9.29	9	0.33	5.99	828.96	20	3.35	2	0.48	14.5	11.79	20	3.35	2	0.53	10.49	7.54
21	9.01	10	0.33	6.73	140.3	21	3.35	2	0.46	0.6	12.29	21	3.35	2	0.58	18.62	7.75
22	8.96	9	0.33	6.59	461.87	22	3.35	2	0.41	9.71	8.48	22	3.35	2	0.58	18.62	7.75
23	8.96	9	0.33	6.84	591.65	23	3.35	2	0.489	10.38	11.9	23	3.35	2	0.41	7.41	6.06
24	8.96	9	0.32	7.84	840.19	24	3.35	3	0.39	6.78	8.33	24	3.35	2	0.42	9.28	4.51
25	8.96	9	0.32	8.5	902.6	25	3.35	2	0.48	15.89	10.03	25	3.35	2	0.45	11.17	8.63



[그림 5] 사례별 차량 최대적재량에 따른 목적함수 값

사례별 차량 최대적재량과 목적함수 값의 상관관계는 [그림 5]와 같이 나타났다. 불균형 자전거수의 합을 의미하는 목적함수 값은 각 사례에서 차량의 최대 용량이 늘어남에 따라 감소하는 경향을 보이지만 일정 수준 이상에서는 더 이상 감소하지 않았다. 목적함수 값의 평균은 사례 1-A는 11.36, 사례 1-B는 11.15, 사례 1-C는 9.11로 사례 1-A, 사례 1-B, 사례 1-C 순으로 작게 나타났다. 재배치 계획을 세우기 위해서는 적절한 차량의 최대용량 설정이 중요하다.

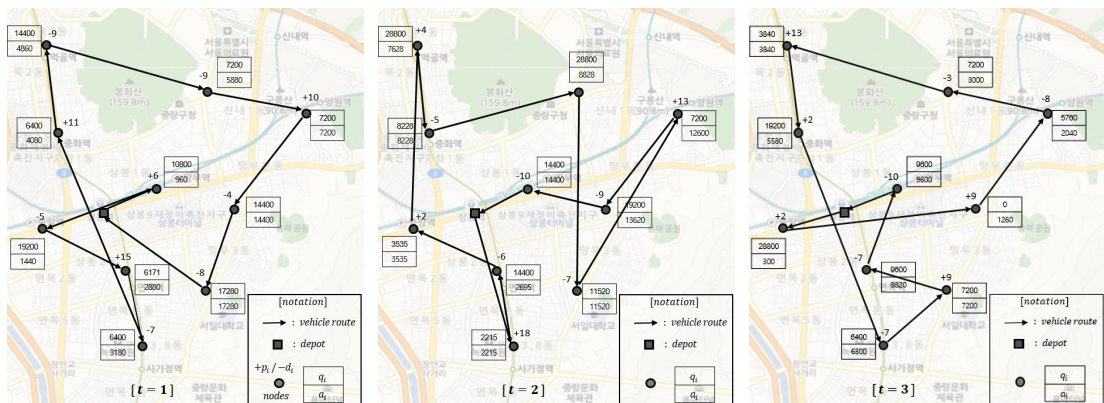
### 3.2.2 세부실험 결과 및 분석

앞에서 제시한 실험 결과는 각 경우에 하루 동안의 재배치 계획을 종합적으로 나타낸다. 하루의 차량 재배치는 3번의 계획 기간으로 나뉘기 때문에, 계획 기간별 세부실험 결과를 분석하였다. 사례 1-C의

결과 중에서 차량의 최대적재량을 20, 상한·하한 재고량을 각 대여소의 초기재고량의  $\pm 20\%$ 로 설정하였을 경우에 대한 세부 실험결과를 분석하였다. 차량이 적재량이 20보다 크면 목적함수의 감소가 더디고, 상한·하한 재고량의 범위가 너무 크거나 작으면 차량의 비효율이 발생하기 때문에 적절한 조합을 선택하여 분석하였다. 각 계획 기간에 차량은 창고(depot)에서 출발하여 대여소를 순회하고 일정 시간 내에 창고로 돌아온다. [그림 6]은 계획 기간별 차량의 경로를 나타낸다. 각 대여소 위에 표시된 값은 차량이 해당 대여소에서 수거 혹은 배달한 자전거 수를 뜻한다. 대여소 옆의 표 1행은 대여소별 상한 또는 하한 재고량을 넘어가는 시각( $q_i$ )이고, 2행은 차량이 실제 해당 대여소에 도착한 시각( $a_i$ )을 나타낸다. 만약 차량 도착 시각이 상한·하한 재고량을 넘어가는 시각보다 늦은 경우에 불균형 자전거수( $r_i$ )가 발생하였다.

<표 3>에 따르면, 첫 번째 계획 기간( $t = 1$ )에 차량은 총 10개의 대여소를 방문하였으며 차량의 경로는 D-5-10-3-1-4-8-2-6-9-7-D이다. TTI의 값은 0.6으로 계획 기간 8시간 중 60%에 해당하는 약 4시간을 수송하는 데에 쓰였다는 것을 뜻한다.

또한, ALI의 값은 5.73으로 나타났으며 이는 평균적으로 5.73대의 자전거가 차량에 적치되어있었다는 것이다. 이때, UDI와 PSI의 값은 0으로 나타났다. 이는 상한·하한 재고량을 벗어나는 대여소의



[그림 6] 계획 기간별 차량의 경로

〈표 3〉 계획기간 별 차량 경로 및 실험 결과

	t = 1	t = 2	t = 3
Route	D-5-10-3-1-4-8-2-6-9-7-D	D-5-10-2-1-9-4-3-6-8-7-D	D-9-6-7-10-2-5-3-1-4-8-D
UDI	0	3	0.35
PSI	0	1	1
TTI	0.6	0.5	0.33
ALI	5.73	5.67	3.10

〈표 4〉 모형 별 실험 결과

	Demand Driven Reallocation Model		Time Driven Reallocation Model		Difference
t = 1	Route	D-5-10-3-1-4-8-2-6-9-7-D	Route	D-3-2-4-9-1-5-10-7-6-8-D	·
	Stations	10	Stations	10	0
t = 2	Route	D-5-10-2-1-9-4-3-6-8-7-D	Route	D-1-5-10-3-7-6-8-9-D	·
	Stations	10	Stations	8	2
t = 3	Route	D-9-6-7-10-2-5-3-1-4-8-D	Route	D-1-5-10-2-4-3-7-6-8-D	·
	Stations	10	Stations	9	1
Total	UDI	3.35	UDI	10.80	-7.45
	TTI	0.48	TTI	0.23	0.25
	PSI	2	PSI	7	-5
	ALI	4.83	ALI	1.68	3.15
	CPU time (sec)	7.38	CPU time (sec)	11.79	-4.41

수가 없으며 8시간 중 상한·하한 재고량을 벗어나는 대여소를 목격한 고객도 없다는 것을 뜻한다. 따라서 첫 번째 계획 기간은 대여소 간 불균형 해소 측면에서 자전거 재배치가 잘 이루어졌다고 볼 수 있다. 두 번째 계획 기간(t = 2)에 차량은 10개의 대여소를 방문하였으며, 차량의 경로는 D-5-10-2-1-9-4-3-6-8-7-D이다. TTI의 값은 0.5로 전체 8시간의 시간 중 50%에 해당하는 약 4시간이 수송하는 데에 쓰여 첫 번째 계획 기간에 비해 다소 적은 시간이 쓰였다. 또한, ALI의 값은 5.73으로 나타났다. 반면, UDI의 값은 3으로 나타났으며 이는 불균형한 상황을 3명의 사용자가 목격했다는 것을 의미한다. 이때 PSI의 값은 1이며 이는 하나의 대여소에서만 상한·하한 재고량을 벗어나는 상황이 발생했다는 것이다. 두 번째 계획 기간에는 차량의 재배치 과정에서 하나의 대여소에서 상한·하한 재고량을 벗어나는 상황을 방지하지 못하여 사용자의 만족도가 다

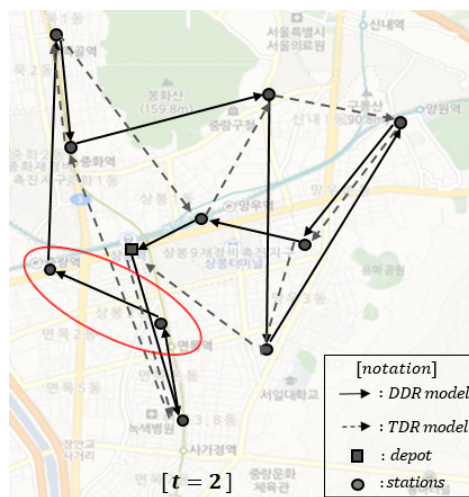
소 떨어졌다고 평가할 수 있다. 마지막 계획 기간(t = 3)에 차량은 총 10개의 대여소를 방문하였으며, 차량의 경로는 D-9-6-7-10-2-5-3-1-4-8-D이다. TTI의 값은 0.35로 8시간 중 33%에 해당하는 약 2시간 38분이 재배치 수행에 사용되었고, ALI의 값은 3.10으로 나타났다. 이때 UDI의 값은 0.35이고 PSI의 값은 1로 관찰되어 8시간 동안 한 개의 대여소에서 문제 상황이 발생하여 0.35명의 사용자가 이를 관찰하였다. 이 절에서는 사례 3의 대표적으로 세부 실험 결과에 대하여 설명하였지만 사례 1, 사례 2에서도 비슷한 결과를 보였다. 이처럼 차량의 재배치 효율의 지표로 TTI, ALI의 값을 활용 가능하며 사용자의 만족도 측면에서 UDI, PSI의 값을 지표로 활용할 수 있다.

앞의 세부 실험결과를 목적함수가 다른 두 모형으로 비교 분석한 결과는 <표 4>와 같다. Demand Driven Reallocation Model의 목적함수는 모든

시간대에 각 대여소에서 상한·하한 재고량을 벗어나는 불균형 자전거의 수를 최소화하는 것이다. Time Driven Reallocation Model의 목적함수는 모든 시간대에 차량이 이동하는 시간의 총합을 최소화하는 것이다. Demand Driven Reallocation Model은 각 대여소에서 상한·하한 재고량을 벗어나는 양 최소화를 고려하기 때문에 이동시간이 다소 증가하더라도 많은 대여소를 방문한 것으로 해석된다. Time Driven Reallocation Model은 UDI가 10.8, PSI가 7의 값을 가졌다. 이는 하루 동안 상한·하한 재고량을 벗어나는 대여소가 7개 발생했으며 이러한 상황을 자전거 수를 본 관찰한 사용자의 수가 10.8명이라는 것이다. 반면 Demand Driven Reallocation Model은 UDI가 3.35, PSI가 2의 값을 갖는 것으로 나타났다. 2개의 대여소에서 불균형이 발생하였으며 3.35명의 사용자가 이를 목격함을 뜻한다. 이 모형은 각 계획 기간의 끝에서 대여소의 하한 재고량 및 상한 재고량 조건을 만족하지만 각 계획 기간 중에서 불균형 최소화를 고려하지 않으므로 대여소에서 상한·하한 재고의 범위를 벗어나는 불균형 대여소 및 자전거 수가 크게 나타났다. Demand Driven Reallocation Model은 불균형이 일어나는 상황을 최소화하도록 고려하므로 Time Driven Reallocation Model보다 UDI 값은 7.45, PSI 값은 5만큼 적었다. 그러나 불균형 최소화 모형은 차량의 총 이동시간은 제한 시간 이내에 돌아오도록 하는 제약 조건만을 주었기 때문에 이동시간 최소화 모형에 비해 다소 증가하였다.

두 모형의 TTI 값의 차이는 0.25로 불균형 최소화 모형이 전체 시간 대비 25%만큼의 시간을 수송에 더 사용했다는 것이다. Demand Driven Reallocation Model은 차량의 이동시간이 다소 증가하였지만, TTI의 값은 0.48로 전체 계획 기간 중 50% 이하의 시간을 수송에 사용하였고, 불균형 상황을 효과적으로 줄였다는 점에서 효율적인 자전거를 재배치하는 계획이라고 평가할 수 있다.

하루 동안 총 3번의 계획 기간 중 하나의 계획 기간에 대해 상세 분석하였다. [그림 7]은 두 번째



[그림 7] 모형 별 차량의 경로 비교

계획 기간( $t = 2$ )에서 모형별 차량 경로의 차이를 보여준다. 점선은 Time Driven Reallocation Model의 차량 경로이며, 실선은 Demand Driven Reallocation Model의 차량 경로이다. 불균형 최소화 모형은 8개의 대여소를 방문하였고 3개의 대여소에서 불균형이 발생하였다. 불균형 최소화 모형은 이동시간이 다소 증가하더라도 불균형 최소화를 위해 그림에서 원으로 표시된 2개의 노드를 더 방문하여 10개의 대여소를 방문하였지만, 1개의 대여소에서 불균형이 발생하였다. 공유 자전거의 운영적 단계에서 차량은 제한시간 내에 복귀하며 모든 기간 내에 대여소의 재고수준을 최대한 보장하기 위해서는 불균형 최소화 모형이 유용하다.

### 3.3 사례 2 : 서울시 광진구를 중심으로

서울시 광진구의 자전거대여소 27개에 대하여 서울 열린 데이터광장에서 제공하는 서울특별시 공공 자전거 대여 이력 정보 데이터를 바탕으로 2018년 6월 16일 실제 사용자의 수요를 적용하여 실험하였다. 이를 통해 모형의 실제 사례에 적용 가능성을 확인하였다. 상한·하한 재고량이 초기재고량의 각각  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$ ,  $\pm 30\%$ 인 경우에 차량의 최대적재량을 30으로 설정하여 두 모형을 실험하였다.

〈표 5〉 광진구 사례의 모형별 실험 결과

	Demand Driven Reallocation Model			Time Driven Reallocation Model		
	Bound : $\pm 10\%$	Bound : $\pm 20\%$	Bound : $\pm 30\%$	Bound : $\pm 10\%$	Bound : $\pm 20\%$	Bound : $\pm 30\%$
UDI	13.45	11	10	145	178	136
TTI	0.69	0.81	0.47	0.39	0.32	0.32
PSI	3	1	1	44	50	47
ALI	14.36	16.61	15.58	10.89	11.88	5.67
CPU Time(Sec)	7200.19	1558.24	289.24	1789.55	989.02	147.02
GAP(%)	3.33	0	0	0	0	0

Demand Driven Reallocation Model에서 상한·하한 재고량의 범위가  $\pm 10\%$ 에서  $\pm 30\%$ 로 증가할수록 UDI, PSI가 감소하는 경향이 나타났다(<표 5> 참조). UDI는 각각 13.45, 11, 10의 값을 가졌고 PSI의 값은 각각 3, 1, 1의 값을 가지게 것으로 나타났다. 이는 하루 동안 광진구의 총 756명의 공공 자전거 사용자 중 각각 3, 1, 1개의 대여소에서 13.45, 11, 10명의 사용자가 대여소가 불균형한 상황을 목격했다는 것을 뜻한다. 또한, 상한·하한 재고량의 범위가  $\pm 10\%$ 로 가장 좁은 경우에 계산시간 7,200초를 기준으로 CPLEX(branch & cut)의 Linear Lower Bound 대비 Gap이 3.33%만큼 발생하였다. 즉, 상한·하한 재고량의 범위가 적당히 커지면 사용자의 만족도 측면에서 효과적이지만 범위가 너무 작으면 최적해를 구하는 데 많은 계산 시간이 소요되기 때문에 적절한 수준을 설정하는 것이 중요하다.

Time Driven Reallocation Model에서는 상한·하한 재고량의 범위가  $\pm 10\%$ 에서  $\pm 30\%$ 로 증가할수록 TTI가 각각 0.39, 0.32, 0.32의 값을 가지며 범위가 증가할수록 차량의 총 이동시간이 감소하는 경향을 보였다. 또한, ALI의 값은 각각 10.89, 11.88, 5.67의 값을 가지며 마찬가지로 줄어드는 추세가 나타났다. 상한·하한 재고량의 범위가 넓을수록 차량 운영의 효율성 측면에서 유리하다.

두 모형의 결과를 비교해보면, 앞의 제 3.2.2절의 사례 1의 실험과 비슷한 경향을 보였다. 평균적으로 Demand Driven Reallocation Model에서 TTI, ALI의 값이 더 크게 관찰되었다. 이는 재배치 차량의 운영 측면에서 Demand Driven Reallocation

Model이 차량의 이동시간이 더 길고 차량의 적재된 자전거 수 또한 많다는 의미이다. 그러나 사용자의 서비스 만족도 측면에서 Demand Driven Reallocation Model은 PSI, UDI 값에서 확인한 차이를 보인다. 특히, UDI의 값의 차이를 보면 Demand Driven Reallocation Model의 재배치 계획이 Time Driven Reallocation Model보다 사용자가 불균형 상황을 목격한 수가 적다는 것을 알 수 있다. 또한, PSI의 값 또한 매우 적게 나타났다. 즉, Demand Driven Reallocation Model은 Time Driven Reallocation Model보다 사용자의 서비스 만족도 측면에서 큰 개선을 이루었다고 할 수 있다.

실제 서울시 따릉이의 경우 각 대여소의 자전거 수를 해당 대여소의 거치대 수의 70% 이상의 적치율을 유지하는 것을 목표로 재배치를 운영하고 있다. 이는 <표 5>의 실험 결과 중 상한·하한 재고량의 범위가  $\pm 30\%$ 인 설정과 같다. 따라서 본 연구에서 제시하는 모형이 실제 사례에서도 적용 가능한 해를 도출하였다고 판단할 수 있다.

## 4. 결 론

본 연구에서는 이용자의 수요를 고려하여 각 대여소에서 적정재고수준을 벗어나는 자전거 양을 최소화하는 자전거 재배치 수리 모형을 제시하였다. 자전거 재배치 문제에서 단순히 차량의 총 이동 거리를 최소화하는 것이 아니라 이용자의 수요 패턴을 고려하여 대여소에서 적정 재고수준을 벗어나는 양을 줄였다. 재고 관리 모형의 적정 재주문 시간,

재주문양의 개념을 자전거 재배치 모형에 접목하였다는 점에서 기존의 연구와 차이가 있다. 본 연구의 실험 결과에 따르면 불균형 최소화 모형은 이동 시간 최소화 모형보다 원하는 적정 재고 수준을 벗어나는 불균형 양을 최소화하는 데에 효과적임이 관찰되었다. 차량의 이동시간은 다소 증가하는 단점이 있지만, 총 이동시간이 정해진 계획 기간 내에 이루어진다는 점과 각 대여소에서 발생하는 불균형 양과 시간을 최소화한다는 점에서 효율적인 재배치 계획이라고 볼 수 있다.

서울시 공유 자전거 시스템에서 도봉구, 강동구, 중랑구의 각 10개의 대여소를 대상으로 1대의 재배치 차량으로 불균형 해소를 위한 모형을 실험하여 성능을 평가하고, 광진구의 27개의 대여소를 대상으로 실제 사례에 적용해 보았다. 실제 공유 자전거 시스템에서는 대여소의 수가 더 많은 지역구가 존재하거나 여러 대의 재배치 차량이 같은 구역을 순회할 수 있다는 점에서 한계가 있다.

이 연구에서 제시하는 수리 모형은 사용자의 수요를 1차 함수의 형태로 가정하였지만 추후 연구에서는 다양한 형태로 사용자의 수요를 응용하여 확장할 수 있다. 실제 자전거 공유 시스템에서 사용자의 수요는 시간대별, 대여소별로 끊임없이 변화한다. 다차 함수 형태의 연속적인 이용자의 수요를 가정한다면 이 연구에서 제시한 모형보다 현실적인 상황을 반영 가능할 것으로 기대한다. 또한, 이 연구에서는 확정적인 모형으로 해법을 제시하였지만, 확률적인 측면에서 모형을 설정하는 것도 가능하다. 이를 통해 공유 자전거 시스템에서 사용자의 서비스 불만족 상황을 효율적으로 해소할 수 있을 것으로 기대한다.

## 참 고 문 헌

- [1] 지창훈, 김미이, 이영훈, “배달과 수집을 수행하는 차량경로문제 휴리스틱에 관한 연구-수도권 레미콘 운송사례”, 『경영과학』, 제24권, 제2호 (2007), pp.43-56.
- [2] Brinkmann, J., M.W. Ulmer, and D.C. Mattfeld, “Short-term strategies for stochastic inventory routing in bike sharing systems,” *Transportation Research Procedia*, Vol.10(2015), pp.364-373.
- [3] Fricker, C. and N. Gast, “Incentives and re-distribution in homogeneous bike-sharing systems with stations of finite capacity,” *Euro Journal on Transportation and Logistics*, Vol.5, No.3(2016), pp.261-291.
- [4] Ghosh, S., P. Varakantham, and Y. Adulyasak, “Dynamic repositioning to reduce lost demand in bike sharing systems,” *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol.58(2017), pp.387-430.
- [5] Laporte, G., F. Meunier, and R.W. Calvo, “Shared mobility systems,” *A Quarterly Journal of Operations Research*, Vol.13, No.4 (2015), pp.341-360.
- [6] Li, H. and A. Lim, “A metaheuristic for the pickup and delivery problem with time windows,” *International Journal on Artificial Intelligence Tools*, Vol.12, No.2(2003), pp.173-186.
- [7] Min, H., “The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points,” *Transportation Research Part A : General*, Vol.23, No.5(1989), pp.377-386.
- [8] Mosheiov, G., “The travelling salesman problem with pick-up and delivery,” *European Journal of Operational Research*, Vol.79, No.2(1994), pp.299-310.
- [9] Raidl, G.R., B. Hu, and M. Raine, “Balancing Bicycle Sharing Systems : Improving a VNS by Efficiently Determining Optimal Loading Operations,” *International Workshop on Hybrid Metaheuristics*, (2013), pp.130-143.
- [10] Raviv, T. and O. Kolka, “Optimal inventory

- management of a bike-sharing station,” *Journal IIE Transactions*, Vol.45, No.10(2013), pp.1077–1093.
- [11] Singla, A., M. Santoni, G. Bartók, P. Mukerji, M. Meenen, and A. Krause, “Incentivizing Users for Balancing Bike Sharing Systems,” *In Twenty-Ninth AAAI Conference on Artificial Intelligence at Austin, Texas, USA*, (2015), pp.723–729.
- [12] Vogel, P., “Service network design of bike sharing systems,” Springer, (2016), pp.113–135.