

定理 1. 自然数の二乗の逆数の和は次の実数に収束する:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots = \frac{\pi^2}{6}$$

定理 2. 複素数 s に対し, 無限級数

$$1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \frac{1}{4^s} + \cdots$$

は $\operatorname{Re}(s) > 1$ で収束し, $\mathbb{C} \setminus \{1\}$ へ有理型に解析接続できる. この函数を $\zeta(s)$ で表したとき, $s = -1$ での値は

$$\zeta(-1) = -\frac{1}{12}$$

となる.