

Versuch 204:  
Wärmeleitung von Metallen

Evelyn Romajuk, Ramona  
Kallo

Korrektur per PDF  $\Rightarrow$  ok. 10.11.17

Sonja

## Inhaltsverzeichnis

1. Zielsetzung	2
2. Theorie	2
3. Versuchsaufbau	3
4. Versuchsdurchführung	4
4.1. statische Methode	4
4.2. dynamische Methode	5
5. Auswertung	
6. Diskussion	
7. Quellen	

## 1. Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wärmeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl untersucht werden. Ferner soll auch die Wärmeleitfähigkeit der spezifischer Proben untersucht werden.

## 2. Theorie

Wärme kann auf drei verschiedene Weise von einem Körper oder Ort zu einem anderen übertragen werden: durch Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung. Wärmeleitung findet nur dann statt, wenn ein Temperaturunterschied auftritt. Wenn das andere Ende eines Stabes erwärmt wird, so bewegen sich die Moleküle dort schneller. Es fließt eine konstante Wärmemenge  $dQ$  pro Leiterheit  $dt$  gegeben durch:

$$dQ = -k A \frac{\partial T}{\partial x} dt \quad (1)$$

worin  $A$  die Querschnittsfläche des Stabes und  $k$  die Proportionalitätskonstante ist, die materialspezifisch und materialunabhängig ist. Das Minuszeichen sagt aus, dass der Wärmestrom in die den Temperaturgradienten entgegengesetzte Richtung fließt.

Aus der Thermodynamik ist bekannt die Wärmezufuhr durch:

$$dQ = c \cdot m \cdot \Delta T \quad \text{und} \quad m = \rho \cdot dV$$

wobei  $c$  die spezifische Wärmekapazität ist und  $m$  und  $\rho$  die Masse beziehungsweise die Dichte des Körpers sind.

Für die Wärmestromdichte gilt:

$$j_Q = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

Aus der Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (2)$$

✓

②

ergibt sich die erste Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

Die periodische Erwärmung und Abkühlung eines Körpers führt zur Ausbreitung einer Temperaturwelle. Diese ist gegeben durch:

$$T(x, t) = T_{\max} \cdot e^{-\sqrt{\frac{\omega pc}{K}} t} \cos(\omega t - \sqrt{\frac{\omega pc}{K}} x) \quad (4)$$

$T_{\max}$  ist die Amplitude einer gedämpften Welle, die exponentiell entlang  $x$  abnimmt. Die Phasengeschwindigkeit, die durch  $\omega$  und  $K$  bestimmt ist, lautet dann nach:

$$\omega = \frac{\omega}{K} = \sqrt{\frac{2K\omega}{pc}} \quad (5)$$

Mit Hilfe der Umformungen:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ mit } T \text{ als Periodendauer}$$

und

$$\phi = \frac{2\pi \Delta t}{T} \text{ mit } \phi \text{ als Phase}$$

erhält man die Formel für die Wärmelufähigkeit:

$$K = \frac{pc(\Delta x)^2}{2\Delta t \ln\left(\frac{A_{\text{nah}}}{A_{\text{fern}}}\right)} \quad (6)$$

wobei  $\Delta x$  der Abstand zwischen den Messstellen sind und  $\Delta t$  die Phasendifferenz der Temperaturwelle der beiden Messstellen ist.

### 3. Versuchsaufbau

Auf der Apparatur findet man vier Probenstäbe aus drei verschiedenen Materialien wie Aluminium, Messing ( $\alpha_x$ ) und Edelstahl. Diese werden mit Hilfe von einem Peltier-element geheizt und gekühlt. Für die statische Methode funktioniert das Peltier-element bei einer Spannung von 5 V und bei der dynamischen Methode 8V. Die Temperaturen werden mit einem Thermoelement gemessen und registriert und an einen Datenlogger (Xplorer GLX) und

③

weitergegeben. Die Daten können dann dementsprechend gespeichert werden, in Tabellen eingetragen und letztendlich mit Hilfe von einem USB-Stick an einen Computer visualisiert werden.

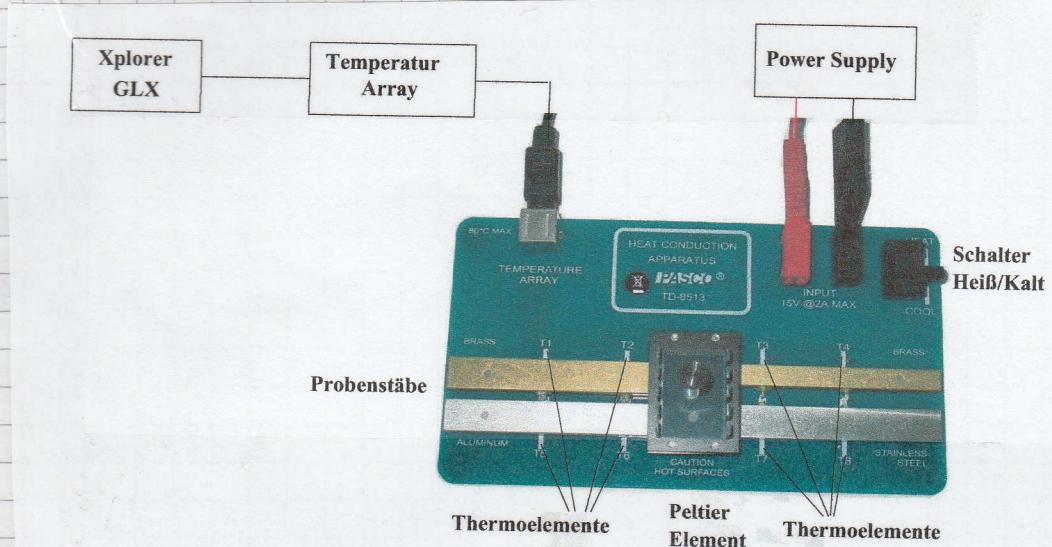


Abbildung 1: Aufbau [1, S. 3].

## 4. Versuchsdurchführung

### 4.1. statische Methode

Das GLX muss über das 8-fach Temperatur Array und über die Grundplatte verbunden werden. Die Apparatur muss auf „COOL“ gestellt werden bevor die Messung starten kann. Es wird überprüft ob alle acht Thermoelemente angezeigt werden und gegebenenfalls hinzugefügt. Danach werden die Isolierungen für alle Probenstäbe gelegt. Die Abtastrate wird auf 5s und die Spannung an den Power-Supply auf 5,6 V eingestellt. Als nächstes kann der Schalter auf „HEAT“ gesetzt werden. Die Messung kann solange durchgeführt werden bis die Temperatur an Thermoelement T7  $45^{\circ}\text{C}$  angezeigt wird.

Nach ca. 900s werden die Temperaturen von Thermoelementen T1, T4, T5 und T8 aufgeschrieben. Am Ende der Messung wird der Schalter wieder auf „COOL“ gestellt, die Isolierungen der Stäbe werden entfernt bis die Thermoelemente weniger als  $30^{\circ}\text{C}$  anzeigen. In einem Diagramm werden die



gemessener Daten und die Temperaturunterschiede von  $T_7 - T_8$  und  $T_2 - T_1$  graphisch dargestellt.

#### 4.2. Dynamische Methode

Die Abtastrate wird auf 2s gesetzt und die Spannung am Netzgerät auf 8V eingestellt. Es werden die Isolierungen wieder auf die Probenstäbe gesetzt und die Messung kann starten. Die Stäbe werden zuerst für 40s geheizt und für die nächsten 40s gekühlt. Dieser Vorgang muss mindestens 10 mal durchgeführt werden. Die Isolierungen werden am Ende abgerommen und gekühlt bis eine Temperatur von ca.  $30^\circ\text{C}$  angezeigt wird. Derselbe Vorgang wird für eine Periodendauer von insgesamt 200s durchgeführt, das heißt die Stäbe werden jeweils für 100s geheizt und gekühlt. Dies wird solange gemacht bis eine Temperatur von ca.  $80^\circ\text{C}$  angezeigt wird. Abschließend werden hier die Ergebnisse graphisch dargestellt.

### 5. Auswertung

#### 5.1. statische Methode

Erne sind die Temperaturverläufe für alle vier Probestäbe zu vergleichen.

## 5. Auswertung

### 5.1. Fehlerrechnung

Der Mittelwert wird bestimmt durch:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i.$$

(7)

✓

Der zugehörige Fehler des Mittelwerts ermittelt sich durch:

$$\delta\bar{x} = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}. \quad (8)$$

(8)

✓

### 5.2. Statische Methode

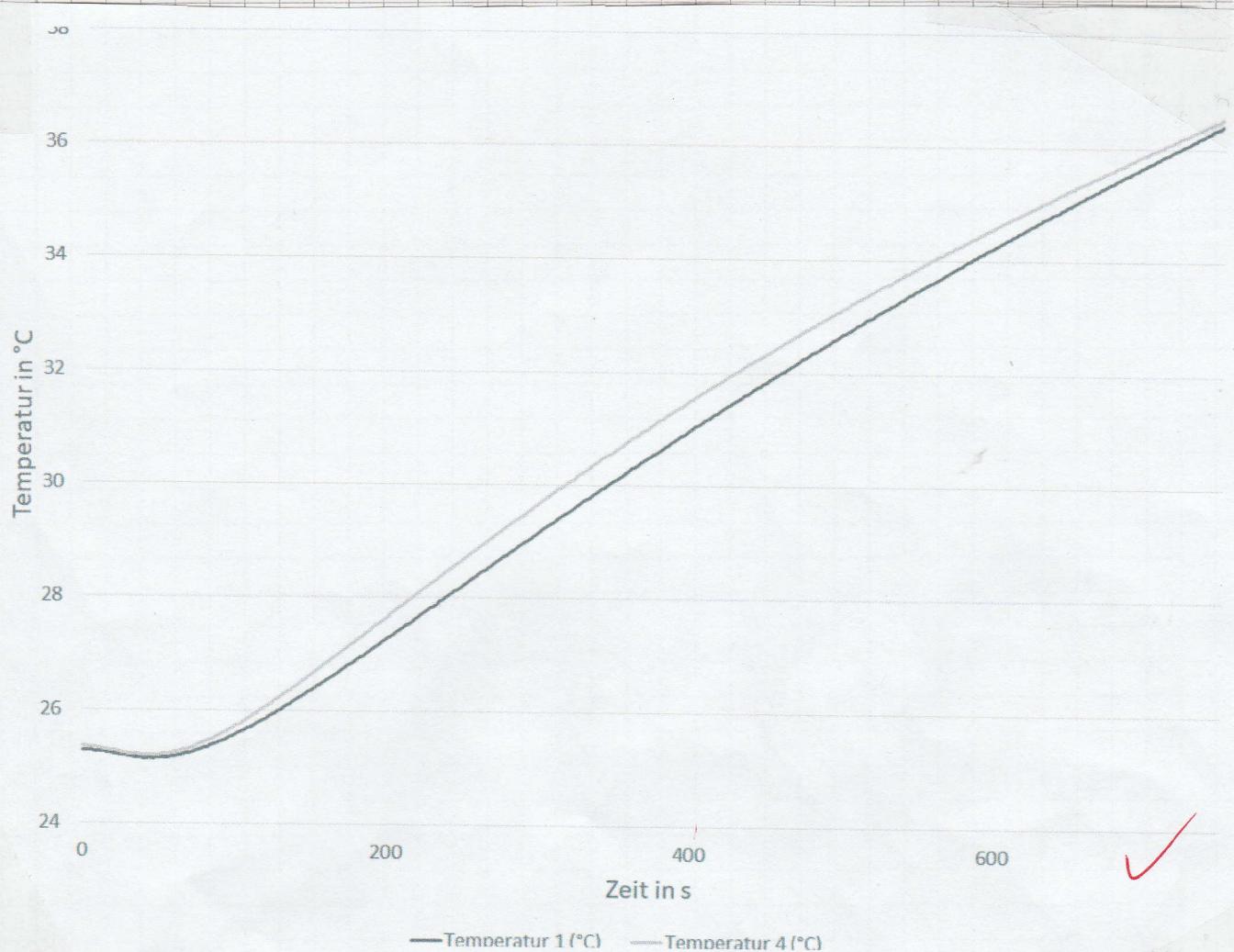


Abbildung 2: Temperaturverlauf  $T_1 - T_4$ ,  
(heller Graph  $\rightarrow$  schmaler Messingstab; dunkler  
Graph  $\rightarrow$  breiter Messingstab).

In Abbildung 2 ist zu sehen, dass die Verläufe der breite und der schmale Messingstab ( $T_4$ ) schneller eine höhere Temperatur als  $T_1$ . Gegen Ende der Messungszeit nähern sich die Temperaturen

der beiden Messstäbe wieder an, weshalb man vermutet kann, dass bei längerer Messzeit die beiden Temperaturverläufe gegen denselben Wert streben.

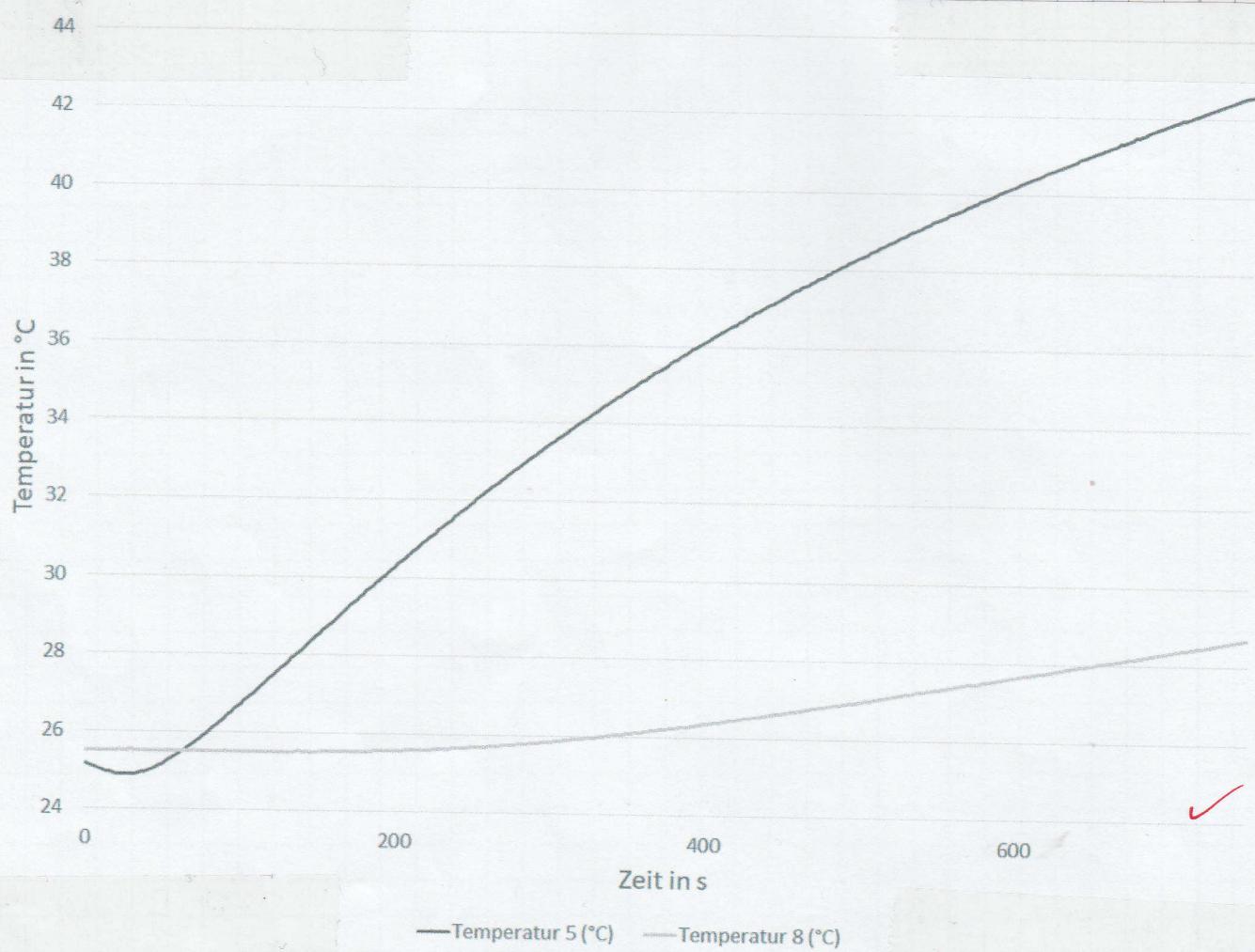
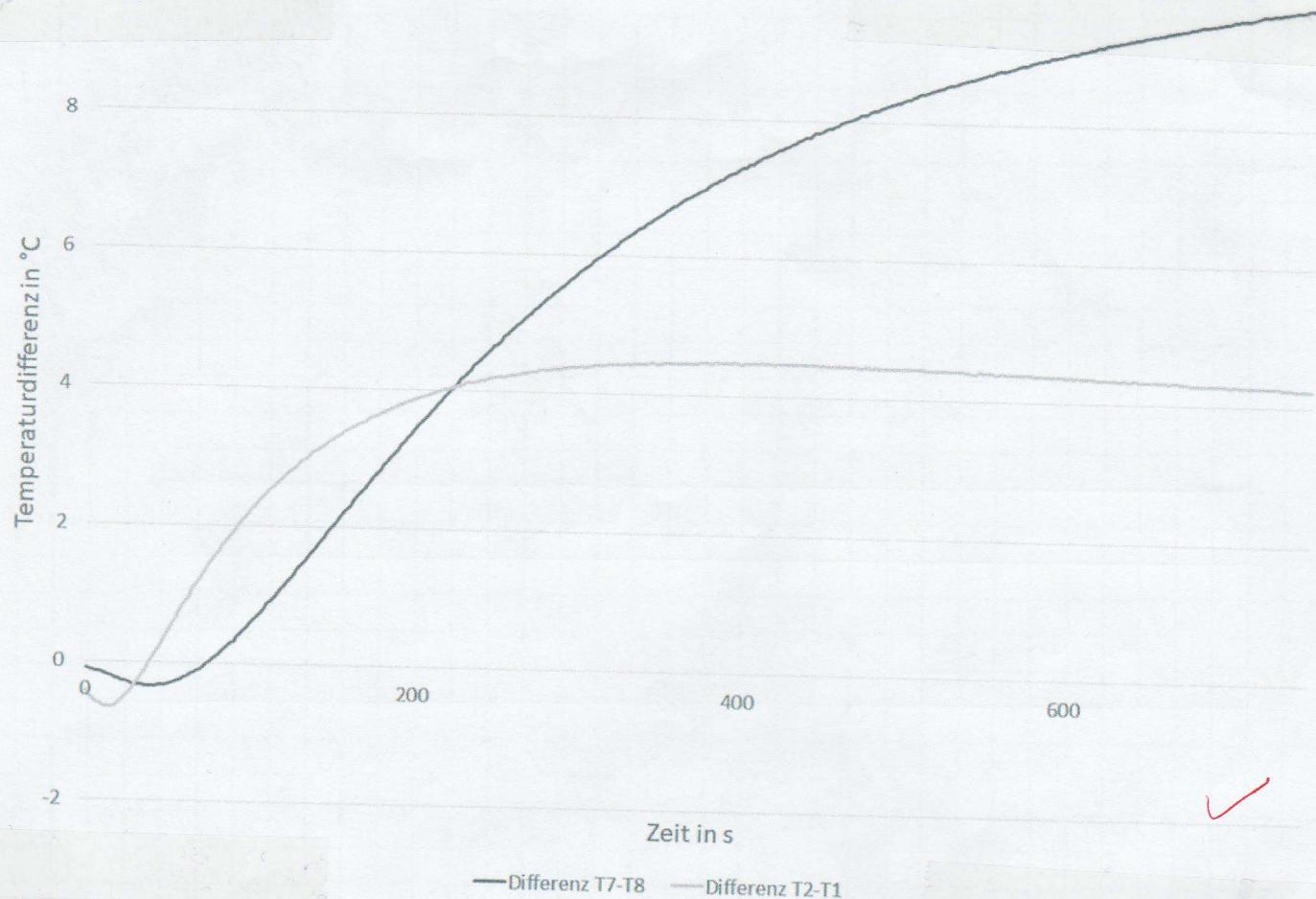


Abbildung 3: Temperaturverlauf bei Aluminium- und Edelstahlstab (heller Graph → Edelstahl, dunkler Graph → Aluminium)

Bei Aluminium ( $T_5$ ) und Edelstahl ( $T_8$ ) liegt sich hingegen ein anderes Bild: Aus der Abbildung 3 wird ersichtlich, dass obwohl Aluminium einen geringeren Startwert hat, die Temperatur mit der Zeit schnell zunimmt. Dagegen steigt die Kurve von Edelstahl sehr langsam an. Vergleicht man die Abbildungen 2 und 3 miteinander, lässt sich feststellen, dass  $T_1$ ,  $T_4$  und  $T_5$  einen ähnlichen Verlauf aufweisen,  $T_8$  allerdings viel flacher verläuft.



Beschriftung der Graphen fehlt.

Abbildung 4: Temperaturdifferenzen des breiten Messingstabes ( $T_2-T_1$ ) und des Edelstahlstabes ( $T_4-T_8$ )

Bei der Betrachtung der Abbildung 4 für die Differenzen von  $T_4-T_8$  und  $T_2-T_1$  kann man annehmen, dass die Temperaturverläufe mit dem Wärmeleitkoeffizienten  $K$  zusammenhängen. Je größer der Wärmeleitkoeffizient  $K$ , desto geringer ist die Temperatur, gegen der der Graph der Temperatur nach längerer Zeit strebt, weil sich die Wärme im Metall besser ausbreitet. Es lässt sich also feststellen, dass Messing einen höheren Wärmeleitkoeffizienten und damit eine bessere Wärmeleitung hat als Edelstahl. Man sieht auch dass die Graphen der Temperaturdifferenzen in der ersten Minute negative Werte annehmen, da bei beiden Stäbe das nähere Thermoelment kühler ist als das Fernere. Nach einiger Zeit steigen die beiden Kurven an und treffen sich bei  $t \approx 226$  s. Ab diesem Zeitpunkt (8)

nimmt  $T_7 - T_8$  merklich zu, während  $T_2 - T_1$  langsam gegen einen Wert von etwa  $4,25^\circ\text{C}$  konvergiert. Es lässt sich vermuten, dass auch die Kurve von  $T_7 - T_8$  für längere Messzeiten gegen einen Grenzwert läuft, welcher jedoch größer ist als der von  $T_2 - T_1$ . ✓

Tabelle 1: Temperaturen von Messing, Aluminium und Edelstahl nach 400s in  $[T] = ^\circ\text{C}$

Aluminium( $T_3$ )	schmales Messing( $T_4$ )	breites Messing( $T_5$ )	Edelstahl( $T_6$ )	
$41,9^\circ\text{C}$	$35,93^\circ\text{C}$	$35,73^\circ\text{C}$	$28,34^\circ\text{C}$	✓

Auch im Vergleich der Temperaturen der Thermoelemente  $T_1, T_4, T_5$  und  $T_8$  kann man erkennen, dass Messing eine höhere bessere Wärmeleitfähigkeit als Edelstahl besitzt. Von allen verwendeten Metallen hat jedoch Aluminium die höchste Temperatur bei  $T=400\text{s}$  und damit die beste Wärmeleitfähigkeit. ✓

Zur Bestimmung des Wärmestroms werden für 5 verschiedenen Messzeiten die Temperaturdifferenzen zwischen den nahen und fernen Thermoelementen eines jeden Metallstabes benötigt, sowie die Werte für die Querschnittsfläche  $A$  aus der Versuchsanleitung [1, S. 3] entnommen und der Abstand  $\Delta x$  zwischen den Thermoelementen, welcher  $(0,03 \pm 0,00)\text{m}$  beträgt. Der Wärmestrom wird dann nach Gleichung (1) berechnet.

Messzeit t/s	$(T_2 - T_1)/K$	$(T_6 - T_5)/K$	$(T_7 - T_8)/K$
100	2,24	2,80	0,59
200	3,88	3,34	3,48
400	4,48	2,97	7,35
600	4,37	2,59	9,05
700	4,29	2,47	9,56

Tabelle 2: Temperaturdifferenzen des breiten Messingstabes ( $T_2 - T_1$ ), des Aluminium- ( $T_6 - T_5$ ) und des Edelstahlstabes ( $T_7 - T_8$ )

$$\Delta x_{\text{Messing,breit}} = (0,03 \pm 0,00) \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{Edelstahl}} = (0,03 \pm 0,00) \text{ m}$$

$$\Delta x_{\text{Aluminium}} = (0,03 \pm 0,00) \text{ m}$$

Zur Bestimmung der Wärmeleitkoeffizienten von Messing, Aluminium und Edelstahl werden für fünf verschiedene Messzeiten die Werte aus Tabelle 2 benötigt, sowie der Abstand  $\Delta x$  zwischen den Thermoelementen und den Wärmestrom  $dQ/dt$ , der aus Stromstärke und Spannung des Netzteils berechnet werden kann. Die Werte für die Querschnittsfläche  $A$  entnimmt man aus der Versuchsanleitung [1, S. 3].

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dt} &= P = U \cdot I \\ \Rightarrow \frac{dQ}{dt} &= 6,4 \text{ V} \cdot 0,66 \text{ A} = 4,224 \text{ W}. \end{aligned}$$

Stellt man (1) nach K um und setzt die genannten Werte ein, so erhält man die folgenden Wärmeleitkoeffizienten.

	Messing	Aluminium	Edelstahl
$K_1$	$-1178,57 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$	$-942,86 \text{ W}/(\text{mK})$	$-4474,58 \text{ W}/(\text{mK})$
$K_2$	$-680,41 \text{ W}/(\text{mK})$	$-790,42 \text{ W}/(\text{mK})$	$-758,62 \text{ W}/(\text{mK})$
$K_3$	$-589,29 \text{ W}/(\text{mK})$	$-888,88 \text{ W}/(\text{mK})$	$-359,18 \text{ W}/(\text{mK})$
$K_4$	$-604,12 \text{ W}/(\text{mK})$	$-1019,31 \text{ W}/(\text{mK})$	$-291,71 \text{ W}/(\text{mK})$
$K_5$	$-615,38 \text{ W}/(\text{mK})$	$-1068,83 \text{ W}/(\text{mK})$	$-296,15 \text{ W}/(\text{mK})$

### 5.3. Dynamische Methode

im zweiten Teil des Versuchs wurden die Probestäbe periodisch geheizt und gekühlt. hierbei betrug die Heizperiode 200s.

In Abbildung 5 sind die beiden Graphen der Thermoelemente  $T_7$  und  $T_8$  des Edelstahlstabes zu sehen. Beide wellenförmigen Kurven steigen kontinuierlich an, die Auslenkung von  $T_7$  ist allerdings stärker als die von  $T_8$ .

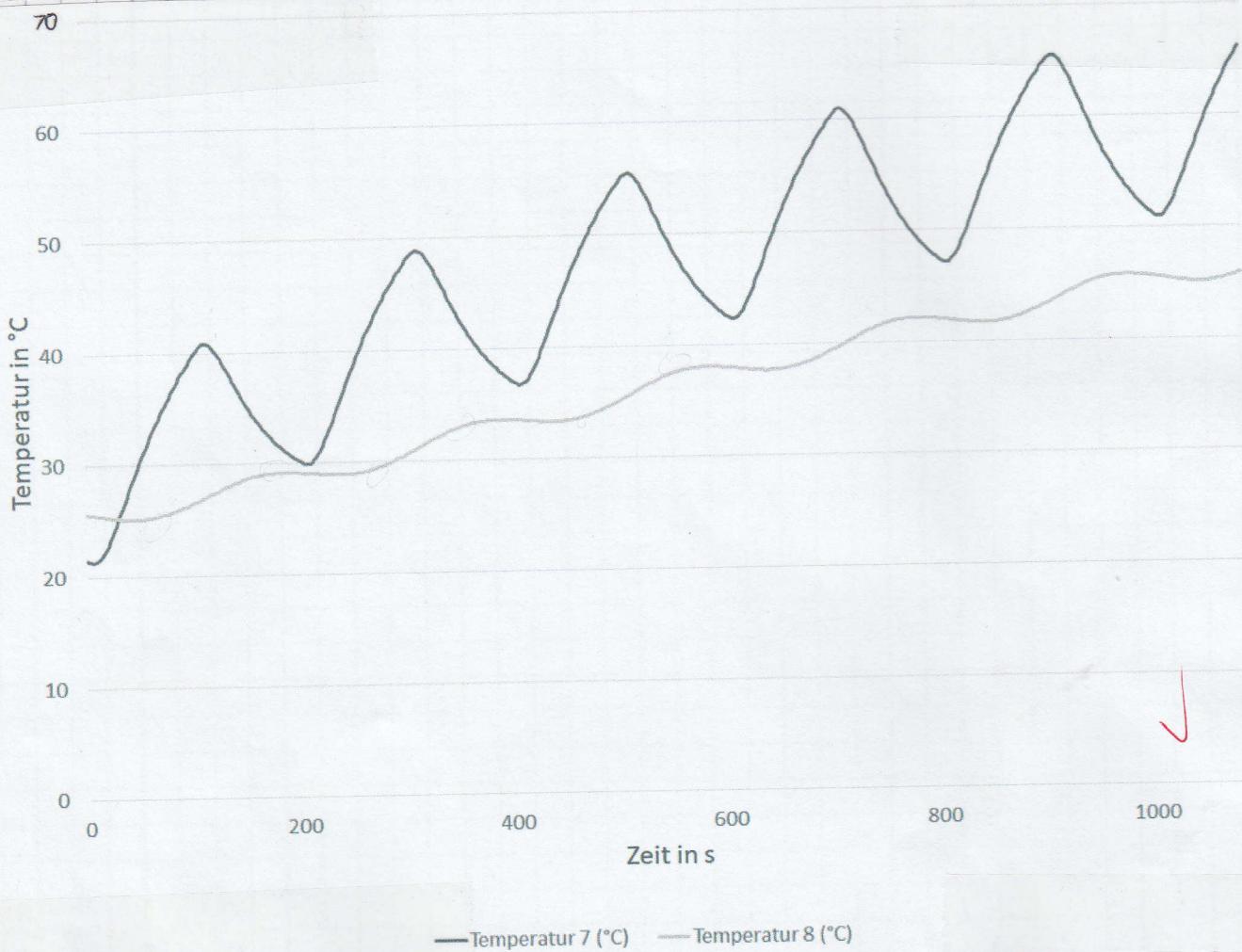


Abbildung 5: Temperaturverlauf bei Edelstahl, Periodendauer 200s.

Für die Berechnung des Wärmeleitungscoefficienten wird Gleichung (6) genutzt, die dafür benötigten Amplituden sowie die Phasendifferenzen können aus der Abbildung 5 oder aus der Wertetabelle des Datenloggers entnommen werden. Die Dichte und die Wärmekapazität für Edelstahl werden aus der Versuchsanleitung [1, S. 3] übernommen.

Tabelle 3: Gemessene Daten - Edelstahlstab

Anah/K	Afern/K	$\ln\left(\frac{\text{Anah}}{\text{Afern}}\right)$	Phasendifferenz Δt/s
10,93	0,29	3,62	46
12,2	0,23	3,97	48
13,16	0,34	3,65	44
13,9	0,5	3,32	42
14,54	0,7	3,03	68

Man berechnet die Wärmeleitkoeffizienten:

$$K_1 = 5,22 \text{ J/msK}$$

$$K_2 = 4,65 \text{ J/msK}$$

$$K_3 = 5,33 \text{ J/msK}$$

$$K_4 = 6,02 \text{ J/msK}$$

$$K_5 = 6,98 \text{ J/msK}$$

und bildet den Mittelwert mit Gleichung (4) sowie den Fehler des Mittelwerts mit Gleichung (8) und erhält:

$$\rho = 8000 \text{ kg/m}^3$$

$$c = 400 \text{ J/kgK}$$

$$\Delta x = (0,03 \pm 0,00) \text{ m}$$

$$\Delta t = (43,6 \pm 1,4) \text{ s}$$

$$\ln\left(\frac{\text{Anah}}{\text{Afern}}\right) = 3,51 \pm 0,15$$

$$K_{\text{Edelstahl}} = (5,64 \pm 0,3) \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

Die Abweichung zum Literaturwert von  $K = 15 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$  beträgt  $-62,4\%$ .<sup>(1)}</sup>

- Berechnung von  $\lambda$  und der Frequenz fehlt  $\lambda = \frac{\text{Frequenz}}{\text{se}}$
- $\frac{dQ}{dt}$  mit Tabelle 2 ( $\Delta T$ ) bestimmen ✓
- Tabelle 3 mit Abbildung 5 vergleichen und Anah und Afern neu bestimmen  
↳ danach neue K-Werte bestimmen

(1) <http://www1.chemie.de/lexikon/Waermeleitfaehigkeit.html>.

## 6. Diskussion

Die statische Methode konnte keine brauchbaren Ergebnisse liefern, da alle berechneten Wärmeleitkoeffizienten enorm von ihren Literaturwerten<sup>(2)</sup>

$$\text{Messing: } K_{\text{messung}} = 120 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$\text{Aluminium: } K_{\text{Aluminium}} = 237 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$\text{Edelstahl: } K_{\text{Edelstahl}} = 15 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

abweichen. Möglicherweise ist der Wärmestrom als Faktor in der Berechnung der Koeffizienten zu groß, was sich stark auf die Ergebnisse auswirkt.

Da aufgrund von technischen Schwierigkeiten keine Daten für die dynamische Methode mit 80s-Periode verwendet werden konnten, war es nur möglich den Wärmeleitkoeffizienten von Edelstahl zu berechnen. Bei diesem lässt sich eine recht große Abweichung zum Literaturwert feststellen. Diese Abweichung könnte mit der Einstellung des Netzteils, dass das Peltierelement versorgt, zusammenhängen. Bei unserem Versuch konnten nur fünf volle Perioden gemessen werden, bei optimierter Einstellung von Strom und Spannung wäre es durchaus möglich, längere Messungen durchzuführen, die genauere Ergebnisse liefern. Weiterhin ist es ebenso vorstellbar, dass die Temperaturen zu ungenau gemessen und registriert wurden.

## 7. Quellen

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zu Versuch 204: Wärmeleitung von Metallen. 2017.

(2) <http://www.chemie.de/Lexikon/Wärmeleitfähigkeit.html>