

V27

Zeeman-Effekt

Polina Stecher
polina.stecher@tu-dortmund.de

Ramona-Gabriela Kallo
ramonagabriela.kallo@tu-dortmund.de

Durchführung: 7.11.18

Abgabe: DATUM

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	3
2	Theorie	3
2.1	Das magnetische Moment eines Elektrons und seine Drehimpulse	3
2.2	Wechselwirkungsarten der Drehimpulse	3
2.2.1	j-j-Kopplung	4
2.2.2	LS-Kopplung	4
2.3	Aufspaltung der Energieniveaus im Magnetfeld	4
2.4	Auswahlregeln	6
2.5	Der normale Zeeman-Effekt	6
2.6	Der anormale Zeeman-Effekt	7
3	Aufbau und Durchführung	8
4	Vorbereitungsaufgabe	9
4.1	Auflösungsvermögen und Dispersionsgebiet der Lummer-Gehrcke-Platte .	9
4.2	Termschemata der Spektrallinien	9
5	Auswertung	11
6	Diskussion	11
	Literatur	11

1 Einleitung und Motivation

Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung der Energieniveaus von Atomen unter dem Einfluss eines äußeren Magnetfeldes, was dann zu einer Aufspaltung und Polarisation der Spektrallinien führt. Das Ziel des durchgeführten Versuchs ist es, den Effekt mithilfe einer Cadmium-Lampe nachzuweisen zu werden beziehungsweise die Aufspaltung der Spektrallinien sichtbar zu machen.

2 Theorie

2.1 Das magnetische Moment eines Elektrons und seine Drehimpulse

In einem Atom besitzen die Hüllenelektronen einen Bahndrehimpuls \vec{l} und einen Spin \vec{s} , also zwei Drehimpulse, deren Beträge sich aus den Quantenzahlen l und s wie folgt ergeben:

$$|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad (1)$$

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)}\hbar. \quad (2)$$

Wobei der Spin des Elektrons den Wert $s = \frac{1}{2}$ besitzt und die Bahndrehimpulsquantenzahl l in Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl n von 0 bis $n-1$ laufen kann.

Mit der Ladung des Elektrons können den Drehimpulsen magnetische Momente zugeordnet werden, welche proportional zum sogenannten Bohrschen Magneton μ_B sind:

$$\mu_B = -\frac{1}{2}e_0\frac{\hbar}{m_0}, \quad (3)$$

wobei e_0 die Elektronenladung und m_0 die Elektronenmasse sind. Die zu den Drehimpulsen gehörenden magnetischen Momente ergeben sich wie folgt:

$$\vec{\mu}_l = -\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{l} = -\mu_B\sqrt{l(l+1)}\vec{l}_e, \quad (4)$$

$$\vec{\mu}_s = -g_s\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{s} = -g_s\mu_B\sqrt{s(s+1)}\vec{s}_e, \quad (5)$$

mit den Einheitsvektoren \vec{s}_e und \vec{l}_e in \vec{s} - und \vec{l} -Richtung. Die neu hinzugefügte Größe g_s wird als Landé-Faktor bezeichnet und beschreibt auch die magnetomechanische Anomalie des Elektrons. Folgend aus der Dirac-Theorie besitzt dieser Faktor den Wert 2 für das freie Elektron. Unter Berücksichtigung relativistischer Korrekturen gilt $g_s \approx 2$.

2.2 Wechselwirkungsarten der Drehimpulse

Die Spins und die Bahndrehimpulse können im Allgemeinen auf verschiedenste Arten miteinander wechselwirken. In diesem Versuch werden allerdings nur zwei Grenzfälle näher betrachtet, die viele Atome annähernd präzise beschreiben. Außerdem spielen noch die Drehimpulse des Atomkerns eine wichtige Rolle.

2.2.1 j-j-Kopplung

Für diesen Grenzfall werden nur die schwersten Atome betrachtet, also Atome mit einer höheren Ordnungszahl. Diese Wechselwirkung wird dadurch gekennzeichnet, dass sie stärker zwischen Spin und Bahndrehimpuls des einzelnen Elektrons ist als die Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Elektronen untereinander. Es ergibt sich also für jedes Einzelelektron ein Gesamtdrehimpuls von:

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i \quad (6)$$

und ein Gesamtdrehimpuls der Hülle:

$$\vec{J} = \sum \vec{j}_i. \quad (7)$$

Allerdings spielt dieser Grenzfall für den Versuch keine Rolle.

2.2.2 LS-Kopplung

Bei den Atomen niedriger Ordnungszahl finden die Wechselwirkungen zwischen den verschiedenen Hüllenelektronen statt. Es werden die einzelnen Bahndrehimpulse \vec{l} und Spins \vec{s} zu einem Gesamtdrehimpuls \vec{L} und Gesamtspin \vec{S} addiert:

$$\vec{L} = \sum \vec{l}_i, \quad \text{mit } |\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar, \quad (8)$$

$$\vec{S} = \sum \vec{s}_i, \quad \text{mit } |\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)}\hbar, \quad (9)$$

wobei die Quantenzahl L ganzzahlig ist, während S auch halbzahlige Werte annehmen kann. Für die magnetischen Momente folgt damit:

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)}, \quad (10)$$

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}, \quad (11)$$

wobei hier wieder die Anomalie berücksichtigt werden muss. Ohne den Einfluss starker Magnetfelder addieren sich \vec{L} und \vec{S} zum Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad \text{mit } |\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar, \quad (12)$$

$$(13)$$

was als LS- oder Russel-Saunders-Kopplung bezeichnet wird. Die entsprechende Quantenzahl J ist ganz- oder halbzahlig, je nachdem ob S ganz- oder halbzahlig ist.

2.3 Aufspaltung der Energieniveaus im Magnetfeld

Um das magnetische Moment der zugehörigen Gesamtdrehimpulses \vec{J} zu bestimmen, werden zuerst die magnetische Momente des Gesamtspins \vec{S} und des Gesamtbahndrehimpulses \vec{L} wie folgt zusammengesetzt:

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S. \quad (14)$$

wobei hier ein Problem auftritt. Da die Richtungen von $\vec{\mu}$ und \vec{J} nicht zusammenfallen, verschwindet mithilfe von der Quantenmechanik die zu den Gesamtdrehimpuls \vec{J} gehörende senkrechte μ -Komponente. Also es bleibt nur noch eine zu J parallele Komponente übrig und es gilt für den Betrag:

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (15)$$

mit dem Landé-Faktor:

$$g_J = \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (16)$$

Die Richtungsquantelung besagt nun, dass unter Einfluss eines äußeren Magnetfelds \vec{B} die Winkel zwischen $\vec{\mu}$ und \vec{B} so zu beschaffen sind, dass die Komponente μ_{J_z} ein ganzzahliges Vielfaches des Produkts aus Bohrschem Magnetons und Landé-Faktor ist:

$$\mu_{J_z} = -m g_J \mu_B, \quad \text{mit } m = -J, -J+1, \dots, J-1, J. \quad (17)$$

wobei m die Orientierungsquantenzahl ist, die ganzzahlige Werte annehmen kann. Ein magnetisches Moment erhält im äußeren Feld also die zusätzliche Energie:

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} = m g_J \mu_B B, \quad (18)$$

also es sind jetzt Aufspaltungen des Energieniveaus in $2J+1$ äquidistante Niveaus möglich. Diese sind in der Abbildung 1 zu sehen. Da auch bei den angeregten Niveaus im Magnetfeld die Aufspaltung auftreten kann, sind zusätzliche Übergänge zwischen den neuen Energieniveaus möglich, was sich in einer Aufspaltung der Spektrallinien äußert. Diese Erscheinung wird als Zeeman-Effekt bezeichnet.

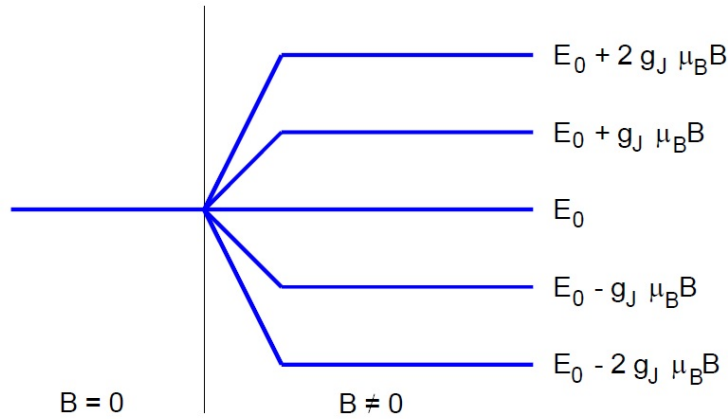


Abbildung 1: Aufspaltung eines Energieniveaus mit $J = 2$, [1, S. 5].

2.4 Auswahlregeln

Durch Lösen der zeitabhängigen Schrödinger-Gleichung sind die Übergänge in der Elektronenhülle nur zwischen Zuständen möglich, bei denen sich die Orientierungsquantenzahl m gar nicht oder um $\Delta m = \pm 1$ ändert. Ist $\Delta m = 0$ entspricht dies einer Dipolschwingung parallel zum Magnetfeld, es wird linear polarisiertes Licht parallel zu \vec{B} emittiert. Die Übergänge mit $\Delta m = \pm 1$ emittieren zirkulär um die Magnetfeldachse polarisiertes Licht.

2.5 Der normale Zeeman-Effekt

Es wird von dem normalen Zeeman-Effekt gesprochen, wenn der Gesamtspin der Elektronenhülle verschwindet, also $S = 0$. Der Landé-Faktor ist für spinlose Zustände immer $g_J = 1$ und es ergibt sich für die Verschiebung der Energieniveaus nach Gleichung 18 unabhängig von den Quantenzahlen L und J :

$$\Delta E = m\mu_B B. \quad (19)$$

Es ergibt sich also eine äquidistante Aufspaltung der Energieniveaus in $2J + 1$ Unterniveaus, wie auch in Abbildung 2 zu sehen ist. Hierbei werden anhand der Polarisation die

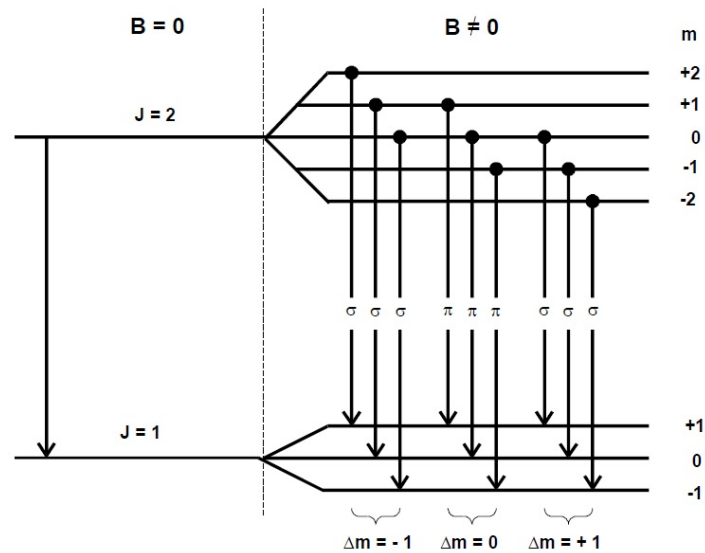


Abbildung 2: Der normale Zeeman-Effekt, [1, S. 10].

Linien kategorisiert und zwar die σ_- -Linie mit zirkularer Polarisation um das Magnetfeld bei $\Delta m = -1$, σ_+ -Linie mit zirkularer Polarisation um das Magnetfeld bei $\Delta m = +1$ und π -Linie mit linearer Polarisation parallel zum Magnetfeld bei $\Delta m = 0$. Die Energiedifferenzen verschiedener Übergänge sind gleich, wenn die entsprechenden Δm gleich sind. Dies führt dazu, dass immer eine Aufspaltung in drei Spektrallinien beobachtet (vgl. 2) wird. Aufgrund der Polarisation können die Linien nicht aus jeder Richtung gesehen

werden. Die π -Linie ist aus Feldrichtung bzw. aus longitudinaler Beobachtungsrichtung nicht zu sehen. Bei senkrechter Beobachtung linear und parallel zu B polarisiert. Werden die σ -Linien senkrecht zur Feldrichtung beobachtet, erscheinen sie ebenfalls linear polarisiert, jedoch senkrecht zur Polarisationsrichtung der π -Linie. Das Aufspaltungsbild dazu sieht wie folgt aus:

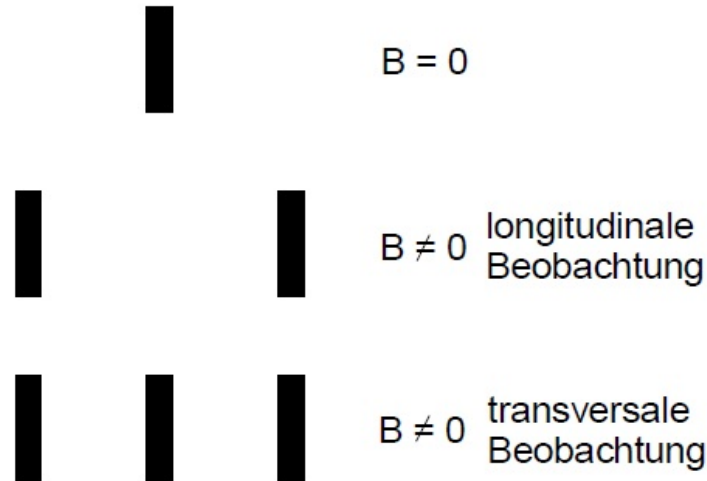


Abbildung 3: Aufspaltungsbild beim normalen Zeeman-Effekt, [1, S. 10].

2.6 Der anormale Zeeman-Effekt

Anders als bei dem normalen Zeeman-Effekt werden beim anormalen Zeeman-Effekt nur Zustände beobachtet, die einen Spin enthalten also einen Gesamtspin in der Elektronenhülle. Die gleichen Auswahlregeln gelten ebenfalls auch für den anormalen Zeeman-Effekt. Der Unterschied zum normalen Zeeman-Effekt besteht darin, dass die Energiedifferenzen vom Spin abhängig sind, weil g_J nicht mehr den Wert 1 annimmt. Die Energieverschiebung ist in diesem Fall wie folgt gegeben:

$$E = (m_1 g(L_1, S_1, J_1) - m_1 g(L_1, S_1, J_1)) \mu_B B + E_0, \quad (20)$$

wobei E_0 die Energie bei $B = 0$ ist und die Indizes die Zugehörigkeit zu den zwei verschiedenen Übergangsniveaus angeben sollen. Ein Beispiel zu dem normalen Zeeman-Effekt wird in der Abbildung 4 illustriert. Beim anormalen ist die Aufspaltung deutlich linienreicher.

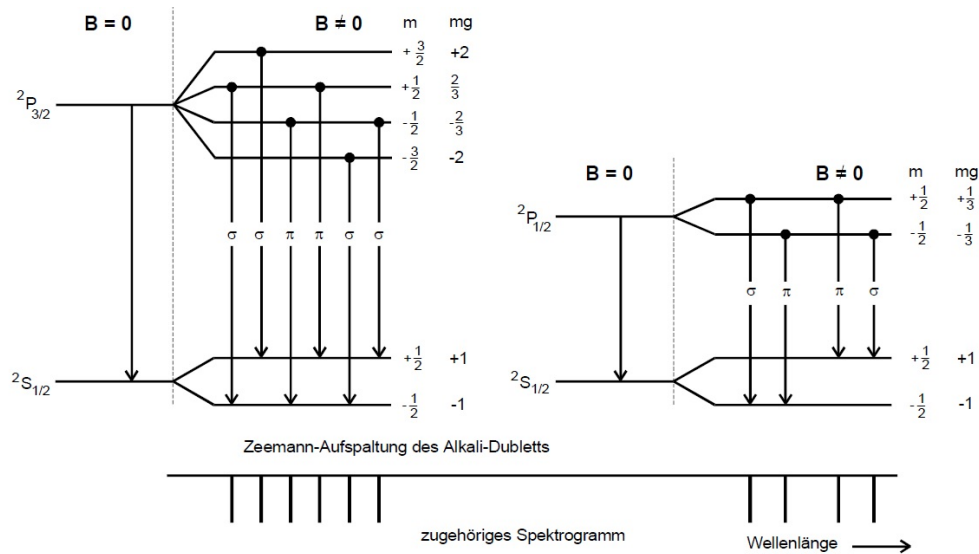


Abbildung 4: Der anormale Zeeman-Effekt, [1, S. 11].

3 Aufbau und Durchführung

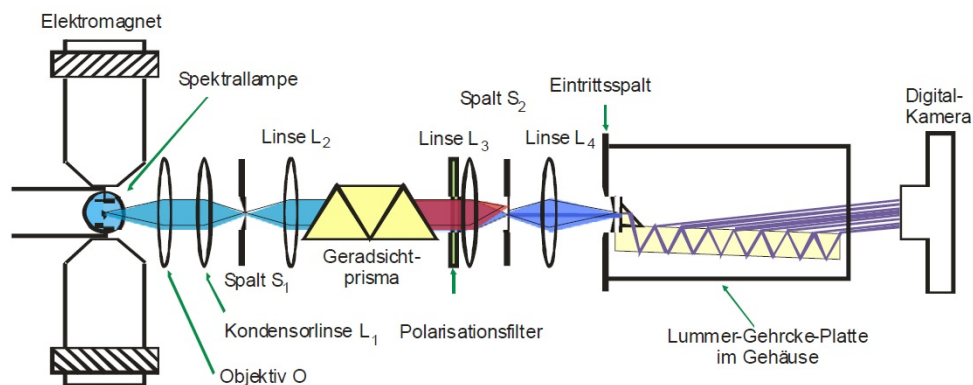


Abbildung 5: Messapparatur, [1, S. 12].

Der Aufbau der Messapparatur ist in der Abbildung 5 schematisch dargestellt. Es wird eine Cadmium-Lampe zwischen die Polschuhe des Elektromagneten gebracht. Das Licht wird senkrecht zur Magnetfeldrichtung kollimiert und auf ein Geradsichtprisma gelenkt, um die einzelnen Wellenlängen zu separieren, die dann auf den Spalt S_2 abgebildet werden. Dort kann dann die gewünschte Linie ausgewählt werden. Der vorgeschaltete Polarisationsfilter ermöglicht die Wahl der Polarisation. Zur Untersuchung des Zeeman-Effekts werden die rote und blaue Linien verwendet, die rote für den normalen Zeeman-Effekt und die blaue für den anormalen Zeeman-Effekt. Hinter dem Spalt S_2 wird das Licht der Spektrallinie auf das Eintrittsprisma einer Lummer-Gehrcke-Platte gelenkt.

Mit der Lummer-Gehrcke-Platte kann eine genaue Bestimmung der Wellenlänge des einstrahlenden Lichts mit Hilfe eines Interferenzverfahrens getroffen werden. Innerhalb der Platte wird das Licht mehrmals reflektiert, wobei jeweils ein kleiner Teil des Lichts austreten kann. Werden diese Strahlen am Ende der Vorrichtung beobachtet, so kann genau dann konstruktive Interferenz auftreten, wenn die Bragg-Bedingung erfüllt ist:

$$2d\cos(\theta) = n\lambda \quad (21)$$

wobei d die Dicke der Platte und λ die Wellenlänge ist. Die Bragg-Bedingung gilt in dem Fall nur näherungsweise, da es sich um ein Atomgitter handelt. Das ist dadurch komplexer, da es verschiedene Materialien sind, aber es ist dasselbe Konzept. Unter dem Einfluss eines Magnetfeldes verändert sich die Wellenlänge um $\delta\lambda$ und die Interferenzstreifen verschieben sich um δs . Das Dispersionsgebiet gibt die Wellenlängendifferenz an, die benachbarte Linien maximal haben dürfen, um sich nicht zu überlagern:

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}}. \quad (22)$$

Das Auflösungsvermögen A der Platte hängt von dem Brechungsindex n und der Wellenlänge λ des verwendeten Lichtes ab:

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{L}{\lambda}(n^2 - 1). \quad (23)$$

In diesem Versuch wird nun eine Hysteresekurve des benutzten Elektromagneten aufgenommen (B in Abhängigkeit von I). Es werden mithilfe von einer Digitalkamera Bilder von der π -Linie und σ -Linie aufgenommen.

4 Vorbereitungsaufgabe

4.1 Auflösungsvermögen und Dispersionsgebiet der Lummer-Gehrcke-Platte

Nach den Gleichungen 22 und 23 lassen sich nun das Dispersionsgebiet und das Auflösungsvermögen der Lummer-Gehrcke-Platte für die rote ($\lambda = 643,8 \text{ nm}$) und die blaue ($\lambda = 480 \text{ nm}$) Linie berechnen (siehe Tabelle 1). Die Berechnung erfolgt dabei mit $d = 4 \text{ mm}$, $L = 120 \text{ mm}$, $n(\text{rot}) = 1,4567$, $n(\text{blau}) = 1,4635$.

Tabelle 1: Bestimmung des Auflösungsvermögens A und des Dispersionsgebiets $\Delta\lambda_D$.

	λ_D/pm	A
rot	48,91	209129
blau	27,0	285458

4.2 Termschemata der Spektrallinien

Die rote Linie entspricht einem Übergang $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$, die blaue $^3S_1 \leftrightarrow ^3P_1$. Die Quantenzahlen und die nach Gleichung (16) berechneten Landé-Faktoren der einzelnen Zustände sind aus der Tabelle 2 zu entnehmen. Die Termschemata befindet sich in der Abbildung 6.

Zustand	L	S	J	g_J
1P_1	1	0	1	1
1D_2	2	0	2	1
3S_1	0	1	1	2
3P_1	1	1	1	$\frac{3}{2}$

Tabelle 2: Die ausgerechneten Landé-Faktoren.

Für die Aufspaltung der Zeeman-Linien ergeben sich damit unter Beachtung von Gleichung 20 die Energieunterschiede in Tabelle 3. Die Energiedifferenz ergibt sich dann zu:

$$\Delta E = g_{ij}\mu_B B \quad (24)$$

wobei $g_{ij} = m_i g_i - m_j g_j$.

	$\Delta m = -1$	$\Delta m = 0$	$\Delta m = +1$
rot	$\mu_B B$	0	$-\mu_B B$
blau ($m_1 = +1$)	$\frac{3}{2}\mu_B B$	$-\frac{1}{2}\mu_B B$	-
blau ($m_1 = 0$)	$2\mu_B B$	0	$-2\mu_B B$
blau ($m_1 = -1$)	-	$\frac{1}{2}\mu_B B$	$-\frac{3}{2}\mu_B B$

Tabelle 3: Energieniveauunterschiede ΔE für ausgewählte Niveaus für 643,8 nm (rot) und 480 nm (blau).

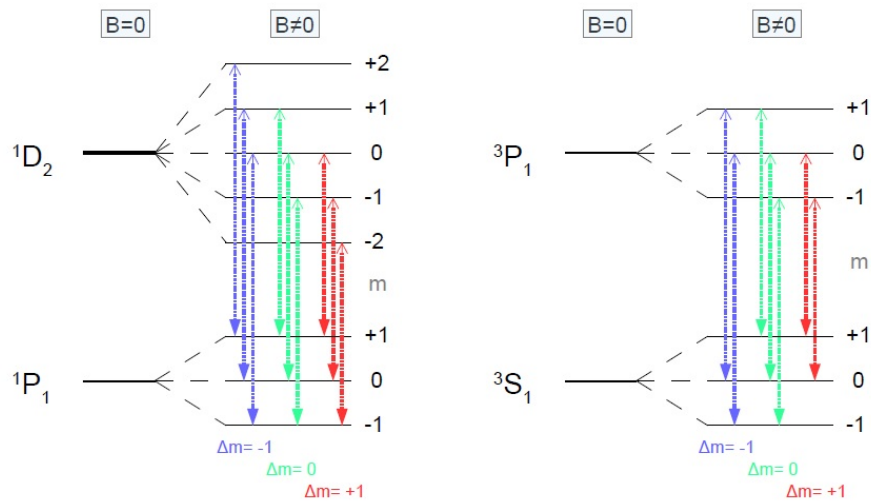


Abbildung 6: Die Termschemata und die möglichen Übergänge, [2, S. 5].

5 Auswertung

6 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Versuch 27: Zeeman-Effekt*. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOME/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V27.pdf> (besucht am 10.11.2018).
- [2] Lars Klompaker und Fabian Lehmann. *Versuch 27: Zeeman-Effekt, Abbildung 1: Die Termschemata der betrachteten Linien, S.5*. 2018.