

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
MOQ-13: Probabilidade e Estatística
2ª Prova Bimestral (18/10/2019)

Professor: Mauri Aparecido de Oliveira

Instruções

A prova é individual. Não há limite de tempo. É permitida a consulta apenas às notas de aulas, livros e outras publicações. É permitido o uso de calculadora e software R. Em caso de resolução via simulação, o código R (comentado) deverá ser anexado, bem como figuras e demais evidências que substanciem a análise. Todas as questões são obrigatórias.

Devolução: 01/11/2019 às 10h, via representante, em minha sala (F0-213), antes da aula.

Os representantes de turma ficarão responsáveis por:

1. Coletar as provas e ****assinaturas**** dos colegas de suas respectivas turmas.
2. Armazenar todas as provas em envelopes.
3. Devolver os envelopes no dia 01/11/2019 às 10h, em minha sala (F0-213), ****antes da aula****.

Se tiverem algum problema para ter acesso à prova, não hesitem em me contatar.

Boa prova a todos!

Questão – 1 (3,5 Pontos)

Utilizando o R, gere 1000 amostras de tamanho 31 a partir de uma distribuição Normal com média $\mu = 15$ e $\sigma = 5$.

1. Demonstre e calcule μ e σ^2 de suas amostras usando o Método dos Momentos.
2. Plotar os valores estimados de μ e σ^2 , obtidos no item 1. Utilize as funções `plot` e `density` do R conjuntamente. Utilizando a função `abline` construa linhas verticais para representar os valores de μ e σ^2 dados e os obtidos a partir das amostras. Comente seus resultados.
3. Demonstre e calcule μ e σ^2 de suas amostras usando o Método da Máxima Verossimilhança.
4. Plotar os valores estimados de μ e σ^2 , obtidos no item 3. Utilize as funções `plot` e `density` do R conjuntamente. Utilizando a função `abline` construa linhas verticais para representar os valores de μ e σ^2 dados e os obtidos a partir das amostras. Comente seus resultados.

Questão – 2 (3,5 Pontos)

1. Enuncie o Teorema Limite Central.
2. Mostre que a distribuição amostral para $\bar{X} - \bar{Y}$ é Normal com média $\mu_X - \mu_Y$ e desvio-padrão $\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}}$, onde n_X e n_Y são os respectivos tamanhos amostrais. Ou seja,

$$\bar{X} - \bar{Y} \sim N\left(\mu_X - \mu_Y, \frac{\sigma_X^2}{n_X} + \frac{\sigma_Y^2}{n_Y}\right). \quad (1)$$

3. Através de simulação verifique empiricamente que, se $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ e $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$, a distribuição amostral resultante de $\bar{X} - \bar{Y}$ é a dada por (1). Especificamente, gere e armazene em um vetor denominado $X.\text{bar}$ a média de 15.000 amostras de tamanho $n_X = 100$ a partir de uma distribuição Normal com $\mu_X = 100$ e $\sigma_X = 10$. Gere e armazene em um vetor denominado $Y.\text{bar}$ a média de 15.000 amostras de tamanho $n_Y = 80$ a partir de uma distribuição Normal com $\mu_Y = 49$ e $\sigma_Y = 8$. Calcule a média e o desvio padrão para a diferença entre $X.\text{bar}$ e $Y.\text{bar}$. Calcule a probabilidade empírica $P(\bar{X} - \bar{Y} < 51)$ com base nos dados simulados, bem como a probabilidade teórica $P(\bar{X} - \bar{Y} < 51)$.
4. Construa um histograma de densidade das diferenças entre $X.\text{bar}$ e $Y.\text{bar}$, e sobreponha ao histograma uma curva de densidade Normal com média e desvio padrão iguais à média e desvio padrão teóricos para $(\bar{X} - \bar{Y})$ deste problema.

Questão – 3 (3,0 Pontos)

Considere que Y_1, Y_2, \dots, Y_n é uma amostra aleatória de uma população $N(\mu, \sigma^2)$: (1) Se a variância for conhecida, encontre um valor mínimo para n que garanta um intervalo de 0,95 para μ que terá comprimento total que não seja superior ao desvio-padrão dividido por cinco (ou seja, $\sigma/5$); (2) Se a variância for desconhecida, encontre um valor mínimo para n que garanta, com probabilidade 90%, que um intervalo de confiança de 95% para μ terá comprimento total que não seja superior ao desvio-padrão dividido por cinco (ou seja, $\sigma/5$). Comente os resultados.

***** Imprimir, preencher e entregar as folhas a seguir *****

ITA, MOQ-13: 2ª Prova Bimestral (18/10/2019)

Nome: _____ Turma: _____

Questão 01

ITA, MOQ-13: 2ª Prova Bimestral (18/10/2019)

Nome: _____ Turma: _____

Questão 02

ITA, MOQ-13: 2ª Prova Bimestral (18/10/2019)

Nome: _____ Turma: _____

Questão 03