

# Questão 1

Reuben Solomon Katz

01/11/2019

## Gerando as amostras

```
#Gerando as mil amostras de tamanho 31

y <- c()

for(i in 1:1000)
{
  x <- rnorm(31, mean=15, sd=5)
  y <- c(y,x)
}
```

## Respostas MOM

```
# Método dos momentos é uma maneira de estimar os parâmetros de uma população
# Por meio de n equações, estima-se n parâmetros por meio das esperanças das potências

##Perceba que, para esse problema, a média é a média aritmética da amostra e as variâncias são as
##variâncias das amostras:

means_mom <- c()
vars_mom <- c()

for(i in 1:1000)
{
  begining <- 1 + 31*(i-1)
  end <- 31 + 31*(i-1)
  means_mom <-c(means_mom,median(y[begining:end]))
  vars_mom <- c(vars_mom, var(y[begining:end]))
}
```

## Plotagens MOM

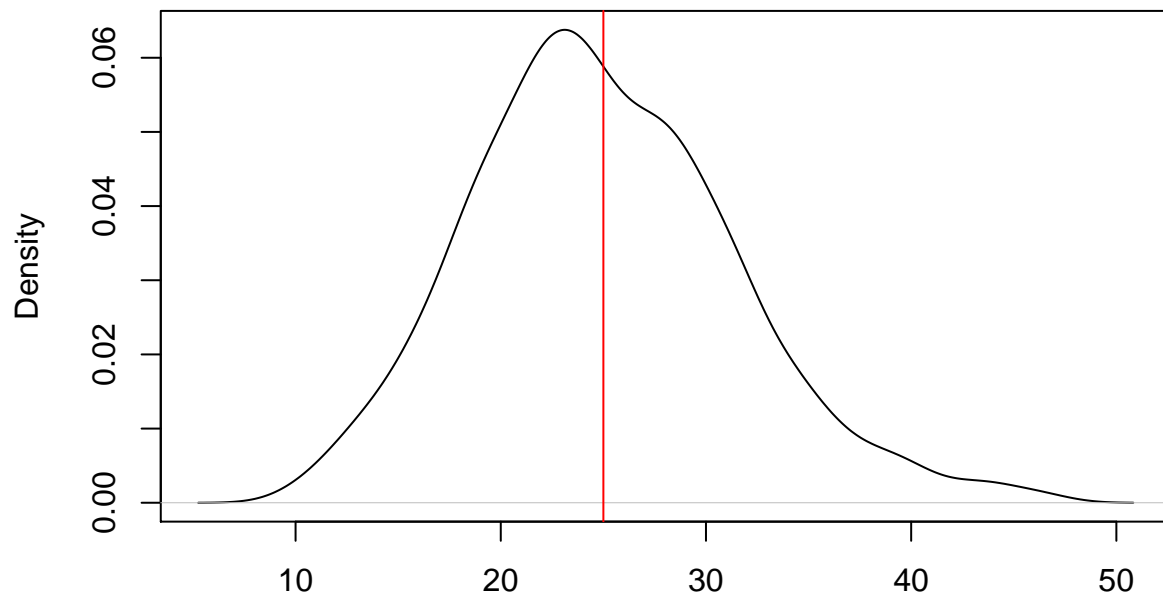
```
density_vars_mom <- density(vars_mom)

density_means_mom <- density(means_mom)

plot(
  density_vars_mom,
  type="l",
  main = "Plot Variances",
  sub="Método de Momentos",
```

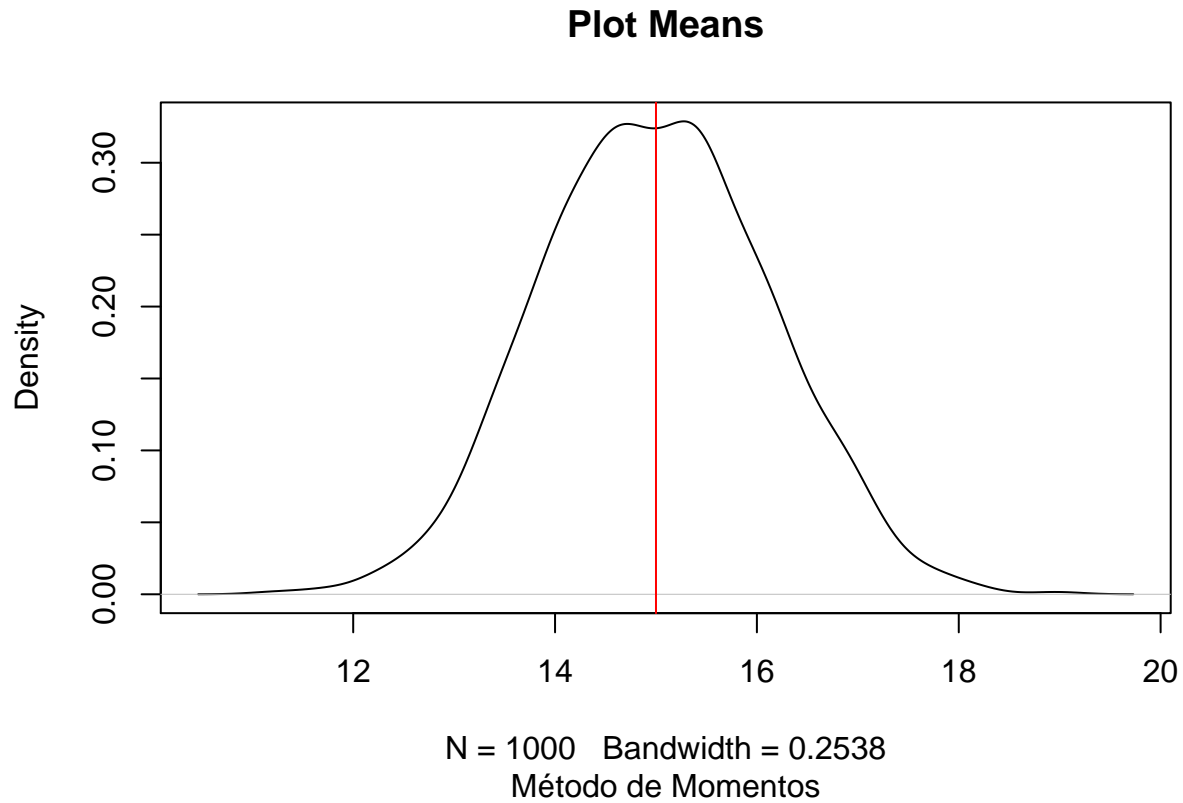
```
) + abline(
  v=25,
  col="red"
)
```

## Plot Variances



N = 1000 Bandwidth = 1.429  
Método de Momentos

```
## integer(0)
plot(
  density_means_mom,
  type="l",
  main = "Plot Means",
  sub="Método de Momentos",
) + abline(
  v=15,
  col="red"
)
```



```
## integer(0)
```

### Exercícios 3 e 4

Perceba que as respostas dos exercícios 3 e 4 são os mesmos dos exercícios 1 e 2, isso se deve ao fato de que a resposta é a mesma para ambos os casos

### Demonstração matemática para as respostas

#### Método dos momentos

$$\alpha_1(\mu, \sigma^2) = \mu = \bar{X} = m_1$$

$$\alpha_2(\mu, \sigma^2) = \sigma^2 + \mu^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i)^2}{n} = m_2$$

Resolvendo, obtemos:

$$\begin{aligned}\tilde{\mu} &= \bar{X} \\ \tilde{\sigma}^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (X_i)^2 - \bar{X}^2}{n} = S^2\end{aligned}$$

### Método da Máxima Verossimilhança

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n N(X_i, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\mu\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2}$$

Tomando as derivadas parciais do logaritmo com respeito a  $\mu$  e  $\sigma^2$ :

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \mu} &= \frac{1}{\sigma^2} \sum (X_i - \mu) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \sigma^2} &= \frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4} \sum (X_i - \mu)^2 = 0\end{aligned}$$

O que resulta em:

$$\begin{aligned}\tilde{\mu} &= \frac{\sum X_i}{n} \\ \tilde{\sigma}^2 &= \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n} = S^2\end{aligned}$$

O que coincide com a resposta anterior.