

Графы. Домашнее задание 1: 15 Сентября

Преподаватель: Антон Савостьянов

Ассистент: Даяна Мухаметшина

Контакты: Антон Савостьянов, почта: a.s.savostyanov@gmail.com, telegram: @mryodo
Даяна Мухаметшина, почта: dayanamuha@gmail.com, telegram: @anniesss1

Правила игры: Домашние задания следует присылать в читаемом виде не позднее чем через две недели (после проведения занятия) на почту ассистента. В выполнении домашнего задания ценен любой прогресс

Задача 1. В стране есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Путешественник обнаружил, что между двумя городами есть дорога, только если двузначное число, образованное названием участвующих городов, делится на 3 без остатка. Можно ли добраться по этим дорогам из города 1 до города 9 (возможно, с пересадками)?

Задача 2. Постройте несвязный граф на 9 вершинах, степени которого равны 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3 (пять вершин графа имеют степень 4, а 4 вершины — степень 3). (*) А если граф связный?

Задача 3. Существует ли граф на 8 вершинах, в котором 23 ребра и есть вершина степени 1?

Задача 4*. Докажите, что граф или его дополнение связны. Возможно ли, что это происходит одновременно?

Задача 5*. 50 команд сыграли турнир по волейболу в один круг. Говорят, что команда A сильнее B , если A выиграла у B или есть команда C , такая, что A выиграла у C , а C выиграла у B . Доказать, что команда, набравшая наибольшее число очков, сильнее любой другой.

Задача 6*. В некоторой стране есть резиновая столица и еще 100 городов. Некоторые города (в том числе и столица) соединены дорогами с односторонним движением. Из каждого нестоличного города выходит 20 дорог, и в каждый такой город входит 21 дорога. Докажите, что в резиновую столицу нельзя проехать ни из одного города.