

## ВОПРОСЫ НА ПОНИМАНИЕ

**Упражнение 1.** Ответьте на следующие вопросы:

1. Как по плотности совместного распределения двух случайных величин находят их частные (маргинальные) плотности?
2. Можно ли найти совместное распределение по частным (маргинальным) распределениям?
3. Пусть для случайных величин  $X$  и  $Y$  с дискретными распределениями оказалось, что

$$\mathbb{P}(X = 0, Y = 0) = \mathbb{P}(X = 0) \cdot \mathbb{P}(Y = 0).$$

Следует ли отсюда независимость величин  $X$  и  $Y$ ?

4. Куда сходится среднее арифметическое независимых и одинаково распределённых случайных величин с конечной дисперсией?
5. Как по неравенству Чебышёва оценить вероятность  $\mathbb{P}(|X - \mathbb{E}X| \leq t)$ , если  $t > 0$  и  $\text{Var}X$  существует? Будет ли это оценка сверху или снизу?
6. К какому распределению в условиях ЦПТ приближается распределение величины  $\frac{S_n - \mathbb{E}S_n}{\sqrt{\text{Var}S_n}}$ ?
7. Чему равно математическое ожидание и дисперсия величины  $\frac{S_n - \mathbb{E}S_n}{\sqrt{\text{Var}S_n}}$ ?

## ЗАДАЧИ

**Упражнение 2.** Если случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение  $\mathcal{N}(0, 1)$ , каким будет распределение случайной величины  $-X$ ?

**Упражнение 3.** Пользуясь свойствами математического ожидания, покажите, что ковариацию можно вычислить по следующей формуле:

$$\text{Cov}(X, Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}X \cdot \mathbb{E}Y.$$

**Упражнение 4.** Чему равна ковариация между  $X$  и  $X^2$ , где  $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ ? Можно ли отсюда сделать вывод, что эти величины независимы? (Подсказка: чтобы посчитать ковариацию используйте результат из Упражнения 2.)

**Упражнение 5.** Игральная кость бросается 120 раз. С какой вероятностью при этом число появлений 5 и 6 окажется в интервале от 30 до 50? Решите задачу всеми изученными методами (неравенство Чебышева, ЦПТ). Сравните полученные результаты.

**Упражнение 6.** Последнее время автобус, на котором я добираюсь до университета, ходит не так регулярно, как раньше. И теперь я в среднем 1 раз из 3-х вынужден садиться в маршрутку и платить 25 р. С какой вероятностью тогда мне хватит на месяц 250 р., если проездной на автобус мне покупают родители, а ездить приходится 25 раз? Решите задачу всеми изученными методами (неравенство Чебышева, ЦПТ). Сравните полученные результаты.

**Упражнение 7.** В городе за год рождается 20 000 детей и считается, что вероятность рождения мальчика  $p = 0.51$ . В этом случае существует такое число  $d$ , что среди рожденных за год детей разница числа мальчиков и числа девочек будет не больше  $d$  с вероятностью 0.99. Найдите это  $d$ .