

## ВОПРОСЫ НА ПОНИМАНИЕ

**Упражнение 1.** Ответьте на следующие вопросы:

1. Могут ли две разные дискретные случайные величины иметь одинаковые таблицы распределения?
2. Всегда ли математическое ожидание суммы равно сумме математических ожиданий?
3. Всегда ли дисперсия суммы равна сумме дисперсий?
4. Какой физический смысл имеет дисперсия?
5. Что такое плотность распределения?
6. Чему равен интеграл от плотности распределения по всей прямой?
7. Может ли плотность распределения принимать отрицательные значения?
8. Может ли плотность распределения равняться нулю при всех значениях аргумента? Единице?
9. Чему для любого  $x$  равна  $\mathbb{P}(X = x)$ , если  $X$  — случайная величина, обладающая плотностью?

## ЗАДАЧИ

**Упражнение 2.** Пусть  $X$  и  $Y$  две независимые дискретные случайные величины. Докажите, что

**(E3)**  $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}X + \mathbb{E}Y$ ;

**(E4)**  $\mathbb{E}(X \cdot Y) = \mathbb{E}X \cdot \mathbb{E}Y$ ;

**(V4)**  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ .

**Упражнение 3.** Если случайная величина  $X$  имеет распределение Бернулли,  $X \sim B_p$ , каким будет распределение случайной величины  $\cos(X) + 2$ ? Найдите ее математическое ожидание.

**Упражнение 4.** Тестируются 100 электрических лампочек. Если вероятность того, что лампочка не загорится, равна  $p$ , то чему равны среднее и дисперсия числа незагоревшихся лампочек? (Предполагается, что лампочки стохастически независимы.)

**Упражнение 5.** Только один из шести внешне похожих ключей открывает определенную дверь. Если пробовать ключи один за другим, то сколько в среднем ключей понадобится испытать, прежде чем дверь будет открыта?

**Упражнение 6.** Автоматический механизм производит дефектную деталь с вероятностью 2%. Когда это происходит, выполняется регулировка механизма. Найдите среднее число качественных деталей, производимых между регулировками.

**Упражнение 7.** Случайная величина  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[2, 4]$ . Найти вероятность  $\mathbb{P}(2.5 < X < 3.5)$ .

**Упражнение 8.** Плотность распределения случайной величины  $X$  имеет следующий вид:  $f(u) = C/u^4$  при  $x \geq 1$  и  $f(u) = 0$  при  $x < 1$ , где  $C$  — некоторая константа. Найти: а) постоянную  $C$ ; б)  $\mathbb{P}(X < 3)$ ; в)  $\mathbb{P}(X > 7)$ .