Zusammenfassung: Logik für die Informatik

Rico Klimpel

January 29, 2020

Contents

Informationen

Zusammenfassung der Vorlesung Logik für die Informatik an der CAU Kiel aus dem Wintersemester 2019/2020, gehalten von Prof. Dr. Thomas Wilke. Ein Versuch die wichtigsten Aussagen ohne enorm lange Formalitäten drum herum knapp zu Papier zu bringen. Kein Anspruch auf Vollständigkeit. Geschrieben in LaTeX.

Part I
Aussagenlogik

Hier kommt alles zur Aussagenlogik rein.
Ja
Stimmt
Schon ganz viel hier!

Part II
Prädikatenlogik

1 S-Signatur

Eine Signatur $\mathcal{S}$ besteht aus eine Menge S von Symbolen und einer Funktion $\Sigma \colon S \to \mathbf{N} \cup \mathbf{N} \times \{1\}$.
The Elemente von S werden Symbole genannt und wie folgt eingeteilt:

- Ein Symbol f mit $\Sigma(f) = \langle n, 1 \rangle$ für $n > 0$ ist eine Funktionssymbol.
  Menge dieser Symbole: $\mathcal{F}_\Sigma$ oder einfach $\mathcal{F}$.
- Ein Symbol R mit $\Sigma(R) = n$ für $n > 0$ ist ein Relationssymbol.
  Menge dieser Symbole: $\mathcal{R}_\Sigma$ oder $\mathcal{R}$.
- Ein Symbol c mit $\Sigma(c) = \langle 0, 1 \rangle$ ist ein Symbol für eine Konstante.
  Menge dieser Symbole: $\mathcal{C}_\Sigma$ oder $\mathcal{C}$.
- Symbol b mit $\Sigma(b) = 0$ ist ein Symbol für einen boolschen Wert.
  Menge dieser Symbole: $\mathcal{B}_\Sigma$ or simply $\mathcal{B}$.

Im allgemeinen werden Signaturen mit $\mathcal{B} \neq \emptyset$ ignoriert (Signaturen ohne boolsche Werte).

Beispiele:

$$S = \{\mathrm{zero}, \mathrm{one}, \mathrm{add}, \mathrm{mult}\}$$
$$\Sigma = \{\mathrm{zero} \mapsto \langle 0, 1 \rangle, \mathrm{one} \mapsto \langle 0, 1 \rangle, \mathrm{add} \mapsto \langle 2, 1 \rangle, \mathrm{mult} \mapsto \langle 2, 1 \rangle\}$$

Vereinfacht aufgeschrieben:

$$\mathcal{S} = \{\mathrm{zero}, \mathrm{one}, \mathrm{add}//2, \mathrm{mult}//2\}$$

2 S-Struktur

Sei $\mathcal{S}$ eine Signatur. Eine $\mathcal{S}$-Struktur $\mathcal{A}$ besteht aus:

- Univserum A mit $A \neq \emptyset$
- Für jedes Symbol eine Konstanten $c \in \mathcal{S}$ eine Interpretation $c^{\mathcal{A}} \in A$ von c.
- Für jedes Funktionssymbol $f//n \in \mathcal{S}$ eine Interpretation $f^{\mathcal{A}} \colon A^n \to A$
- Für jedes Relationssymbol $R/n \in \mathcal{S}$ eine Interpretation $R^{\mathcal{A}} \subseteq A^n$

Hier ein Beispiel das ungefähr zu der Signatur oben passt:

$$\begin{aligned}
A &= \{0, 1, 2, 3\} \\
\mathrm{zero}^{\mathcal{A}} &= 3 \\
\mathrm{one}^{\mathcal{A}} &= 2 \\
\mathrm{add}^{\mathcal{A}}(a, b) &= 0 && \text{for } a, b \in A \\
\mathrm{mult}^{\mathcal{A}}(a, b) &= a + b \text{ rest } 4 && \text{for } a, b \in A \\
\mathrm{Lt}^{\mathcal{N}} &= \{\langle a, a \rangle \colon a \in A\}
\end{aligned}$$