大阪大学大学院情報科学研究科
平成 27 年度 博士前期課程 解答案

平成 27 年度楠本研究室 M1 一同

1　アルゴリズムとプログラミング

(1)　2 分探索

(1-1)

```
1 4 8
1 2 3
3 3 3
3
```

(1-2)

$\log_2(N) = \log_2(1000)$ であり，

$$\log_2(2)^9 \leq \log_2(1000) \leq \log_2(2)^{10}$$
$$9 \leq \log_2(1000) \leq 10$$

よって，最大 10 回

(1-3)

$N = 2, A[1] = 1, A[2] = 2, x = 2$ とすると、出力は

```
1 2
1 2
1 2
.
.
.
```

となり，無限ループに陥る．

(2)　ナップサック問題

(2-1)

表を見よ．

(2-2)

(ア) `sack[i-1][index-size[i]]+value[i]`

(イ) `sack[i][index]`

2　計算機システムとシステムプログラム

(1)　浮動小数点数

(1-1)

```
0.625 -> 0
1.25  -> 1
0.5   -> 0
1.0   -> 1
```

よって $[0.101]_2$

(1-2)

(a) `0 01111 1010000000`

(b) `0 10001 0100000000`

(c) `0 01100 0000000000`

(d) `0 01011 1001100110`

(1-3)

$(0.1)_{10}$ を 2 進数で表すと循環小数となるため．

(2)　メモリ管理

(2-1)

エ, オ, イ, ア, ウ

(2-2)

キ, オ, サ, キ, イ, キ, ク, コ, カ

(2-3)

■LRU　最近最も使われていないデータを最初に捨てる

0	1	2	3	3	4	2	1	0	5	1	2
0	0	0	0	0	4	4	4	4	5	5	5
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
			3	3	3	3	3	0	0	0	0

■FIFO　後に入ってきたものは先に入ったものより後から処理して出す

0	1	2	3	3	4	2	1	0	5	1	2
0	0	0	0	0	4	4	4	4	4	4	2
	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
		2	2	2	2	2	2	2	5	5	5
			3	3	3	3	3	3	3	1	1

(2-4)

イ．メモリ内の連続した要素にアクセスするため．

sack[i][j]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
i=3	0	-1	20	-1	-1	-1	30	-1	50	-1	-1	-1	45	-1	65	-1
i=4	0	-1	25	-1	45	-1	30	-1	55	-1	75	-1	45	-1	70	-1

3 離散構造

(1) 一階述語論理

(1-1)

■(1-1-1) (b)

真にする解釈

$$C = \{a \to 1, b \to 2\}$$
$$P = \{p(u) \to u \geq 0\}$$

偽にする解釈

$$C = \{a \to 1, b \to 2\}$$
$$P = \{p(u) \to u > 0\}$$

■(1-1-2) (b)

真にする解釈

$$P = \{p(u) \to u \geq 0, q(u) \to u \geq 0\}$$

偽にする解釈

$$P = \{p(u) \to u \geq 2, q(u) \to u < 2\}$$

■(1-1-3) (a)

$$\neg\forall x \neg p(x) \Leftrightarrow \exists x p(x)$$
$$\neg\forall x \neg p(x) = \exists x \neg\neg p(x) = \exists x p(x)$$

(1-2)

■(1-2-1)

$$\begin{aligned}
E &= (A \wedge B \wedge C) \to D \\
\neg E &= A \wedge B \wedge C \wedge \neg D \\
&= \forall x \forall y (p(x,y) \to p(y,x)) \wedge \\
&\quad \forall x \forall y \forall z ((p(x,y) \wedge p(y,z)) \to p(x,z)) \wedge \\
&\quad \forall x \exists y p(x,y) \wedge \\
&\quad \neg\forall z p(z,z) \\
&= \cdots \\
&= \exists v \forall x \exists w \forall y \forall z \\
&\quad ((\neg p(x,y) \vee p(y,x)) \wedge \\
&\quad (\neg p(x,y) \vee \neg p(y,z) \vee p(x,z)) \wedge \\
&\quad p(x,w) \wedge \\
&\quad \neg p(v,v))
\end{aligned}$$

■(1-2-2)

v, w にそれぞれスコーレム関数 $a, f(x)$ を導入して，

$$\begin{aligned}
\neg E' =& \forall x \forall y \forall z \\
&((\neg p(x,y) \vee p(y,x)) \wedge \\
&(\neg p(x,y) \vee \neg p(y,z) \vee p(x,z)) \wedge \\
&p(x, f(x)) \wedge \\
&\neg p(a,a))
\end{aligned}$$

■(1-2-3)

導出原理より $\neg E'$ の恒偽性を示す．

$$\neg p(x,y) \vee p(y,x) \tag{1}$$
$$\neg p(x,y) \vee \neg p(y,z) \vee p(x,z) \tag{2}$$
$$p(x, f(x)) \tag{3}$$
$$\neg p(a,a) \tag{4}$$

(3) で $x \to a$ として，

$$p(a, f(a)) \tag{5}$$

(1) で $x \to a, y \to f(a)$ として，

$$\neg p(a, f(a)) \vee p(f(a), a) \tag{6}$$

(5)(6) の導出節は，

$$p(f(a), a) \tag{7}$$

(2) で $x = a, y = f(a), z = a$ として，

$$\neg p(a, f(a)) \vee \neg p(f(a), a) \vee p(a,a) \tag{8}$$

(4)(5)(7)(8) の導出節は空節なので，$\neg E'$ は充足不能

(2) 集合・関係

(2-1)

■(2-1-1) 成立

■(2-1-2) 成立しない

■(2-1-3) 成立

(2-2)

8

(解説)

$A = \{a, b\}$ とすると，$(\phi, \phi), (\{a\} \{a\}), (\{b\}, \{b\}), (\{a,b\}, \{a,b\}), (\phi, \{a\}), (\phi, \{b\}), (\{a\}, \{a,b\}), (\{b\}, \{a,b\})$ の 8 個

(2-3)

$n \cdot 2^{n-1} + 2^n$

(2-4)

3^n

(解説)

A の n 個の要素のうち，k 個の要素からなる A の部分集合は${}_nC_k$だけある．残る $n-k$ 個の中から，(2-3) では 1 個選び，(2-4) では 1 個以上の集合を選ぶ必要がある．最後に反射性の関係の 2^nを加えて，答えはそれぞれ以下のようになる．

$$\sum_{k=0}^{n-1} {}_nC_k \cdot (n-k) + 2^n$$

$$\sum_{k=0}^{n-1} {}_nC_k \cdot (2^{n-k} - 1) + 2^n$$

${}_nC_k \cdot (n-k) = n \cdot {}_{n-1}C_k$や，$\sum {}_nC_k \cdot 2^{n-k} = (2+1)^n$ など工夫して変形しながら計算する．

$\boxed{4}$ 計算理論

(1) 決定性有限オートマトン

(1-1)

■反射律　$\forall a \in Q$ について，$\hat{\xi}(a,w) \in F \Leftrightarrow \hat{\xi}(a, w \in F)$ は明らかなので $a \simeq a$

■対称律　$\forall a, b \in Q$ について，$a \simeq b$ が成立すると仮定する．このとき $\hat{\xi}(a,w) \in F \Leftrightarrow \hat{\xi}(b,w) \in F$ なので $\hat{\xi}(b,w) \in F \Leftrightarrow \hat{\xi}(a,w) \in F$ も成立する．よって $a \simeq b \Rightarrow b \simeq a$ が成立するので対称.

■推移律　$\forall a, b, c \in Q$ について $a \simeq b, b \simeq c$ が成立すると仮定する．このとき $\hat{\xi}(a,w) \in F \Leftrightarrow \hat{\xi}(b,w) \in F$ かつ $\hat{\xi}(b,w) \in F \Leftrightarrow \hat{\xi}(c,w)$ が成立する．よって $\hat{\xi}(a,w) \in F \Leftrightarrow \hat{\xi}(c,w) \in F$ も成立し，$a \simeq c$ となる．よって $a \simeq b \wedge b \simeq c \Rightarrow a \simeq c$ が成立するので (略)

(1-2)

$|\{a,b\},\{c\},\{d\},\{e,f\},\{g\},\{h,i\}|$

(1-3)

A は初期状態および受理状態

	0	1
A	D	E
B	F	A
C	A	F
D	B	C
E	C	B
F	E	D

(↑これを状態遷移図で書く)

(1-4)

同値関係を満たす状態の組み合わせが存在しないため

(2)

(2-1)

a. 10

b. 5

c. a

d. ε

e. b

f. b^{K-1}

g. uv^iwx^iy

h. $a^4A_1b^4$

i. $A_1 \to aA_1b$

(2-2)

j. C^k

k. $vx \neq \varepsilon$

l. $vx \neq \varepsilon$ より vx には少なくとも 1 つの終端記号が含まれる．そのため $uwy = a^{k'} b^{k'} c^{k} (k' \neq k)$ となるからである．

m. 終端記号 a を含まない

n. 終端記号 a と c を含む

o. $|vwx| > k$ となり (i) に反するためである

5 ネットワーク

割愛

6 電子回路と論理設計

割愛

7 数学解析と信号処理

割愛