

10

(1)

(1-1) $2t < d$, $d_H(v, u_1) = t$ となる符号語 u_1 が存在するとき, $d_H(v, u_2) = t_1$, $t_1 \leq t$ となる符号語 u_2 が存在しないことを示せば良い。背理法を用いて以上のことを証明する。

上述の条件を満たす符号語 u_2 が存在すると仮定する。

仮定より $d_H(u_1, v) + d_H(v, u_2) \leq 2t$, $d_H(u_1, u_2) \geq d$

三角不等式より $d_H(u_1, v) + d_H(v, u_2) \geq d_H(u_1, u_2)$

すなわち, $2t \geq d$ となるが, これは条件 $2t < d$ に反する

以上より題意は示された

(1-2) 背理法を用いる。

仮中の E に適当に値を代入して符号語 u_1 が得られたとき, 同様に別の符号語 u_2 が得られたと仮定する。このとき, 仮定より $d_H(u_1, u_2) \geq d$

また, u_1 と u_2 の E に値を代入した以外のものは等しいことから, $d_H(u_1, u_2) \leq \delta$

すなわち, $d \leq \delta$ となるが, これは条件 $\delta < d$ に反する

以上より題意は示された

(2)

(2-1) 送信記号 b と通信路の出力記号 b' が一致するのは, b_1, b_2, b_3 のうち2つ以上が b と等しくなる

場合であり, その確率は $(1-p)^3 + 3p(1-p)^2$

よって, 通信路行列は $\begin{pmatrix} 2p^3 - 3p^2 + 1 & 3p^2 - 2p^3 \\ 3p^2 - 2p^3 & 2p^3 - 3p^2 + 1 \end{pmatrix}$

(2-2) BCP(p) における誤り発生率は p . より $(3p^2 - 2p^3) < p$ とすれば良い。

$$p - 3p^2 + 2p^3 = p(1 - 3p + 2p^2)$$

$$= p(1 - 2p)(1 - p) > 0 \quad (\because 0 < p < \frac{1}{2})$$

故に図3の通信路の方が優れていると言える。

(3)

(3-1) 記号 b を送ったとき, b が出力される確率は $(1-p)^2$

$$\begin{array}{ccc} b' & & p^2 \\ E & & 2p(1-p) \end{array}$$

よって通信路行列は $\begin{pmatrix} 1-p^2 & 2p(1-p) & p^2 \\ p^2 & 2p(1-p) & 1-p^2 \end{pmatrix}$

(3-2) (ア) 小さい

(イ) 2

(ウ) 極めて小さい

(エ) 2

(オ) 通信路容量

(カ) 相互

(キ) 最大値

(ク) 大きい