H20 院試 1. アルゴリズムとプログラミング 回答

(1) 28 は添字が 8 のセルに，35 は添字が 6 のセルに格納される (15 が添字 5 のセルに格納されるから).

(2-1)

表 1: (2-1) の table の値

index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
value	-1	-1	39	43	-1	45	-1	27	25	-1
index	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
value	-1	31	-1	-1	65	95	76	-1	-1	59

(2-2)

(ア) hash(d)

(イ) h

(ウ) next(h)

(エ) -1

(2-3)43 を格納する直前の table の値は表 2 であり，43 を格納する添字を検索するときに無限ループに陥るから.

表 2: (2-3) の table の値

index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
value	-1	-1	-1	39	-1	45	-1	27	-1	25
index	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
value	-1	31	-1	65	-1	95	76	-1	-1	59

(2-4) 最大公約数が 1(互いに素)

No.

[2] (1-1)

a_1a_0 \ b_1b_0	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	0	1

$S = a_1 \cdot a_0 + a_1 \cdot \overline{b_0} + a_1 \cdot \overline{b_1} + a_0 \cdot \overline{b_1} + \overline{b_1} \cdot \overline{b_0}$

(1-2) S

S_1S_0 \ E_1E_0	00	01	11	10
00	0	[illegible]	d	d
01	0	0	d	d
11	1	1	1	1
10	1	d	d	0

d は don't care

$S = S_1 \cdot \overline{E_1} + S_1 \cdot S_0$

または $S = S_1 \cdot \overline{E_1} + S_0 \cdot E_1$

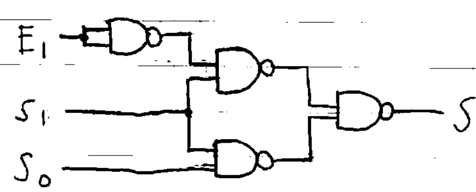
E

S_1S_0 \ E_1E_0	00	01	11	10
00	0	d	d	d
01	0	0	d	d
11	0	0	1	0
10	0	d	d	0

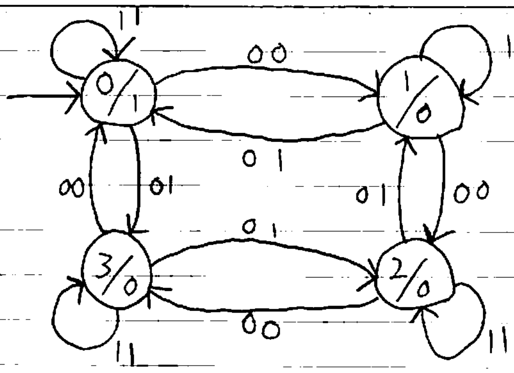
$E = E_1 \cdot E_0$

(1-3) $S = S_1 \cdot \overline{E_1} + S_1 \cdot S_0$

$= \overline{(S_1 \cdot \overline{E_1}) \cdot (S_1 \cdot S_0)}$



(2 - 1)



(2 - 2)

現状態 Q_1Q_0	次状態 x_1x_0 = 00	01	11	出力
00	01	11	00	1
01	10	00	01	0
11	00	10	11	0
10	11	01	10	0

(2 - 3)

D_1

Q_1Q_0 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	0	1	0	d
01	1	0	0	d
11	0	1	1	d
10	1	0	1	d

D_0

Q_1Q_0 \ x_1x_0	00	01	11	10
00	1	1	0	d
01	0	0	1	d
11	0	0	1	d
10	1	1	0	d

$$D_1 = Q_1 \cdot x_1 + Q_1 \cdot Q_0 \cdot x_0 + Q_1 \cdot \overline{Q_0} \cdot \overline{x_0} + \overline{Q_1} \cdot Q_0 \cdot \overline{x_0} + \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0} \cdot \overline{x_1} \cdot x_0$$

$$D_0 = \overline{Q_0} \cdot \overline{x_1} + Q_0 \cdot x_1 \qquad f = \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0}$$

問題3

(1-1)

(a) (ウ)　　(e) (コ)
(b) (ア)　　(f) (カ)
(c) (カ)　　(g) (イ)
(d) (オ)

(1-2)

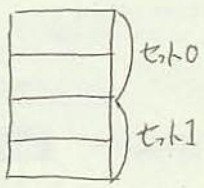
・実装の容易さ：FIFOはキャッシュ内にブロックが存在しないとき、キャッシュ内の一番古いブロックと交換すればいいので、キャッシュ内の交換するブロックは毎回の参照に影響されない。よって実装は容易である。LRUでは毎回の参照で、キャッシュ内にブロックが存在した場合は最も長い間参照されなかったブロックというものが変わっていくので、交換対象のブロックを参照するたびに変更する可能性がある。よって実装は複雑である。

・ブロック枠の数とヒット率の関係：FIFOの場合は、できるだけ多くのブロックをキャッシュ内に取り込めたほうが単純にヒット率は向上していく。しかし、LRUの場合時間的局所性に沿っているので、もともとヒット率は高く、ブロック枠の数にあまり左右されないので、ヒット率の変化はFIFOほど向上しない。

(1-3)

1ブロック ▭ 4語

キャッシュ



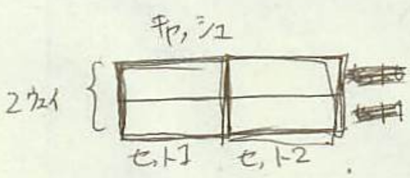
主記憶のアドレスは8ビット

2^8コ

a[0], a[4], a[8], a[53], a[54], a[55], a[56], a[4], a[20], a[21]

ブロック番号	0	1	2	13	13	13	14	1	5	5

00
01
10
11



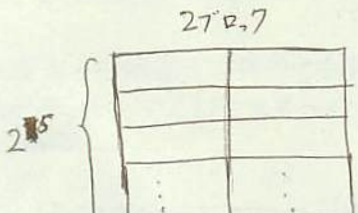
$\frac{2^8}{2^2} = 2^6$

~~16150円~~

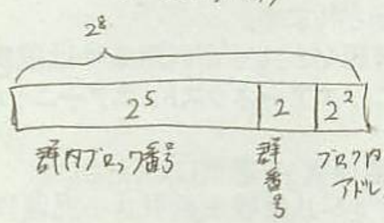
~~315円~~

~~yahoo 届かない ごみ箱~~

2ブロック



2^6コのブロック



(1-3-1) 2^5ビット

(1-3-2)

a[0]

0	

a[4]

0	1

a[8]

~~0~~2	1
0	

a[53]

2	13
0	1

a[54]

2	13
0	1

○

a[55]

2	13
0	1

○

a[56]

14	13
2	1

a[4]

14	1
2	13

○

a[20]

~~20~~	~~1~~
~~14~~	~~13~~

14	5
2	1

a[21]

14	5
2	1

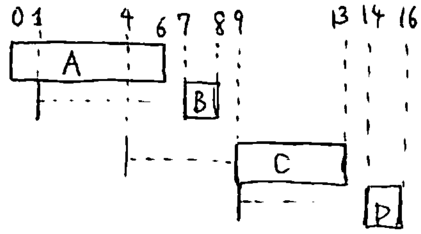
○

$4/10 \times 100 = 40\%$

(2-1)
(a) (カ)
(b) (キ)
(c) (シ)
(d) (ウ)
(e) (サ)
(f) (ソ)

(2-2)

FIFO



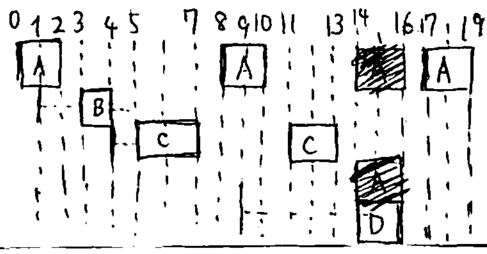
ターンアラウンドタイム	
A …	6
B …	7
C …	9
D …	7

$\frac{29}{4} = \underline{\underline{7.25}}$

応答時間
0
6
5
5

$\frac{16}{4} = \underline{\underline{4}}$

RR



ターンアラウンドタイム	
A …	19
B …	3
C …	3
D …	7

$\frac{32}{4} = 8$

応答時間
0
2
1
5

$\frac{8}{4} = \underline{\underline{2}}$

No.

8 (1-1)

(a) $a \to 0$　　$\forall x(P(x)\to P(a)) = \forall x(\neg P(x) \lor P(a))$

$P(u) \to u \geq 0$　　よって この解釈で $P(a)$が真となり、式全体も真となる。

(b) $f(u) \to u$　　$f(x)$の値は 0, 1, 2のいずれか、

$P(u) \to u \geq 0$　　いずれの値に対しても $P(f(x))$は真となる。

(c) $a \to 0$　　$\forall x(P(x) \to (\neg P(a) \lor \neg P(b))) = \forall x(\neg P(x) \lor \neg P(a) \lor \neg P(b))$

$b \to 1$　　よって この解釈で $P(a)$が偽 すなわち $\neg P(a)$が真となり、

$P(u) \to u > 0$　　式全体も真となる。

(1-2) (b) $\to \exists x(\neg P(x) \lor \neg Q(x))$

(c) $\to \forall x(P(x) \lor Q(x)) \to$ (a)

よってこれらを共に真にする解釈をさがせばよい。

$P(u) \to u \geq 1$　　(b)は $x=1$のとき $\neg Q(x)$が真となるので 真

$Q(u) \to u < 1$　　(c)は $x \geq 1$のとき $P(x)$が真となり、

$x=0$のとき $Q(x)$が真となるので 真

(1-3) $P(u) \to u \geq 1$　　$\forall x(P(x) \lor Q(x))$：(1-2)の場合と同じなので真

$Q(u) \to u < 1$　　$\forall x P(x) \lor \forall x Q(x)$：$x=0$のとき $P(x)$は偽なので $\forall x P(x)$は偽

$x \geq 1$のとき $Q(x)$は偽なので $\forall x Q(x)$は偽

よって、$\forall x P(x) \lor \forall x Q(x)$ は偽

以上より 条件を満たす解釈は存在する。

(2-1) $\neg A = (\forall y \forall x P(x,y) \land \exists y \forall x(P(x,y) \to Q(x))) \land \neg \forall z Q(z)$

$= \forall y \forall x P(x,y) \land \exists y \forall x(\neg P(x,y) \lor Q(x)) \land \exists z \neg Q(z)$

$= \exists x \exists y [\forall z \forall u P(u,z) \land \forall z(\neg P(z,x) \lor Q(z)) \land \neg Q(y)]$

$= \exists x \exists y \forall z \forall u [P(u,z) \land (\neg P(z,x) \lor Q(z)) \land \neg Q(y)]$

(2-2) 変数 x, yにそれぞれスコーレム関数 a, bを導入すると

$A' = \forall z \forall u [P(u,z) \land (\neg P(z,a) \lor Q(z)) \land \neg Q(b)]$

(2-3) $P(u,z)$　　(1)

$\neg P(z,a) \lor Q(z)$　　(2)

$\neg Q(b)$　　(3)

(2)で zに bを代入すると

$\neg P(b,a) \lor Q(b)$　　(4)

(3)と(4)より

$\neg P(b,a)$　　(5)

(1)で uに b, zに aを代入すると

$P(b,a)$　　(6)

(5)と(6)より

$\Box$　　∴ A'は充足不能

8 (1-1)

(a) Cとして $a = 2$とする.
Fはない.
Pとして $P(u) \land u > 0$ を割りあてる.
この解釈を与えると、必ず $p(a)$は真なので $\forall x(p(x) \to p(a))$は真になる.

(b) Cはない
Fとして $f(u)$ は $u \times 0$ を割りあてる.
Pとして $P(u)$ は $u < 1$ を割りあてる.
この解釈を与えると、$p(u)$のuは必ず0となり、$p(u)$は必ず真になる.

(c) Cとして $a = 0$, $b = 1$ とする.
Fはない
Pとして $p(u)$ は $u > 0$ を与える.
この解釈で $(\neg p(a) \lor \neg p(b))$ は必ず真となり、$\forall x(p(x) \to (\neg p(a) \lor \neg p(b)))$ は真となる.

(1-2) ~~(a) どちらか真~~
~~(b) どちらか真~~
~~(c) どちらも偽~~
~~充足不能!!~~

$p(x)$ は $x \geqq 0$
$q(x)$ は $x > 0$

(a)で $p(x)$は真 $q(x)$は偽より真
(b)で $p(x)$は真 $q(x)$は偽より真
(c)で $p(x)$は真、$q(x)$は偽より真
よって真
全てを1にする解釈

(1-3) ~~$p(u) = u \geqq 0$ $q(u) = u < 0$ とすると、$\forall u$に関して $p(u)$は必ず真、$\forall u$に関して $q(u)$は必ず偽 よって $\forall x(p(x) \lor q$~~

$p(u) = u > 2$ $q(u) = u \leqq 2$ とする.
$\forall p(u)$ は必ず偽、$\forall q(u)$も偽であるが $\forall u(p(u) \lor q(u))$は、$u$が必ずどちらかを満たすので、真になる.

(2) $A' = \neg A = \neg(\neg \forall y \forall x\, p(x,y) \land \exists y \forall x (p(x,y) \to q(x))) \lor \forall z\, q(z))$

$= \forall y \forall x\, p(x,y) \land \exists y \forall x (p(x,y) \to q(x))) \land \neg \forall z\, q(z)$

$= \forall y \forall x\, p(x,y) \land \exists y \forall x (p(x,y) \to q(x)) \land \exists z \neg q(z)$

$= \forall y \forall x\, p(x,y) \land \exists y \forall x (\neg p(x,y) \lor q(x)) \land \exists z \neg q(z)$

$= \exists z \exists y (\forall u \forall x\, p(x,u) \land \forall u (\neg p(u,y) \lor q(u)) \land \neg q(z)$

(2-1) $= \exists z \exists y \forall u \forall x (p(x,u) \land (\neg p(u,y) \lor q(u)) \land \neg q(z))$

z, yにスコーレム関数 a, b を導入

(2-2) $= \forall u \forall x (p(x,u) \land (\neg p(u,b) \lor q(u)) \land \neg q(a))$

導出節は $p(x,u)$ ①, $\neg p(u,b) \lor q(u)$ ②, $\neg q(a)$ ③

②で uにaを入れると $\neg p(a,b) \lor q(a)$ …④
③と④で $\neg p(a,b)$ …⑤
①で $u = b$, $x = a$ を入れると $p(a,b)$ …⑥
⑤と⑥で導出節は0

(2-3) よってA'は充足不能である。

H20 院試 9.計算理論 回答

(1-1) 10,010,0010,1110

(1-2) ε 閉包を以下に示す．状態遷移図を図 1 に示す．

$$\begin{aligned}\varepsilon(h) &= h, i, j, k\\ \varepsilon(i) &= i\\ \varepsilon(j) &= j, k\\ \varepsilon(k) &= k\end{aligned}$$

表 1: 状態遷移表

状態	0	1
→○ h	i,k	j,k
i	k	j
○ j	i	k
○ k	i	k

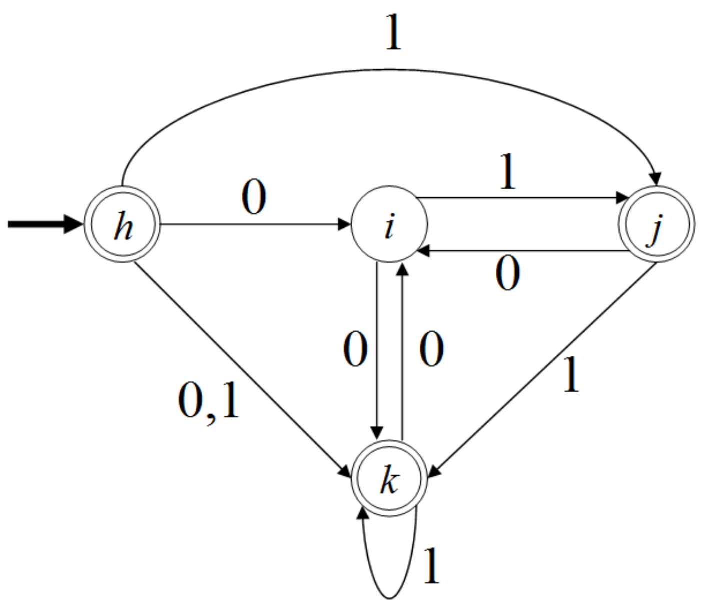


図 1: 有限オートマトン M_2' の状態遷移図

(1-3) 図 2 に示す．

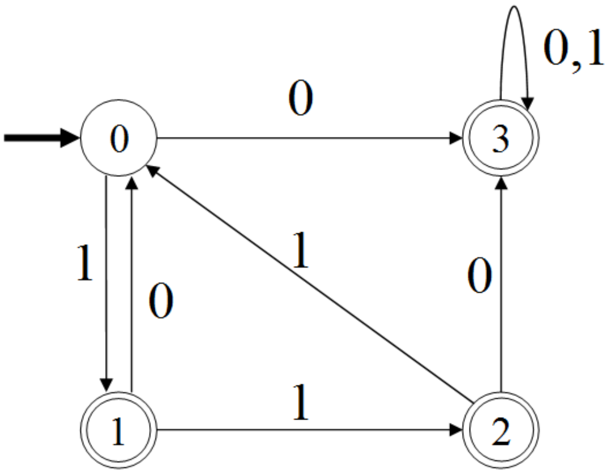


図 2: 有限オートマトン M_3' の状態遷移図

(2-1) 表 2 と表 3 に示す.

表 2: 最左導出

A
if e then A else A
if e then s else A
if e then s else if e then A
if e then s else if e then s

(2-2) 図 3 に示す.

(2-3) 図 4 のようにある語に対し異なる二つの導出木が存在するため.

表 3: 最右導出

A
if e then A else A
if e then A else if e then A
if e then A else if e then s
if e then s else if e then s

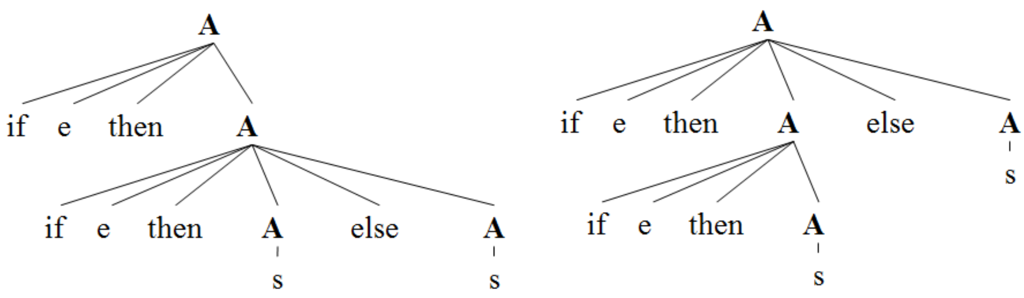


図 3: if e then if e then s else s の異なる二つの導出木

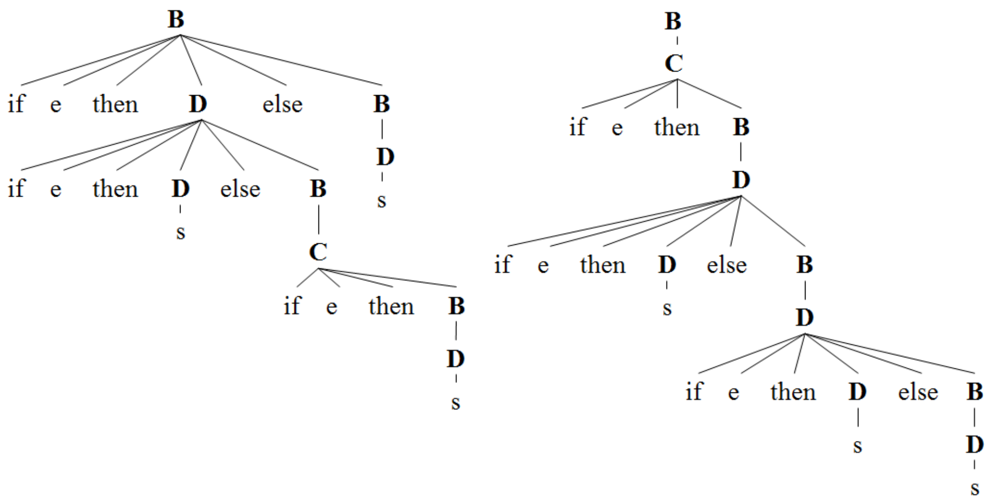


図 4: 具体的な根拠

H20 院試 10.情報理論 回答

(1) $\alpha = a_3 a_2 a_1, \beta = a_4 a_4$ としたとき，$\alpha \neq \beta$ であるにもかかわらず $f_1(\alpha) = f_1(\beta)$ だから

(2)

(2-1) f_2 は符号語の系列が $011b_1$ のときに先頭 (001) を瞬時に a_3 へ復号することができない (b_1 の先頭が 0 であるか 1 であるかを確認しなければ復号できない)．f_3 は符号語の系列中に対応する符号語が現れた瞬間に瞬時に復号することができる．つまり，f_2 は瞬時に復号可能ではなく，f_3 は瞬時に復号可能なので f_3 の方が優れている．

(2-2)

$$\begin{aligned} f_4(a_1) &= 0 \\ f_4(a_2) &= 10 \\ f_4(a_3) &= 110 \\ f_4(a_4) &= 1110 \\ f_4(a_5) &= 1111 \end{aligned}$$

先頭から見て，0 が現れるまでの 1 の個数を数える．以下を繰り返せば一意に復号できる．

1. 0 が現れる前に 1 が 4 個連続で現れたらそれを a_5 に復号
2. 1 が $i (0 \leq i \leq 3)$ 個現れた後 0 が現れたらそれを a_{i+1} に復号

また，f_2, f_3 による符号化の平均符号語長はともに

$$2p_1 + 2p_2 + 2p_3 + 4p_4 + 4p_5$$

であり，f_4 による平均符号語長は

$$p_1 + 2p_2 + 2p_3 + 4p_4 + 4p_5$$

である．よって p_i の値にかかわらず f_4 による平均符号語長は f_2, f_3 による符号化の平均符号語長よりも短い．

(3)

(3-1)

(i)$s = 2$ のとき明らかに $N_{f_5}(s-1) = 2$ である．

(ii)$s > 2$ のとき $N_{f_5}(s-1) \neq 0$ より長さ $s-1$ のものが少なくとも 1 つあるので，符号化の木は図 1(これは一つの例) のように枝分かれは各深さで丁度一回起こる．従って $N_{f_5}(s-1) = 1$ である．

(3-2) $p_1 = \frac{1}{3}, p_2 = \frac{1}{3}, p_3 = \frac{1}{6}, p_4 = \frac{1}{6}$

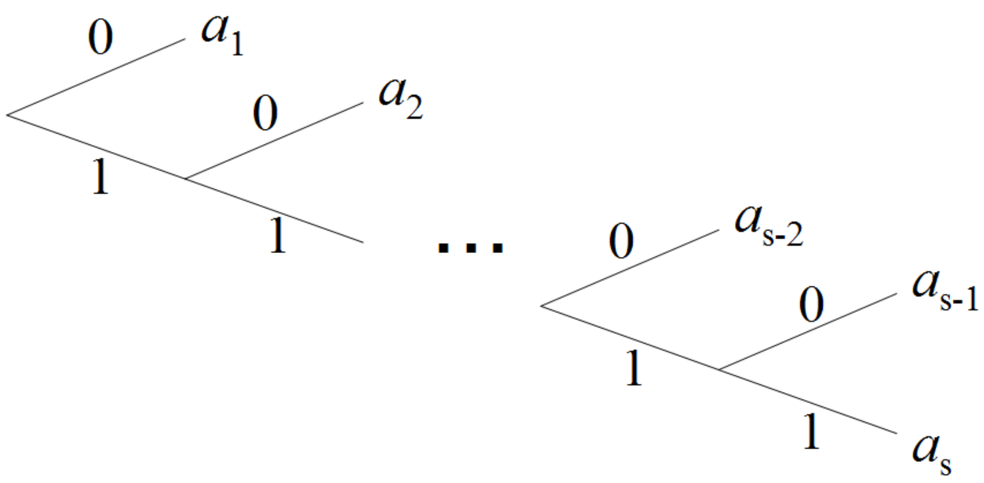


図 1: 条件を満たすハフマン符号化の木

$$
\begin{aligned}
f_6(a_1) &= 0 \\
f_6(a_2) &= 10 \\
f_6(a_3) &= 110 \\
f_6(a_4) &= 1111
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_7(a_1) &= 00 \\
f_7(a_2) &= 01 \\
f_7(a_3) &= 10 \\
f_7(a_4) &= 11
\end{aligned}
$$

f_6は $(a_1, (a_2, (a_3, a_4)))$, f_7は $((a_1, a_2), (a_3, a_4))$ と縮約している.