門外不出

かねじゅん模試

数の表現

作成者はこの模試に関する一切の責任を負わない

1. 正整数

進数変換を行い次の表を埋めよ。

10 進数	2 進数	16 進数
0		
	1111	
		AA
25		
		10

2. 負整数

（1） 8 ビットの 2 進数表記において、負の数を 1 の補数、2 の補数とする場合それぞれについて進数変換を行い次の表を埋めよ。

10 進数	2 進数（1 の補数とする場合）	2 進数（2 の補数とする場合）
1		
	0000 0000	
	1111 1111	
-10		
		1100 1000

（2） 補数に関する次の説明の空欄 A から E に当てはまる語句として適切なものを語群から選べ。

ある自然数を N 進法で表したときの補数は「N の補数」と「N-1 の補数」の 2 種類が存在し、前者は「足し合わせると(A)が生じる自然数のうち(B)のもの」である。これは「基数の補数」と呼ばれ、2 進数で言うところの「(C)」である。後者は、「足し合わせても桁が増えない自然数のうち(D)のもの」で、「減基数の補数」と呼ばれる。これは 2 進数で言うところの「(E)」である。

語群

桁上がり、オーバーフロー、アンダーフロー、最大、最小、1 の補数、2 の補数

(3)　多くの計算機のアーキテクチャでは、負の数を 2 の補数系としている。このことの利点を答えよ。

(4)　5 桁の 10 進数表記において、負の数を 10 の補数で表すとする。このとき一般的な負の数の表記での「-538」はどのように表されるか答えよ。

(5)　3 ビットの 2 進数について、符号なし（負の数を考えない場合）と符号あり（負の数を考える場合）それぞれについて 10 進数への変換を行い、次の表を埋めよ。なお、符号ありの場合は、負の数を 2 の補数系で表すとする。

2 進数	10 進数（符号なし）	10 進数（符号あり）
000	0	0
001		
010		
011		
100		
101		
110		
111		

(6)　(5)から負の数を 2 の補数系で表すとき、少なくともどの桁を見れば数の正負が判断できるか答えよ。

(7)　2 進数表記において負の数を 2 の補数系で表すとき、8 ビットの 2 進数が現わせる数の範囲を 10 進数で答えよ。

3.　小数

(1)　次の 2 進数の小数の各桁に対応する数値関係を表した図の空欄に当てはまる数値を答えよ。

2 進数	1	1	1	1	.	1	1	1	1	1
2^x の位	2^3	2^2	2^1	2^0		$2^{(A)}$	$2^{(B)}$	$2^{(C)}$	$2^{(D)}$	$2^{(E)}$
	8	4	2	1		(F)	(G)	(H)	(I)	(J)

以下の問題においては、$[x]_2$ を 2 進数で表し、特に断りのない場合は x を 10 進数で表すこととする。さらに、2 進数を浮動小数点数表記する際、16 ビットの列に次のように値を格納するものとする。また、$[s\ e\ m]_f$ を浮動小数点表現のビット列を表すものとする。

$$(-1)^s 1.\mathrm{m}\times 10^{e-15}$$

符号部（s）	指数部（e）	仮数部（m）
1 ビット	5 ビット	10 ビット

（2） 次の 10 進数に関する式の空欄 A と B を埋めよ。

$$101111 = (-1)^{(A)} 1.(\mathrm{B})\times 10^{(C)}$$

（3） 次の 2 進数に関する式の空欄 A と B を埋めよ。

$$[-101111]_2 = (-1)^{(A)} 1.(\mathrm{B})\times 2^{(C)}$$

（4） 次の 10 進数を 2 進数の浮動小数点表現にせよ。なお仮数部が 10 ビットに収まらない場合の丸めは切り捨てで良い。

（ア）$[1.01111]_2$

（イ）$[10.1111]_2$

（ウ）5

（エ）-5

（オ）0.625

（カ）0.1

（5） 0.1 を浮動小数点表現する際、誤差なく有限桁で表現できない理由を述べよ。

（6） 次の計算をせよ。

（ア）$1.23456\times 10^5 + 6.54321\times 10^6$

（イ）$1.00000\times 10^5 \times 6.00000\times 10^7$

（7） 次の浮動小数点表現のビット列の計算結果を浮動小数点表現せよ。

（ア）$[0\ 01010\ 1111100000]_f + [0\ 01010\ 0000011111]_f$

（イ）$[0\ 01010\ 1000000000]_f + [1\ 01010\ 0100000000]_f$

（ウ）$[0\ 00011\ 0000011111]_f + [0\ 00100\ 0000011111]_f$

（エ）$[0\ 00011\ 0000011111]_f \times [0\ 00100\ 0000000011]_f$

（オ）$[1\ 00011\ 0000011111]_f \times [0\ 00100\ 0000000011]_f$

(8) 次の浮動小数点表現のビット列の大小関係を表す不等号を書け。

（ア）$[0\ 01010\ 1111100000]_f$（不等号）$[0\ 01010\ 0000011111]_f$

（イ）$[0\ 01010\ 1000000000]_f$（不等号）$[1\ 01010\ 0100000000]_f$

（ウ）$[0\ 00011\ 0000011111]_f$（不等号）$[0\ 00100\ 0000011111]_f$

（エ）$[1\ 00011\ 0000011111]_f$（不等号）$[0\ 00100\ 0000000011]_f$

(9) 浮動小数点表現において、ビット列を符号部、指数部、仮数部という順番で使用することの利点を答えよ。

(10) 指数部の下駄履き表現の利点を述べた次の文章の空欄 A と B を埋めよ。

指数部は下駄履き表現（バイアスまたはエクセスとも）と呼ばれる形式であり、実際の値に、ある固定値を加算したものである。このような表現にしているのは浮動小数点数同士の比較を単純にするためである。指数部は大きな値も小さな値も表せるように(A)の値にもなるが、これを単に 2 の補数で表すと、全体の符号とは別に指数部も符号を持つことになり、単純な大小比較ができなくなってしまう。そのため、指数部は下駄履きされて常に(B)の値となるような形式で格納される。

(11) 丸めについての 4 つの文章が、+∞方向の丸め、-∞方向の丸め、0 方向の丸め、再近接丸め（偶数）、再近接丸め（0 から遠い方へ）、のどれについて説明しているか答えよ。

（ア）最も近くの表現できる値へ丸める。表現可能な 2 つの値の中間の値である場合は、最下位の仮数ビットが 0 になるほうを採用する。これは 2 進での標準動作かつ 10 進でも推奨となっている。

（イ）最も近くの表現できる値へ丸める。表現可能な 2 つの値の中間の値である場合は、正の値ならより大きいほう、負の値ならより小さいほうの値を採用する。

（ウ）0 に近い側へ丸める。切り捨てとも呼ばれる。

（エ）正の無限大に近い側へ丸める。切り上げとも呼ばれる。

（オ）負の無限大に近い側へ丸める。切り下げとも呼ばれる。

以下の問題では、丸めを(11)の(ア)で行うものとして回答せよ。

(12) 浮動小数点表現で表現できる数の間隔 ULP を表す式を答えよ。変数として、指数部の値 e と仮数部の桁数 p を用いてよい。

(13) 浮動小数点表現における絶対誤差とは、元の実数値と浮動小数点表現された数値との差の最大値である。絶対誤差を、ULP を用いて表せ。

(14) 浮動小数点表現における相対誤差とは、元の実数値と浮動小数点表現された数値との差の絶対値の、元の実数値に対する割合である。

$$\text{相対誤差} = \frac{|\text{浮動小数点数} - \text{元の実数値}|}{\text{元の実数値}}$$

相対誤差における元の実数値を 1 とすると、相対誤差は「浮動小数点表現で表せる 1 より大きい最小の数と 1 との差」になり、これをマシン・イプシロンという。マシン・イプシロン ε を表す式を答えよ。変数として、指数部の値 e と仮数部の桁数 p を用いてよい。