ミニレポート 1-1

- $\Sigma = \{0, 1\}$ とする
  1. Σ 上のすべての文字列の集合 Σ^* は加算無限集合（自然数の集合と１対１に対応づけられる集合）であることを示しなさい
  2. Σ 上のすべての言語の集合 2^{Σ^*} は非加算無限集合であることを示しなさい

ミニレポート 1-1 (1)：解答例

- $\Sigma = \{0, 1\}$ とする
  1. Σ 上のすべての文字列の集合 Σ^* は加算無限集合（自然数の集合と１対１に対応づけられる集合）であることを示しなさい

Σ 上のすべての文字列を列挙できればよい

- 長さの短い順に列挙する
- $\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, 001, 010, 011, 100, \cdots$

ミニレポート 1-1 (2)：解答例 (1)

- $\Sigma = \{0, 1\}$ とする
  2. Σ 上のすべての言語の集合 2^{Σ^*} は非加算無限集合であることを示しなさい

（解答例１）集合論で知られた事実を利用（カントールの定理）
- 言語：文字列の集合（加算無限集合）の部分集合
- 加算無限集合の部分集合の集合は非加算無限集合

（解答例２）対角線論法（1.3.3 背理法のひとつ）
- 言語：文字列の集合（加算無限集合）の部分集合
- 加算無限集合の部分集合の集合は非加算無限集合

ミニレポート 1-1 (2)：解答例 (2)

アルファベットを $\Sigma = \{0, 1\}$ とする
(2) Σ 上のすべての言語の集合は非加算無限集合である

解答例２：対角線論法による証明

・加算無限集合であると仮定して矛盾を導く

・事実：Σ 上のすべての文字列の集合は加算無限集合（設問 (1)）

→ すべての文字列を列挙可能　i 番目の文字列 α_i

・仮定：Σ 上のすべての言語の集合は加算無限集合

→ すべての言語を列挙可能　j 番目の言語 L_j

ミニレポート 1-1 (2)：解答例 (3)

対角線論法

Σ 上の文字列（語）を列挙

Σ 上の言語を列挙

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6	⋯
L_1	○	○		○			
L_2	○		○	○		○	
L_3		○	○		○		
L_4		○		○		○	
L_5	○		○	○			
L_6			○			○	
⋮							

○の語がその言語に含まれる

$\leftarrow L_1 = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \dots\}$

$\leftarrow L_2 = \{\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_6, \dots\}$

対角要素に着目して
言語 L を定義する

$\alpha_i \in L_i \Leftrightarrow \alpha_i \notin L$

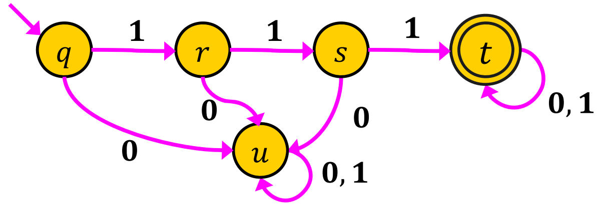
$L = \{\alpha_2, \alpha_5, \dots\}$

言語 L はどの L_j とも異なる

言語を列挙可能（加算無限個）
であることに矛盾

ミニレポート 1-2

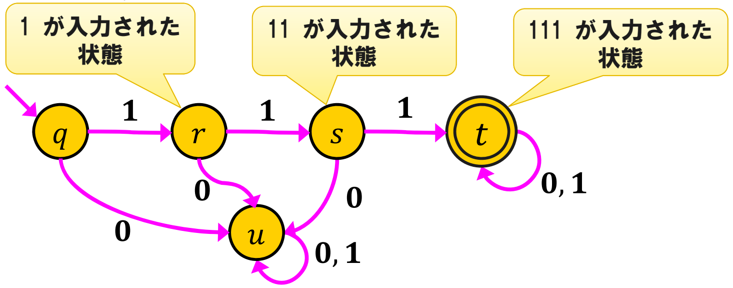
1. 次の DFA が受理する言語はどんな言語か述べなさい



2. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする．Σ 上の語で，111 で終わるすべての語からなる言語を受理する DFA を状態遷移図か状態遷移表で示しなさい

ミニレポート 1-2 (1)　解答例

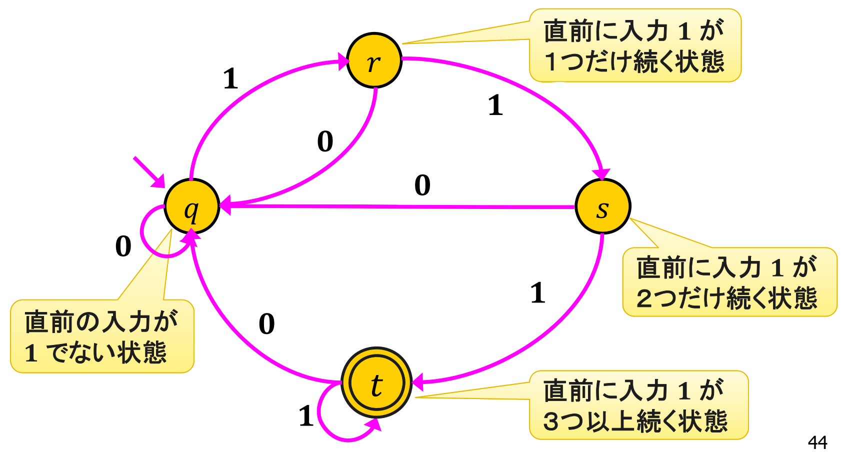
1. 次の DFA が受理する言語はどんな言語か述べなさい



$\Sigma = \{0, 1\}$ 上の語で，111 で始まるすべての語からなる言語

ミニレポート 1-2 (2)　解答例

2. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする．Σ 上の語で，111 で終わるすべての語からなる言語を受理する DFA の状態遷移図を示しなさい



ミニレポート 1-3

テキスト p.59 の問2.2.6（(a)，(b)とも）

ただし，５の倍数ではなく，３の倍数で解答してください

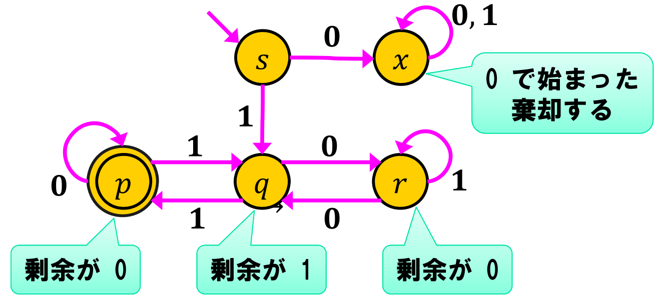
（本質は変わらないが，解答が簡略になるため）

(a) １ で始まり，２進数としてみたとき，３の倍数となる列の全体

(b) 左右逆にして２進数としてみたとき，３の倍数となる列の全体

ミニレポート 1-3(a)：解答例

(a) １ で始まり，２進数としてみたとき，３の倍数となる列の全体



$[w]$：バイナリ記号列 w を２進数と見たときの値

$$[w0] \bmod 3 = \big(([w] \bmod 3) * 2\big) \bmod 3$$

$$[w1] \bmod 3 = \big(([w] \bmod 3) * 2 + 1\big) \bmod 3$$

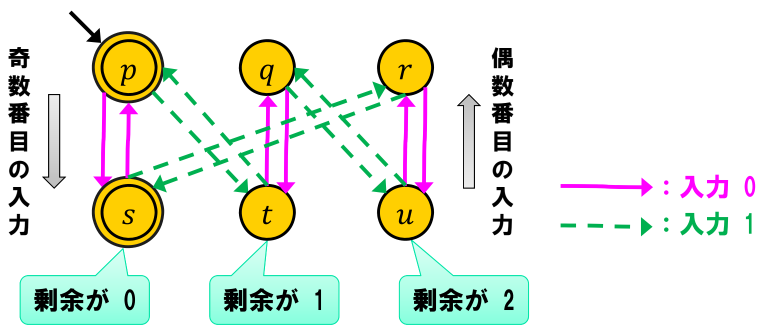
ミニレポート 1-3(b)：解答例(1)

(b) 左右逆にして2進数としてみたとき，3の倍数となる列の全体

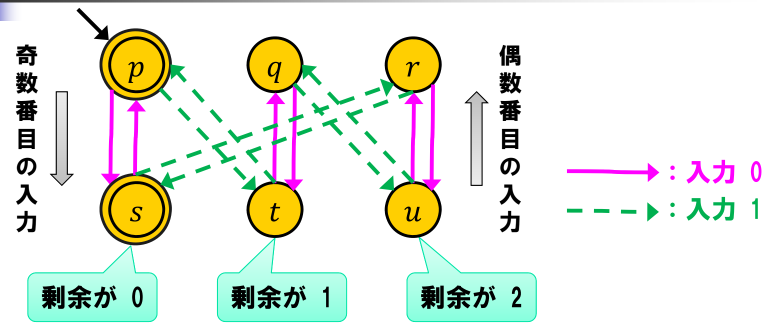
$2^k \bmod 3 = 1$　k が奇数のとき

$\qquad\quad = 2$　k が偶数のとき

奇数番目と偶数番目で３の剰余への影響が異なる



ミニレポート 1-3(b)：解答例(2)



下図の３状態に簡単化できる