電子回路：第9回　オペアンプ（2）

基礎工学部情報科学科

粟野 皓光

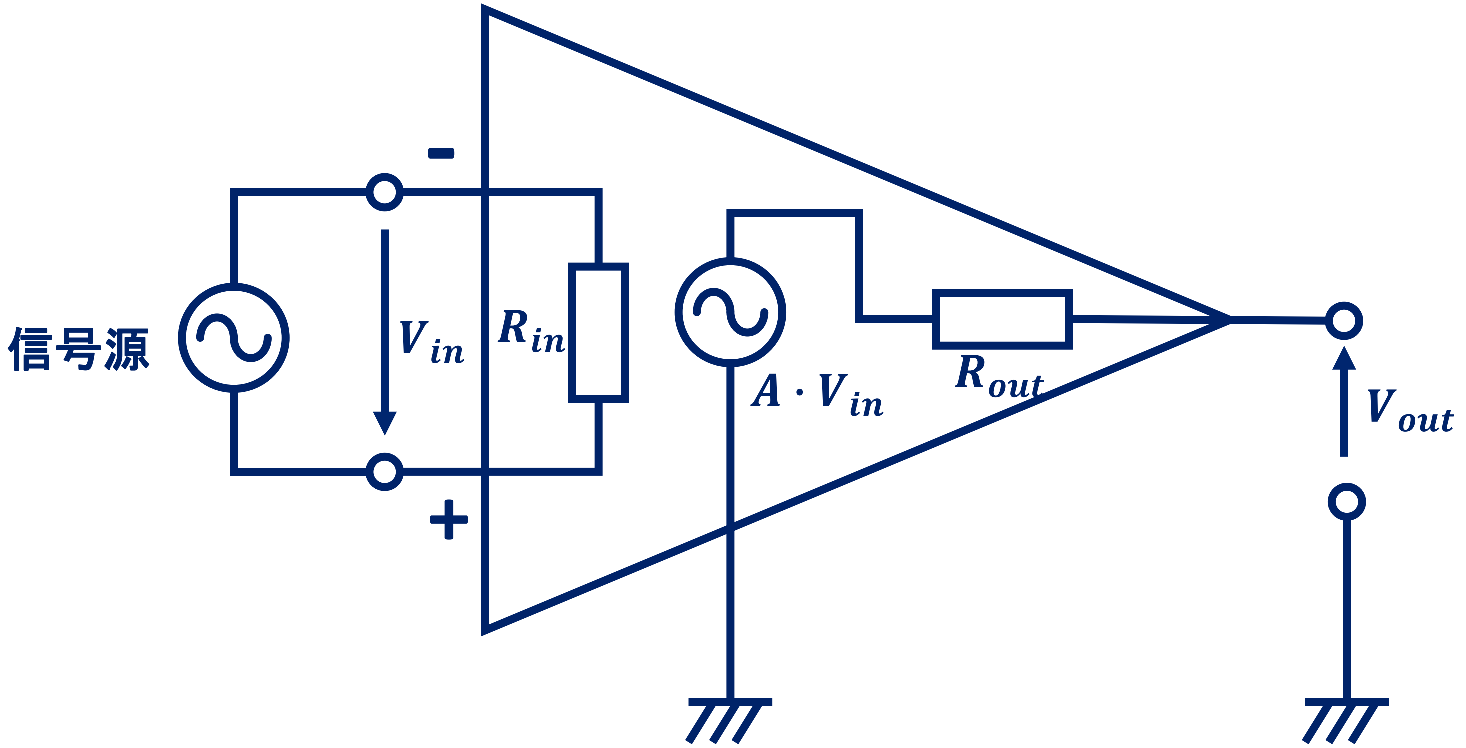
awano@ist.osaka-u.ac.jp

オペアンプとは（再掲）

- 2つの入力端子間の電位差を増幅するための回路素子（集積回路）
- オペアンプに抵抗やキャパシタを付け加えることでフィルタや微積分回路を簡単に設計できる

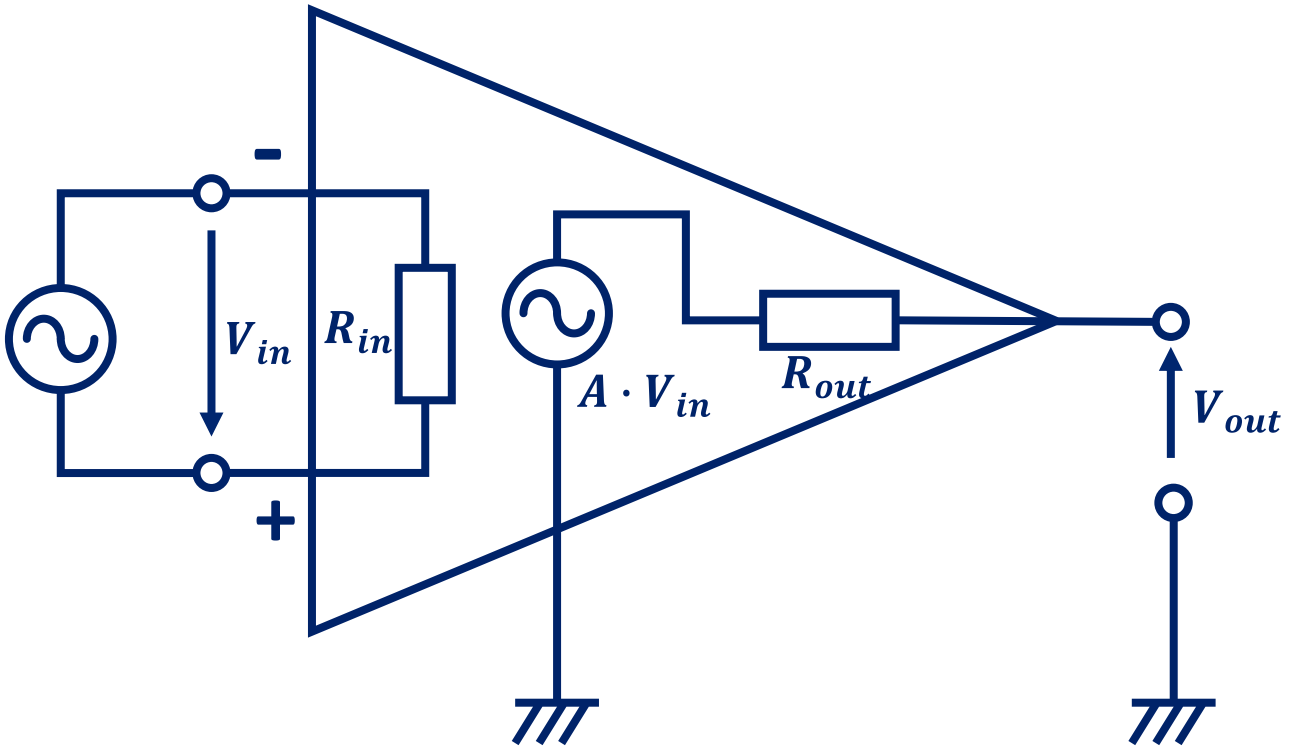
理想オペアンプの特性

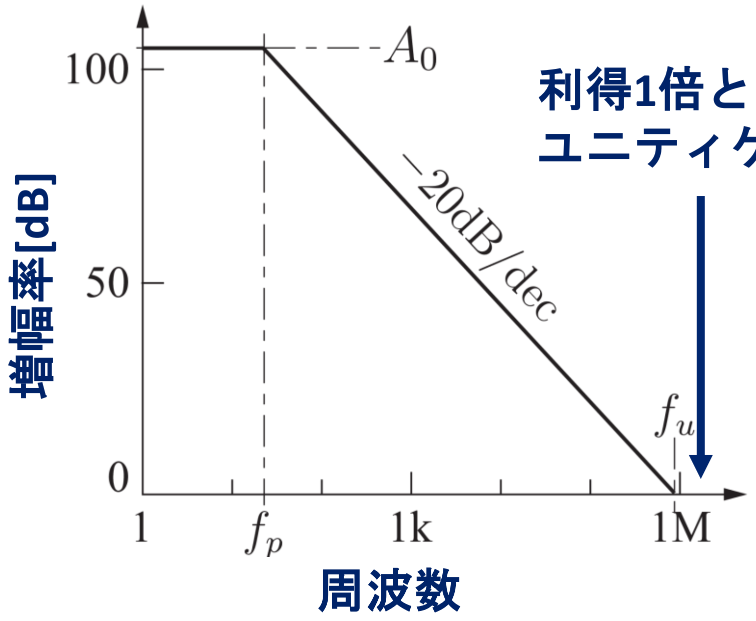
1. 入力インピーダンス（R_{in}）は無限大（入力端子に電流が流れ込まない）
2. 出力インピーダンス（R_{out}）は０
3. 増幅率（A）は無限大
4. オフセット電圧が０
5. 周波数帯域が無限に広い



現実のオペアンプの周波数特性

1. 入力インピーダンスR_{in}は有限（GΩ〜TΩ）
2. 出力インピーダンスR_{out}は数十Ω程度
3. 増幅率Aは100dB程度
4. オフセット電圧を持つ
5. 周波数帯域は有限





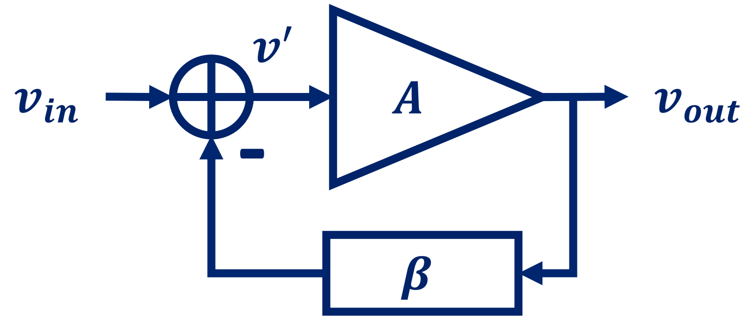
利得1倍となる周波数：
ユニティゲイン周波数

オペアンプの開ループ特性は
1次のローパスフィルタで近似できる

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}} \begin{cases} \approx A_0 & (\omega \ll \omega_p) \\ = \dfrac{A_0}{1+j} & (\omega = \omega_p) \\ \approx \dfrac{A_0\omega_p}{j\omega} & (\omega \gg \omega_p) \end{cases}$$

現実的なゲイン

オペアンプの動作条件を一般化して考えてみる

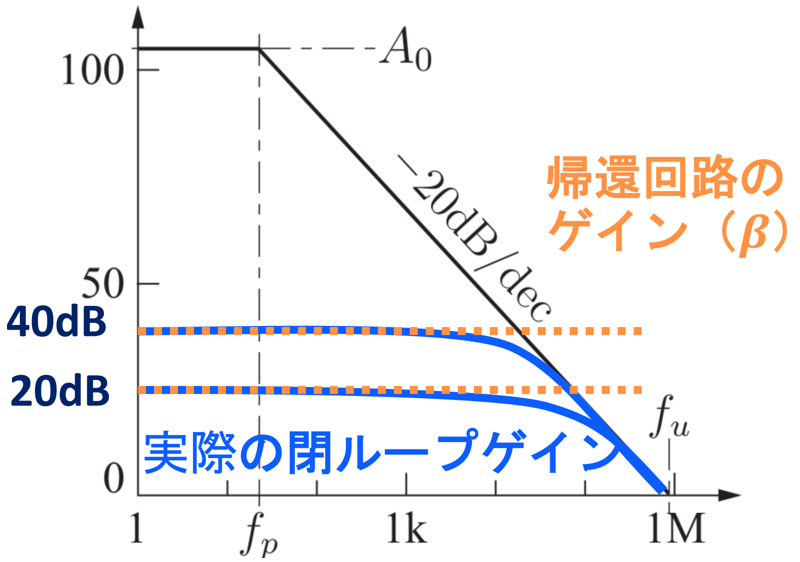


$$v_{out} = Av'$$

$$v' = v_{in} - \beta v_{out}$$

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A}{1 + A\beta} = \frac{1}{\beta}\frac{A\beta}{1 + A\beta}$$

オペアンプのゲイン（A）



- $A\beta \gg 1$の時

$$A_v = \frac{1}{\beta}\frac{A\beta}{1 + A\beta} \approx \frac{1}{\beta}$$

閉ループ特性は帰還回路のゲインのみで決まる
オペアンプはこの領域で使うのが一般的

- $A\beta \ll 1$の時

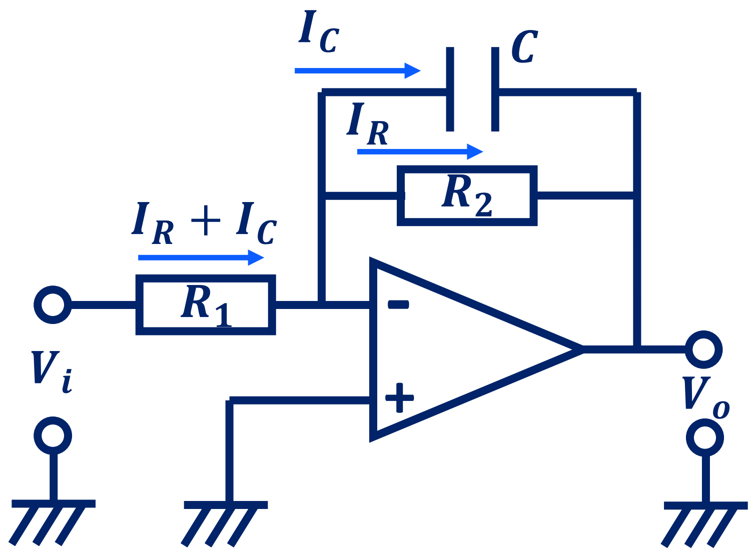
$$A_v = \frac{1}{\beta}\frac{A\beta}{1 + A\beta} \approx A$$

閉ループ特性はオペアンプそのもののゲイン

$A\beta = 1$を境に閉ループゲインを決定する要因が切り替わる

オペアンプを用いたフィルタ

パッシブフィルタ：インダクタ・キャパシタ・抵抗のみで構成されたフィルタ
アクティブフィルタ：インダクタ・キャパシタ・抵抗＋増幅器で構成されたフィルタ



1次ローパスフィルタの構成例

オペアンプの入力端子に電流が流れ込まないことと仮想接地を前提とすると以下の関係が成り立つ

- $V_i = R_1(I_R + I_C)$
- $V_o = -R_2 I_R = -\frac{1}{j\varpi C} I_C$

I_R・I_Cを消去すると

$$V_i = R_1(I_R + I_C) = V_o R_1\left(-\frac{1}{R_2} - j\varpi C\right) \qquad G(\varpi) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + j\varpi C R_2}$$

- $\varpi \ll 1/CR_2$の場合

$$G(\varpi) \approx -\frac{R_2}{R_1}$$

反転増幅器

- $\varpi = 1/CR_2$の場合

$$G(\varpi) = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + j}$$

$$|G(\varpi)| = \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle G(\varpi) = -\frac{\pi}{4}$$

- $\varpi \gg 1/CR_2$の場合

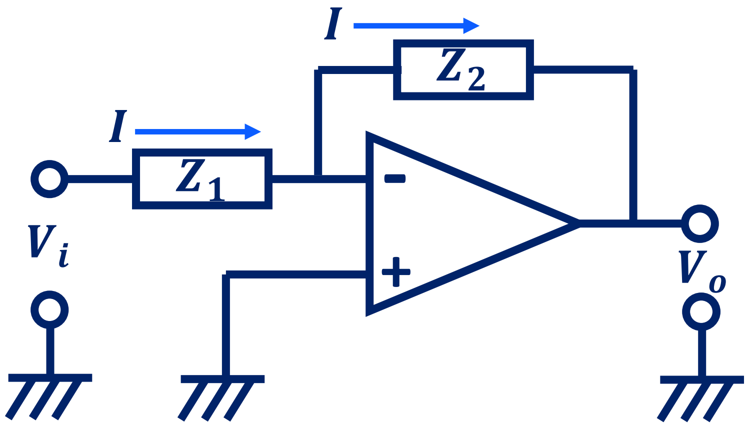
$$G(\varpi) \approx -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{j\varpi C R_2}$$

$$|G(\varpi)| \approx \frac{R_2}{R_1}\frac{1}{\varpi C R_2}$$

$$\angle G(\varpi) \approx -\frac{\pi}{2}$$

1次アクティブフィルタ

汎用的な回路で考えてみる



反転増幅器と同じと考えれば

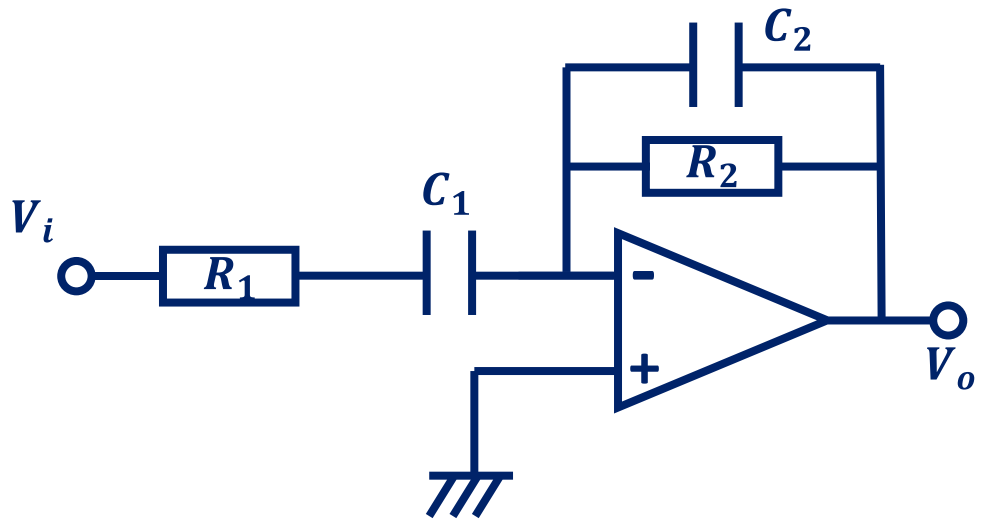
$$G(\varpi) = \frac{V_o}{V_i} = -\frac{Z_2(\varpi)}{Z_1(\varpi)}$$

となる

Z_1・Z_2に抵抗とキャパシタをはめ込むことで様々な特性のフィルタを実現できる

Z_1 \ Z_2	抵抗	抵抗とキャパシタの並列
抵抗	反転増幅器	ローパスフィルタ
抵抗とキャパシタの直列	ハイパスフィルタ	バンドパスフィルタ

バンドパスフィルタの場合だけ解いてみる



$$G(\varpi) = -\frac{Z_2(\varpi)}{Z_1(\varpi)} = -\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_2} + j\varpi C_2}}{R_1 + \dfrac{1}{j\varpi C_1}}$$

$$= -\frac{R_2}{1 + j\varpi C_2 R_2} \frac{j\varpi C_1}{1 + j\varpi C_1 R_1}$$

- $\varpi \ll 1/C_1 R_1$の場合

$$G(\varpi) \approx -j\varpi C_1 R_2 \quad \text{（ハイパスフィルタ）}$$

- $1/C_1 R_1 \ll \varpi \ll 1/C_2 R_2$の場合

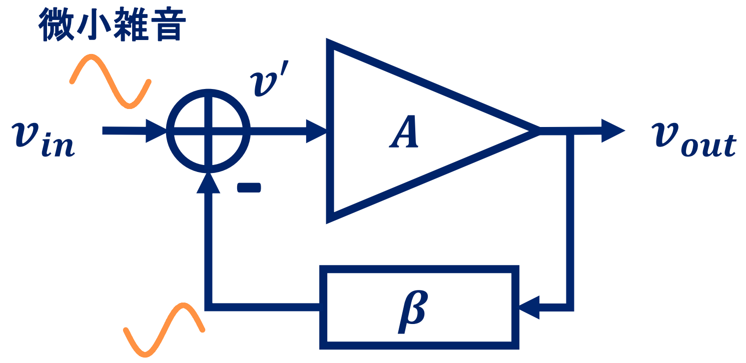
$$G(\varpi) \approx -\frac{j\varpi C_1 R_2}{j\varpi C_1 R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \quad \text{（反転増幅器）}$$

- $\varpi \gg 1/C_2 R_2$の場合

$$G(\varpi) \approx -\frac{R_2}{j\varpi C_2 R_2} \frac{j\varpi C_1}{j\varpi C_1 R_1} = -\frac{1}{j\varpi C_2 R_1} \quad \text{（ローパスフィルタ）}$$

発振回路

以下の**負帰還**回路を考える



入力の位相を反転させた信号が減算される
＝入力と同相の信号が加算される

v_{in}の増幅度を求めると

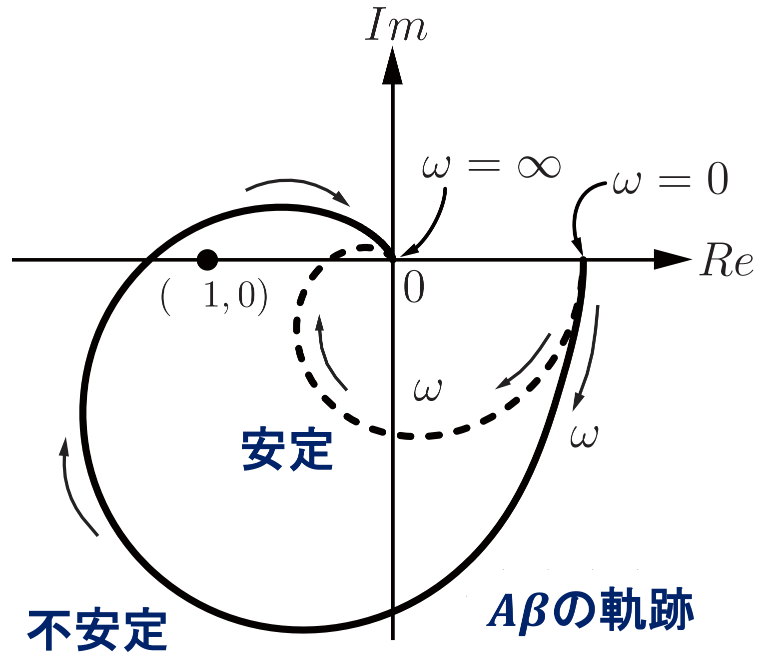
$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{A}{1 - A\beta}$$

となる．この時，以下の条件で$A_v = \infty$となり回路は発振する．

- □ $\angle(A\beta) = -\pi$
- □ $|A\beta| = 1$

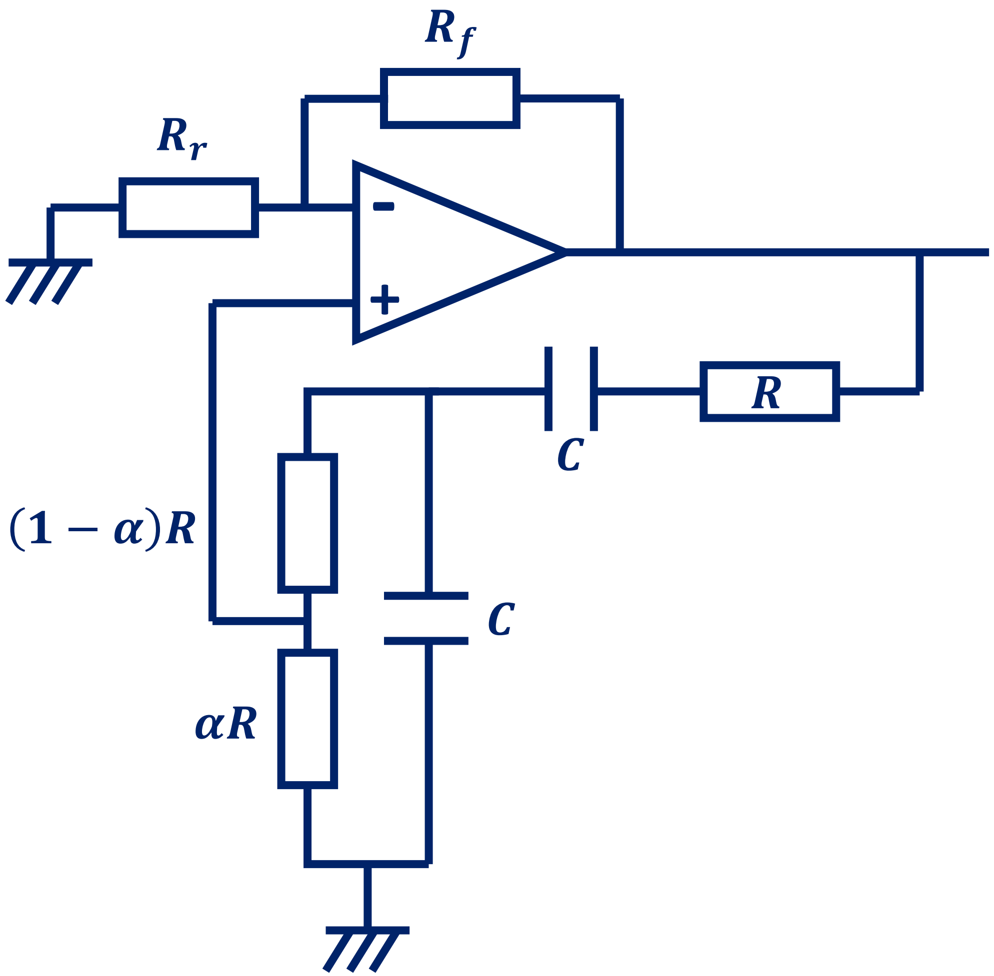
（正帰還の場合は □ $\angle(A\beta) = 0$ □ $|A\beta| = 1$）

□ ナイキストの判定法

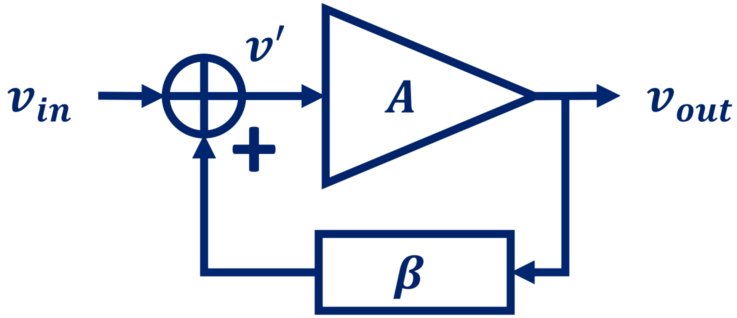


- 開ループゲイン($A\beta$)の軌跡を描く
- (-1,0)を囲むときにループを閉じると発振する（不安定）

ウィーンブリッジ発振回路1/2



非反転増幅器・帰還フィルタのゲインをA及びβと置くと，下図のように簡単化できる

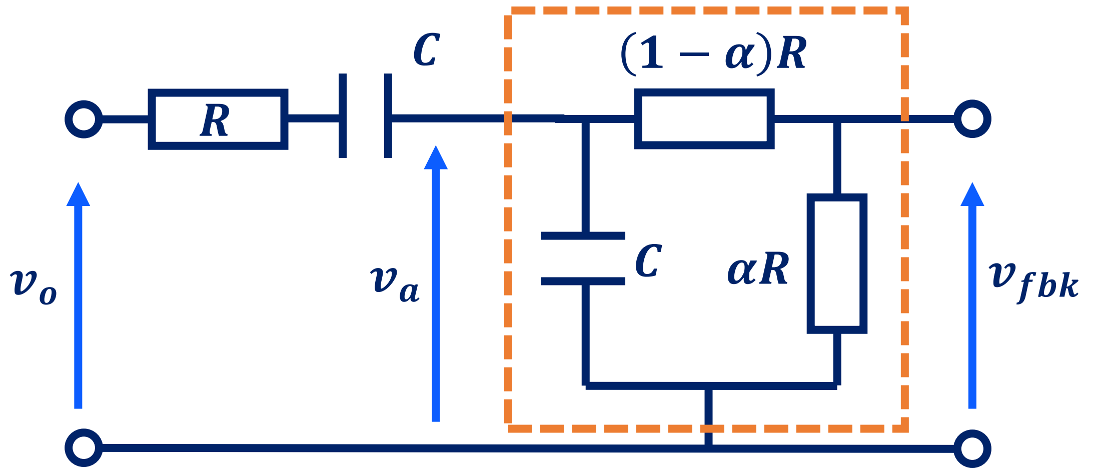


正帰還なので，発振条件は

- $\angle(A\beta)=0$
- $|A\beta|=1$

ウィーンブリッジ発振回路2/2

帰還回路のみ抜き出して周波数特性を計算する



分圧の法則を使うと帰還ゲインは以下の様に書ける

$$\frac{v_{fbk}}{v_o} = \frac{\dfrac{1}{j\varpi C + \dfrac{1}{R}} \dfrac{\alpha R}{R}}{R + \dfrac{1}{j\varpi C} + \dfrac{1}{j\varpi C + \dfrac{1}{R}}}$$

$$= \frac{1}{\left(j\varpi C + \dfrac{1}{R}\right)\left(R + \dfrac{1}{j\varpi C}\right) + 1}\alpha$$

$$= \frac{j\varpi CR\alpha}{(j\varpi CR)^2 + 3j\varpi CR + 1}$$

非反転増幅器のゲインをAと置くと，

$$A\beta = \frac{j\varpi CR\alpha}{(j\varpi CR)^2 + 3j\varpi CR + 1}A$$

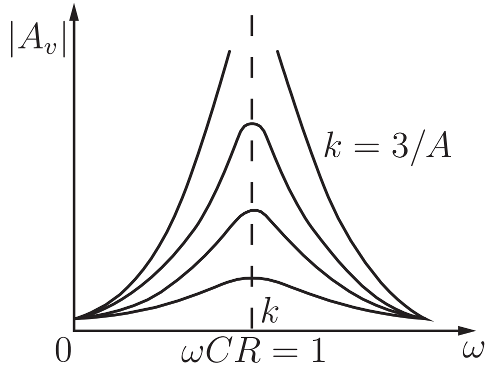
$$= \frac{j\varpi CR\alpha\left(1 - (\varpi CR)^2\right) + 3(\varpi CR)^2 A\alpha}{\left(1 - (\varpi CR)^2\right)^2 + 9(\varpi CR)^2}$$

発振の条件から$1 - (\varpi CR)^2 = 0$なので$\varpi CR = 1$

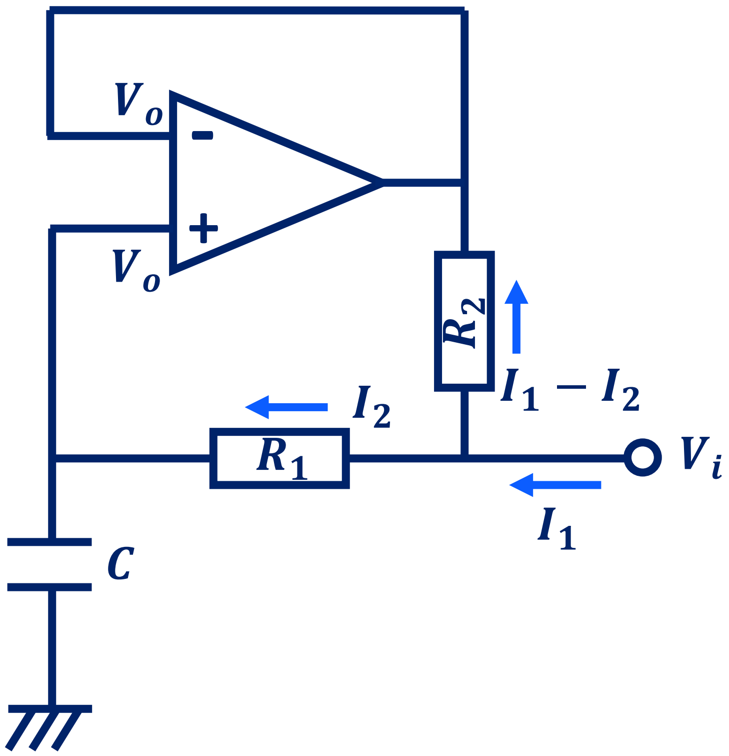
このとき$A\beta = A\alpha/3$なので$|A\beta| = 1$から$\alpha = 3/A$

従って$\alpha = 3/A$のときに$\varpi CR = 1$となる角周波数で発振する

帰還回路の周波数特性⇒バンドパスフィルタとして機能している



便利な回路：静電容量の増幅



- 負帰還がかかったオペアンプの入力端子は同電位（仮想接地）
- オペアンプの入力端子には電流が流れ込まない

を仮定すると以下の関係が成り立つ

① $V_i - V_o = R_2(I_1 - I_2)$ ② $V_i - V_o = R_1 I_2$ ③ $V_o = \frac{1}{j\omega C} I_2$

②・③より $V_i - V_o = R_1 I_2 = R_1 V_o j\omega C$ $V_o = \frac{1}{1 + j\omega C R_1} V_i$ ④

①・②より $I_1 - I_2 = I_1 - \frac{V_i - V_o}{R_1} = \frac{V_i - V_o}{R_2}$ $I_1 = (V_i - V_o)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$ ⑤

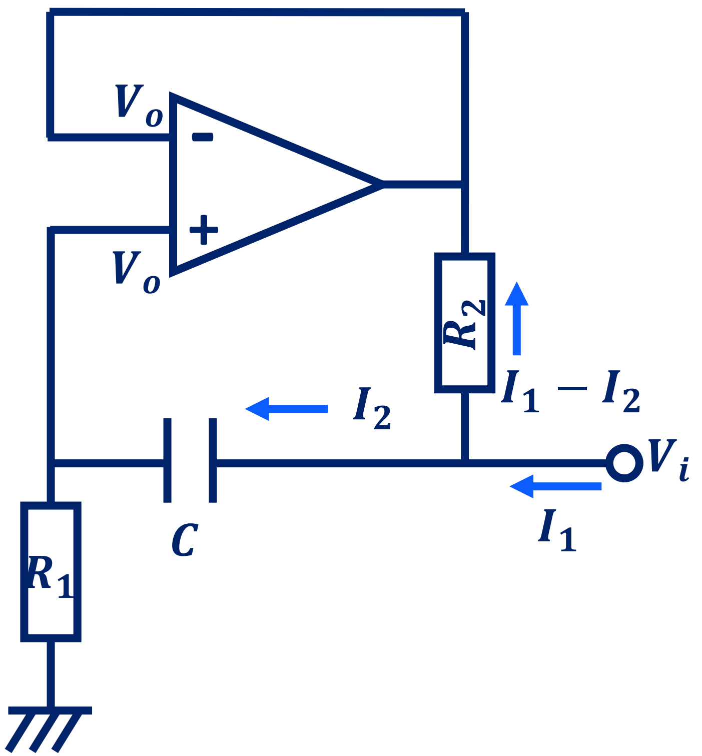
④・⑤より $I_1 = (V_i - V_o)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\frac{j\omega C R_1}{1 + j\omega C R_1} V_i$

入力から見たインピーダンスをZとすると

$$Z = \frac{V_i}{I_1} = \underbrace{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}_{\text{抵抗成分}} + \underbrace{\frac{1}{j\omega C\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)}}_{\text{容量が}C\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right)\text{のキャパシタ}}$$

便利な回路：合成インダクタンス

キャパシタと抵抗を入れ替えることでインダクタンスも作れる



① $V_i - V_o = R_2(I_1 - I_2)$

② $V_i - V_o = \frac{1}{j\omega C} I_2$

③ $V_o = R_1 I_2$

③から　$I_2 = V_o / R_1$

これを②に代入して

$$V_o = \frac{j\varpi C R_1}{1 + j\varpi C R_1} V_i \quad \cdots ④$$

②から　$I_2 = j\omega C(V_i - V_o)$

これを①に代入して

$$V_i - V_o = R_2(I_1 - j\omega C(V_i - V_o))$$

$$\Rightarrow I_1 = \left(j\omega C + \frac{1}{R_2}\right)(V_i - V_o) \cdots ⑤$$

④を使って整理すると

$$I_1 = \left(j\omega C + \frac{1}{R_2}\right)\frac{1}{1 + j\omega C R_1} V_i$$

V_iから見たインピーダンスZは

$$Z = \frac{1 + j\omega C R_1}{j\omega C + \frac{1}{R_2}}$$

$$= R_2 \frac{\frac{1}{R_1} + j\omega C}{j\omega C \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_1}}$$

$C\frac{R_2}{R_1}$が十分小さければ

$$\approx R_2 \frac{\frac{1}{R_1} + j\omega C}{\frac{1}{R_1}}$$

$$= R_2 + j\omega C R_1 R_2$$