試験科目	情報論理学	受験番号	110052

問8

(1) (1-1) (b)

Dを非負整数全体の集合とし、aに1を割り当て、$p(x)$をxが偶数の時のみ1となるものとする。この解釈をI_1としたとき、与式はI_1において1となる。

またI_1におけるaへの割り当てを2に変更した解釈をI_2とすると、与式はI_2において0となる。

(1-2) (a)

(1-3) (b)

Dを非負整数全体の集合とし$p(x)$をすべてのxにおいて0になるものとする。この解釈をI_3とすると、I_3において与式は1となる。また与式は解釈I_1において0となる。

(1-4) (b)

Dを非負整数全体の集合とし、$p(x,y)$を$x \geqq y$のとき1になるものとする。この解釈をI_4とすると、与式はI_4において1となる。またI_4において$p(x,y)$を$x+y$が偶数の時1になるものとした解釈をI_5とすると、与式はI_5において0となる。

(1-5) (a)

(2) (2-1)

$$\neg A = p(a,b) \land \forall x \forall y \exists z (p(x,y) \to p(g(x,z),y)) \land \forall x \forall y (p(x,y) \to p(y,x)) \land \forall z \forall w \forall v\, \neg p(g(g(z,w),v),a)$$

$$= p(a,b) \land \forall x \forall y \exists z (\neg p(x,y) \lor p(g(x,z),y)) \land \forall x \forall y (\neg p(x,y) \lor p(y,x)) \land \forall x \forall y \forall v\, \neg p(g(g(x,y),v),a)$$

$$= \forall x \forall y \exists z \forall w \left(p(a,b) \land (\neg p(x,y) \lor p(g(x,z),y)) \land (\neg p(x,y) \lor p(y,x)) \land \neg p(g(g(x,y),w),a) \right)$$

(2-2) zについてスコーレム関数$h(x,y)$を導入すると

$$A' = \forall x \forall y \forall w \left(p(a,b) \land (\neg p(x,y) \lor p(g(x,h(x,y)),y)) \land (\neg p(x,y) \lor p(y,x)) \land \neg p(g(g(x,y),w),a) \right)$$

(2-3) $p(a,b)$ …①

$\neg p(x,y) \lor p(g(x,h(x,y)),y)$ …②

$\neg p(x,y) \lor p(y,x)$ …③

$\neg p(g(g(x,y),w),a)$ …④

①と③ $x \leftarrow a, y \leftarrow b$ より

$p(b,a)$ …⑤

②で $x \leftarrow g(x,h(x,a)), y \leftarrow a$ とすると

$\neg p(g(x,h(x,a)),a) \lor p(g(g(x,h(x,a)),h(x,a)),a)$ …⑥

④で $y \leftarrow h(x,a), w \leftarrow h(x,a)$ とすると

$\neg p(g(g(x,h(x,a)),h(x,a)),a)$ …⑦

⑥と⑦より

$\neg p(g(x,h(x,a)),a)$ …⑧

②で $y \leftarrow a$ とすると

$\neg p(x,a) \lor p(g(x,h(x,a)),a)$ …⑨

⑧,⑨より

$\neg p(x,a)$ …⑩

⑩で $x \leftarrow b$ とすると $\neg p(b,a)$ …⑪

⑤と⑪より空節が導びかれる

以上より A'は充足不能