$\boxed{8}$ (1-1)

(a) $a \to 0$
$P(u) \to u \geq 0$

$\forall x(P(x) \to P(a)) = \forall x(\neg P(x) \vee P(a))$
よって、この解釈で$P(a)$が真となり、式全体も真となる。

(b) $f(u) \to u$
$P(u) \to u \geq 0$

$f(x)$の値は0, 1, 2のいずれか。
いずれの値に対しても$P(f(x))$は真となる。

(c) $a \to 0$
$b \to 1$
$P(u) \to u > 0$

$\forall x(P(x) \to (\neg P(a) \vee \neg P(b))) = \forall x(\neg P(x) \vee \neg P(a) \vee \neg P(b))$
よって、この解釈で$P(a)$が偽すなわち$\neg P(a)$が真となり、式全体も真となる。

(1-2) (b) $\to \exists x(\neg P(x) \vee \neg Q(x))$
(c) $\to \forall x(P(x) \vee Q(x)) \to$ (a)
よってこれらを共に真にする解釈をさがせばよい。

$P(u) \to u \geq 1$
$Q(u) \to u < 1$

(b)は$x=1$のとき$\neg Q(x)$が真となるので真
(c)は$x \geq 1$のとき$P(x)$が真となり、
$x=0$のとき$Q(x)$が真となるので真

(1-3) $P(u) \to u \geq 1$
$Q(u) \to u < 1$

$\forall x(P(x) \vee Q(x))$: (1-2)の場合と同じなので真
$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$: $x=0$のとき$P(x)$は偽なので$\forall x P(x)$は偽
$x \geq 1$のとき$Q(x)$は偽なので$\forall x Q(x)$は偽
よって、$\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$は偽
以上より条件を満たす解釈は存在する。

(2-1)
$$\neg A = (\forall y \forall x P(x,y) \wedge \exists y \forall x(P(x,y) \to Q(x))) \wedge \neg \forall z Q(z)$$
$$= \forall y \forall x P(x,y) \wedge \exists y \forall x(\neg P(x,y) \vee Q(x)) \wedge \exists z \neg Q(z)$$
$$= \exists x \exists y [\forall z \forall u P(u,z) \wedge \forall z(\neg P(z,x) \vee Q(z)) \wedge \neg Q(y)]$$
$$= \exists x \exists y \forall z \forall u [P(u,z) \wedge (\neg P(z,x) \vee Q(z)) \wedge \neg Q(y)]$$

(2-2) 変数x, yにそれぞれスコーレム関数a, bを導入すると
$$A' = \forall z \forall u [P(u,z) \wedge (\neg P(z,a) \vee Q(z)) \wedge \neg Q(b)]$$

(2-3)
$P(u,z)$ (1)
$\neg P(z,a) \vee Q(z)$ (2)
$\neg Q(b)$ (3)

(2)でzにbを代入すると
$\neg P(b,a) \vee Q(b)$ (4)

(3)と(4)より
$\neg P(b,a)$ (5)

(1)でuにb、zにaを代入すると
$P(b,a)$ (6)

(5)と(6)より
$\square$

∴A'は充足不能