

計算理論 第1回ミニレポート課題 1-3 09B19025 小林 亮太

- (a) 初期状態 q_0 と記号列 1 だけの状態 q_1 とし、状態 q_0 を 3 の倍数 + 1 の状態、 q_1 を 3 の倍数 の状態、 q_2 を 3 の倍数 + 2 の状態 とする。
 $\Sigma = \{0, 1\}$ の記号列に 0 または 1 を追加していくため、
 記号列を 2 進数 としてみたとき、0 または 1 を追加した新たな 2 進数は元の 2 進数を 2 倍した数、またはその 2 倍した数に 1 を足した数のどちらかである。

よって、1 で始まり、2 進数 としてみたとき、3 の倍数 となる列の全体を受理する DFA は以下のようになる。

$$A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\}, F = \{q_1\}$$

$$\delta: \delta(q_0, 0) = q_2, \delta(q_0, 1) = q_1,$$

$$\delta(q_1, 0) = q_1, \delta(q_1, 1) = q_0,$$

$$\delta(q_2, 0) = q_0, \delta(q_2, 1) = q_2 //$$

- (b) 2 の累乗は順に 1, 2, 4, 8, 16, ... だが、3 の倍数 + 1, 3 の倍数 + 2 の数が交互になっている。よって記号列の長さが偶数か奇数か、次に 1 を追加してそれを 2 進数 としてみたとき、元の 2 進数 に 3 の倍数 + 1 の数を足すか、3 の倍数 + 2 の数を足すかがわかる。
 また、次に 0 を追加したときの新たな記号列を左右逆にして 2 進数 としてみたときの数は元の数と変わらない。

よって、記号列の長さが偶数 かつ 左右逆 にして 2 進数 としてみたとき、3 の倍数 となる状態を q_0 、3 の倍数 + 1 となる状態を q_1 、3 の倍数 + 2 となる状態を q_2 とし、同様に、記号列の長さが奇数 かつ 3 の倍数 となる状態を q_3 、3 の倍数 + 1 となる状態を q_4 、3 の倍数 + 2 となる状態を q_5 とすると、左右逆 にして 2 進数 としてみたとき、3 の倍数 となる列の全体を受理する DFA は以下のようになる。

$$A = \{Q, \Sigma, \delta, q_0, F\}$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}, \Sigma = \{0, 1\}, F = \{q_0, q_3\}$$

$$\delta: \delta(q_0, 0) = q_3, \delta(q_0, 1) = q_4,$$

$$\delta(q_1, 0) = q_4, \delta(q_1, 1) = q_5,$$

$$\delta(q_2, 0) = q_5, \delta(q_2, 1) = q_3,$$

$$\delta(q_3, 0) = q_0, \delta(q_3, 1) = q_2,$$

$$\delta(q_4, 0) = q_1, \delta(q_4, 1) = q_0,$$

$$\delta(q_5, 0) = q_2, \delta(q_5, 1) = q_1 //$$