３，離散構造

(1)
(1-1) x_{115}:偽，x_{214}:真，x_{841}:偽

(1-2) $n^2 \times n^2 \times n^2 = n^6$

(1-3) $\bigvee_{1 \le k \le 9} x_{11k}$

(1-4) $\mathrm{A(i,j)} = \bigvee_{1 \le k \le n^2} x_{ijk}$

(1-5) $\mathrm{A} = \bigwedge_{1 \le i \le n^2} \bigwedge_{1 \le j \le n^2} A(i,j)$

(1-6) $\mathrm{B} = \bigwedge_{1 \le i \le n^2} \bigwedge_{1 \le j < l \le n^2} \bigwedge_{1 \le k \le n^2} (\neg x_{ijk} \vee \neg x_{ilk})$

(1-7) $\mathrm{C} = \bigwedge_{1 \le j \le n^2} \bigwedge_{1 \le i < l \le n^2} \bigwedge_{1 \le k \le n^2} (\neg x_{ijk} \vee \neg x_{ljk})$

(1-8)
(1-8-1) $A_{ssign} = x_{131} \wedge x_{142} \wedge x_{211} \wedge x_{222} \wedge x_{234} \wedge x_{321} \wedge x_{332} \wedge x_{344} \wedge x_{443}$
(1-8-2) $\mathrm{A \wedge B \wedge C \wedge D} \wedge A_{ssign}$が導出原理で空節になることを示す.

(2)
(2-1) $R_3 = \{(1,1),(1,4),(2,2),(3,3)\}$

(2-2)
$S_n = S_{n+1}$となる非負整数が存在しないとする.
$S_{i+1} = S_i \cup R_{i+1}$より，$S_{i+1} \supset S_i$である.
ゆえに，$S_i \not\supseteq R_{i+1}$とならなければならないが，V は有限集合であるため，常に$S_i \not\supseteq R_{i+1}$となることはない.
よって$S_n = S_{n+1}$となる非負整数は存在する.

(2-3)
vS_0vであり，$S_{i+1} \supseteq S_i$であるためvS_nvである．故にvSvとなるため，反射的関係.
uSvのとき，uS_nvかつvS_nuである．すなわちvSuも満たすので，対称的関係.
uSvかつvSwのとき，$\mathrm{(u,v)} \in R_i$，$\mathrm{(v,w)} \in R_j$となる$\mathrm{i,j}$が存在する．ゆえに$\mathrm{(u,w)} \in R_{i+j}$であるから$uS_nw$を満たす．同様に$wS_nu$となるので，$uSw$である．よって推移的関係.

以上より，反射，対称，推移が証明されたので，S は同値関係である．

(2-4) 閉路になっている．