No.

Date

(1-2-3) $\neg E' = \forall x_2 \forall x_3 \forall y_3 \forall x_4 \forall y_4 \forall z_4 ((\neg P(x_3,y_3) \vee P(y_3,x_3)) \wedge (\neg P(x_4,y_4) \vee \neg P(y_4,z_4) \vee P(x_4,z_4)) \wedge P(x_2,f(x_2)) \wedge \neg P(a,a))$

$\neg E'$に対し、導出原理を用いるにあたり $\neg E'$の節集合を $\{C_1, C_2, C_3, C_4\}$ とする。

$C_1 = \neg P(x_3,y_3) \vee P(y_3,x_3)$, $C_2 = \neg P(x_4,y_4) \vee \neg P(y_4,z_4) \vee P(x_4,z_4)$　$C_3 = P(x_2,f(x_2))$　$C_4 = \neg P(a,a)$

1. C_2, C_4に対し、代入 $x_4 \leftarrow a$, $z_4 \leftarrow a$ より 導出節 $C_5 = \neg P(a,y_4) \vee \neg P(y_4,a)$ を得る
2. C_3, C_5に対し、代入 $x_2 \leftarrow a$, $y_4 \leftarrow f(a)$ より 導出節 $C_6 = \neg P(f(a),a)$ を得る.
3. C_1, C_6に対し代入 $y_3 \leftarrow f(a)$, $x_3 \leftarrow a$ より 導出節 $C_7 = \neg P(a,f(a))$ を得る
4. C_3, C_7に対し、代入 $x_2 \leftarrow a$ より空節を得る.

以上から、導出原理を用いて空節を導けたので、$\neg E'$は充足不能 //

(2)

(2-1) (2-1-1) 反射性：あり

(2-1-2) 対称性：なし　※ $a, b \in P(A)$において $a \neq b$のとき $a \subseteq b$ならば $b \subseteq a$は成り立たない

(2-1-3) 反対称性：あり　※ 対称性なしで反射性ありなら
$aRb \wedge bRa \rightarrow a = b$ であるはず。

(2-2) $A = \{a, b\}$ とすると、$P(A) = \{\phi, \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\}$

$(x, y) \in R_{P(A)}$ は、xがyの部分集合 かつ、xとyのそれぞれの要素数の差が 高々1 より

これを満たす組み合わせは、

$(\phi,\phi), (\{a\},\{a\}), (\{b\},\{b\}), (\{a,b\},\{a,b\}), (\phi,\{a\}), (\phi,\{b\}), (\{a\},\{a,b\}), (\{b\},\{a,b\})$

$\therefore |R_{P(A)}| = 8$

(2-3) $|A| = n$のとき、$|P(A)| = 2^n$ で、$R_{P(A)}$は反射性を満たすので、2^nは存在する。それに加え

要素数の差が1となる組み合わせの数を求める。

・(x, y) のxについて、$(x,y) \in R_{P(A)}$

$x = \phi$ すなわち $|x| = 0$ のとき、

$|y| = 1$ であればよいので、n通り

・$|x| = 1$のとき、

$|y| = 2$であればよいので、$n(n-1)$通り

$|x| = 2$のとき、$|y| = 3$ $\Rightarrow$ ${}_nC_2 \cdot (n-2)$

x　y

a, b　a, b, c / a, b, d / ⋮　$n-2$

b, c

⋮

${}_nC_2$

a　$n-1$こ

b

n　c

⋮

以上のように考えると

$$R_{P(A)} = 2^n + \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k (n-k) = \sum_{k=0}^{n-1} {}_nC_k (n-k)$$

//