計算論Ａ　第５回ミニレポート解答例

園孝直人，難波瑛次郎

問.
(1) $L_{neq} = \{w \in \{0,1\}^* \mid w$ は異なる個数の 0 と 1 を含む$\}$ が正則言語でないことを，反復補題を用いて証明しなさい.
(2)正則言語の族は，次の各々の演算のもと閉じていることを示せ.
(a) $min(L) = \{w \mid w$はLに属すが，wの真の接頭語はLに属さない$\}$
(b) $max(L) = \{w \mid w$はLに属すが，ε以外のすべてのxに対しwxはLに属さない$\}$

(1)
Lを正則言語とする.
反復補題の正整数nに対し，$w = 0^n 1^{n+n!}$とする.
$|w| \geq n$なので，$w = xyz (y \neq \varepsilon, |xy| \leq n)$と表せ，任意の$k \geq 0$に対し，$xy^k z \in L_{neq}$である.
$|xy| \leq n$より$y = 0^t (n \geq t > 0)$とすると，

$$xy^{\frac{n!}{t}+1}z = 0^{n-t}(0^t)^{\frac{n!}{t}+1}1^{n!+n}$$
$$= 0^{n!+n}1^{n!+n} \quad \notin L_{neq}$$

したがって，L_{neq}は正則言語でない.

(2)(a)

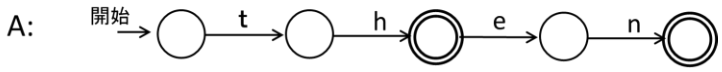
Lが正則言語なら，それに対応するDFAが存在する．それをDFA Aとおく．

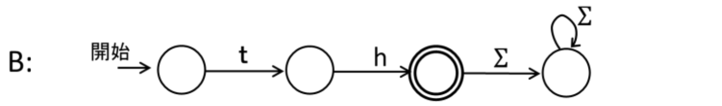
DFA Aをもとに一度受理状態になればそれ以降受理状態に到達しないように変形したものをDFA Bとする．

DFA Bの言語は$min(L)$に一致するので$min(L)$は正則言語である．

したがって，演算minは閉じている．

例：





(b)

Lが正則言語なら，それに対応するDFAが存在する．それをDFA Aとおく．

DFA Aで受理状態pから受理状態qにいたる長さ１以上の経路があるとき、状態pを受理状態でなくすように変形したものを DFA Bとする．

DFA Bの言語は$max(L)$に一致するので$max(L)$は正則言語である．

したがって，演算maxは閉じている．

例：