

1 アルゴリズムとプログラミング

(1-1)

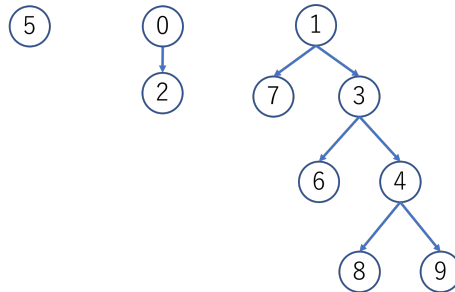


図 1: 1-1 解答

(1-2)

引数として x をとり, x が最上位の上司であれば x を, そうでなければ x が属する組織の最上位の上司の番号を返す.

(1-3)

A : find(y)

B : n == m

(2-1)

$\mathcal{O}(h)$

関数 same において関数 find がノードをたどる回数は高々 h の定数倍であるため.

(2-2-1)

return p[x] = find(p[x]);

(2-2-2)

$\mathcal{O}(1)$

関数 same をじゅうぶんな回数実行した時, 各々の木は深さを 1 と見なせるため.

2 計算機システムとシステムプログラム

2-1

2-1-1

- (a) 時間的参照局所性
- (b) 空間的参照局所性

2-1-2

- (a) 見かけ上高速かつ大容量
- (b) 主記憶より大きな容量

2-1-3

2-1-3-1 (a)

論理アドレス

仮想が 256 バイトだから 256 アドレス = 2^8
よって 8bit .

(b)

キャッシュのブロック

$8 \div 2 = 4$ 個

(c)

エントリ数 = 仮想ページ数

$256 \div 8 = 32$ ページ

(d)

5

(e)

物理アドレス 2^5 より 5 ビット

1 ブロックに 2 アドレスだからブロックオフセット 1 ビット

4 セットだからセットオフセット 2 ビット

タグ $5 - (2 + 1) = 2$ ビット

(f)

$8 - (2 + 1) = 5$ ビット

4 セットだからセットオフセット

サイクル	0	1	2	3	4	5	6	7
アドレス	0	1	2	3	4	8	21	255
(a)	0	0	0	0	0	1	2	3
(b)	0	0	1	1	2	0	2	3
(c)	0	0	0	0	0	1	2	3

2-1-3-1 (d) 1 と 3 のみヒットより 25 %

2-2

2-2-1

- (ア) F
- (イ) B
- (ウ) E
- (エ) G
- (オ) A
- (カ) I

2-2-2

	(1)	(2)	(3)
(a)	$\text{ceil}(\frac{n}{b})$	$\text{ceil}(\frac{n}{b-a})$	2
(b)	$\text{ceil}(\frac{n}{b})$	$\text{ceil}(\frac{n}{b-a})$	$1+\text{ceil}(\frac{n}{b})$
(c)	$\text{ceil}(\frac{s}{b}) \times b$	$\text{ceil}(\frac{s}{b-a}) \times b$	$1+\text{ceil}(\frac{s}{b}) \times b$

2-2-2-1

2-2-2-2 (1)

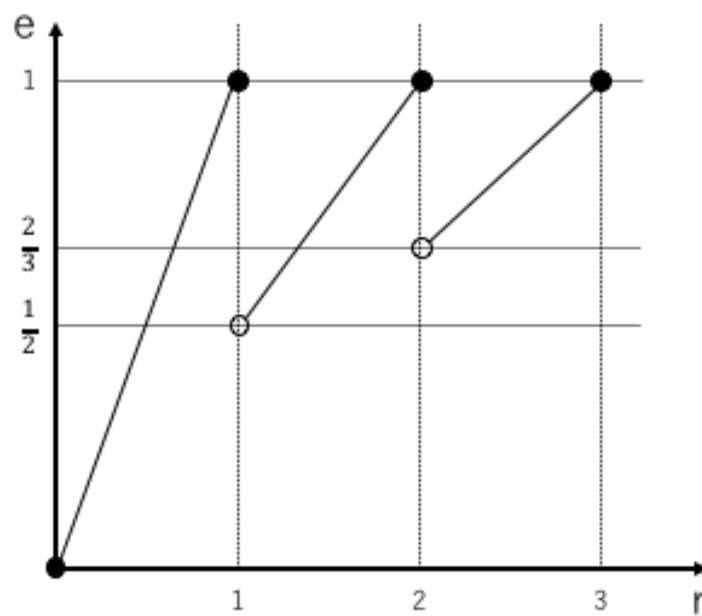


図 2: 2-2-2-2 (1)

(3)

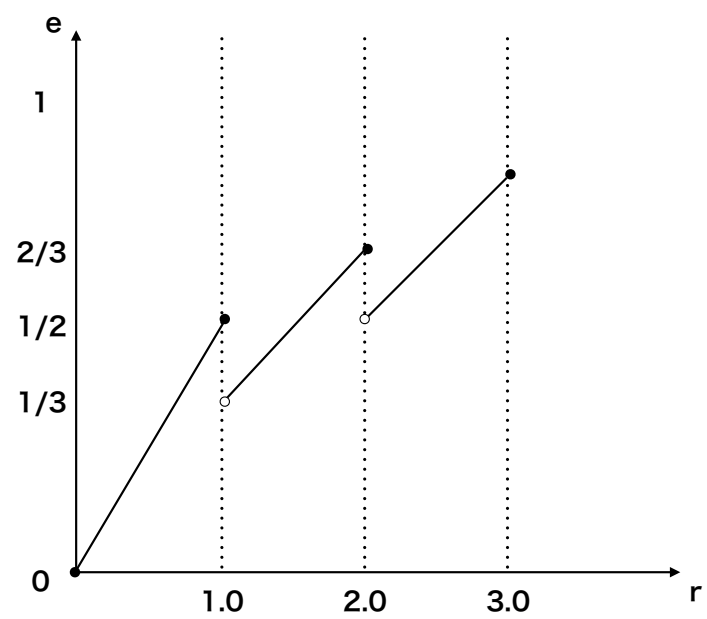


図 3: 2-2-2-2 (3)

2-2-2-3 1 に漸近する

3 離散構造

3-1-1

$$\forall X \text{append}([], X, X)$$

3-1-2

$$\forall A \forall X \forall Y \forall Z (\text{append}(X, Y, Z) \rightarrow \text{append}([A|X], Y, [A|Z]))$$

3-1-3

$$\text{reverse}([], [])$$

3-1-4

$$\forall A \forall X \forall Y \forall Z ((\text{reverse}(X, Y) \wedge \text{append}(Y, [A], Z)) \rightarrow \text{reverse}([A|X], Z))$$

3-1-5-1

$A \rightarrow B \Leftrightarrow A \wedge \neg B$ によって変形して

$$\forall x_1 \dots \forall x_h ((\bigwedge_{1 \leq i \leq m} (\exists x_1 \dots \exists x_h (\neg P_{i1} \vee \dots \vee \neg P_{in_i} \vee Q_i))) \wedge (\neg R_1 \vee \dots \vee \neg R_k))$$

3-1-5-2

1. $\text{append}([], X, X)$
2. $\neg \text{append}(X, Y, Z) \rightarrow \neg \text{append}([A|X], Y, [A|Z])$
3. $\neg \text{reverse}(X, Y) \vee \neg \text{append}(Y, [A], Z) \vee \text{reverse}([A|X], Z)$
4. $\text{reverse}([], [])$
5. $\neg \text{reverse}([a|[b]], w)$

導出

- 1, 2 より 2 に $X = [], Y = Z$ を代入して $\text{append}([], Z, [A|Z]) \dots 6$
- 6, 3 より 6 に $Z = [A], A = B, 3$ に $Y = [B], Z = [B|[A]]$ を代入して $\neg \text{reverse}(X, [B]) \vee \text{reverse}([A|X], [B|[A]]) \dots 7$
- 7, 4 により 7 に $X = [], B = []$ を代入して $\text{reverse}([A], [A]) \dots 8$
- 7, 8 に対して 7 に $X = [B], 8$ に $A = B$ として $\text{reverse}([A|[B]], [B|[A]]) \dots 9$
- 5 で $\neg \text{reverse}([a|[b]], W)$ の W は $[b|[a]]$ なので $\neg \text{reverse}([a|[b]], [b|[a]]) \dots 5'$
- 9, 5' に対して 9 に $A = a, B = b$ として

■ 導出原理の要素

$ap([], X, X) \cdots \textcircled{1}$

$\neg ap(X, Y, Z) \vee ap([A|X], Y, [A|Z]) \cdots \textcircled{2}$

$\neg rev(X, Y) \vee \neg ap(Y, [A], Z) \vee rev([A|X, Z]) \cdots \textcircled{3}$

$rev([], []) \cdots \textcircled{4}$

$\neg rev([a|[b]], W) \cdots \textcircled{5}$

■ 導出原理図

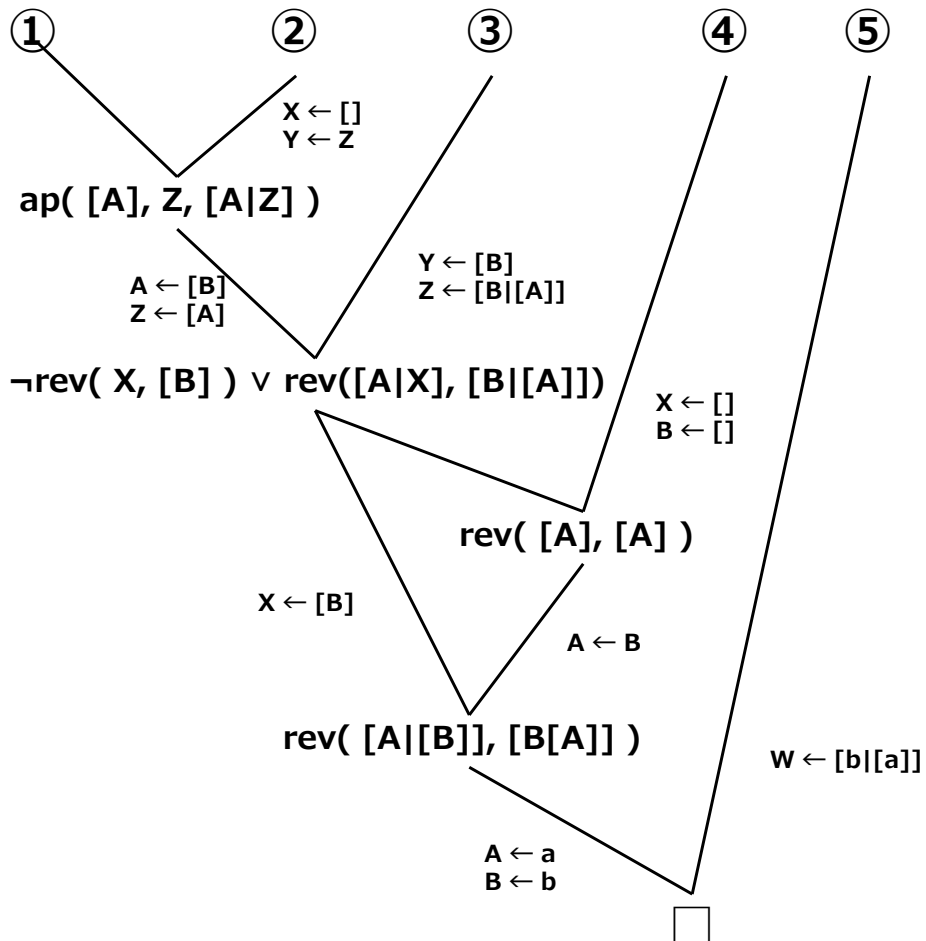


図 4: 2-2-2 解答

3-2

3-2-1

3-2-1-1 $n+1$ 枚の円盤を移動させる場合を考える．棒 2 に円盤 $1\dots n$ を移動させるのに f_n 回，棒 1 に残っている円盤 $n+1$ を棒 3 に移動させるのに 1 回，棒 2 の円盤 $1\dots n$ を棒 3 に移動させるのに f_n 回の移動を要する．よって漸化式は次式で表せる．

$$f_{n+1} = 2f_n + 1 \quad (1)$$

$f_1 = 1$ より，この漸化式を解くと，

$$f_n = 2^n - 1 \quad (2)$$

3-2-1-2 円盤 i が偶数か奇数か，また円盤の総数が偶数か奇数かによって初めに各円盤が初めに移動する棒が変わるので，以下のようになる．詳しくは「ハノイの塔」で検索してください．

3-2-2

3-2-2-1 一回 $S_3(1, d)$ を経由しなければならないので，以下の手順で円盤を移動させる．

1. 初期状態 ($s_1(1, n)$)
2. 棒 1, 3, 4 を用いて，円盤 $1\dots d$ を棒 3 に移動させる ($S_1(d+1, n), S_3(1, d)$)
3. 棒 1, 2, 4 を用いて，円盤 $d+1\dots n$ を棒 4 に移動させる ($S_3(1, d), S_4(d+1, n)$)
4. 棒 1, 3, 4 を用いて，円盤 $1\dots d$ を棒 4 に移動させる ($S_4(1, n)$)

以上の各手順での移動回数は，手順 2 で f_d 回，手順 3 で f_{n-d} 回，手順 4 で f_d 回である．よって総移動回数 g_n は次式で表せる．

$$g_n = 2f_d + f_{n-d} \quad (3)$$

3-2-2-2 3-2-1-1 より $f_n = 2^n - 1$ なので， $g_n = f_n$ のとき，3-2-2-1 より，

$$\begin{aligned} f_n &= 2f_d + f_{n-d} \\ 2^n - 1 &= 2(2^d - 1) + 2^{n-d} - 1 \\ 2 * 2^d - 2^n - 2 + 2^{n-d} &= 0 \\ 2(2^d)^2 - (2^n - 2) * 2^d + 2^n &= 0 \\ (2 * 2^d - 2^n)(2^d - 1) &= 0 \\ (2^{d+1} - 2^n)(2^d - 1) &= 0 \end{aligned}$$

$d \neq 0$ より， $d = n - 1$ となる．

4 計算理論

(1-1)

- (i) 7
- (ii) 8
- (iii) 5
- (iv) 3

(1-2-1)

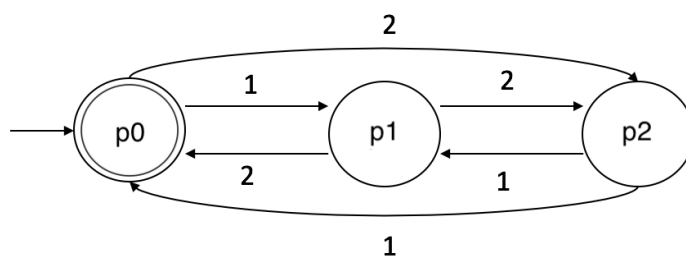


図 5: 1-2-1 解答

(1-2-2)

- (1,1) / 2
- (2,2) / 1
- (2,z) / 2 z
- (1,z) / 1 z

(2-1)

- 長さ 2 : ()
- 長さ 4 : (()), ()()
- 長さ 6 : ((())), ()(()), (())(), ()()(), (()())

(2-2)

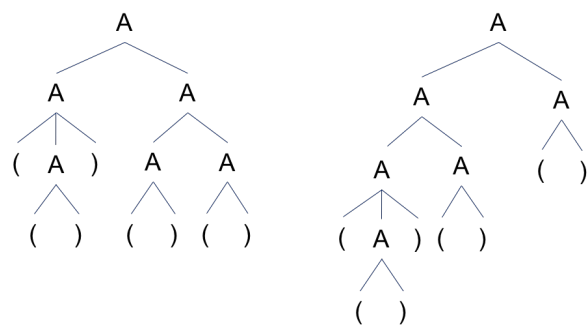


図 6: 2-2 解答

(2-3)

5

(2-4)

14

(2-5)

- (ア) ()
- (イ) $AA \xRightarrow{*} vw$
- (ウ) (y)
- (エ) $(A) \xRightarrow{*} y$

5 ネットワーク

解答は用意できませんでした。
受けないことをお勧めします。

6 電子回路と論理設計

(1-1)

A=(0,1,1) , B=(0,1,0) の時

$$A' = (0, 0, 1, 1)$$

$$B' = (0, 0, 1, 0)$$

$$T = (0, 0, 0, 1)$$

$$F = (0, 0, 1)$$

A=(1,0,1) , B=(0,1,0) の時

$$A' = (1, 1, 0, 1)$$

$$B' = (0, 0, 1, 0)$$

$$T = (1, 0, 1, 1)$$

$$F = (1, 0, 1, 1)$$

(1-2)

$$a_3 = a_2$$

$$b_3 = b_2$$

(1-3)

$$x_i = a_i$$

$$y_i = \overline{b_i}$$

$$z_0 = 1$$

$$z_i = c_{i-1} (i = 1, 2, 3)$$

(1-4)

f_2, f_1, f_0 のカルノー図は、以下ようになる。

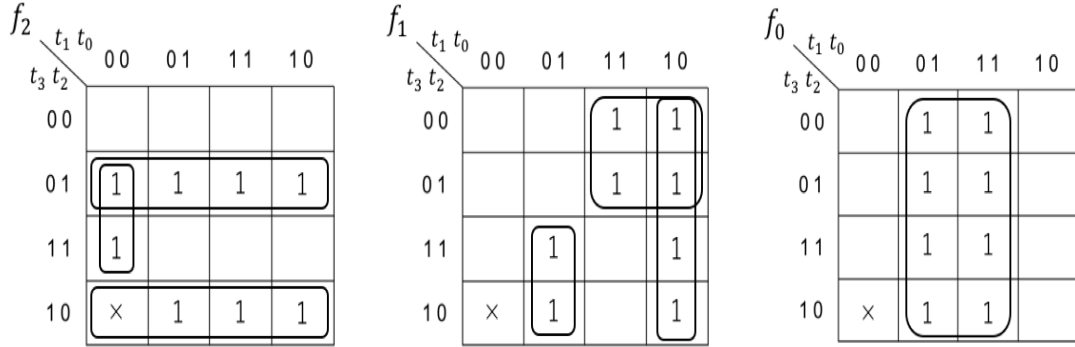


図 7: カルノー図

よって, f_2, f_1, f_0 の最簡積和形は,

$$f_2 = t_2 \bar{t}_1 \bar{t}_0 + \bar{t}_3 t_1 + t_3 \bar{t}_2$$

$$f_1 = t_3 \bar{t}_1 \bar{t}_0 + \bar{t}_3 t_1$$

$$f_0 = t_0$$

(2-1)

A, B : pMOS

C, D : nMOS

(2-2)

図 3 の回路についてある時刻 t における出力電圧は以下ようになる。

$$V = V_{DD}(1 - e^{-\frac{t}{2R_{MOS}C_L}})$$

よって, y における出力電圧が V_{DD} になるまでの時間 t は,

$$\begin{aligned} 0.5V_{DD} &= V_{DD}(1 - e^{-\frac{t}{2R_{MOS}C_L}}) \\ -\frac{t}{2R_{MOS}C_L} &= -\log e 2 \\ t &= 2R_{MOS}C_L \log e 2 \end{aligned}$$

となる。