

平成 **27** 年度 博士前期課程 入試問題 (解答)**1** アルゴリズムとプログラミング

(1-1)

【出力結果】

```

1 4 8
1 2 3
3 3 3
3

```

(1-2)

ループが 1 回実行されるたびに探索範囲が $\frac{1}{2}$ となるので、ループが実行される最大の回数を m とすると、 $2^m \geq N$ を満たす m のうち最小の整数が答えとなる。

$$2^m \geq 1000$$

$$\log_2 2^m \geq \log_2 1000$$

$$m \geq 9.97$$

$$\therefore m_{ans} = 10$$

よって、**10** 回

(1-3)

$A[1] = 1, A[2] = 2, A[3] = 3, A[4] = 4, N = 4, x = 4$ とする。

すると、(left, mid, right) の遷移が、

(1, 2, 4)

(2, 3, 4)

(3, 3, 4)

(3, 3, 4)

...

のように (3,3,4) で無限ループが発生し、プログラムが終了せず“正しく結果が出力されない”。

(2-1)

sack[i][j]	j=0	j=1	j=2	j=3	j=4	j=5	j=6	j=7	j=8	j=9	j=10	j=11	j=12	j=13	j=14	j=15
i=0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
i=1	0	-1	20	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
i=2	0	-1	20	-1	-1	-1	30	-1	50	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
i=3	0	-1	20	-1	-1	-1	30	-1	50	-1	-1	-1	45	-1	65	-1
i=4	0	-1	25	-1	45	-1	30	-1	55	-1	75	-1	45	-1	70	-1

(2-2)

(ア) sack[i][index] - value[i]

(イ) sack[i-1][index - size[i]]

とか

(ア) sack[i][index]

(イ) sack[i-1][index - size[i]] + value[i]

など、sack[i][index] - value[i] == sack[i-1][index - size[i]] と等価になるような式ならなんでも

2 計算機システムとシステムプログラム

(1-1)

0.625 をどんどん 2 倍にしていく.

0.625

1.25 ... 1

0.5 ... 0

1.0 ... 1

よって, $0.625 = [0.101]_2$

(1-2)

すべて, $(-1)^s \times 2^{e-15} \times [1.f]_2$ の形に変換する.(a) $[1.101]_2$ $[1.101]_2 = (-1)^0 \times 2^{15-15} \times [1.101]_2$ より, $s = 0, e = 15 = 01111_2, f = 1010000000_2$ よって, **0011111010000000**

(b) 5

 $5 = [101]_2$ $5 = (-1)^0 \times 2^{17-15} \times [1.01]_2$ より, $s = 0, e = 17 = 10001_2, f = 0100000000_2$ よって, **0100010100000000**

(c) 0.125

 $0.125 = [0.001]_2$ $0.125 = (-1)^0 \times 2^{12-15} \times [1.0]_2$ より, $s = 0, e = 12 = 01100_2, f = 0000000000_2$ よって, **0011000000000000**

(d) 0.1

 $0.1 = [0.0001100110011001...]_2$ $[0.0001100110011001]_2 = (-1)^0 \times 2^{11-15} \times [1.100110011001...]_2$

ここで, 無限小数となるので, 仮数部の最下位ビットが 0 か 1 かを判別する.

(a) 最下位ビットが 0 の時

 $(-1)^0 \times 2^{11-15} \times [1.1001100110]_2 = 0.0999756$ $|0.1 - 0.0999756| = 0.0000244$

(b) 最下位ビットが 1 の時

 $(-1)^0 \times 2^{11-15} \times [1.1001100111]_2 = 0.100037$ $|0.1 - 0.100037| = 0.000037$ よって, 最下位ビットは誤差の小さかった 0 となる. $s = 0, e = 11 = 01011_2, f = 1001100110_2$ よって, **0010111001100110**

(2-1)

読み書きの速度 or 容量がわかればその順番に並べられる.

(エ) レジスタ → (オ) 1 次キャッシュメモリ → (イ) 2 次キャッシュメモリ → (ア) 主記憶装置 → (ウ) 補助記憶装置

答え: (エ)(オ)(イ)(ア)(ウ)

(2-2)

(a) (キ) 補助記憶装置

(b) (オ) 仮想アドレス

(c) (サ) 実アドレス

(d) (キ) 補助記憶装置

(e) (イ) スワップイン

(f) (キ) 補助記憶装置

(g) (ク) スワップアウト

(h) (コ) ページング

(i) (カ) セグメンテーション

(2-3)

LRU	0	1	2	3	3	4	2	1	0	5	1	2
ページ枠 0	④	0	0	0	0	④	4	4	4	⑤	5	5
ページ枠 1		①	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
ページ枠 2			②	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ページ枠 3				③	3	3	3	3	④	0	0	0

FIFO	0	1	2	3	3	4	2	1	0	5	1	2
ページ枠 0	④	0	0	0	0	④	4	4	4	4	4	②
ページ枠 1		①	1	1	1	1	1	1	④	0	0	0
ページ枠 2			②	2	2	2	2	2	2	⑤	5	5
ページ枠 3				③	3	3	3	3	3	3	①	1

(2-4)

処理時間が短くなる方: (イ)

(ア) の方は, 配列 A へのアクセスが, “ $(x) \rightarrow (x + W) \rightarrow (x + 2W) \rightarrow \dots$ ” となり, 空間的局所性が乏しいが, (イ) の方は, 配列 A へのアクセスが, “ $(0 + yW) \rightarrow (1 + yW) \rightarrow (2 + yW) \rightarrow \dots$ ” となり, 連続した領域をアクセスするので空間的局所性が非常に高くページフォールトが発生する回数が少なくなり, (イ) の方が処理時間が短くなる.

3 離散構造

(1-1-1)

(b) 充足可能

$$\begin{aligned}
 & (p(a) \wedge p(b)) \rightarrow \forall x p(x) \\
 & = \neg(p(a) \wedge p(b)) \vee \forall x p(x) \\
 & = \neg p(a) \vee \neg p(b) \vee \forall x p(x)
 \end{aligned}$$

解釈 I_1 として,C: $a = 0, b = 1$

F: なし

P: $p(x)$ を $x > 0$

のとき真

解釈 I_2 として,C: $a = 1, b = 2$

F: なし

P: $p(x)$ を $x > 0$

のとき偽となる.

(1-1-2)

(b) 充足可能

$$\begin{aligned}
 & \forall x (p(x) \vee q(x)) \rightarrow (\forall x p(x) \vee \forall x q(x)) \\
 & = \neg(\forall x (p(x) \vee q(x))) \vee (\forall x p(x) \vee \forall x q(x)) \\
 & = \exists x (\neg p(x) \wedge \neg q(x)) \vee \forall x p(x) \vee \forall x q(x)
 \end{aligned}$$

解釈 I_3 として,

C: なし

F: なし

P: $p(x)$ を $x \leq 0, q(x)$ を $x \leq 0$

のとき真

解釈 I_4 として,

C: なし

F: なし

P: $p(x)$ を $x \geq 1, q(x)$ を $x = 0$

のとき偽となる.

(1-1-3)

(a) 恒真

※述語論理式の性質より

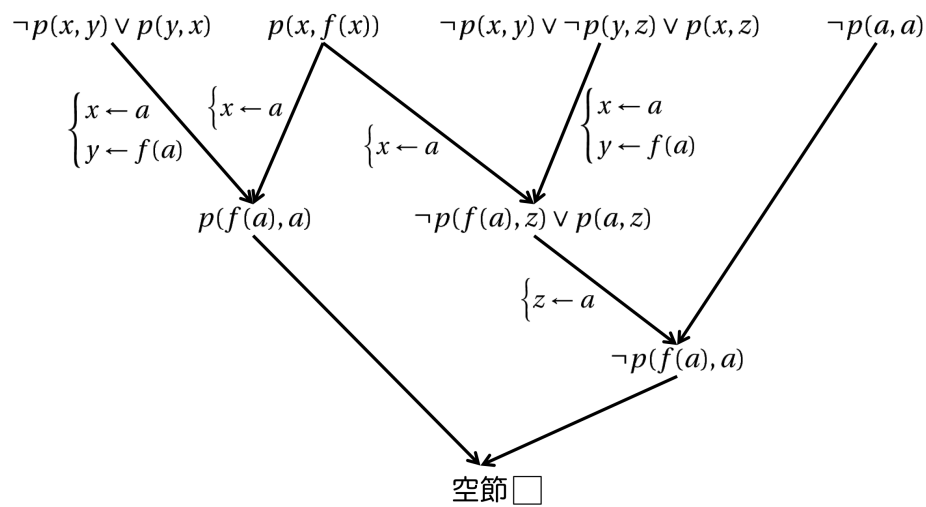
(1-2-1)

$$\begin{aligned}
\neg E &= \neg((A \wedge B \wedge C) \rightarrow D) \\
&= \neg(\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee D) \\
&= A \wedge B \wedge C \wedge \neg D \\
&= \forall x \forall y (p(x, y) \rightarrow p(y, x)) \wedge \forall x \forall y \forall z ((p(x, y) \wedge p(y, z)) \rightarrow p(x, z)) \wedge \forall x \exists y p(x, y) \wedge \exists z \neg p(z, z) \\
&= \exists v \forall x \exists w \forall y \forall z \{(\neg p(x, y) \vee p(y, x)) \wedge (\neg p(x, y) \vee \neg p(y, z) \vee p(x, z)) \wedge p(x, w) \wedge \neg p(v, v)\}
\end{aligned}$$

(1-2-2)

$\neg E$ を $v \leftarrow a, w \leftarrow f(x)$ に置き換える.

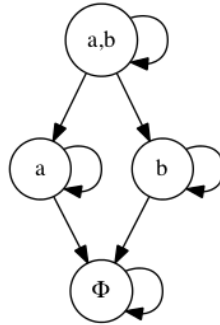
$$\neg E' = \forall x \forall y \forall z \{(\neg p(x, y) \vee p(y, x)) \wedge (\neg p(x, y) \vee \neg p(y, z) \vee p(x, z)) \wedge p(x, f(x)) \wedge \neg p(a, a)\}$$

(1-2-3) 下図より, $\neg E'$ は充足不能

(2-1-1) 成立する

(2-1-2) 成立しない

(2-1-3) 成立する

(2-2) 下図より, $|R_{P(A)}| = 8$ 

(2-3)

要素数 n の集合 B が要素数 $n-1$ の集合 A において, $A R_{P(A)} B$ を満たす 2 項関係の個数は n 個である.
 また, 自分自身に反射する分も考慮すると, $|A| = n$ のときの, $|R_{P(A)}|$ は,

$$\begin{aligned}
 |R_{P(A)}| &= 2^n + \sum_{i=1}^n (i \times {}_n C_i) \\
 &= 2^{n-1}(n+2)
 \end{aligned}$$

(2-4)

$|A| = n$ のとき, 要素数 m の集合 A が要素数 m 以上の集合 B において,
 $A R_{P(A)}^* B$ を満たす 2 項関係の個数は 2^{n-m} 個である.
 よって, $|A| = n$ のときの, $|R_{P(A)}^*|$ は,

$$\begin{aligned}
 |R_{P(A)}^*| &= \sum_{i=0}^n (2^{n-i} \times {}_n C_i) \\
 &= 3^n
 \end{aligned}$$

4 計算理論

(1-1)

反射性：任意の状態 $p \in Q$ において, $\hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(p, w) \in F$ は自明である. よって, 反射性を有する.

対称性： $_x R_y \rightarrow _y R_x$ を示す.

任意の状態 $p \in Q, q \in Q$ において, $p \simeq q$ が成り立つとき, $\hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \in F$ を満たす.

そのとき, $\hat{\delta}(q, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(p, w) \in F$ も明らかに成り立つので, $q \simeq p$ も成り立つ.

よって, $p \simeq q \rightarrow q \simeq p$ より, 対称性を有する.

推移性： $_x R_y \wedge _y R_z \rightarrow _x R_z$ を示す.

任意の状態 $p \in Q, q \in Q, r \in Q$ において, $(p \simeq q) \wedge (q \simeq r)$ が成り立つとき, $\hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(q, w) \in F$ と, $\hat{\delta}(q, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(r, w) \in F$ を満たす.

そのとき, $\hat{\delta}(p, w) \in F \Leftrightarrow \hat{\delta}(r, w) \in F$ も明らかに成り立つので, $p \simeq r$ も成り立つ.

よって, $(p \simeq q) \wedge (q \simeq r) \rightarrow (p \simeq r)$ より, 推移性を有する.

以上より, 反射性, 対称性, 推移性を有するので, \simeq は Q 上で同値関係となる.

【別解?】

\simeq は \Leftrightarrow により定義されており, \Leftrightarrow は反射性・対称性・推移性を有しているのので, \simeq も反射性・対称性・推移性を有する. よって, \simeq は Q 上で同値関係となる.

(1-2)

M_1 の状態数を最小にした時の各状態の割り当てが同値類となる.

0		1							
a	b	c	d	e	f	g	h	i	
11	11	11	11	11	11	10	01	01	

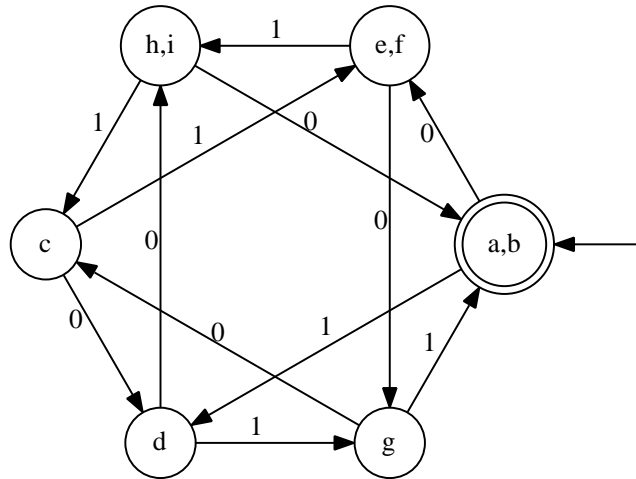
0		1				2	3		
a	b	c	d	e	f	g	h	i	
11	11	11	32	23	23	10	01	01	

0		1	2	3		4	5		
a	b	c	d	e	f	g	h	i	
32	32	23	54	45	45	10	01	01	

よって, 同値類は $\{a, b\}, \{c\}, \{d\}, \{e, f\}, \{g\}, \{h, i\}$

(1-3)

(1-2) をもとに状態遷移図を作成する.

但し, 初期状態は $\{a, b\}$, 受理状態は $\{a, b\}$

(1-4)

オートマトン M_2 が状態数が最小でないと仮定する. (背理法)すると, M_2 の 6 状態の中で区別不能な状態が 1 組以上存在することになる.ここで, M_2 の状態遷移関数を $\hat{\delta}_2$, 受理状態の集合を F_2 とする.

$$\hat{\delta}_2(\{a, b\}, 010) \in F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{c\}, 010) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{d\}, 010) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{e, f\}, 010) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{g\}, 010) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{h, i\}, 010) \notin F_2$$

より, $\{a, b\}$ は他の状態と区別可能である.

$$\hat{\delta}_2(\{c\}, 000) \in F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{d\}, 000) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{e, f\}, 000) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{g\}, 000) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{h, i\}, 000) \notin F_2$$

より, $\{c\}$ は他の状態と区別可能である.

$$\hat{\delta}_2(\{d\}, 00) \in F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{e, f\}, 00) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{g\}, 00) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{h, i\}, 00) \notin F_2$$

より, $\{d\}$ は他の状態と区別可能である.

$$\hat{\delta}_2(\{e, f\}, 10) \in F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{g\}, 10) \notin F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{h, i\}, 10) \notin F_2$$

より, $\{e, f\}$ は他の状態と区別可能である.

$$\hat{\delta}_2(\{g\}, 1) \in F_2$$

$$\hat{\delta}_2(\{h, i\}, 1) \notin F_2$$

より, $\{g\}, \{h, i\}$ は他の状態と区別可能である.

以上より, すべての状態が区別可能であるので矛盾が生じる. よって, 仮定が誤っているので, 背理法によりオートマトン M_2 の状態数が最小である.

(2-1), (2-2)

(a) 12

(b) 6

(c) a

(d) b (複数解答あり)

(e) b

(f) b^{K-2} (複数解答あり)

(g) uv^iwx^iy

(h) $aaaaA_1bbbb$

(i) $A_1 \rightarrow aA_1b$

(j) c^K

(k) $v = a^p b^q, x = a^r b^s$ [但し, $(p = 0 \rightarrow r = 0) \wedge (s = 0 \rightarrow q = 0) \wedge (0 < p + q + r + s \leq K)$]

(l) v, x に記号 a または b (もしくは両方) が含まれるので, 文 $vwxy$ に含まれる記号 a, b の数が c の数未満となるからである.

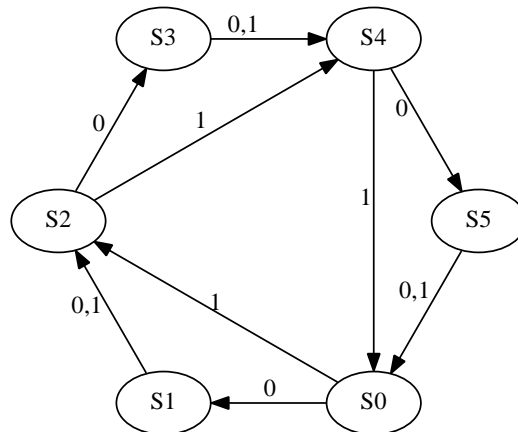
(m) 終端記号 a を含まない

(n) a, b, c 全てを含む

(o) $|vwx| > K$ となり, 条件 (i) に反するからである.

6 電子回路と論理設計

(1-1)



(1-2)

状態遷移表

状態	入力			$x = 0$			$x = 1$		
	Q_2	Q_1	Q_0	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+
S0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
S1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
S2	0	1	1	1	1	1	1	1	0
S3	1	1	1	1	1	0	1	1	0
S4	1	1	0	1	0	0	0	0	0
S5	1	0	0	0	0	0	0	0	0

状態遷移表からカルノー図を作成し，最簡積和形を導出する。

$$Q_2^+ = Q_1\bar{x} + Q_1Q_0$$

$$Q_1^+ = Q_0 + \bar{Q}_2x$$

$$Q_0^+ = \bar{Q}_2\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2\bar{x}$$

 Q_2^+ のカルノー図

$Q_2Q_1 \backslash Q_0x$	00	01	11	10
00				
01	x	x	1	1
11	1		1	1
10			x	x

 Q_1^+ のカルノー図

$Q_2Q_1 \backslash Q_0x$	00	01	11	10
00		1	1	1
01		x	1	1
11			1	1
10			x	x

Q_0^+ のカルノー図

$Q_2Q_1 \backslash Q_0x$	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	x	x		1
11				
10			x	x

(1-3)

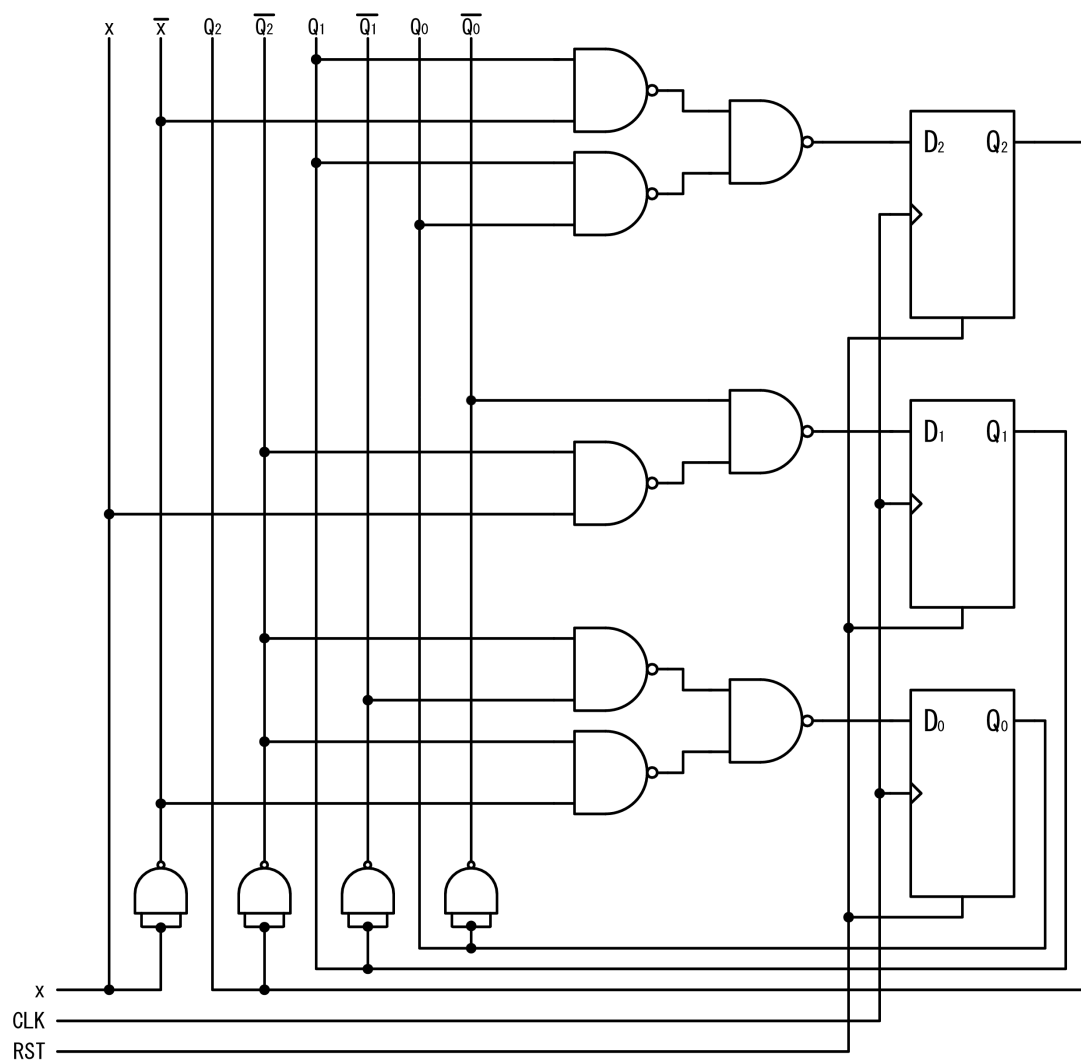
(1-2) で求めた再簡積和系の論理式を NAND の形に変換する.

$$Q_2^+ = Q_1\bar{x} + Q_1Q_0 = \overline{Q_1\bar{x}} \cdot \overline{Q_1Q_0}$$

$$Q_1^+ = Q_0 + \bar{Q}_2x = \overline{Q_0} \cdot \overline{Q_2x}$$

$$Q_0^+ = \bar{Q}_2\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2x = \overline{Q_2 \cdot Q_1} \cdot \overline{Q_2 \cdot x}$$

これをもとに回路を作成すると以下ようになる.



(1-4)

この順序回路の最小動作周期 T は, $3T_N + T_S$ となる. (それぞれの D-FF の出力に NAND をかましている分も考慮する)

$f = \frac{1}{T}$ より, 最大動作周波数は $\frac{1}{3T_N + T_S} [\text{Hz}]$

(2-1)

(a) p

(b) n

(c) しきい電圧

(d) 電子

(e) 空乏層

(f) NOT

(2-2)

図 5 (NAND と等価)

A	B	X
0	0	V_{dd}
0	V_{dd}	V_{dd}
V_{dd}	0	V_{dd}
V_{dd}	V_{dd}	0

図 6 (OR と等価)

A	B	X
0	0	0
0	V_{dd}	V_{dd}
V_{dd}	0	V_{dd}
V_{dd}	V_{dd}	V_{dd}