大阪大学大学院情報科学研究科
平成 28 年度 博士前期課程 入試問題
(A) 情報工学

2016 年 7 月 25 日

1　計算機システムとシステムプログラム

(1)

(1-1)

a) (エ) アーキテクチャ

b) (コ) ノイマン型

c) (ウ) プログラムカウンタ

d) (イ) オペコード

e) (カ) オペランド

(1-2)

(1-2-1)

$$\frac{mn}{f}[s]$$

(1-2-2)

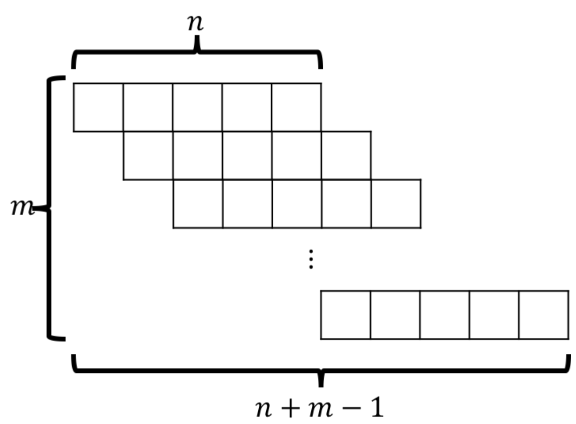

図 1　(1-2-2)

$$\frac{n+m-1}{f}[s]$$

(1-2-3)

$$\lim_{m\to\infty}\frac{m}{\frac{n+m-1}{f}} \equiv \lim_{m\to\infty}\frac{1}{\frac{n}{mf}+\frac{1}{f}-\frac{1}{mf}} = f$$

(1-2-3)

1 ステージあたりの所要時間を短くすることによって，クロック周波数を高めることができる為，(1-2-3) より CPU の性能を高めることができる．

(1-3)

(1-3-1)

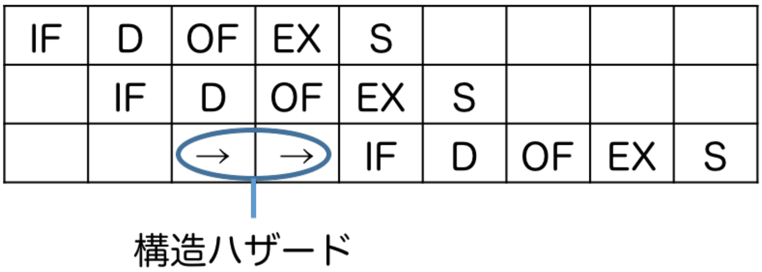

図 2 (1-3-1)

(1-3-2)

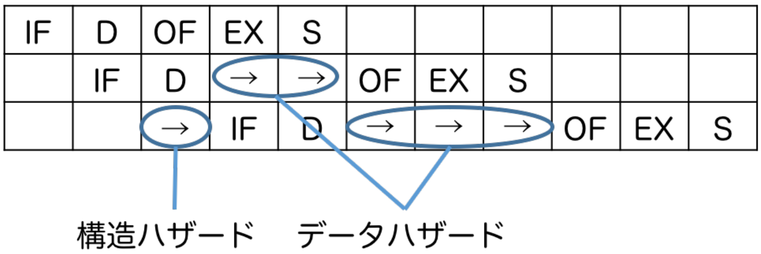

図 3 (1-3-2)

(2)

(2-1)

(2-1-1)

$$2 \times 0.8 + 50 \times 0.2 = 11.6[ns]$$

(2-1-2)

$$\begin{aligned} 4 \times x + 50 \times (1 - x) &= 11.6 \\ x &= 0.8347... \approx 0.84 \\ &\therefore 84\% \end{aligned}$$

(2-2)

(2-2-1)

アクセスされた命令及びデータの周辺の場所（アドレス）に存在する命令やデータは参照されやすい．

(2-2-2)

ある時刻に参照された命令やデータは，近しい時間に再度参照されやすい．

(2-3)

先述の参照局所性を活用し，使用頻度の高いデータを高速なキャッシュメモリに蓄積しておくことで，低速なメインメモリへのアクセスを極力減らし，処理を高速化することができる．CPU の動作周波数が高くなると，メインメモリへのアクセス速度との差から待ち状態が頻発し，CPU 使用率が低下するという現象を防ぐ．

$\boxed{3}$ 【選択問題】離散構造

(1)

(1-1)

$$x_{115} = \text{False}, x_{214} = \text{True}, x_{841} = \text{Flase}$$

(1-2)

$$n^2 \cdot n^2 \cdot n^2 = n^6$$

(1-3)

$$\bigvee_{1 \leq i \leq n^2} x_{11i}$$

(1-4)

$$A(i,j) = \bigvee_{1 \leq i \leq n^2} x_{ijk}$$

(1-5)

$$A = \bigwedge_{1 \leq i \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq j \leq n^2} A(i,j)$$

(1-6)

$$B = \bigwedge_{1 \leq i \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq j < l \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq k \leq n^2} \neg x_{ijk} \vee \neg x_{ilk}$$

(1-7)

$$C = \bigwedge_{1 \leq i < l \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq j \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq k \leq n^2} \neg x_{ijk} \vee \neg x_{ljk}$$

(1-8)

■(1-8-1)

$$x_{131} \wedge x_{142} \wedge x_{211} \wedge x_{222} \wedge x_{234} \wedge x_{321} \wedge x_{332} \wedge x_{344} \wedge x_{443}$$

■(1-8-2)

$$
\begin{aligned}
& A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge \text{assign} \\
\rightarrow\ & x_{241} \vee x_{242} \vee x_{243} \vee x_{244} \wedge (\neg x_{211} \vee \neg x_{241}) \wedge (\neg x_{222} \vee \neg x_{242}) \wedge (\neg x_{234} \vee \neg x_{244}) \\
& \wedge x_{211} \wedge x_{222} \wedge x_{234} \wedge (\neg x_{243} \vee \neg x_{443}) \wedge x_{443} \wedge \text{others} \\
\rightarrow\ & \cancel{x_{241}} \vee \cancel{x_{242}} \vee x_{243} \vee \cancel{x_{244}} \wedge (\cancel{\neg x_{211}} \vee \cancel{\neg x_{241}}) \wedge (\cancel{\neg x_{222}} \vee \cancel{\neg x_{242}}) \wedge (\cancel{\neg x_{234}} \vee \cancel{\neg x_{244}}) \\
& \wedge \cancel{x_{211}} \wedge \cancel{x_{222}} \wedge \cancel{x_{234}} \wedge (\neg x_{243} \vee \neg x_{443}) \wedge x_{443} \wedge \text{others} \\
\rightarrow\ & x_{243} \wedge (\neg x_{243} \vee \neg x_{443}) \wedge x_{443} \wedge \text{others} \\
\rightarrow\ & \cancel{x_{243}} \wedge (\cancel{\neg x_{243}} \vee \cancel{\neg x_{443}}) \wedge \cancel{x_{443}} \wedge \text{others} \\
\rightarrow\ & \Box \wedge \text{others} \\
\rightarrow\ & \Box
\end{aligned}
$$

となり空節が導出できるので CFN 式は充足不能である．したがって命題を示すことができた．

(2)

(2-1)

$$R_3 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,4)\}$$

(2-2)

全ての自然数 n において $S_n \neq S_{n+1}$ と仮定する．S の定義より $S_n \subseteq S_{n+1}$ したがって $|S_n| \leq S_{n+1}$. 仮定より $|S_n| < S_{n+1}$. ここで $\lim_{n\to\infty} S_n = \infty$. しかし，V は有限集合なので $|V|$ は有限であるので矛盾．よって $S_n = S_{n+1}$ となる非負の n が存在する．

(2-3)

■反射性　定義より $\forall a : (a,a) \in S_n$ また，$aS^{-1}a = aSa$ なので $\forall a : (a,a) \in S_n^{-1}$. したがって $\forall a : aSa$ が成り立つので反射性は成り立つ．

■対称性　$\forall a,b : aSb \Rightarrow aSb \wedge aS^{-1}b \Rightarrow bSa \wedge bS^{-1}a \Rightarrow bSa$ となり，対称性を有する．

■推移性　$aS_nb \Rightarrow \exists i : aR_ib$. また，$bS_nc \Rightarrow \exists j : bR_jc$. このとき $aR_{i+j}c$ であるので aS_nc となる．したがって S_n は推移性を有する．同様にして S_n^{-1} も推移性が成り立つ．推移性のある集合は積について閉じているので S も推移性を有する．以上より，反射性，対称性，推移性を有するので，S は同値関係となる．

(2-4)

v が集合に属しており，属する任意の 2 ノードは互いに到達可能である集合

$\boxed{4}$ 【選択問題】計算理論

(1)

(1-1)

(答) 1(00+11)*0

(1-2)

1 番目	10
2 番目	1000
3 番目	1110
4 番目	100000
5 番目	100110
6 番目	111000
7 番目	111110

(答) 111110

(1-3)

$i \in \epsilon-\mathrm{closure}(i)$ である.

(答) $\epsilon-\mathrm{closure}(i)$={b,c,f,i,j}

(1-4)

M_1 から ϵ-遷移を取り除いたオートマトン M_1' を考える。このオートマトンの状態遷移表は表??となる。作

表 1　オートマトン M_1' の状態遷移表

	0	1
→a	ϕ	b
b	d,k	g
c	d	ϕ
d	e	ϕ
e	d,k	g
f	ϕ	g
g	ϕ	h
h	d,k	g
i	d,k	g
j	k	ϕ
k*	ϕ	ϕ

成したオートマトン M_1' に対してサブセット構成法を適用し、決定性有限オートマトン M_1'' を作成する。こ

の状態遷移表は表**??**となる。M_1'' の状態名を上から順に A,B,C,... とする。この問題では、決定性有限オート

表 2　オートマトン M_1'' の状態遷移表

	0	1
→a	ϕ	b
b	d,k	g
{d,k}*	e	ϕ
g	ϕ	h
e	d,k	g
h	d,k	g

マトンを作成するので、状態 a でいきなり 0 が入力された場合など、不受理となる場合に遷移する新たな (ゴミ捨て場的な[*1]) 状態を作成し、G とすれば求めるオートマトン M_2 が作成される．M_2 の状態遷移表は表**??**、状態遷移図は図**??**となる。

表 3　オートマトン M_2 の状態遷移表

	0	1
→A	G	B
B	C	D
C*	E	G
D	G	F
E	C	D
F	C	D
G	G	G

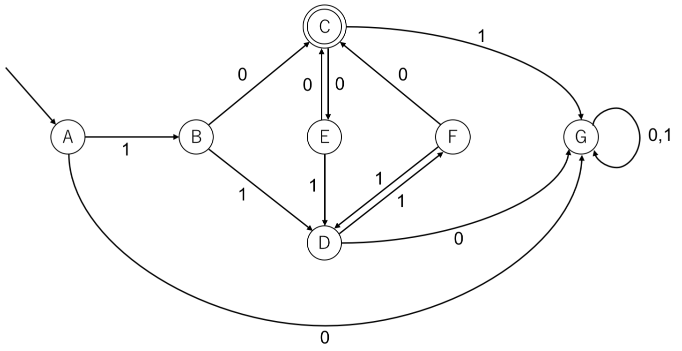

図 4　M_2 の状態遷移図

[*1] 本番でもこんな書き方したけど，減点はなかったらしい

(1-5)

オートマトン M_2 の簡約化を行う。

0						1
A	B	D	E	F	G	C
00	10	00	10	10	00	00

0			1			2
A	D	G	B	E	F	C
01	01	00	20	20	20	10

0		1	2			3
A	D	G	B	E	F	C
12	12	11	30	30	30	21

同値類 $\{A, D\}$, $\{G\}$, $\{B, E, F\}$, $\{C\}$ をそれぞれ状態 A', B', C', D' とおくと，求める M_3 の状態遷移図は図**??**となる.

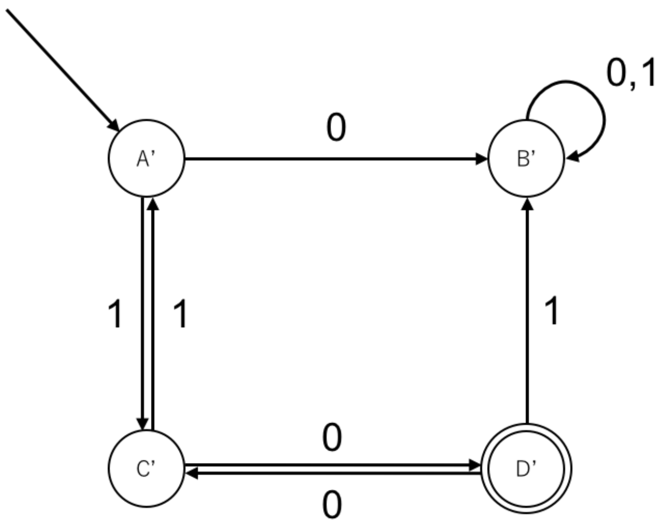

図 5　M_3 の状態遷移図

(2)

(2-1)

$$
\begin{aligned}
&V_4 = V_1 \cup V_2 \cup \{S_4\}, \text{ただし } S_4 \notin (V_1 \cup V_2) \\
&T_4 = T_1 \cup T_2 \\
&P_4 = \{S_4 \to S_1S_2\} \cup P_1 \cup P_2
\end{aligned}
$$

(2-2)[*2]

G_4 によって生成される任意の語 w は開始記号 S_4 より生成される．今，S_4 に対して文法 G_4 の生成規則の集合 P_4 に含まれる生成規則 $S_4 \to S_1S_2$ を用いることで，変数列 S_1S_2 が必ず得られる．

この時，変数 S_1 に対して適用できる生成規則は $P_1 \subset P_4$ にのみ含まれる．また，P_1 は G_1 の生成規則の集合であるので，P_1 に含まれる生成規則は変数の集合 V_1 と終端記号の集合 T_1 の要素のみから構成される．よって，S_1 からは変数の集合 V_1，終端記号の集合 T_1，生成規則の集合 P_1 を用いてしか語を生み出すことはできない．したがって，S_1 から文法 G_4 によって生成される語を z_1 とすると z_1 は $G'_4(V_1(\subset V_4)$ $, T_1(\subset T_4), P_1(\subset P_4), S_1)$ から生成される．ここで，$G_1 = (V_1, T_1, P_1, S_1)$ であるから，語 z_1 は開始記号 S_1 から文法 G_1 によって生成できる．よって，$z_1 = L(G_1)$ である．

同様に，変数 S_2 に対し，文法 G_4 を用いて語 z_2 を生成することを考える．この時 z_2 の生成には，V_2，T_2，P_2 を用いる必要がある．すると，$G_2 = (V_2, T_2, P_2, S_2)$ であるので，語 z_2 は開始記号 S_2 から文法 G_2 によって生成できるので，$z_2 = L(G_2)$ である．

以上の操作で開始記号 S_4 から文法 G_4 を用いると，語の生成にあったって開始記号 S_4 より変数列 S_1S_2 が必ず得られるので，生成される任意の語 w は，$w = z_1z_2 : z_1 \in L(G_1), z_2 \in L(G_2)$ の形になり，$w \in L(G_4)$ となる．

(2-3)

L_4 に属する任意の語を $w' = w'_1w'_2(w'_1 \in L(G_1), w'_2 \in L(G_2))$ とおく。

いま、w'_1 は文法 G_1 によって生成される語であるので、生成規則の集合 $P_1(\subset P_4)$ を用いる事で開始記号 $S_1(\subset V_4)$ から生成可能である。また、w'_2 も文法 G_2 によって生成される語であるので、生成規則の集合 $P_2(\subset P_4)$ を用いる事で開始記号 $S_2(\subset V_4)$ から生成可能である。よって、w' は変数列 S_1S_2 から生成規則の集合 P_4 に含まれる規則のみを用いて生成可能である。

また、変数列 S_1S_2 は生成規則 $S_4 \to S_1S_2(\subset P_4)$ を用いることで、G_4 の開始記号 S_4 から生成可能である。

以上より、L_4 に属する任意の語 w' は G_4 の開始記号 S_4 から G_4 の生成規則の集合 P_4 に含まれる規則のみを用いて生成可能であることが示されたので、G_4 により生成可能である。

[*2] この解答は自信ないですゴメンナサイ