(1) (a) $\forall x\, p(x) \Rightarrow \forall y\, p(y)$ 恒真

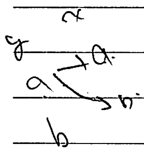
(b) $\exists x\, p(x) \Rightarrow \forall x\, p(x)$ 充足可能 $p(x)$: $x=a$ 偽

$p(x)$: $x=b$ or $x=a$ 真

(c) $\neg \exists y\, p(y) \Leftrightarrow \forall x\, p(x)$ 充足不能 $(\neg \exists y\, p(y) = \forall y\, \neg p(y))$

(d) $\forall x \exists y\, q(x,y) \Rightarrow \exists y \forall x\, q(x,y)$ 恒真 !!

← 不安



(2-1) $\neg E = \neg((A \wedge B \wedge C) \Rightarrow D)$

$= \neg(\neg(A \wedge B \wedge C) \vee D)$

$= A \wedge B \wedge C \wedge \neg D$

$= p(f(g(f(g(g(a)))))) \wedge \forall x(\neg p(f(g(x))) \vee p(x))$

$\wedge \forall x(\neg p(g(f(x))) \vee p(x)) \wedge \forall x\, \neg p(g(x))$

$= \forall x\Big(p(f(g(f(g(g(a)))))) \wedge (\neg p(f(g(x))) \vee p(x))$

$\wedge (\neg p(g(f(x))) \vee p(x)) \wedge \neg p(g(x))\Big)$

(2-2) $p(f(g(f(g(g(a))))))$ $\neg p(f(g(x))) \vee p(x)$ $\neg p(g(f(x))) \vee p(x)$ $\neg p(g(x))$

$x = g(x)$

$\neg p(f(g(g(x))))$

$x = f(g(g(x)))$

$\neg p(f(g(f(g(g(x))))))$

$\square$

(3) $R = X \times Y \cup \{(x,x) \mid x \in X \cup Y\}$　　$(x,x) \subset R$

反射律　$\forall x$　xRx が成り立つ。　反射律が成り立つ。

反対称律　$aRb \in R$, $bRa \in R$ が存在し $a \neq b$ が成り立つとすると

aRb から　$a \in X$, $b \in Y$

bRa から　$b \in X$, $a \in Y$

これは $X \cap Y = \emptyset$ と矛盾する。

よって $a = b$　　反対称律が成り立つ。

推移律　(aRb かつ bRc が成り立つなら aRc が成り立つ)

Rの条件から $a \in X$ である。

Rの条件と $X \cap Y = \emptyset$ から $b \in Y$ または $b = a$.

Rの条件と $X \cap Y = \emptyset$ から
$$\begin{cases} b = a \text{ のとき} & c \in Y \\ b \in Y \text{ のとき} & c = b \end{cases}$$

もっとスマートな解法あるはず

以上から $b = a$ または $b = c$

どちらの場合も

	aRb	bRc
$(b=a)$	aRa	aRc
$(b=c)$	aRc	cRc

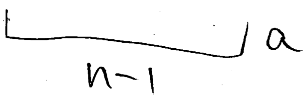
aRc が成り立つ

推移律が成り立つ。

よって R は順序関係である。

(4)

(4)



$\rightarrow \quad |L_n(a)| = |L_{n-1}|$

$\rightarrow \quad |L_n(b)| = |L_{n-1}(a)|$

$\qquad\qquad\qquad\qquad \|$

$\rightarrow \quad |L_n(b)| = |L_{n-2}|$

(4-2)

$$|L_n| = |L_n(a)| + |L_n(b)|$$
$$= |L_{n-2}| + |L_{n-1}|$$
$$= (\alpha+\beta)|L_{n-1}| - \alpha\beta|L_{n-2}|$$
$$a_{n+2} = (\alpha+\beta)\, a_{n-1} - \alpha\beta\, a_n$$

フィボナッチ数列の
漸化式を調べて
下さい!!

$L_1 = 2$
$L_2 = 3.$
$L_3 = 5.$
$L_4 = 8.$

$\alpha\beta = -1$
$\alpha + \beta = 1$
$(1-\beta)\beta = -1$
$-\beta^2 + \beta + 1 = 0$
$\beta^2 - \beta - 1 = 0$
$$\beta = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$
$$\alpha = \frac{1-\sqrt{5}}{2},\ \beta = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (\alpha < \beta)$$