

## 127 離散構造

(2-4)

$$R_P^*(A) = R_P^0(A) \cup R_P^1(A) \cup R_P^2(A) \cup R_P^3(A) \cup \dots \cup \dots \quad \Rightarrow R_P^3(A) = R_P^2(A) \circ R_P(A)$$

※ 関係の合成:  $R_P^2(A) = R_P^1(A) \circ R_P(A)$ 

$$\Leftrightarrow (a, b) \mid \exists z [(a, z) \in R_P(A) \wedge (z, b) \in R_P(A)]$$

このことから  $R_P^*(A)$  は  $R_P(A)$  の  $\forall c \in P(H) [(a \leq c) \wedge (c \leq b)] \rightarrow (c = a \vee c = b)$  の条件が成り立つ  $a \leq b$  なる関係  $\Leftrightarrow$  が成り立つ  $(a, b) \in P(A) \times P(A)$  は  $R_P^*(A)$  を満たす。

よって  $|R_P^*(A)|$  は  $P(A) \times P(A)$  の  $(a, b)$  に対し  $a \leq b$  を満たす組み合わせの数となる。

①  $R_P^0(A)$  は反射性に等しいので  $2^n$

②  $(a, b) \in R_P(A)$  について

$$(a) = \emptyset \Leftrightarrow a = \emptyset \text{ のとき}$$

$$|A| = 2^n - 1$$

★  $|A| = 1$  のとき

$$nC_1 \begin{pmatrix} a & \dots & a \\ b & \dots & b \\ c & \dots & c \\ d & \dots & d \\ \vdots & & \vdots \end{pmatrix} \begin{matrix} n-1C_1 \\ n-1C_2 \\ n-1C_3 \\ \vdots \\ n-1C_{n-1} \end{matrix} \begin{matrix} n-1 \\ \sum_{k=1}^{n-1} n-1C_k \end{matrix}$$

$$\Downarrow nC_1 \times \sum_{k=1}^{n-1} n-1C_k$$

$$|R_P^*(A)| = 2^n + 2^n - 1 + \sum_{k=1}^n nC_k \times \sum_{k=1}^{n-1} n-1C_k$$

$n=3$   $(a, b, c)$  のとき

$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}$

→  $a, b, c, a, b, b, c, c, a, a, b, c$

①  $a) \emptyset b) \emptyset c) \emptyset a, b) \emptyset b, c) \emptyset c, a) \emptyset a, b, c)$

$a, ab, a, ac, a, abc$  9

$ab, abc,$

$bc, abc,$  3

$ca, abc,$