

計算論A 中間試験

1. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする。 Σ 上の次の各言語を認識する有限オートマトンを状態遷移図で表せ。

ただし、有限オートマトンは決定性有限オートマトンとすること。(20点)

(1) 10で始まり10で終わる語の全体

(2) 1で始まる語で、2進数と見なしたときに5の倍数となる語の全体

2. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする。 Σ 上の次の各言語を、正規表現で表せ。(20点)

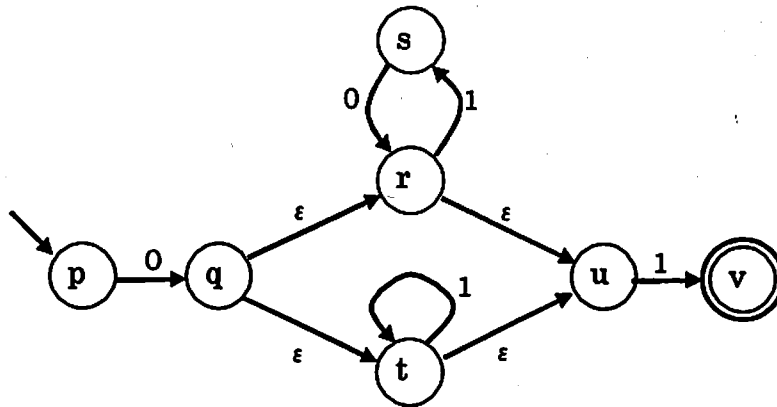
(1) 偶数個の1を含む語の全体(ただし、 Q も偶数とする)

(2) 0を1個以上含み、かつ、どの0のあとにも1が2つ以上続くような語の全体

3. 下図の単純遷移システム(ϵ 遷移のある非決定性有限オートマトン) M について、以下の問に答えよ。(20点)

(1) M の各状態 x に対し、 ϵ -閉包 $\epsilon\text{-closure}(x)$ を求めよ。

(2) M と同じ言語を認識する決定性有限オートマトン M' を状態遷移図で示せ。 M' の導出過程が分かるように解答すること。



単純遷移システム M

4. 非決定性有限オートマトン $M = (\{p, q, r, s, t\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{v\})$ が認識する言語を正規表現で表せ。ただし、状態遷移関数は次の状態遷移表で表されるものとする。また、正規表現の導出過程が分かるように解答すること。(10点)

	0	1
$\rightarrow (p)$	p, q	q
q	—	r
r	s, p	—
s	t	s
t	s	t

【裏面につづく】

5. 繰返し定理に関する以下の問いに答えよ。(30点)

(1) 次の繰返し定理(変形版)が成り立つことを証明せよ(定理の証明の概略を示せ)。「正規言語 L に対し、もし、 $w \in L$ かつ $|w| > p$ なら、 $w = xyz$ (ただし、 $0 < |xy| \leq p$, $y \neq \varepsilon$) と表せ、かつ、任意の j (ただし、 $j \geq 0$) に対して $xy^jz \in L$ であるような正整数 p が存在する。」

(2) (1)の繰返し定理を用いて、 $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の言語 $L = \{0^x 1^y \mid x \leq y\}$ が正規言語でないことを証明せよ。

(3) 次の命題が成立しないことを、反例を用いて示せ。「正規言語 L に対し、もし、 $w \in L$ かつ $|w| > p$ なら、 $w = xyz$ (ただし、 $0 < |xz| \leq p$) と表せ、かつ、任意の j (ただし、 $j \geq 0$) に対して $xy^jz \in L$ であるような正整数 p が存在する。」