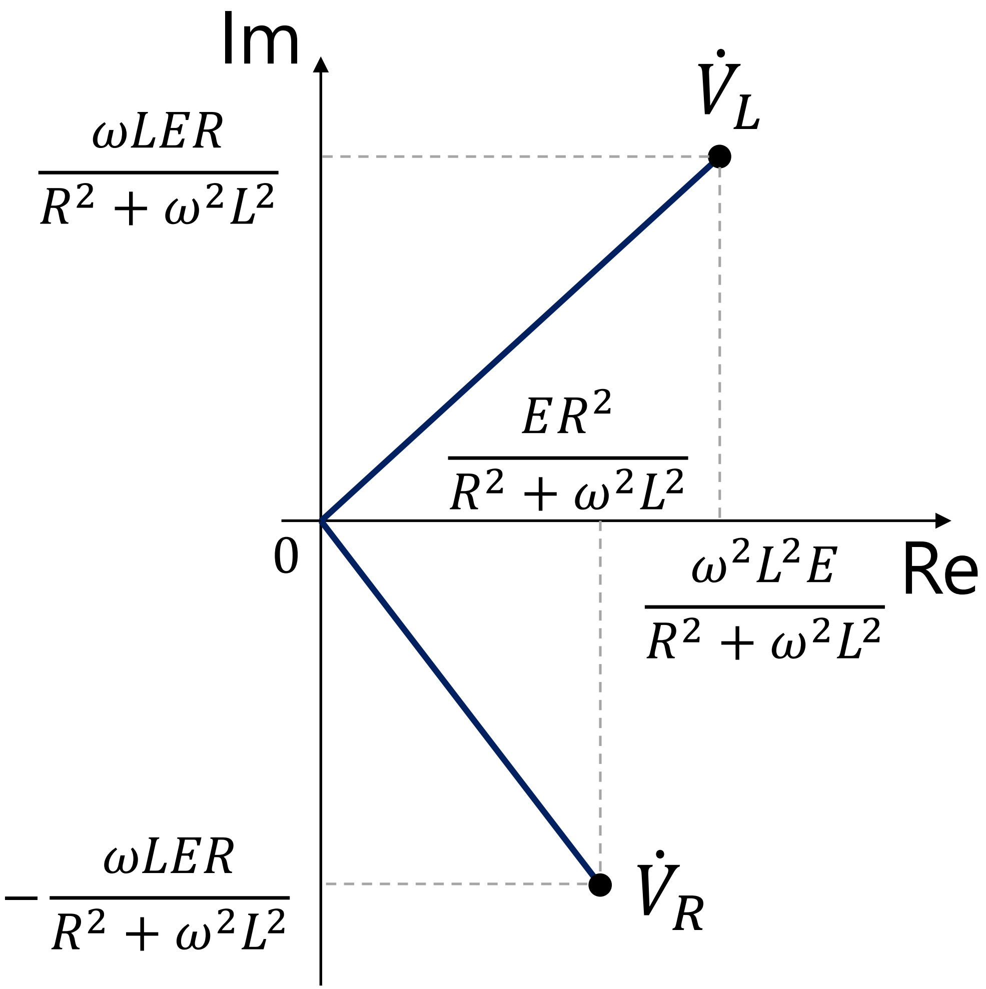
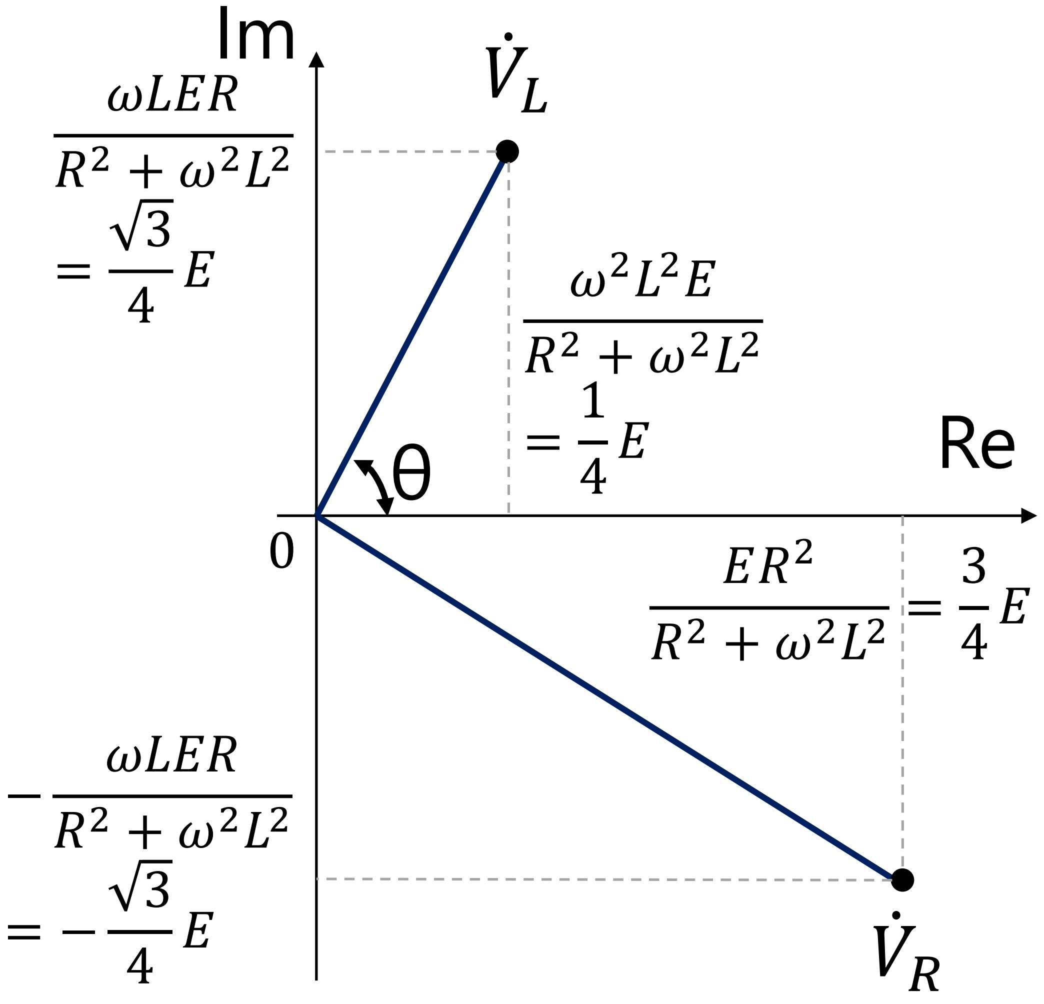
複素平面上の電圧

- LR直列回路
  - $\dot{I} = \frac{E}{R+j\omega L} = \frac{ER}{R^2+\omega^2 L^2} - j\frac{\omega LE}{R^2+\omega^2 L^2}$
  - $\dot{V}_R = \frac{R}{R+j\omega L}E = \frac{ER^2}{R^2+\omega^2 L^2} - j\frac{\omega LER}{R^2+\omega^2 L^2}$
  - $\dot{V}_L = \frac{j\omega L}{R+j\omega L}E = \frac{\omega^2 L^2 E}{R^2+\omega^2 L^2} + j\frac{\omega LER}{R^2+\omega^2 L^2}$



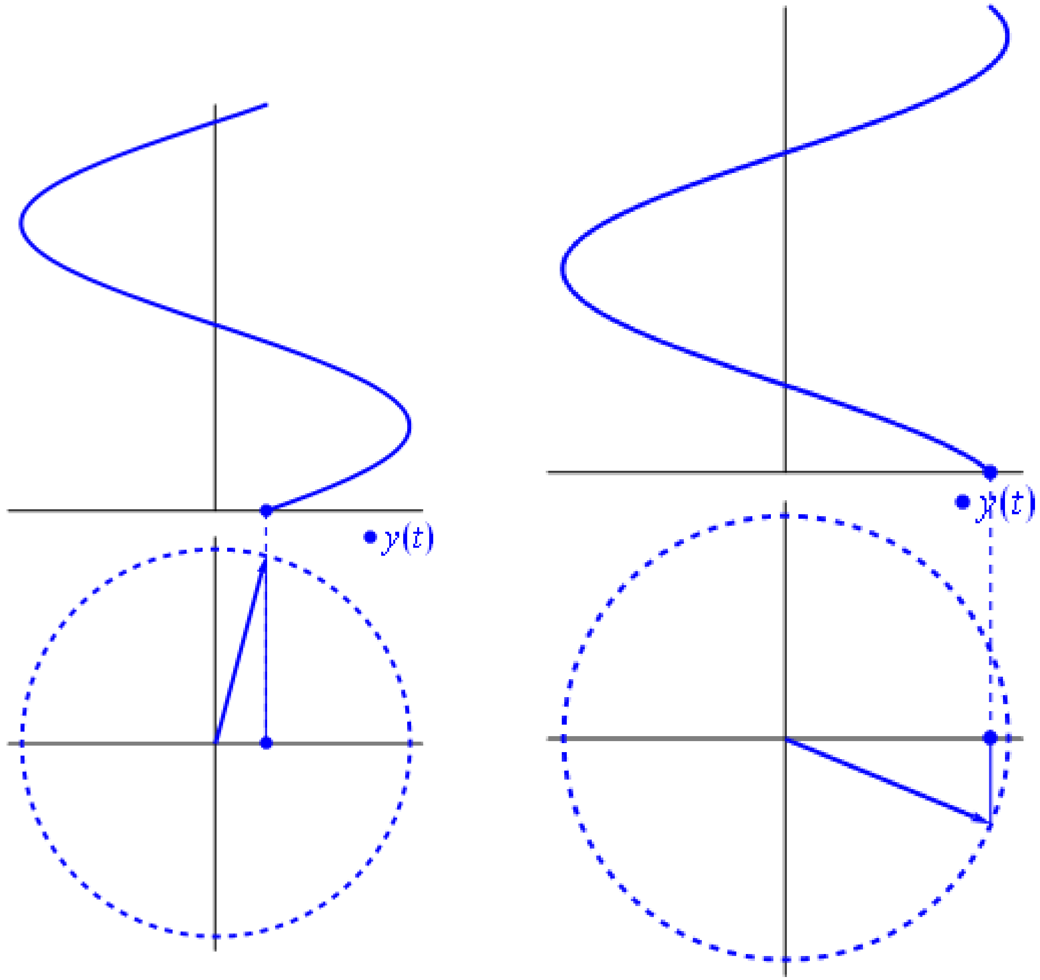
複素平面上の電圧

- LR直列回路
  - $\dot{I} = \frac{E}{R+j\omega L} = \frac{ER}{R^2+\omega^2 L^2} - j\frac{\omega LE}{R^2+\omega^2 L^2}$
  - $\dot{V}_R = \frac{R}{R+j\omega L}E = \frac{ER^2}{R^2+\omega^2 L^2} - j\frac{\omega LER}{R^2+\omega^2 L^2}$
  - $\dot{V}_L = \frac{j\omega L}{R+j\omega L}E = \frac{\omega^2 L^2 E}{R^2+\omega^2 L^2} + j\frac{\omega LER}{R^2+\omega^2 L^2}$
- 数値例
  - $\omega = 1, R = \sqrt{3}, L = 1$
  - $\theta = \tan^{-1}\frac{R}{\omega L} = \tan^{-1}\sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$



複素電圧, 電流の解釈

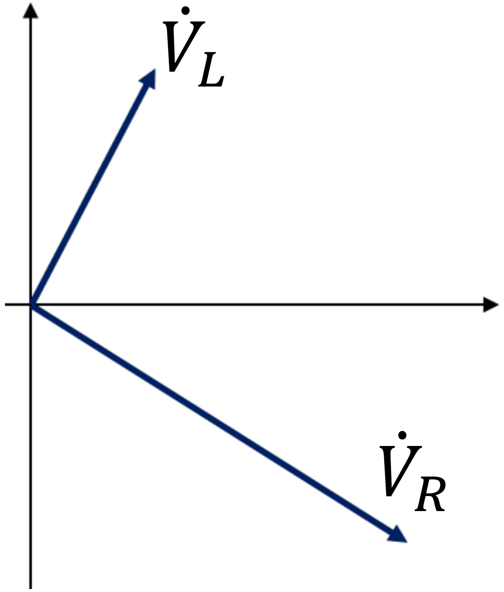
- 極座標形式の複素電圧, 電流
  - $re^{j\theta}\ (= r(\cos\theta + j\sin\theta))$
    - r: 絶対値
    - θ: 偏角
- $\mathrm{Re}\left[複素数e^{j\omega t}\right]$ = 時間表現
  - $\mathrm{Re}\left[re^{j\theta}e^{j\omega t}\right] = r\cos(\omega t + \theta)$
- 絶対値 r ＝振幅
- 偏角の差＝位相の差



Attribution: Gonfer at English Wikipedia

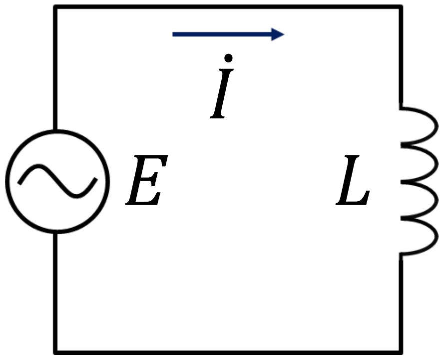
フェーザ図 (ベクトル図)

- フェーザ (phasor, phase vector)
  - 正弦波を複素数で表現したもの
- フェーザ図
  - フェーザ $re^{j\theta}$ をベクトルで図示したもの
    - 基本的に, 複素平面上での複素電流, 電圧を図示
    - 直感的な理解を助ける
  - ベクトルの水平軸に対する角度 = θ
  - ベクトルの長さ = 絶対値 r
    - 電流, 電圧は異なるスケールで描いてよい



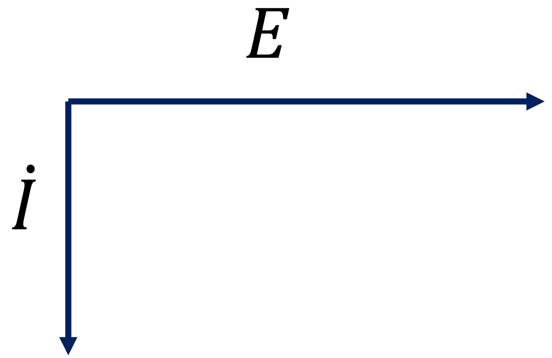
Lのみの回路のフェーザ図

- Lのみの回路
  - $\dot{I} = \frac{1}{j\omega L} E$
    $= -j\frac{1}{\omega L} E = \mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\omega L} E$



- オイラーの公式: $\mathrm{e}^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

フェーザ図

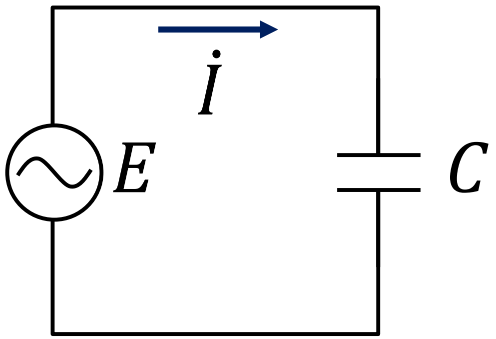


- 複素電流, 電圧に$-j$をかける意味
  - $\mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{2}}\dot{C} = \mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{2}} r\mathrm{e}^{j\theta} = r\mathrm{e}^{j\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)}$
  - 時計回りに90°回転

Cのみの回路のフェーザ図

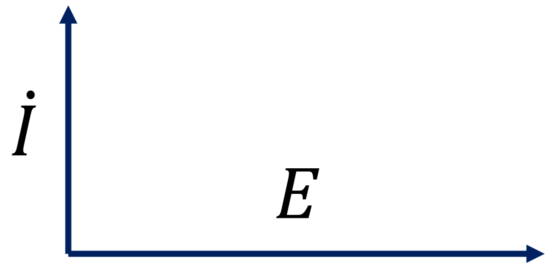
- Cのみの回路
  - $\dot{I} = \dfrac{E}{\frac{1}{j\omega C}}$

    $= j\omega CE = e^{j\frac{\pi}{2}}\,\omega CE$



- オイラーの公式: $e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$

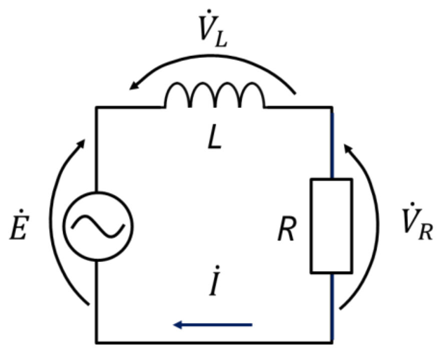
フェーザ図



- 複素電流, 電圧にjをかける意味
  - $e^{j\frac{\pi}{2}}\dot{C} = e^{j\frac{\pi}{2}}\,re^{j\theta} = re^{j\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)}$
  - 反時計回りに90°回転

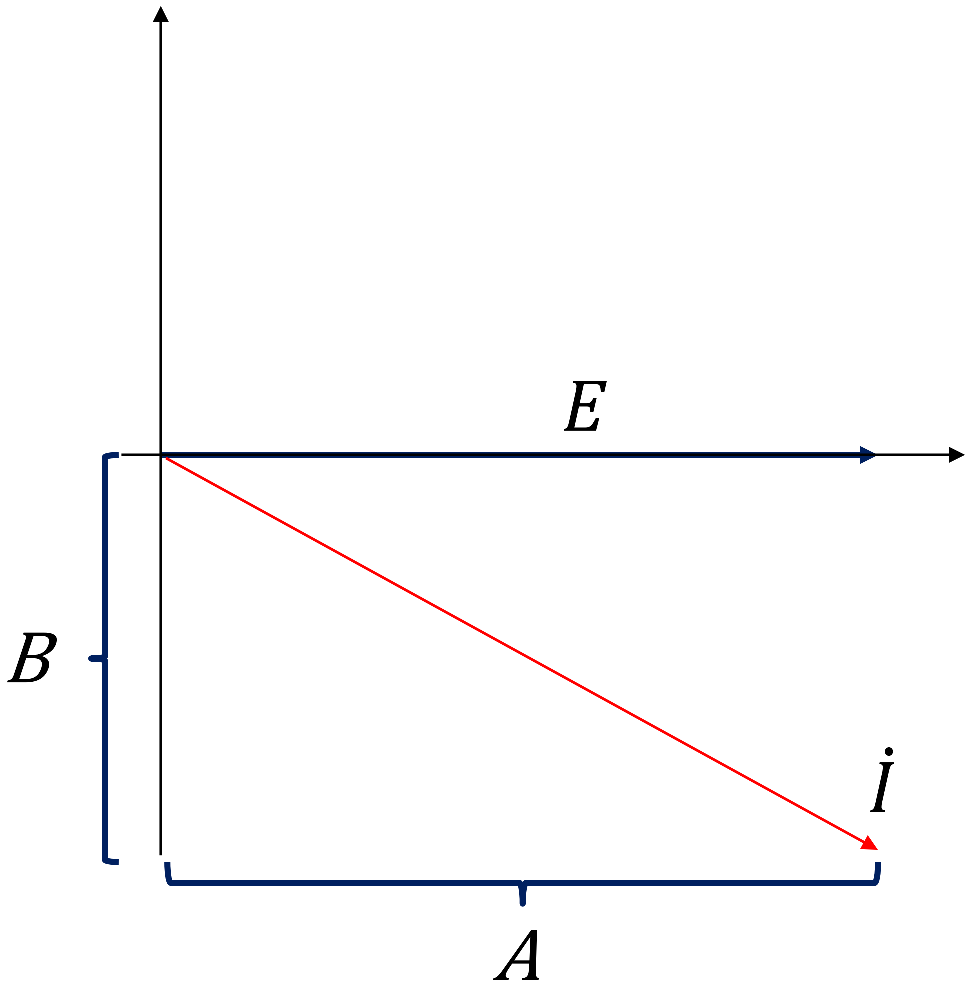
LR直列回路のフェーザ図

- LR直列回路
  - $\dot{I} = \dfrac{E}{R+j\omega L} = \dfrac{ER}{R^2+\omega^2 L^2} - j\dfrac{\omega LE}{R^2+\omega^2 L^2}$
  - $\dot{V}_R = R\dot{I}$
  - $\dot{V}_L = j\omega L\dot{I}$



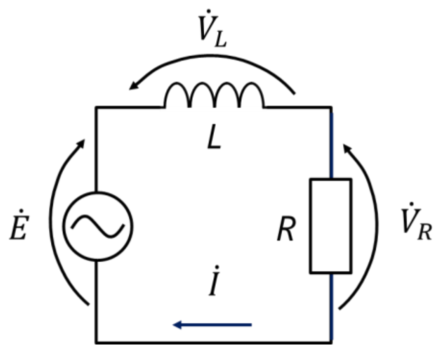
- 描き方の例

1. Eのベクトルをかく
2. $\dot{I}$のベクトルをかく
   - $A{:}B = R{:}\,\omega L$ の方向



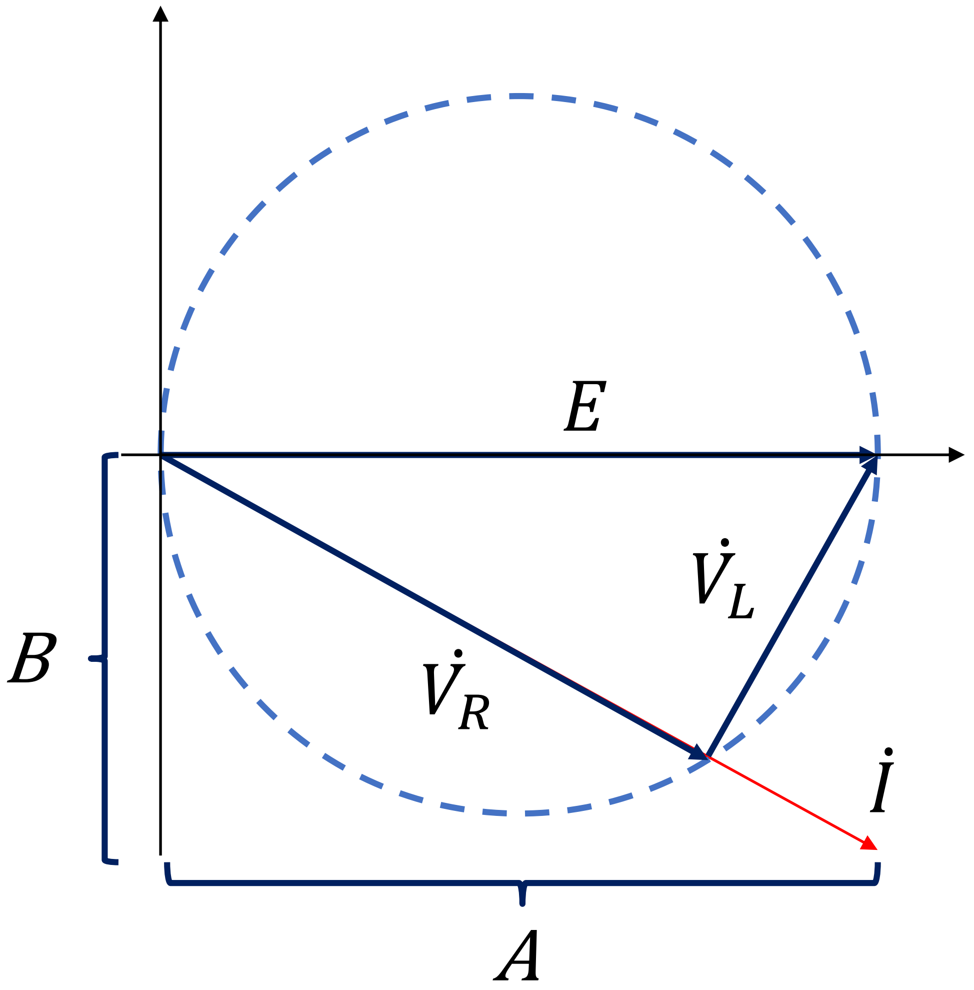
LR直列回路のフェーザ図

- LR直列回路
  - $\dot{I} = \frac{E}{R+j\omega L} = \frac{ER}{R^2+\omega^2L^2} - j\frac{\omega LE}{R^2+\omega^2L^2}$
  - $\dot{V}_R = R\dot{I}$
  - $\dot{V}_L = j\omega L\dot{I}$

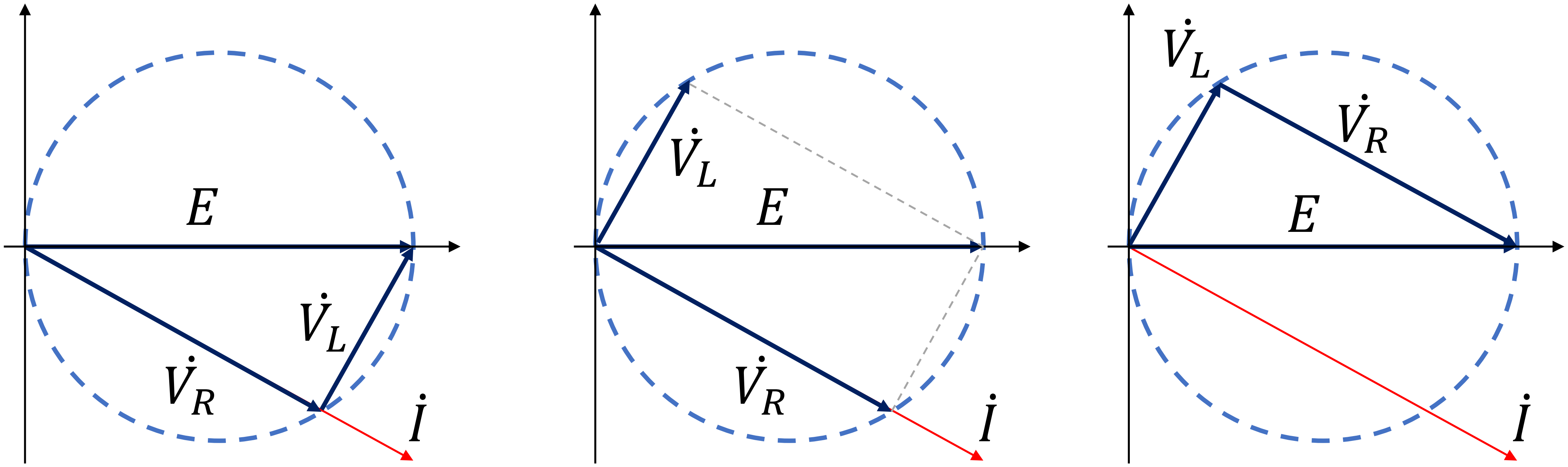


- 描き方の例

3. $\dot{V}_R$と$\dot{V}_L$をかく
   - $\dot{V}_R$は$\dot{I}$と同じ方向
   - $\dot{V}_L$は$\dot{I}$から反時計回りに90°の方向
   - $\dot{V}_R + \dot{V}_L = E$



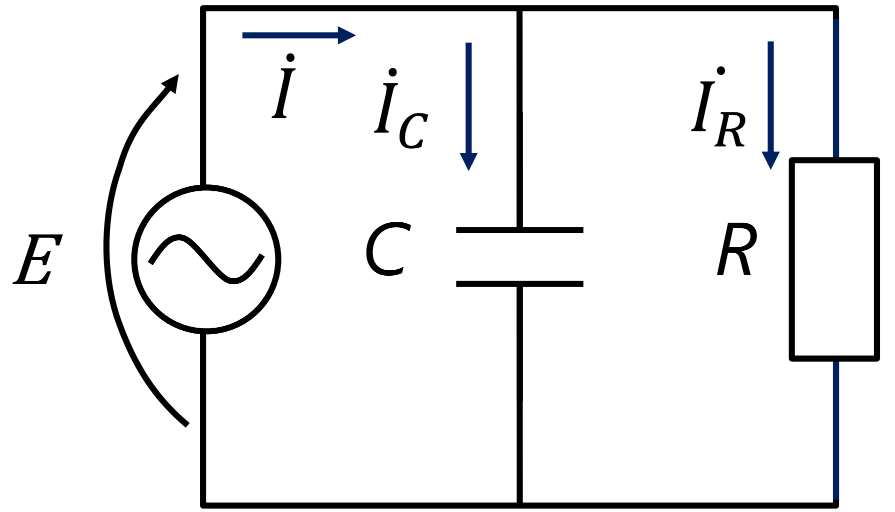
描き方のバリエーション

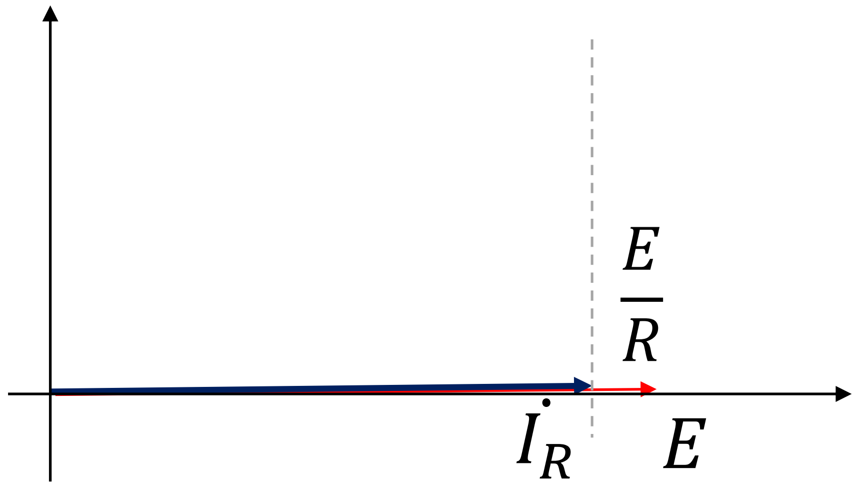


RC並列回路のフェーザ図

- 電流で考える
  - $\dot{I}_R = \frac{E}{R}$
  - $\dot{I}_C = \frac{E}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega CE$
  - $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C$
- 描き方の例

1. Eのベクトルをかく
2. $\dot{I}_R$のベクトルをかく
   - $\dot{I}_R$はEと同じ方向

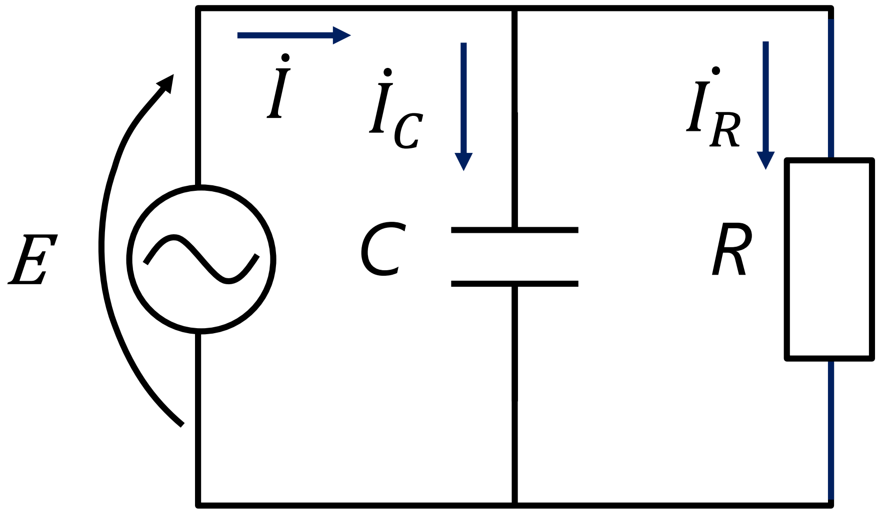


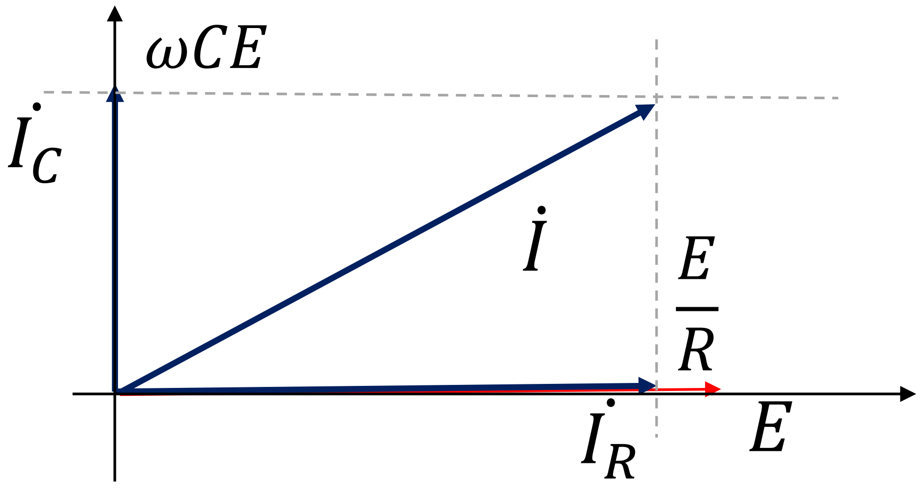


RC並列回路のフェーザ図

- 電流で考える
  - $\dot{I}_R = \frac{E}{R}$
  - $\dot{I}_C = \frac{E}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega CE$
  - $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C$
- 描き方の例

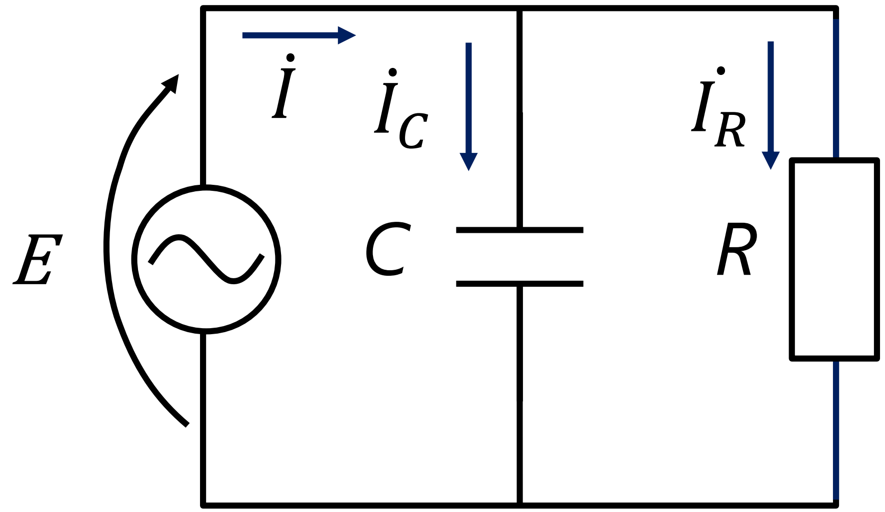
3. $\dot{I}_C$をかく
   - $\dot{I}_C$はEから時計回りに90°の方向
4. $\dot{I}$をかく
   - $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C$

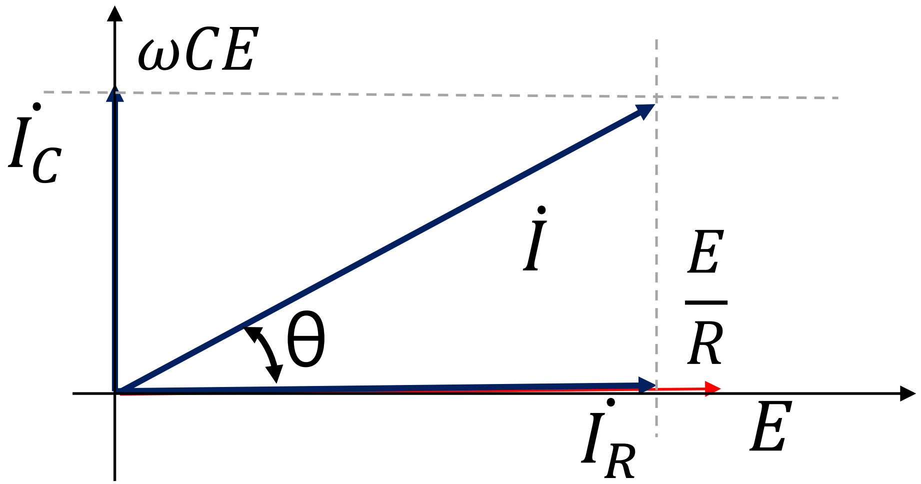




RC並列回路のフェーザ図

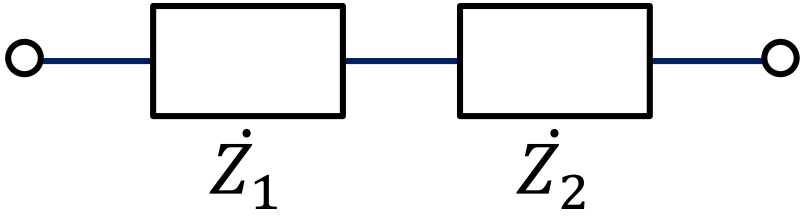
- 数式との一致を確認
  - $\dot{I}_R = \dfrac{E}{R}$
  - $\dot{I}_C = \dfrac{E}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C E$
  - $\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_C = \dfrac{E}{R} + j\omega C E$
  - $|\dot{I}| = \sqrt{\left(\dfrac{E}{R}\right)^2 + \omega^2 C^2 E^2}$
    $= \dfrac{E}{R}\sqrt{1 + (\omega C R)^2}$
  - $\theta = \tan^{-1} \omega C R$





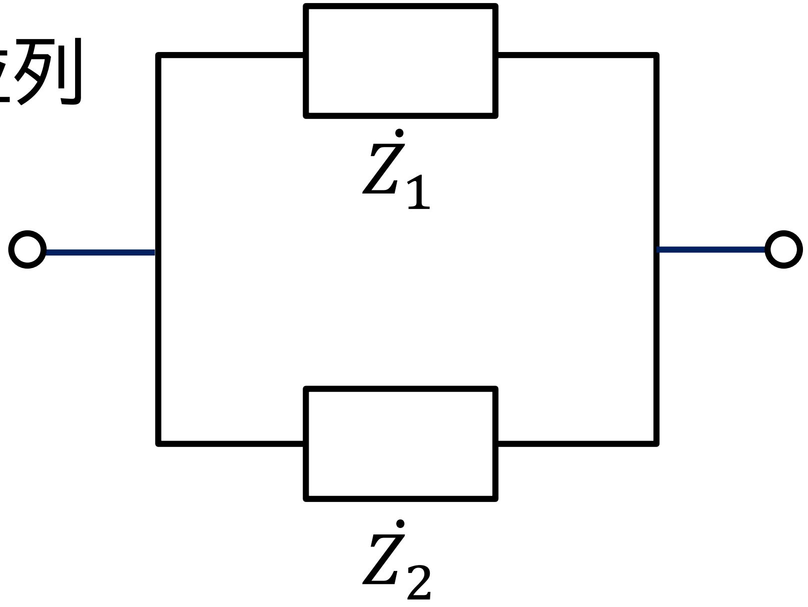
インピーダンスの合成

直列



合成インピーダンス: $\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2$

並列

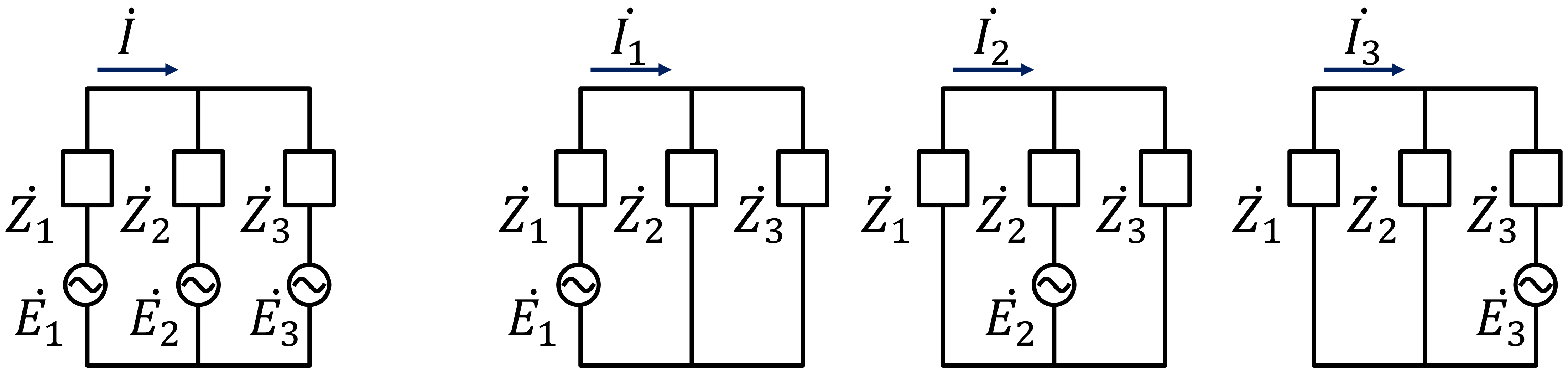


合成インピーダンス: $\dfrac{1}{\frac{1}{\dot{Z}_1}+\frac{1}{\dot{Z}_2}}$

注. キャパシタの直列接続で, 上式が成り立つには, もともと電荷がたまっていないという条件が必要

重ね合わせの原理

- 複数の電源を含む回路の電流分布は, 電源が個々に単独に存在する場合の電流分布の和に等しい
  - 線形回路において成り立つ

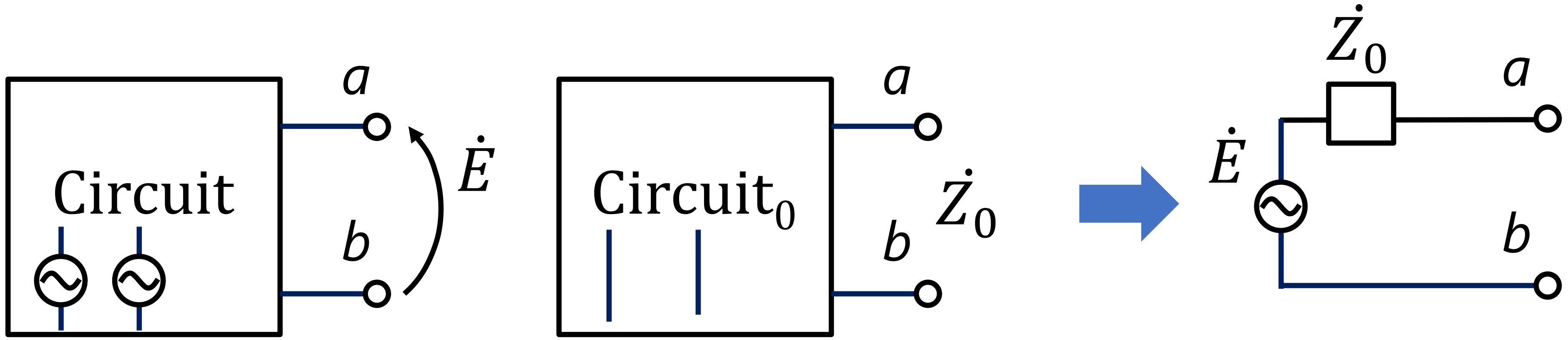


$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

注. 電源が異なる周波数の場合は, 周波数毎に分けて考えることができる

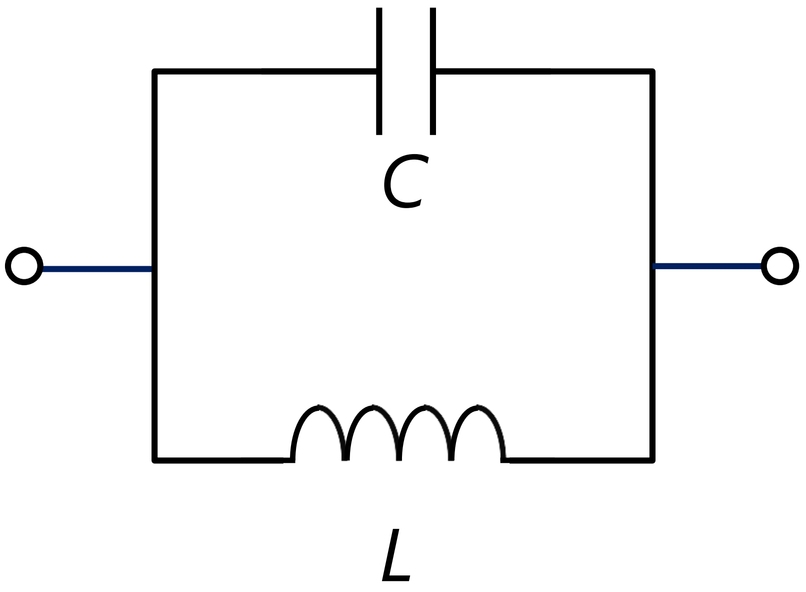
交流回路のテブナンの定理

- 対象：抵抗と同一周波数の交流電源からなる回路
  - 端子a, bをもつ
- 任意の回路を, 複素電圧$\dot{E}$をもつ電源とインピーダンス$\dot{Z}_0$の直列に置き換えられる
  - $\dot{E}$：端子bからaへの複素電圧
  - $\dot{Z}_0$：電圧源を短絡したときの端子a –b間のインピーダンス



問04

(a)



合成インピーダンスは？

(b)　RC直列回路のフェーザ図(1), (2), (3)に対応する複素電圧 $(\dot{V}_R, \dot{V}_C\,, E)$は？