

13-7.

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid i < j < k \}$$

L は CFL と仮定する。 n を反復補題で定める変数とし、

$$Z = a^{n+1} b^n c^{n+1} \text{ とする。}$$

$$Z = UVWXY \text{ (ただし、} |VWX| \leq n, VX \neq \epsilon \text{) とすると、}$$

$|VWX| \leq n$ なので、 VWX 中の記号は a, b, c の1種類か、隣接する2種類の組み合わせである。

(i) 1種類で構成される時、

$VX \neq \epsilon$ より、 VX には同記号文字が少なくとも1つは含まれる。

$$\text{このとき、} 0 \text{ 回の反復 } UV^0WX^0Y = UWY \text{ は}$$

該当する記号が a ならば a は n 個未満であり、 c ならば $n+1$ 個未満である。

前者の場合は、 $i < j$ に矛盾し、後者の場合は $j < k$ に矛盾する。

よって、 VWY は L に属さない。

(ii) 2種類で構成される時、

$VX \neq \epsilon$ より、 VX にはその2種類の記号のうち、少なくとも1種の文字が少なくとも1つは含まれる。

$$\text{このとき、} 0 \text{ 回の反復 } UV^0WX^0Y = UWY \text{ は、}$$

VW に含まれていた記号が a ならば a は n 個未満であり、 c ならば c は $n+1$ 個未満である。

よって、(i) と同様 $i < j$, $j < k$ に矛盾するため、 VWY は L に属さない。

(i), (ii) より、 L は反復補題を満たさないのて、CFLではない //