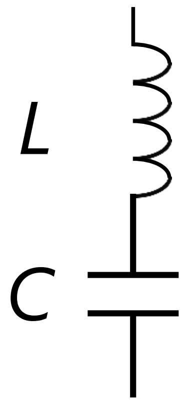
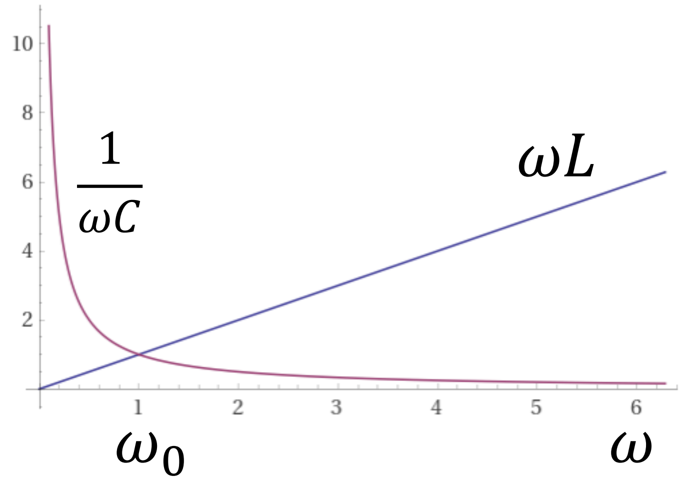
共振回路
Resonant circuit

- 共振
  - 特定の周波数で, 素子のインピーダンスが打ち消しあう現象
    - この周波数を, 共振周波数とよぶ

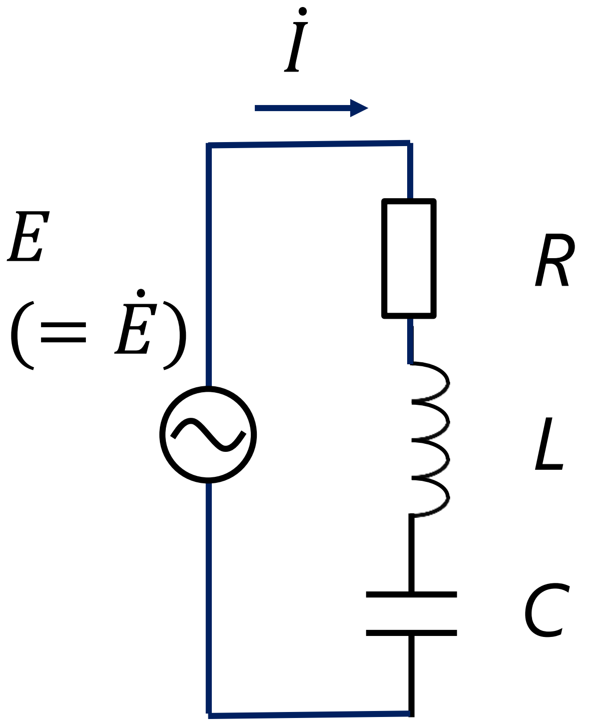
- 例. LとCの直列の合成インピーダンス
  - $\dot{Z} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$
    - $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$のとき, $\dot{Z} = 0$
  - 共振周波数 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$





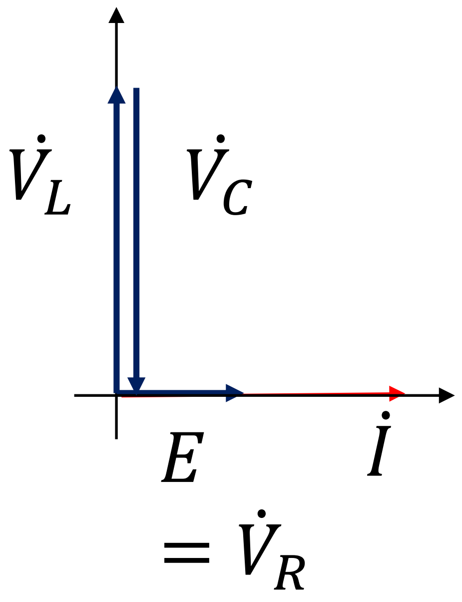
RLC直列回路

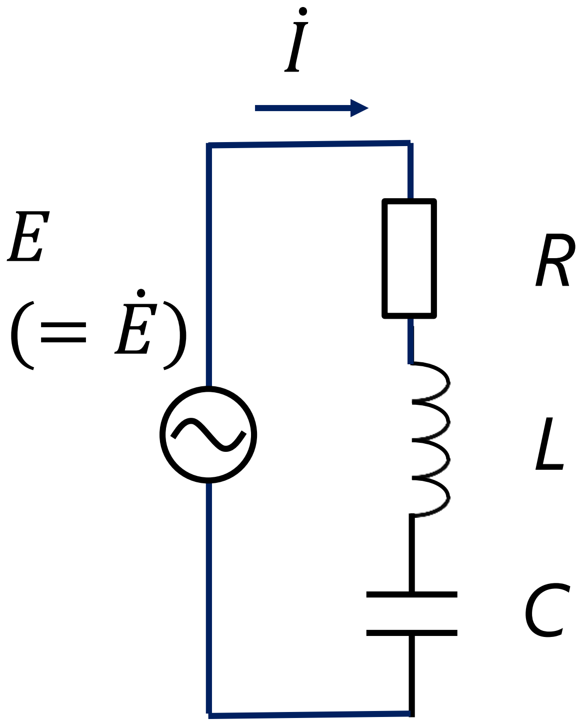
- RLC直列回路のインピーダンスと電流
  - $\dot{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$
  - $\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{E}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$
    - $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$のとき, つまり,
      $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$のとき, 電流が最大値$\frac{E}{R}$となる



RLC直列回路

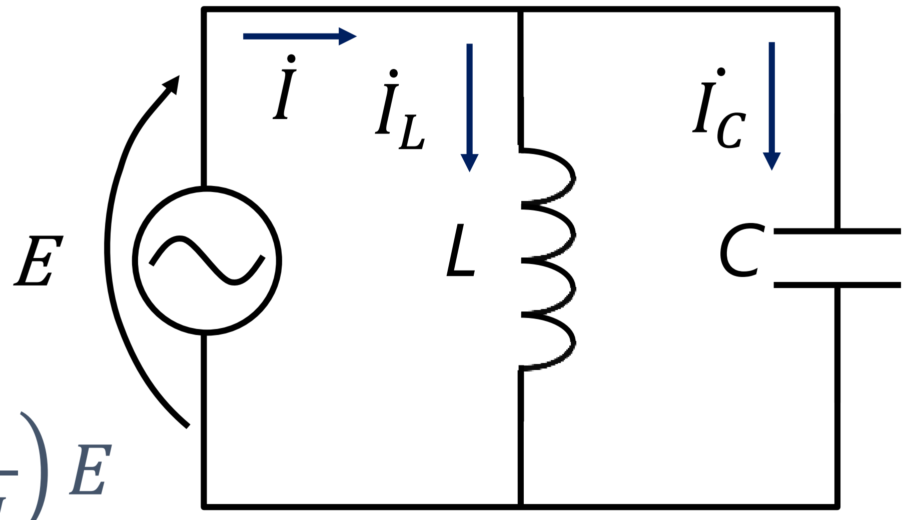
- 共振角周波数$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$における電流
  - $\dot{I} = \frac{E}{R}$
- 共振角周波数における電圧
  - $\dot{V}_R = R\dot{I} = E$
  - $\dot{V}_L = j\omega L\dot{I} = j\omega L\frac{E}{R}$
  - $\dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\dot{I} = -j\frac{1}{\omega C}\frac{E}{R}$
    ☛ $\dot{V}_L$との一致を確認





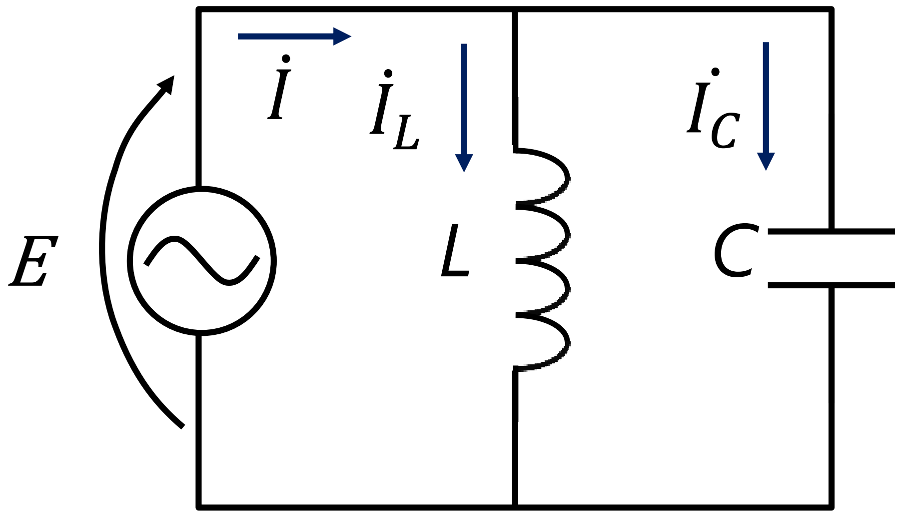
LC並列共振回路

- 電流
  - $\dot{I}_L = \frac{E}{j\omega L}$
  - $\dot{I}_C = \frac{E}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega CE$
  - $\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_C = \left(\frac{1}{j\omega L} + j\omega C\right)E = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)E$
    - $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$のとき, つまり,
      $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$のとき$\dot{I} = 0$となる

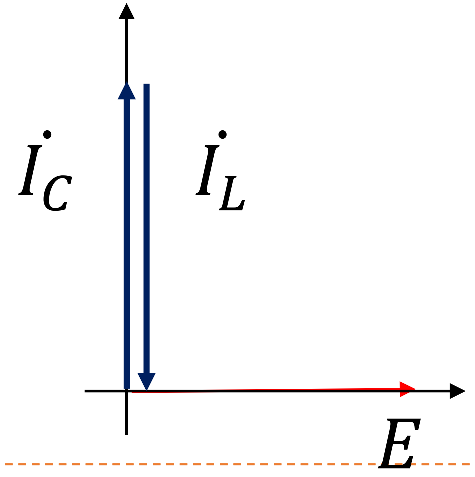


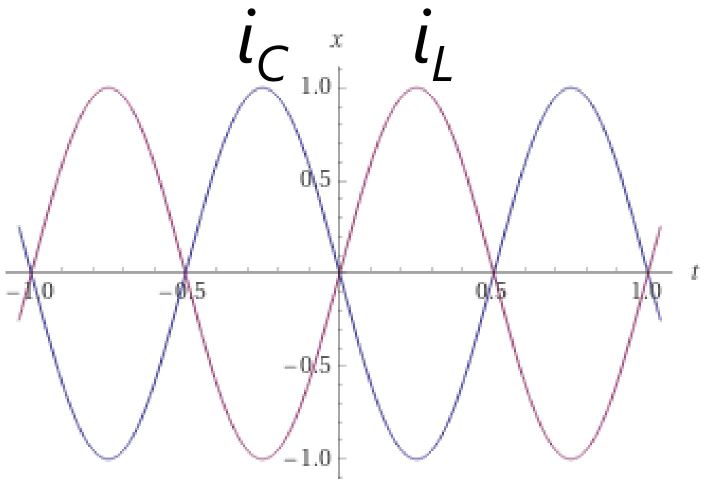
LC並列共振回路

- 共振角周波数$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$における電流
  - $\dot{I}_L = \frac{E}{j\omega_0 L} = -j\frac{\sqrt{C}}{L}E$
  - $\dot{I}_C = \frac{E}{\frac{1}{j\omega_0 C}} = j\frac{\sqrt{C}}{L}E$
  - $\dot{I} = \dot{I}_L + \dot{I}_C = 0$



LCを含むループだけで
電流が流れる

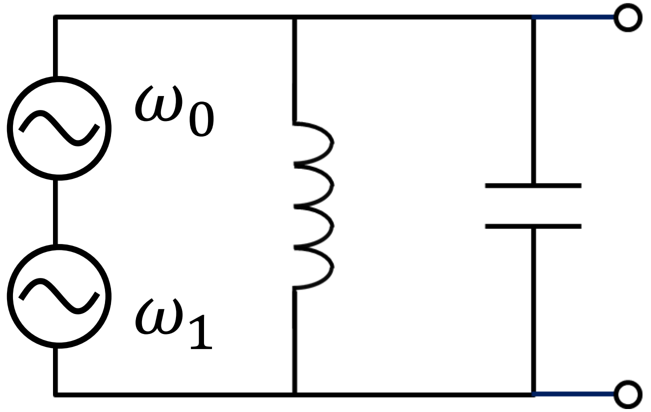




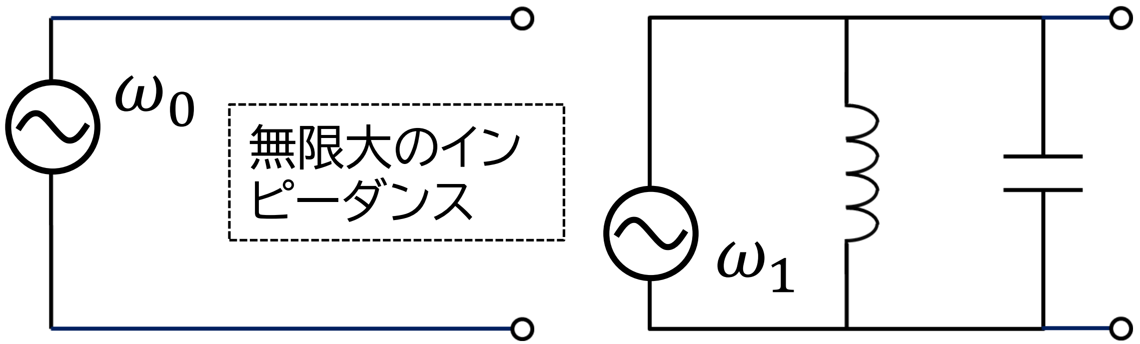
LC並列共振回路

- 合成インピーダンスを考える
  - $\dot{Z} = \dfrac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C} = \dfrac{1}{j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$
  - 共振角周波数のとき, 無限大になる

➡共振角周波数の電流を抽出できる



周波数の異なる電圧源



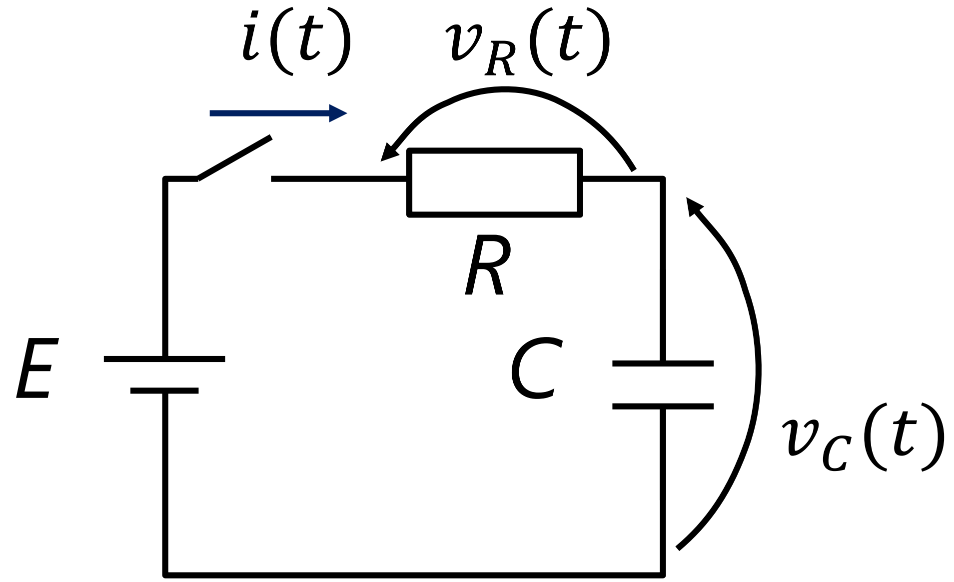
電圧源毎に分けた回路

過渡現象
transient phenomenon

- 定常状態 steady state
  - 変化後十分に時間が経過した後の状態
- 過渡現象 transient phenomenon
  - 変化に対する一時的な動作

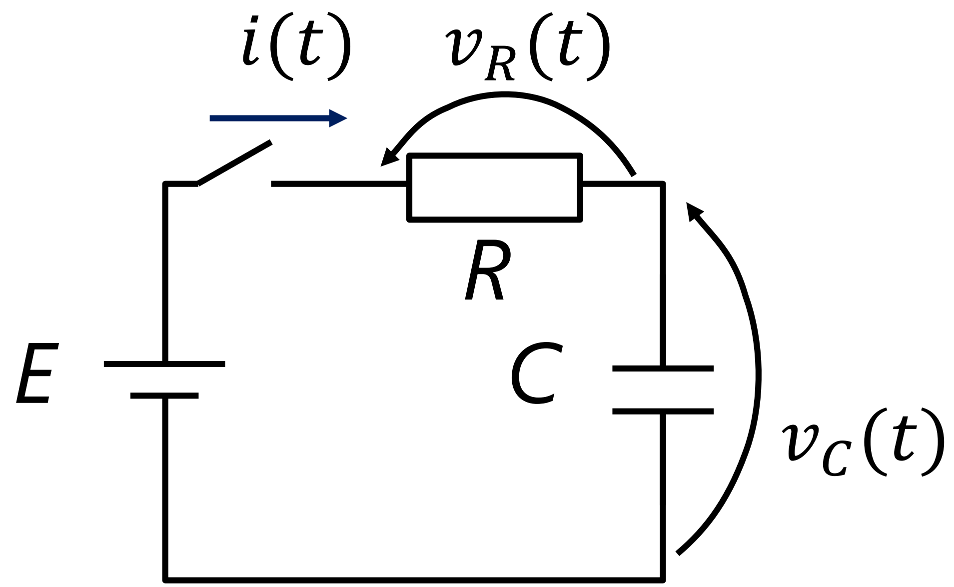
RC直列回路の過渡現象

- キャパシタの充電を考える
- 仮定
  - 時刻t=0でスイッチを閉じる
  - 時刻t=0でキャパシタの電荷は0
    - $v_c(0) = 0$
- 回路の動作
  - 電流がCに流れ, v_cが上昇
  - 次第に電流が少なくなり, v_cの上昇も緩やかになる
  - 完全に充電されるとv_c=Eとなり電流は0となる



RC直列回路の過渡現象

- 電流
  - $i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dv_C(t)}{dt}$
- 電圧に関して成り立つ式
  - $v_R(t) = Ri(t)$
  - $v_C(t) + v_R(t) = E$
- 得られる微分方程式
  - $v_c(t) + RC\frac{dv_C(t)}{dt} = E$
    - 1階線形:微分の最大の回数が1で, 1次式
    - 非斉次:v_cを含まない項が0以外



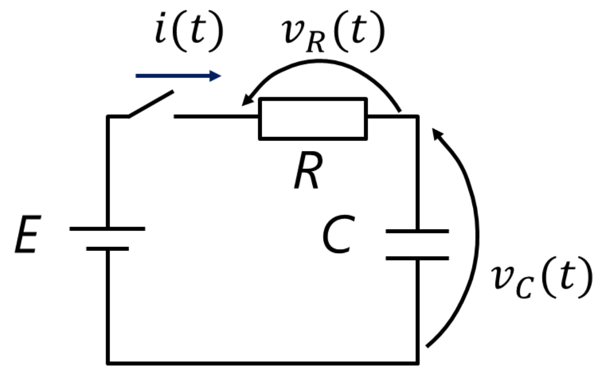
微分方程式の解き方

1. 定常解をもとめる
   - 定常状態を考える
     - 一般には特解(particular solution)とよぶ
2. 過渡解をもとめる
   - $a\frac{dv(t)}{dt}+bv(t)=0$の形の微分方程式の解
     - 一般には余解(complementary solution)とよぶ
3. 一般解をもとめる
   - 定常解+過渡解＝一般解
   - 初期条件から任意定数の値をもとめる

定常解をもとめる

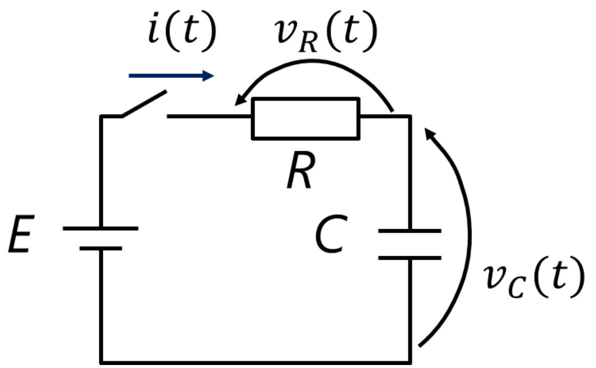
- 定常解（stationary solution）
  - 定常状態を考える
  - $t \to \infty$のときv_Cになるので, $\frac{dV_c}{dt} = 0$とする
- 得られる定常解
  - $v_C = E$
    - ☛ 解になっていることを確認

$$\boxed{v_c(t) + RC\frac{dv_C(t)}{dt} = E}$$



過渡解をもとめる

$$v_c(t) + RC\frac{dv_C(t)}{dt} = E$$



- 過渡解 (transient solution)
  - 左辺を0とした斉次微分方程式の解
  - 1階の定数係数の斉次微分方程式 $a\frac{dv}{dt} + v = 0$ の一般解は $v = Ae^{-\frac{1}{a}t}$
    - A: 任意定数
- $v_c(t) + RC\frac{dv_C(t)}{dt} = 0$の解は

$$v_C(t) = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$$

一般解をもとめる

- 一般解は定常解と過渡解の和

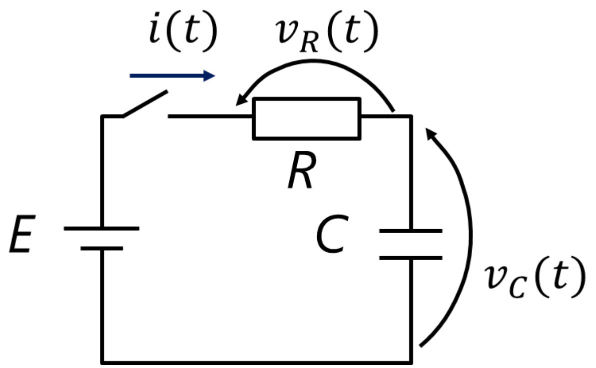
$$v_C = E + A\mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t}$$

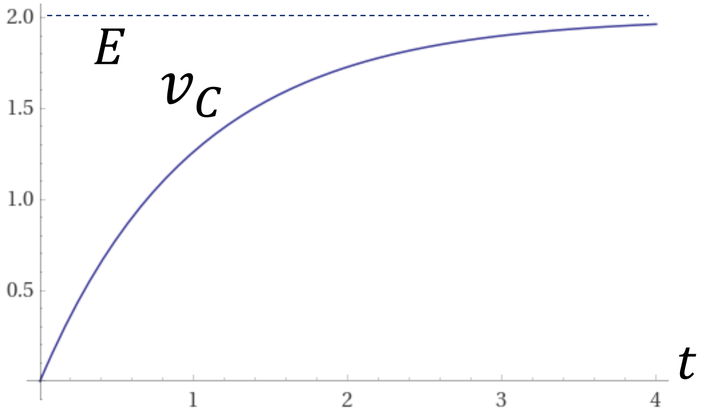
- 任意定数Aの値の決定
  - 仮定より t=0のとき, v_c=0だから
  - $v_c(0) = E + A = 0$
  - よって, $A = -E$
- 最終的に求まる解

$$v_C = E(1 - \mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t})$$

☛ 解になっていることを確認

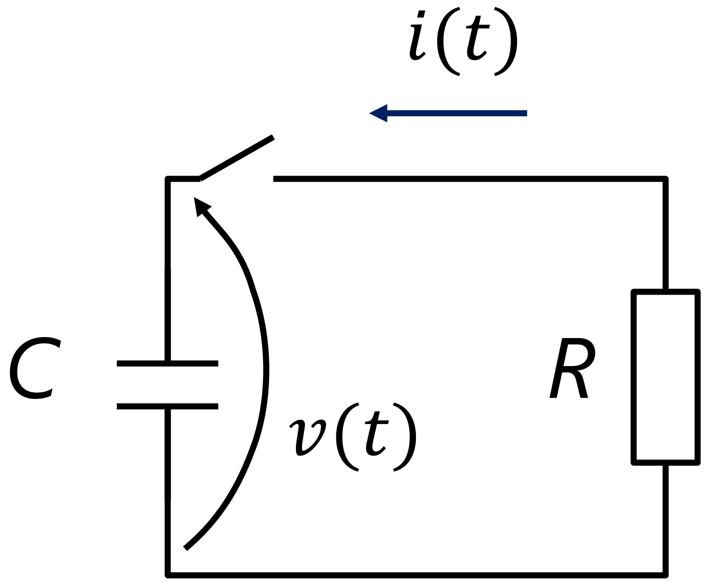
$$\boxed{v_c(t) + RC\frac{dv_C(t)}{dt} = E}$$





放電の過渡現象

- キャパシタの放電を考える
- 仮定
  - 時刻t=0でスイッチを閉じる
  - 時刻t=0で$v(0)=E$
- $i = C\dfrac{dv}{dt}$
- $i = -\dfrac{v}{R}$
- $v + RC\dfrac{dv}{dt} = 0$



放電の過渡現象

- 定常解
  - $v=0$
- 過渡解
  - $v=A\mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t}$
    - A: 任意定数
- 一般解
  - $v=A\mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t}$
  - $t=0$のとき$v=E$より, $A=E$

よって　$v=E\mathrm{e}^{-\frac{1}{RC}t}$

$$\boxed{v+RC\frac{dv}{dt}=0}$$