

計算論 A 中間試験

(解答時間：75分)

1. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする. Σ 上の次の各言語を認識する有限オートマトンを状態遷移図で表せ. ただし, 有限オートマトンは決定性有限オートマトンとし, なるべく少ない状態数で実現すること. (26 点)
 - (1) 1 で始まる語で, 2 進数と見なしたときに 3 の倍数となる語の全体
 - (2) 正規表現 $(01)^*0^* + (10)^*1^*$ で表される言語
2. L を $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の任意の正規言語とする. $\text{Even}(L)$ を, L に属する偶数長 (0 も偶数とする) の語すべてからなる言語とする. つまり, $\text{Even}(L) = \{x \mid x \in L, \text{かつ}, |x| \text{ が偶数}\}$ とする. このとき, $\text{Even}(L)$ が正規言語であることを, 次の 2 通りの方法で証明せよ. (20 点)
 - (a) L を認識するオートマトン M から, $\text{Even}(L)$ を認識するオートマトン M' を構成する方法を示す.
 - (b) 正規言語が集合演算 \cap に関して閉じているという性質を利用する.
3. 次の状態遷移表で表された決定性有限オートマトン M_0 について, 以下の問に答えよ. (30 点)

		入力	
		0	1
初期状態→	p	u	r
	q	s	t
受理状態→	r	q	u
受理状態→	s	t	p
	t	r	t
	u	u	s

- (1) M_0 を簡単化し, M_0 と同じ言語を認識する最簡形の決定性有限オートマトン M_1 を求め, その状態遷移図を示せ. ただし, M_1 の導出過程が分かるように解答すること.
 - (2) M_0 が認識する言語を正規表現で表せ.
4. $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の言語 $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \neq |w|_1\}$ が正規言語でないことを, 次の 2 通りの方法で証明せよ. ただし, $|w|_0, |w|_1$ はそれぞれ, 語 w に含まれる 0 の数, 1 の数を表すものとする. (24 点)
 - (1) 繰返し定理 (変形版を使用してもよい), あるいは, Myhill-Nerode の定理のいずれかを用いて証明せよ.
 - (2) $L' = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ が正規言語でないという事実と, 正規言語が集合演算に関して閉じているという事実を用いて証明せよ.