

計算論 A 中間試験

1. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする. Σ 上の次の各言語を認識する有限オートマトンを状態遷移図で表せ.

ただし, 有限オートマトンは決定性有限オートマトンとすること. (20点)

(1) 0100 を含む語の全体

(2) 1 で始まる語で, 2 進数と見なしたときに 3 の倍数となる語の全体 (11, 110, 1001 など)

2. $\Sigma = \{0, 1\}$ とする. Σ 上の次の各言語を, 正規表現で表せ. (20点)

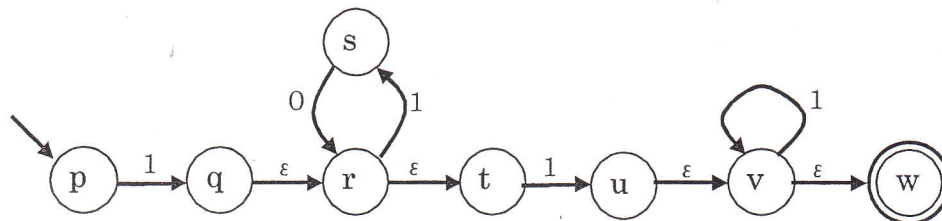
(1) 000 を含む語の全体

(2) 0 が 3 つ続いて現れることがない語の全体

3. 下図の単純遷移システム (ϵ 遷移のある非決定性有限オートマトン) M について, 以下の問に答えよ. (25点)

(1) M の各状態 x に対し, ϵ - 閉包 ϵ - closure(x) を求めよ.

(2) M と同じ言語を認識する決定性有限オートマトン M' を状態遷移図で示せ. M' の導出過程が分かるように解答すること.



単純遷移システム M

4. L を $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の任意の正規言語とする. $\text{Even}(L)$ を, L に属する偶数長の語すべてからなる言語とする. つまり, $\text{Even}(L) = \{x \mid x \in L, \text{かつ}, |x| \text{が偶数}\}$ とする. このとき, $\text{Even}(L)$ が正規言語であることを, 次のいずれかの方法で証明せよ. ただし, 0 も偶数とする. (10点)

(a) L を認識するオートマトン M から, $\text{Even}(L)$ を認識するオートマトン M' を構成する方法を示す. ただし, 構成された M' が $\text{Even}(L)$ を認識することも説明すること.

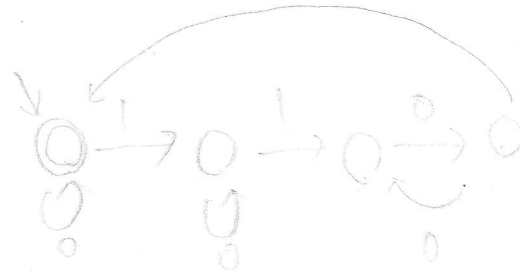
(b) 正規言語が集合演算 \cap に関して閉じているという性質を利用する.

【裏面につづく】

5. ϵ 遷移のある非決定性有限オートマトン $M = (\{p, q, r, s\}, \{0, 1\}, \delta, p, \{p\})$ が認識する言語を正規表現で表せ。ただし、状態遷移関数 δ は次の状態遷移表で表されるものとする。また、正規表現の導出過程が分かるように解答すること。(15点)

	ϵ	0	1
p	—	p	q
q	—	q	r
r	—	s	—
s	p	r	—

$$r = 0p + 00r$$



6. 繰返し定理に関する以下の問いに答えよ。(20点)

- (1) 次の繰返し定理 (変形版) が成り立つことを証明せよ (定理の証明の概略を示せ)。「正規言語 L に対し、もし、 $w \in L$ かつ $|w| > p$ なら、 $w = xyz$ (ただし、 $0 < |xy| \leq p$, $y \neq \epsilon$) と表せ、かつ、任意の j (ただし、 $j \geq 0$) に対して $xy^jz \in L$ であるような正整数 p が存在する。」
- (2) (1)の繰返し定理を用いて、 $\Sigma = \{0, 1\}$ 上の言語 $L = \{0^x 1^y 0^x \mid x > 0, y > 0\}$ が正規言語でないことを証明せよ。

