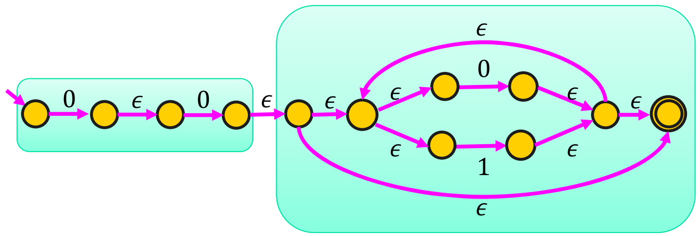
ミニレポート 4-1

(1) $00(0+1)^*$ を受理する ϵ-NFA を示しなさい

(2) (1)の ϵ-NFA から ϵ-動作を除去しなさい

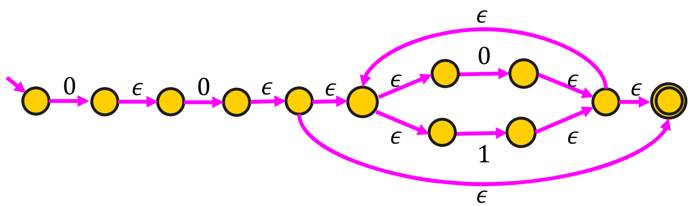
ミニレポート 4-1(1)：解答例

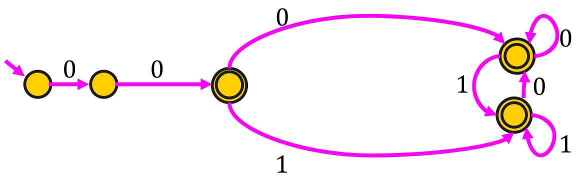
(1) $00(0+1)^*$ を受理する ϵ-NFA を示しなさい



ミニレポート 4-1 (2)：解答例(1)

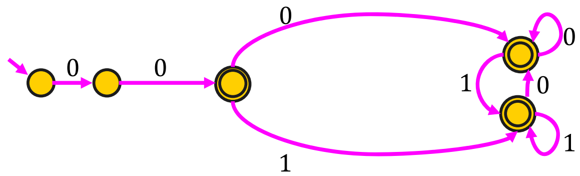
(2) (1)の ϵ-NFA から ϵ-動作を除去しなさい

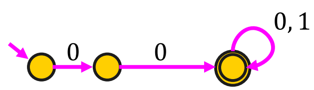




ミニレポート 4-1 (2)：解答例(2)

(2) (1)の ϵ-NFA から ϵ-動作を除去しなさい





この課題では必要ないけど，
ここまで簡略化できる

ミニレポート 4-2

正則表現の形で表される次の法則を証明しなさい．

(1) $(L^*)^* = L^*$

(2) $(L+M)^* = (L^*M^*)^*$

ミニレポート 4-2 (1)：解答例

(1) $(L^*)^* = L^*$

正則表現 E **が表す言語を** $L(E)$ **と表すべきであるが，以下では，単に** E **と表す．**
任意の正則表現 E **に対し**$E \subseteq E^*$ **は明らか．従って，**$L^* \subseteq (L^*)^*$ **が成立**
以下では，$(L^*)^* \subseteq L^*$ **を証明する．**
任意の $w \in (L^*)^*$ **について考える．**$w = \epsilon$ **のとき，**$w \in L^*$ **は明らか．**
$w \in (L^*)^*\ (w \neq \epsilon)$ **なら** $w = u_1 u_2 \dots u_k\ (k \geq 1, u_i \in L^*, u_i \neq \epsilon)$ **と表せる**
また，$u_i = v_{i,1} v_{i,2} \dots v_{i,h_i}\ (h_i \geq 1, v_{i,j} \in L, v_{i,j} \neq \epsilon)$ **と表せる**
これらから，$w = v_{1,1} v_{1,2} \dots v_{1,h_1} v_{2,1} v_{2,2} \dots v_{2,h_2} \dots v_{k,1} v_{k,2} \dots v_{k,h_k} \in L^*$ **が成り立つ．**$(L^*)^* \subseteq L^*$ **が成立**

ミニレポート 4-2 (2)：解答例

(2) $(L+M)^* = (L^*M^*)^*$

正則表現 E **が表す言語を以下では，単に** E **と表す．**
$(L+M)^* \subseteq (L^*M^*)^*$ **の証明はテキスト p. 131**
以下では，$(L^*M^*)^* \subseteq (L+M)^*$ **を証明する**
任意の $w \in (L^*M^*)^*$ **について考える．**$w = \epsilon$ **のとき，**$w \in (L+M)^*$ **は明らか．**
$w \in (L^*M^*)^*\ (w \neq \epsilon)$ **なら** $w = u_1 u_2 \dots u_k\ (k \geq 1, u_i \in L^*M^*, u_i \neq \epsilon)$ **と表せる**
また，$u_i = v_{i,1} v_{i,2} \dots v_{i,j} v_{i,j+1} \dots v_{i,h_i}\ (h_i \geq 1, v_{i,x} \in L, 1 \leq x \leq j, v_{i,y} \in M, j+1 \leq y \leq h_i)$ **と表せる．つまり，**$v_{i,j} \in L+M$
これらから，$w = v_{1,1} v_{1,2} \dots v_{1,h_1} v_{2,1} v_{2,2} \dots v_{2,h_2} \dots v_{k,1} v_{k,2} \dots v_{k,h_k} \in (L+M)^*$ **が成り立つ．**$(L^*M^*)^* \subseteq (L+M)^*$ **が成立**

ミニレポート 4-3

正則表現の形で表される次の法則について，正しければ法則を証明し，正しくなければ反例を示しなさい．いずれも，定理3.14の手法で行うこと．

(1) $(RS+R)^*R = R(SR+R)^*$

(2) $(R+S)^*S = (R^*S)^*$

ミニレポート 4-3(1)：解答例

(1) $(RS+R)^*R = R(SR+R)^*$

正則表現 E が表す言語を以下では，単に E と表す．
R **を記号** a，S **を記号** b **で置き換え，**$(ab+a)^*a = a(ba+a)^*$ **を示す．**
任意の $w \in (ab+a)^*a$ **は，ある** $t\ (t \geq 0)$ **に対し，**$w = (ab+a)^t a$ **と表せる．ここで，**E^t **は正則表現** E **を** t **個連接した正則表現である．**
$(ab+a)^t a = a(ba+a)^t$ **を示せば，**$(ab+a)^*a = a(ba+a)^*$ **が成り立つ．**

- $t=0$ **のとき，両辺とも** a **となり，**$(ab+a)^t a = a(ba+a)^t$ **が成立**
- $t=k$ **のとき，**$(ab+a)^t a = a(ba+a)^t$ **が成立すると仮定する**
- $t=k+1$ **のとき，**

$(ab+a)^{k+1}a = (ab+a)(ab+a)^k a = (ab+a)a(ba+a)^k$ **帰納仮定**
$= a(b+\epsilon)a(ba+a)^k$ **分配法則**
$= a(ba+a)(ba+a)^k$ **分配法則**
$= a(ba+a)^{k+1}$ **よって，**$(ab+a)^t a = a(ba+a)^t$ **が成立**

ミニレポート 4-3(2)：解答例

(2) $(R+S)^*S = (R^*S)^*$

R **を記号** a，S **を記号** b **で置き換え，**$(a+b)^*a = (a^*b)^*$ **の反例を示す．**
$\epsilon \notin (a+b)^*a$ **だが，** $\epsilon \in (a^*b)^*$
従って，$(a+b)^*a = (a^*b)^*$ **は成立せず，**$(R+S)^*S = (R^*S)^*$ **も成立しない**