No.

Date

計算理論 期末試験　09B19025　小林 亮太

[1]

(a) 文脈依存言語

(b) 文脈依存言語

(c) 文脈自由言語

[2]

(a) を選択　$L_a = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$

ε
abb
aabbbb

(2-1)

生成規則 P: $S \to \varepsilon \mid aSbb$

よって、L_a を生成する文脈自由文法 G は、

$G = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \to \varepsilon \mid aSbb\}, S)$ //

(2-2) 最終状態による受理で構成する。

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $\Sigma = \{a, b\}$.

$F = \{q_0, q_3\}$

$\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, Z_0)\}$, $\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_1, aaZ_0)\}$

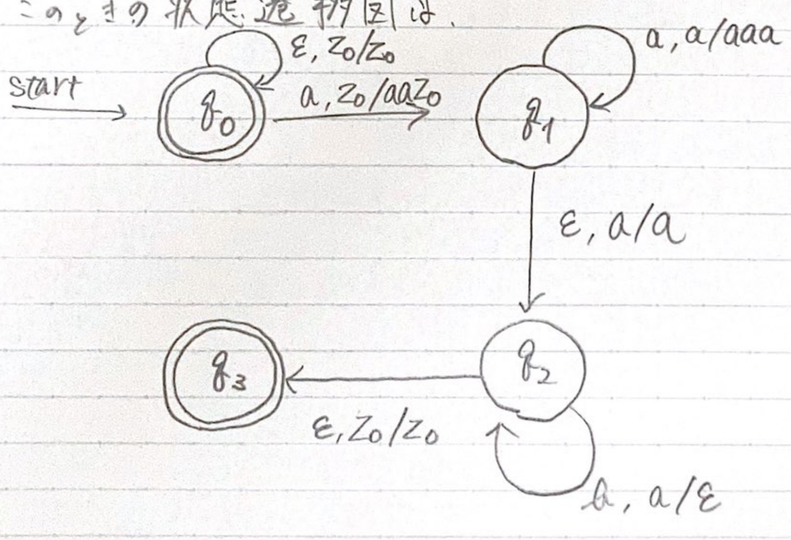
$\delta(q_1, a, a) = \{(q_1, aaa)\}$, $\delta(q_1, \varepsilon, a) = \{(q_2, a)\}$

$\delta(q_2, b, a) = \{(q_2, \varepsilon)\}$, $\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) = \{(q_3, Z_0)\}$

よって、L_a を認識するPDAは、

$P = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b\}, \{a, b, Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_0, q_3\})$

このときの状態遷移図は、



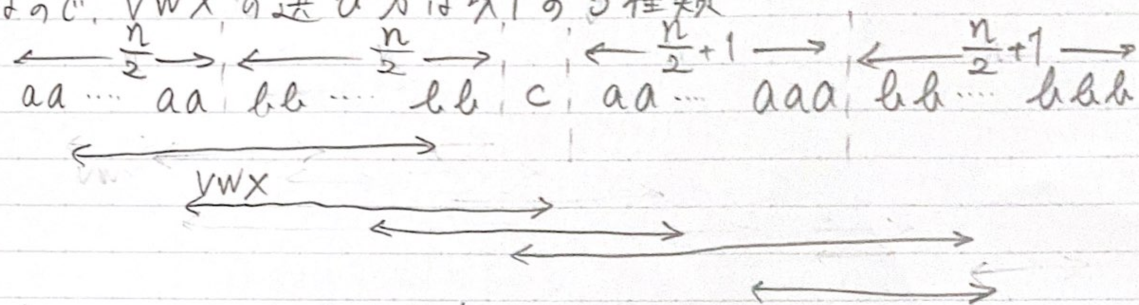
//

③ $L=\{s'cs \mid s'$はsの部分文字列。ただし、$s', s\in\{a,b\}^*\}$

(証明)

nを反復補題で定める定数とし、$z=a^{\frac{n}{2}}b^{\frac{n}{2}}c\,a^{\frac{n}{2}+1}b^{\frac{n}{2}+1}$を選ぶ

$z=uvwxy$（ただし$|vwx|\le n$, $vx\ne\varepsilon$）とすると、$|vwx|\le n$なので、vwxの選び方は以下の5種類



Case1: vwxは初めのaとbのみを含む

(i) vにaが含まれるとき、
uv^2wx^2yにおいて、s'のaの数はsのaの数以上となる。
よって、s'がsの部分文字列でなくなるので矛盾。

(ii) vにaが含まれておらず、かつxはbのみのとき、
uv^2wx^2yにおいて、s'のbの数はsのbの数以上となり、矛盾。

(iii) vにaが含まれておらず、かつxはaとbで構成されているとき、
uv^2wx^2yにおいて、s'のa,bの数はsのa,bの数以上となり、矛盾。

Case2: vwxはcと初めのaとbのみを含む
Case1の場合と同様に場合分けして矛盾が求められるため省略。

Case5: vwxはsのaとbのみを含む
Case1と同様に、(i)～(iii)の場合分けが考えられる。
それぞれの場合分けにおいて、uv^0wx^0yを考えると、
s'のa,bの数がsのa,bの数以上となり、矛盾する。

4 (b)を選択 $G_e = (\{S, A, B, C, D\}, \{a, b\}, P_e, S)$

ただし. $P_e = \{ S \to aaA \mid B$

$A \to C \mid \varepsilon$

$B \to D \mid SA \mid b$

$C \to A \mid Ca \ \}$

(4-1)

ε-規則の除去

$P_e \begin{cases} S \to aaA \mid B \mid aa \\ A \to C \\ B \to D \mid SA \mid S \mid b \\ C \to A \mid Ca \mid a \end{cases}$

単位規則の除去

(S, S) $S \to aaA \mid aa$

(A, A)

(B, B) $B \to SA \mid b$

(C, C) $C \to Ca \mid a$

(S, B) $S \to SA \mid b$

(S, D)

(A, C) $A \to Ca \mid a$

(B, D)

(B, S) $B \to aaA \mid aa$

(C, A)

これらをまとめて.

$\begin{cases} S \to aaA \mid SA \mid b \mid aa \\ A \to Ca \mid a \\ B \to aaA \mid SA \mid b \mid aa \\ C \to Ca \mid a \end{cases}$

無用な記号の除去　Z：生成的な記号の集合, Z'：到達可能な記号の集合.

$Z = \{a, b, S, A, B, C\}$

$Z' = \{S, a, A, b, C\}$

よって. $S \to aaA \mid SA \mid b \mid aa$

$A \to Ca \mid a$

$C \to Ca \mid a$　この生成規則を P_R とすると.

求める文法 G_R は.

$G_R = (\{S, A, C\}, \{a, b\}, P_R, S)$ //

(4-2)

$S \to aaA \mid SA \mid b \mid aa$
$A \to Ca \mid a$
$C \to Ca \mid a$

まずは、終端記号を変数に書き換え、終端記号を導出する規則を追加。

$S \to PPA \mid SA \mid Q \mid PP$
$A \to CP \mid P$
$C \to CP \mid P$
$P \to a$
$Q \to b$

本体の長さ3以上の規則を分割するために R_1 を追加。

$S \to PR_1 \mid SA \mid Q \mid PP$
$A \to CP \mid P$
$C \to CP \mid P$
$P \to a$
$Q \to b$
$R_1 \to PA$　この生成規則を P_R とすると、

求めるチョムスキー標準形 G_{CNF} は、

$G_{CNF} = (\{S, A, C, P, Q, R_1\}, \{a, b\}, P_R, S)$ //