

# 1.[必須問題]アルゴリズムとプログラミング

(1)

	1 巡目 (d=1)					2 巡目				
	Y=0	Y=1	Y=2	Y=3	Y=4	Y=0	Y=1	Y=2	Y=3	Y=4
X=0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0
X=1	21	1	11	0	0	11	12	11	0	0
X=2	12	2	0	0	0	21	2	0	0	0

(2)

(2-1)基数ソート

(2-2)このソートでは、 $n$  個のデータを各桁ごとにソートする。よって、 $n$  個のデータを  $k$  回並べ替えることになるため、 $O(kn)$

(2-3)このアルゴリズムでは、各データの桁ごとに、別の 2 次元配列のその桁の値のインデックスで指定された位置に格納していき、最後のデータまでそれが終われば、インデックスの小さい順から元の配列に戻すという動作により、その桁の値に対するソートが可能になる。それを最上位桁まで行うことで全体のソートが可能になっている。

(2-4)整列対象のデータ同士の比較を伴う整列アルゴリズムで時間計算量が最適とされるクイックソートの  $O(n \log n)$  より、 $k < \log n$  から  $O(kn)$  は速いため、時間計算量は良い。しかし、クイックソート等比較を伴う整列アルゴリズムでは、整列対象のデータが格納されている配列内でソートが可能であるのに対して、この整列アルゴリズムは別に 2 次元配列を用いるため、空間計算量は劣っている。

(3) (ア)  $b = r-1; b \geq 0; b--$       (イ)  $j = 0; j < \text{numbucket}[b]; j++$

## 2. [必須問題] 計算機システムとシステムプログラム(解答)

配点 : (1-1)20 点, (1-2-1)~(1-2-3)各 5 点, (1-2-4)10 点, (1-3-1)10 点, (1-3-2)10 点  
(2-1-1)10 点, (2-1-2)15 点, (2-2-1)10 点, (2-2-2)10 点, (2-3)15 点

(1)

(1-1) 20 点

- (a) (エ)アーキテクチャ
- (b) (コ)ノイマン型
- (c) (ウ)プログラムカウンタ
- (d) (イ)オペコード
- (e) (カ)オペランド

(1-2)

(1-2-1) 5 点

クロック周波数  $f$  [Hz] より 1クロックあたりの実行時間  $\frac{1}{f}$  [s]

1つの機械語命令は  $n$  段のステージに分けられて実行するので, その実行時間は  $n \times \frac{1}{f}$  [s].

$m$  個の命令を逐次的に実行した場合の実行時間は  $m \times n \times \frac{1}{f} = \frac{mn}{f}$  [s]

(1-2-2) 5 点

命令  $m$  の実行が開始する時刻は,  $\frac{m-1}{f}$  [s], 命令  $m$  の実行が終了する時刻は,  $\frac{m-1}{f} + \frac{n}{f} =$

$\frac{n+m-1}{f}$  [s].

(1-2-3) 5 点

$m$  個の機械語命令のパイプライン処理を用いた実行時間は(1-2-2)より,  $\frac{n+m-1}{f}$  [s].

単位時間当たりの命令実行数は,  $\frac{mf}{n+m-1}$ .

よって  $m \rightarrow \infty$  より,  $\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{mf}{n+m-1} = f$ .

(1-2-4) 10 点

ステージ数を増やすと, 1つの命令が完了してから次の命令が完了するまでの遅延時間を短くできるから.

(1-3)

(1-3-1) 10 点

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
MOV R1,(A)	IF	D	OF	EX	S				
MOV R2,(B)		IF	D	OF	EX	S			
ADD R1,R2			IF	D	→	→	OF	EX	S

(1-3-2)10 点

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
MOV R1,(A)	IF	D	OF	EX	S						
MOV R2,(B)		IF	D	→	→	OF	EX	S			
ADD R1,R2			IF	D	→	→	→	→	OF	EX	S

(2)

(2-1)

(2-1-1) 10 点

キャッシュヒット率が 80%なので，平均アクセス時間は次の式で求められる．

$$2 \times \frac{80}{100} + 50 \times \frac{100 - 80}{100} = 11.6[\text{ns}]$$

(2-1-2)15 点

求めるキャッシュヒット率を  $x\%$  とする．すると，次の等式が成り立つ．

$$4 \times \frac{x}{100} + 50 \times \frac{100 - x}{100} = 11.6$$

この等式を解く．

$$x = 83.36 \dots$$

よって求めるキャッシュヒット率は 83.4%

(2-2)

(2-2-1)10 点

空間的参照局所性 一度アクセスされたデータは繰り返し利用される確率が高い．

(2-2-2)10 点

時間的参照局所性 近いアドレスに格納されたデータはまとまってアクセスされる確率が高い．

(2-3)15 点

キャッシュメモリは高速にアクセスできる，小容量であり，一方メインメモリはアクセスに時間がかかるが，大容量である．そのため，両者で階層を作ることより，データに効率よくアクセスできる．

### 3. [選択問題] 離散構造(解答)

配点 : (1-1)~(1-5)各 6 点, (1-6)7 点, (1-7)7 点, (1-8-1)6 点, (1-8-2)15 点  
(2-1)12 点, (2-2)15 点, (2-3)20 点, (2-4)13 点

(1)

(1-1) 6 点

マスの状態は図 1 参照.

$$x_{115} = \text{false}$$

$$x_{214} = \text{true}$$

$$x_{841} = \text{false}$$

(1-2) 6 点

1 マスに対して存在する命題変数の個数は, 整数 $k(1 \leq k \leq n^2)$ なので,  $n^2$ 個である.  
つまり, 縦 $n^2 \times$ 横 $n^2 = n^4$ のマスに対して存在する命題変数の個数は $n^6$ 個である.

(1-3) 6 点

$$x_{111} \vee x_{112} \vee x_{113} \vee x_{114} \vee x_{115} \vee x_{116} \vee x_{117} \vee x_{118} \vee x_{119} = \bigvee_{1 \leq k \leq 9} x_{11k}$$

(1-4) 6 点

(1-3)の結果を用いて, ド・モルガンの法則で CNF に変換すると次のようになる.

$$A(i, j) = \bigvee_{1 \leq k \leq n^2} x_{ijk} = \neg \bigwedge_{1 \leq k \leq n^2} \neg x_{ijk}$$

(1-5) 6 点

$$A = A(1,1) \wedge A(1,2) \wedge \dots \wedge A(n^2, n^2 - 1) \wedge A(n^2, n^2) = \bigwedge_{1 \leq i \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq j \leq n^2} A(i, j)$$

(1-6) 7 点

任意の  $i$  行目に対して,  $j (1 \leq j \leq n^2 - 1)$  列目のマスに整数  $k$  が入っていれば,  $l (j < l \leq n^2)$  列目のマスに整数  $k$  が入ることはない.

$$B = \bigwedge_{1 \leq i \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq j < l \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq k \leq n^2} (\neg x_{ijk} \vee \neg x_{ilk})$$

(1-7) 7 点

(1-6)と同様に考える.

$$C = \bigwedge_{1 \leq i < l \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq j \leq n^2} \bigwedge_{1 \leq k \leq n^2} (\neg x_{ijk} \vee \neg x_{ljk})$$

(1-8)

(1-8-1)6 点

マスの状態は図 2 を参照.

$$\text{Assign} = x_{131} \wedge x_{142} \wedge x_{211} \wedge x_{222} \wedge x_{234} \wedge x_{321} \wedge x_{332} \wedge x_{344} \wedge x_{443}$$

(1-8-2)15 点

4 行 3 列目のマスに注目する. (2 行 4 列目でも可)

このマスには, 1, 2, 3, 4 のすべての数字が入れないことを利用して充足不能を導く.

まず,  $A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge \text{Assign}$  は CNF 式である. 4 行 3 列目について, それぞれの論理式  $P_A, P_B, P_C, P_{\text{Assign}}$  を展開できる.

$$P_A = (x_{431} \vee x_{432} \vee x_{433} \vee x_{434})$$

$$P_B = (\neg x_{131} \vee \neg x_{431}) \wedge (\neg x_{234} \vee \neg x_{434}) \wedge (\neg x_{332} \vee \neg x_{432})$$

$$P_C = (\neg x_{433} \vee \neg x_{443})$$

$$P_{\text{Assign}} = x_{131} \wedge x_{234} \wedge x_{332} \wedge x_{443}$$

よって,

$$P_A \wedge P_B \wedge P_C \wedge P_{\text{Assign}}$$

に対して, 導出原理を考えると,

$$R_1 = P_B \wedge P_C \wedge P_{\text{Assign}} = (\neg x_{431} \wedge \neg x_{432} \wedge \neg x_{433} \wedge \neg x_{434})$$

よって,

$$R_1 \wedge P_A = \text{空節}$$

空節を導けたので,  $A \wedge B \wedge C \wedge D \wedge \text{Assign}$  の充足不能を示せた.

そのため, 命題 P は成り立つ.

(2)

(2-1)12 点

記載された図より, 有効グラフ G は次のように表せる.

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$E = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (5, 4)\}$$

このとき,  $R_0, R_1, R_2, R_3$  は次のようになる.

$$R_0 = S_0 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5)\}$$

$$R_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (5, 4)\}$$

$$R_2 = \{(1, 3), (2, 1), (3, 2), (2, 4)\}$$

$$R_3 = \{(1, 1), (1, 4), (2, 2), (3, 3)\}$$

求める  $R_3$  が得られた.

(2-2)15 点

$S_n \neq S_{n+1}$  と仮定する.

このとき,  $|S_{n+1}| > |S_n|$  なので,  $|S_{n+1}| = |S_n| + f(n)$  ( $f(n) > 0$ ) と表せる.

よって,  $|S_n| = |S_0| + \sum_{i=0}^{n-1} f(i)$

$n \rightarrow \infty$  とすると,  $|S_n| \rightarrow \infty$  となる.

しかし,  $|S_n| \leq |V| \times |V|$  なので, 矛盾する.

よって,  $S_n \neq S_{n+1}$  は矛盾しているので, ある非負の整数  $n$  が存在して  $S_n = S_{n+1}$  が成り立つことが証明できた.

(2-3)20 点

$S$  が同値関係であることを示すには, 反射律, 対称律, 推移律が成り立つことを示せばよい.

反射律:

$S_0 = \{(u, u) | u \in V\} \wedge S_n, S_n^{-1} \supset S_0$  より,  $u S_n u \rightarrow u S_n^{-1} u$ . よって,  $S = S_n \cap S_n^{-1}$  について  $u \sim u$  を満たすため, 反射律が成り立つ.

対称律:

$(u, v) \in S_n$  について,  $u S_n v \rightarrow v S_n^{-1} u$  を満たす.

よって,  $S = S_n \cap S_n^{-1}$  について  $u \sim v \Rightarrow v \sim u$  を満たすため, 対称律が成り立つ.

推移律:

$\forall u, v, w \in V, ((u, v) \in R_i) \wedge ((v, w) \in R_j) \Rightarrow (u, w) \in R_{i+j}$  より,

$((u, v) \in S_n) \wedge (v, w) \in S_n \Rightarrow (u, w) \in S_n \dots \textcircled{1}$  を満たす.

同様に考えて,  $((u, v) \in S_n^{-1}) \wedge (v, w) \in S_n^{-1} \Rightarrow (u, w) \in S_n^{-1} \dots \textcircled{2}$  を満たす.

よって,  $\textcircled{1}$  と  $\textcircled{2}$  から  $S = S_n \cap S_n^{-1}$  について  $u \sim v \wedge v \sim w \Rightarrow u \sim w$  を満たすため, 推移律が成り立つ.

以上より, 反射律, 対称律, 推移律が成り立つので,  $S$  は同値関係である.

(2-4)13 点

$\forall v \in V, [v]_s$  は (0 個以上の頂点を通り)  $v$  から  $v$  へ一周して戻ってきたときに, ( $v$  自身も含めて) 通過する頂点集合を表す.

例)  $v=1$  のとき,  $[v]_s = \{1, 2, 3\}$  これは,  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$  と遷移しているときに得られる.

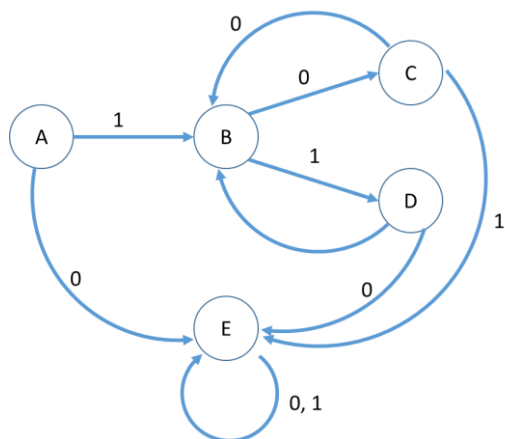


図 1

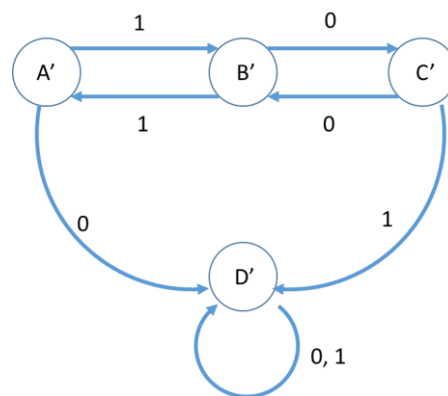


図 2

#### [4]計算理論

(1)

(1-1)  $1(00+11)^*0$

(1-2) 111110

(1-3)  $\{b, c, e, f, h, i, j\}$

(1-4) 図 1

(1-5) 図 2

(2)

(2-1)

$G_4 = (V_4, T_4, P_4, S_4)$

$V_4 = V_1 \cup V_2 \cup \{S_4\}$  ただし  $\text{not}(S_4 \in (V_1 \cup V_2))$

$T_4 = T_1 \cup T_2$

$P_4 = \{S_4 \rightarrow S_1 S_2\} \cup P_1 \cup P_2$

(2-2)

(2-1)で構成した生成規則により,  $S_4 \rightarrow$

$S_1 S_2$

ここで,  $S_1, S_2$  それぞれに注目すると,

$S_1$ に $P_4$ を適用するとき,

$P_4 = \{S_4 \rightarrow S_1 S_2\} \cup P_1 \cup P_2$ であるが,

$V_1 \cap V_2 = \emptyset$  かつ  $V_1 \cap \{S_4\} = \emptyset$

より,  $S_1$ に適用できる生成規則は $P_1$ のみであるため,  $S_1 \rightarrow \omega_1$ と表せる.

同様に,  $S_2 \rightarrow \omega_2$ と書け,  $S_1 S_2 \rightarrow \omega_1 \omega_2$ よって,  $G_4$ は $L_4$ 以外の言語を生成しないので,  $L(G_4) \subseteq L_4$ .

(2-3)

(2-2)より,

$G_4$ の開始記号 $S_4$ より

$S_4 \rightarrow S_1 S_2$ ((2-1)で定義した規則)

$S_1 S_2 \rightarrow \omega_1 S_2$ (規則 $P_1$ )

$\omega_1 S_2 \rightarrow \omega_1 \omega_2$ (規則 $P_2$ )

よって $G_4$ によって $L_4$ の任意の言語を生成できるため,  $L(G_4) \supseteq L_4$ .

## 6. 電子回路と論理設計

(1)

(1 - 1)

$x_i$	$y_i$	$c_i$	$c_{i+1}$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

(1 - 2)

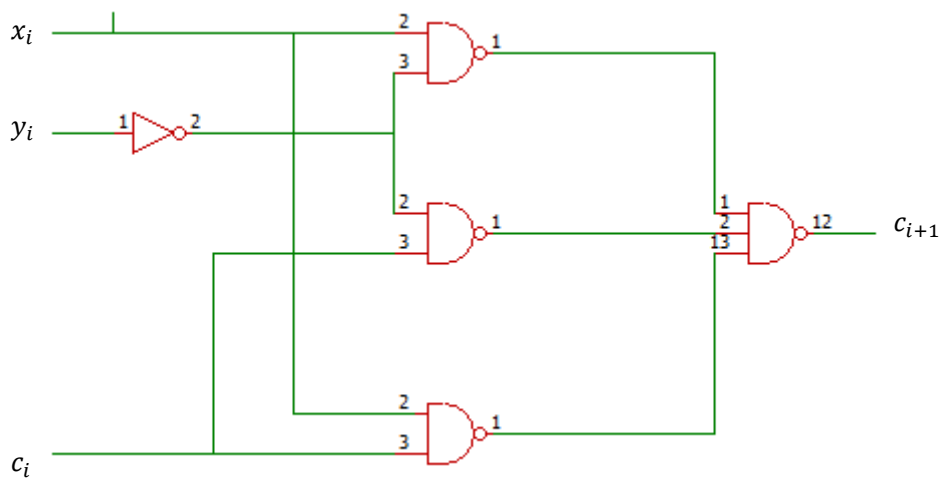
	$x_i$	0	0	1	1
$c_i$	$y_i$	0	1	1	0
0		0	0	0	1
1		1	0	1	1

$$\rightarrow c_{i+1} = x_i \bar{y}_i + x_i c_i + \bar{y}_i c_i$$

(1 - 3)

$$\rightarrow c_{i+1} = x_i \bar{y}_i + x_i c_i + \bar{y}_i c_i = \overline{\overline{x_i \bar{y}_i}} + \overline{\overline{x_i c_i}} + \overline{\overline{\bar{y}_i c_i}} = \overline{\overline{x_i \bar{y}_i} \cdot \overline{\overline{x_i c_i}} \cdot \overline{\overline{\bar{y}_i c_i}}}$$

$\rightarrow$





(2)

(2-1)

$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$\bar{Q}_2$	$\bar{Q}_1$	$\bar{Q}_0$
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0

(2-2)

$$D_2 = Q_1 Q_0$$

$Q_2$		0	0	1	1
$Q_0$	$Q_1$	0	1	1	0
0		0	0	d	0
1		0	1	d	d

$$D_1 = Q_1 \bar{Q}_0 + \bar{Q}_1 Q_0$$

$Q_2$		0	0	1	1
$Q_0$	$Q_1$	0	1	1	0
0		0	1	d	0
1		1	0	d	d

$$D_0 = \bar{Q}_2 \bar{Q}_0$$

$Q_2$		0	0	1	1
$Q_0$	$Q_1$	0	1	1	0
0		1	1	d	0
1		0	0	d	d

( 2 - 3 )

時刻	$(Q_2, Q_1, Q_0)$
$T$	(1,1,0)
$T + 1$	(0,1,0)
$T + 2$	(0,1,1)
$T + 3$	(1,0,0)

( 3 )

$$z = \overline{ab + cd}$$

参考 : <http://www001.upp.so-net.ne.jp/yama-k/study/cmosdigital.html>

7. 数学解析と信号処理

(1)

(1-1)

$$L[g(t)] = \int_0^{\infty} g(t) e^{-st} dt = \int_a^{\infty} f(t-a) e^{-st} dt + \int_0^a 0 e^{-st} dt = \int_a^{\infty} f(t-a) e^{-st} dt$$

$$x = t - a \text{ とする } \text{と } t = x + a$$

$$\begin{array}{c|c} t & a \rightarrow \infty \\ x & 0 \rightarrow \infty \end{array}$$

$$L[g(t)] = \int_0^{\infty} f(x) e^{-s(x+a)} dx = e^{-sa} \int_0^{\infty} f(x) e^{-sx} dx = e^{-sa} F(s)$$

(1-2)

$$L[h(t)] = \int_{\frac{2}{3}\pi}^{\infty} \cos\left(t - \frac{2}{3}\pi\right) e^{-st} dt = e^{-s\frac{2}{3}\pi} \int_0^{\infty} \cos(t) e^{-st} dt$$

$$\begin{aligned} L[\cos(t)] &= \int_0^{\infty} \cos(t) e^{-st} dt = \left[ -\frac{1}{s} \cos(t) e^{-st} \right]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \left( -\frac{1}{s} \right) (-\sin(t)) e^{-st} dt \\ &= \frac{1}{s} - \int_0^{\infty} \frac{1}{s} \sin(t) e^{-st} dt = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} \left[ -\frac{1}{s} \sin(t) e^{-st} \right]_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left( -\frac{1}{s} \right) \cos(t) e^{-st} dt \\ &= \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} \int_0^{\infty} \cos(t) e^{-st} dt = \frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} L[\cos(t)] \end{aligned}$$

$$\frac{s^2 + 1}{s^2} L[\cos(t)] = \frac{1}{s}$$

$$L[\cos(t)] = \frac{s}{s^2 + 1}$$

$$\therefore L[h(t)] = \frac{s}{s^2 + 1} e^{-s\frac{2}{3}\pi}$$

(2)

(2-1)

複素フーリエ係数を $C_n$ とすると、 $n \neq 0$ のとき

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t) e^{-j2\pi \frac{nt}{T}} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V e^{-j2\pi \frac{nt}{T}} dt = \frac{V}{T} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-j2\pi \frac{nt}{T}} dt = \frac{V}{T} \left[ \frac{1}{-j2\pi \frac{n}{T}} e^{-j2\pi \frac{nt}{T}} \right]_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \\ &= \frac{V}{T} \frac{1}{-j2\pi \frac{n}{T}} \left( e^{-j\pi \frac{n\tau}{T}} - e^{j\pi \frac{n\tau}{T}} \right) = j \frac{V}{n\pi} \left( -j \sin \frac{n\pi\tau}{T} \right) = \frac{V}{n\pi} \sin \frac{n\pi\tau}{T} \end{aligned}$$

また、 $n = 0$ のとき、

$$C_0 = \frac{V}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} 1 dt = \frac{V\tau}{T}$$

よって、

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi \frac{nt}{T}} = \frac{V}{n\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi\tau}{T} e^{j2\pi \frac{nt}{T}} + \frac{V}{n\pi} \sum_{n=-\infty}^{-1} \sin \frac{n\pi\tau}{T} e^{j2\pi \frac{nt}{T}} + \frac{V\tau}{T}$$

(2-2)

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |C_k|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{V}{k\pi} \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right|^2 + \sum_{k=-\infty}^{-1} \left| \frac{V}{k\pi} \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right|^2 + |C_0|^2 \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{V}{k\pi} \sin \frac{k\pi\tau}{T} \right|^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{V}{-k\pi} \sin \frac{-k\pi\tau}{T} \right|^2 + \left| \frac{V\tau}{T} \right|^2 \end{aligned}$$

ここで、 $0 < \tau < \frac{T}{2}$ より、 $0 < \frac{\tau\pi}{T} < \frac{\pi}{2}$ なので、

$$P = \frac{V^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{\sin \frac{k\pi\tau}{T}}{k} \right|^2 + \frac{V^2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{\sin \frac{-k\pi\tau}{T}}{-k} \right|^2 + \left| \frac{V\tau}{T} \right|^2$$

また、 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin^2 ka}{k^2} = \frac{1}{2} a(\pi - a)$ より、

$$P = \frac{2V^2}{\pi^2} \frac{1}{2} \frac{\pi\tau}{T} \left( \pi - \frac{\pi\tau}{T} \right) + \left| \frac{V\tau}{T} \right|^2 = \frac{V^2\tau(T-\tau)}{T^2} + \frac{V^2\tau^2}{T^2} = \frac{V^2\tau}{T}$$