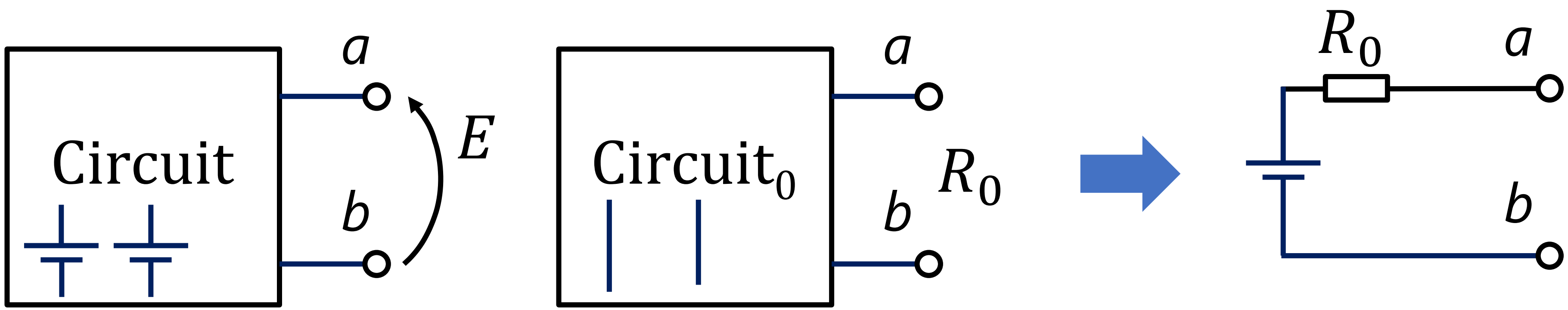
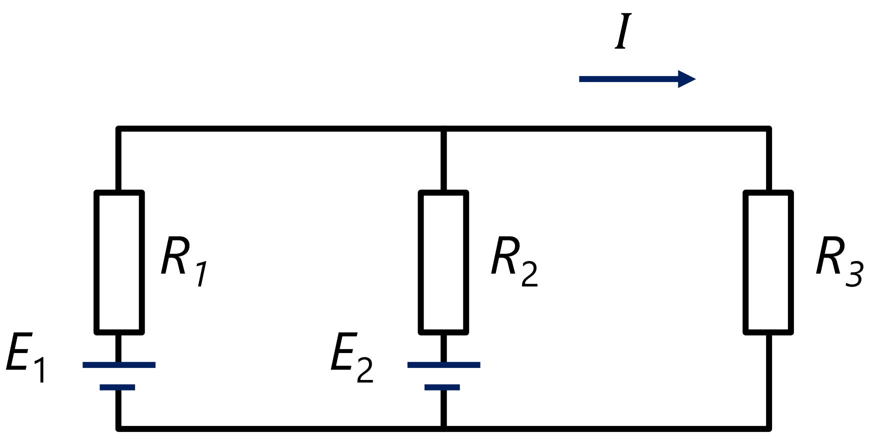
テブナンの定理 (Thevenin's theorem)

- 対象：抵抗と電源からなる回路
  - 端子a, bをもつ
- 任意の回路を, 電圧源Eと抵抗R_0の直列に置き換えられる
  - E：端子bからaへの電圧
  - R_0：電圧源を短絡したときの端子a –b間の抵抗



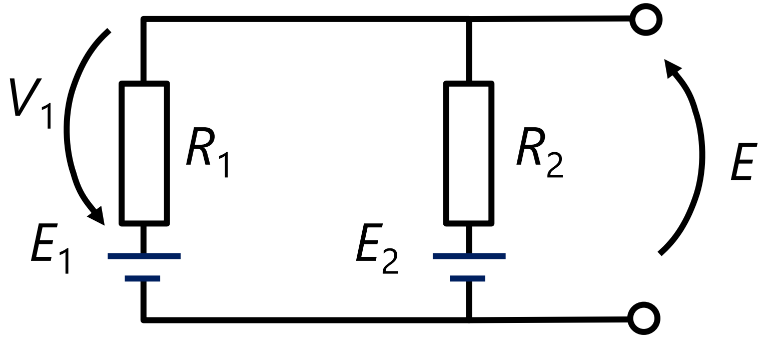
例

$E_1 = 20, E_2 = 4, R_1 = 2, R_2 = 8, R_3 = 4$　　Iを求めよ



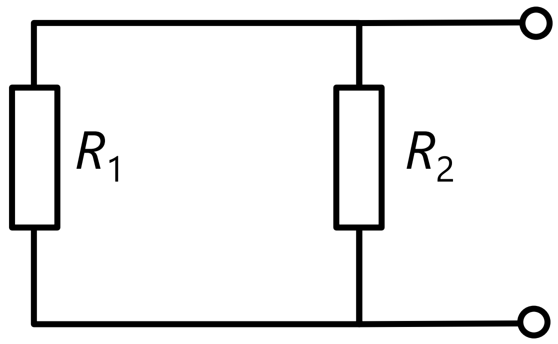
例

$E_1 = 20, E_2 = 4, R_1 = 2, R_2 = 8, R_3 = 4$　　Iを求めよ



$$V_1 = \frac{20-4}{2+8} * 2 = \frac{16}{5}$$

$$E = 20 - \frac{16}{5} = \frac{84}{5}$$

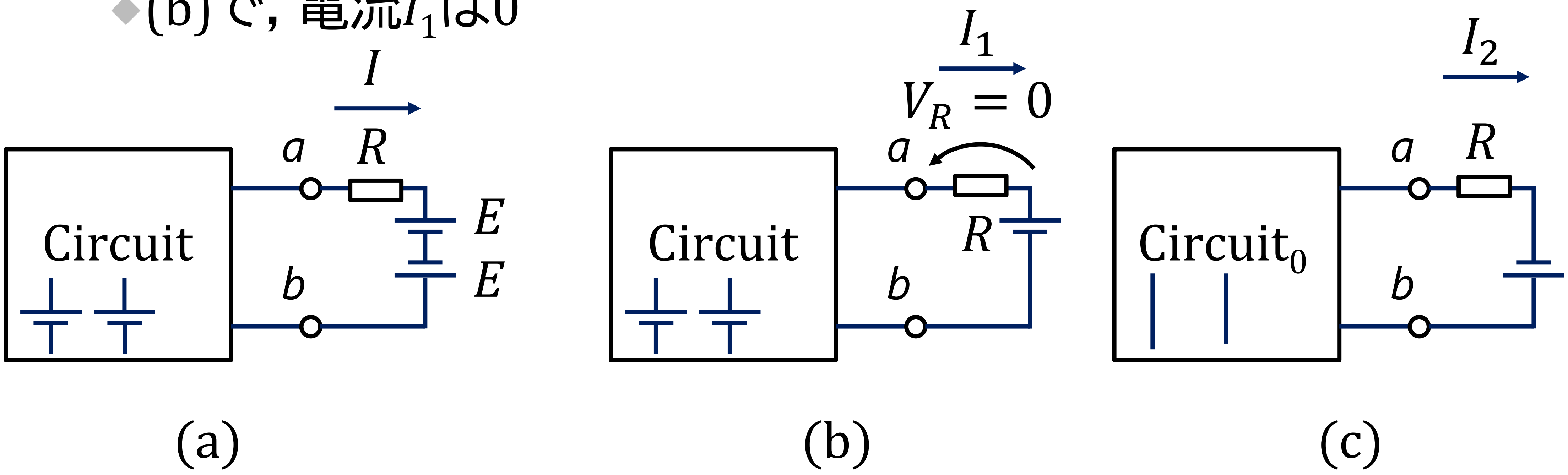


$$R_0 = 1/(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}) = \frac{8}{5}$$

$$I = \frac{\frac{84}{5}}{\frac{8}{5}+4} = 3$$

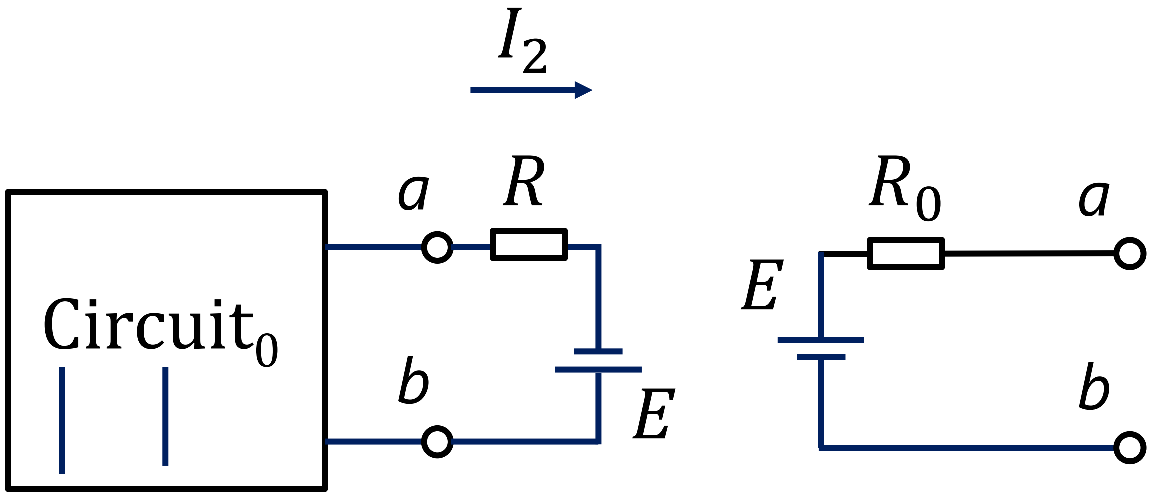
テブナンの定理が成り立つ理由

- 抵抗Rを接続した場合
  - 重ね合わせの原理によって, 2つの回路に分けて考える
    - (a)は, (b)と(c)の重ね合わせ ($I = I_1 + I_2$)
    - (b)で, 電流I_1は0



テブナンの定理が成り立つ理由

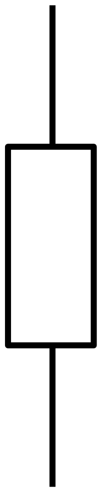
- 抵抗Rを接続した場合
  - 重ね合わせの原理によって, 2つの回路に分けて考える
    - (a)は, (b)と(c)の重ね合わせ
    - (b)で, 電流I_1は0
    - (c)の左側は(d)と同じ



(c) (d)

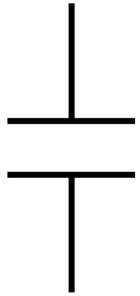
2. 交流回路(AC circuits)
回路素子 (circuit elements)

- 回路素子・回路記号

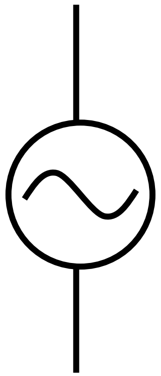


抵抗, レジスタ (resistor)

インダクタ（inductor）



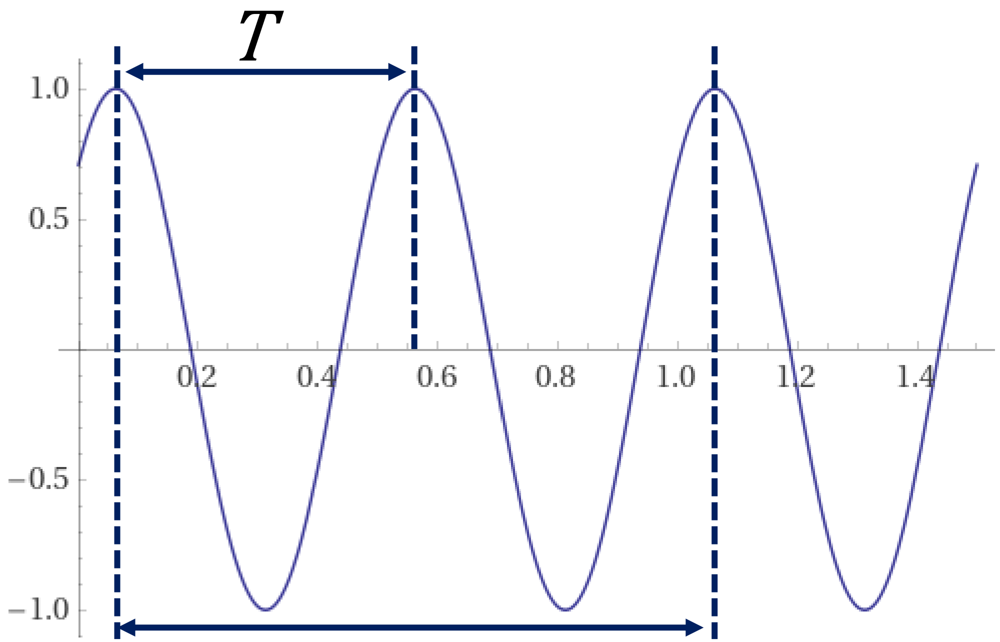
キャパシタ（capacitor），
コンデンサ



交流電圧源
(AC voltage
source)

正弦波 (sine wave, sinusoidal wave, sinusoid)

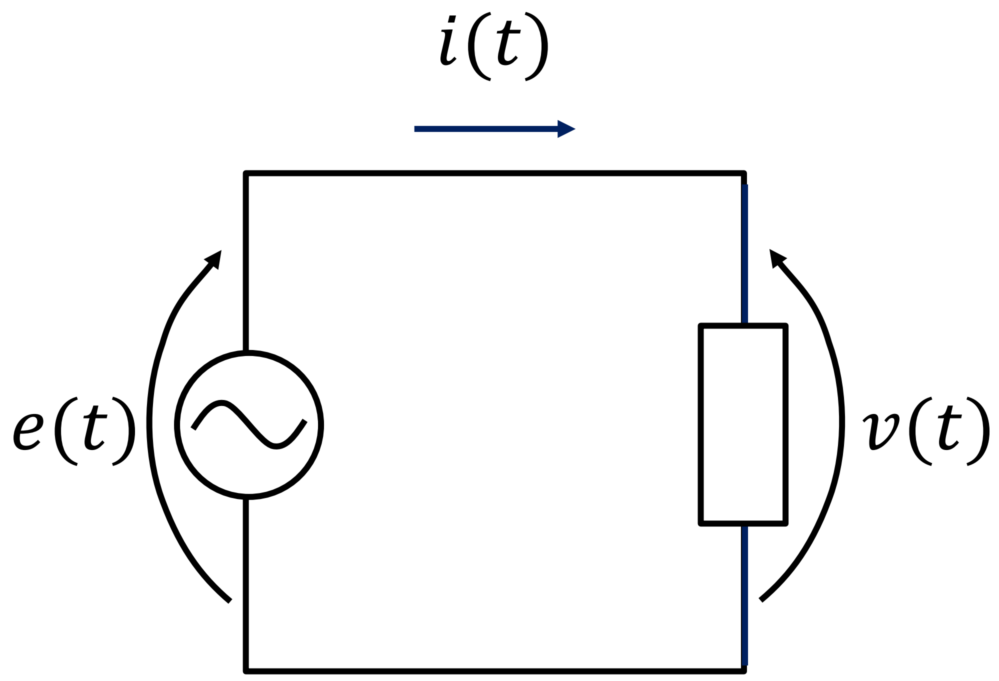
- 正弦波: sinで表される波
  - $r\sin(\omega t - \phi)$, $r\cos(\omega t - \phi)$
    - t: 時間
- 周波数:1秒間の振動回数
  - 単位 Hz (ヘルツ)
  - 記号 f
- 周期: 波1個分の時間
  - 単位 s (秒)
  - 記号 T
- 角周波数:1秒間に回転する角度
  - 単位 rad/s (ラジアン毎秒)
  - 記号 ω



1秒間f回振動

$$T = \frac{1}{f} \quad \omega = 2\pi f$$

抵抗の電圧と電流(1)



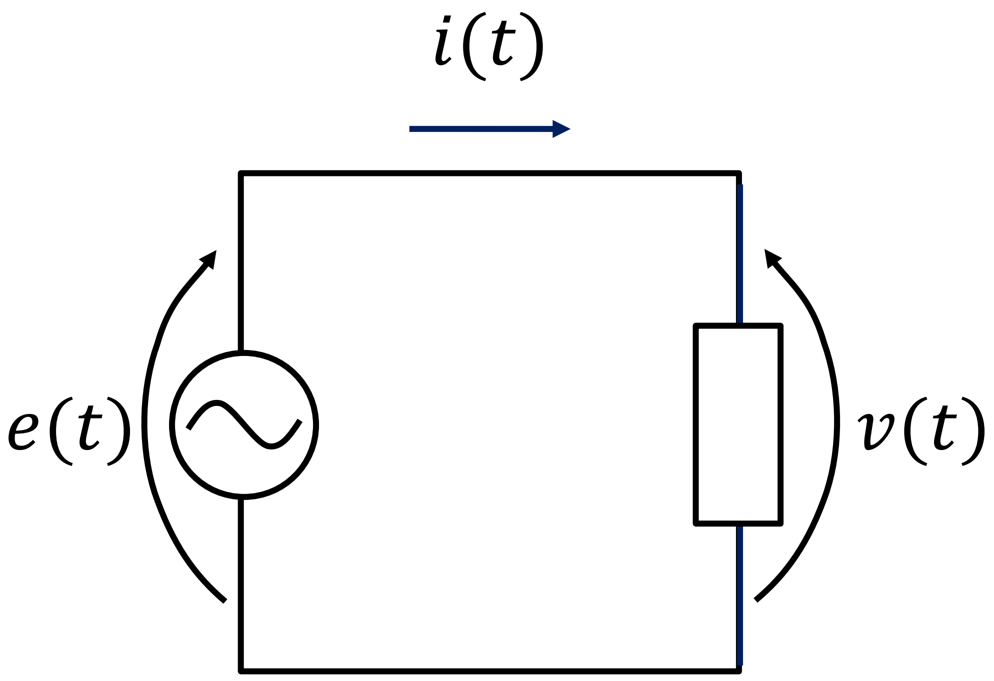
$e(t) = E\cos(\omega t)$とする

$$e(t) = v(t) = E\cos(\omega t)$$

$$v(t) = R\,i(t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{E}{R}\cos(\omega t)$$

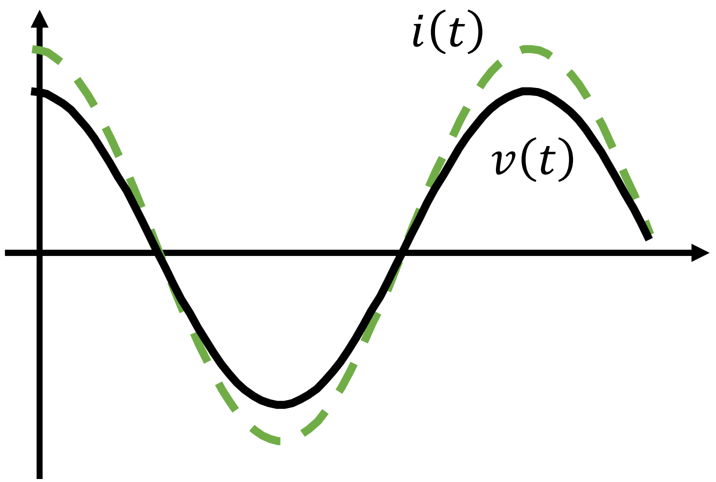
抵抗の電圧と電流(2)



$$e(t) = v(t) = E\cos(\omega t)$$

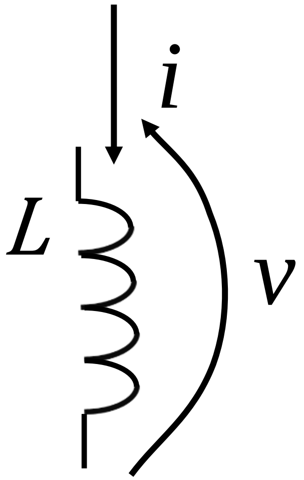
$$v(t) = R\,i(t)$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{E}{R}\cos(\omega t)$$



インダクタ・コイル (Inductor)

- 導線を巻いた素子
  - 電流により磁界が発生し, 電圧が生じる



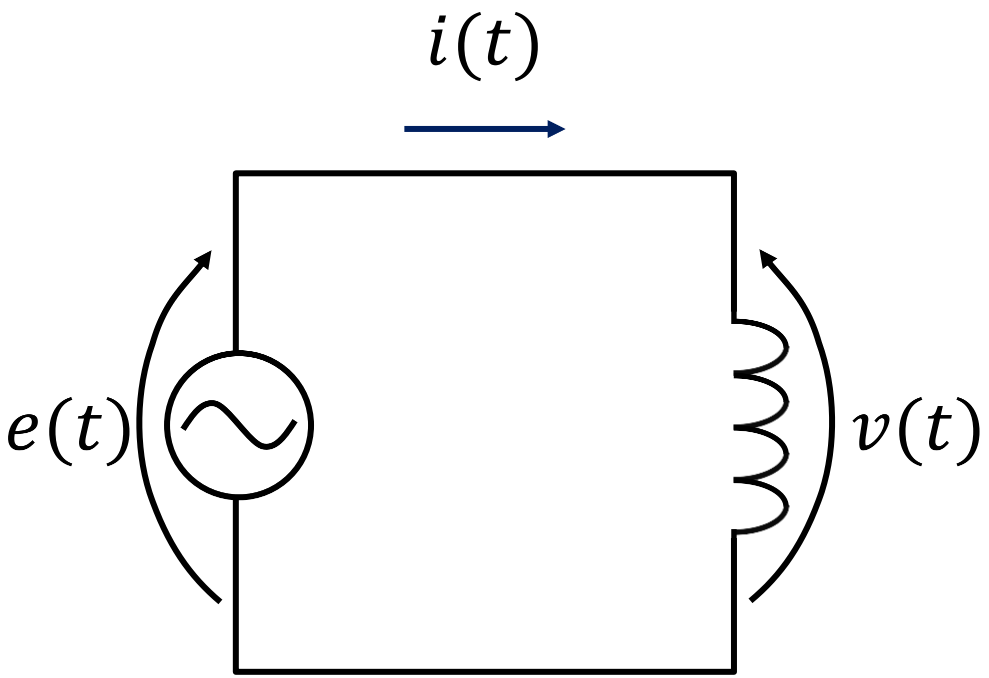
$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int v(t)dt$$

L: 自己インダクタンス
コイルに発生する電圧を表す比例定数

- 単位：H (ヘンリー)

インダクタの電圧と電流(1)



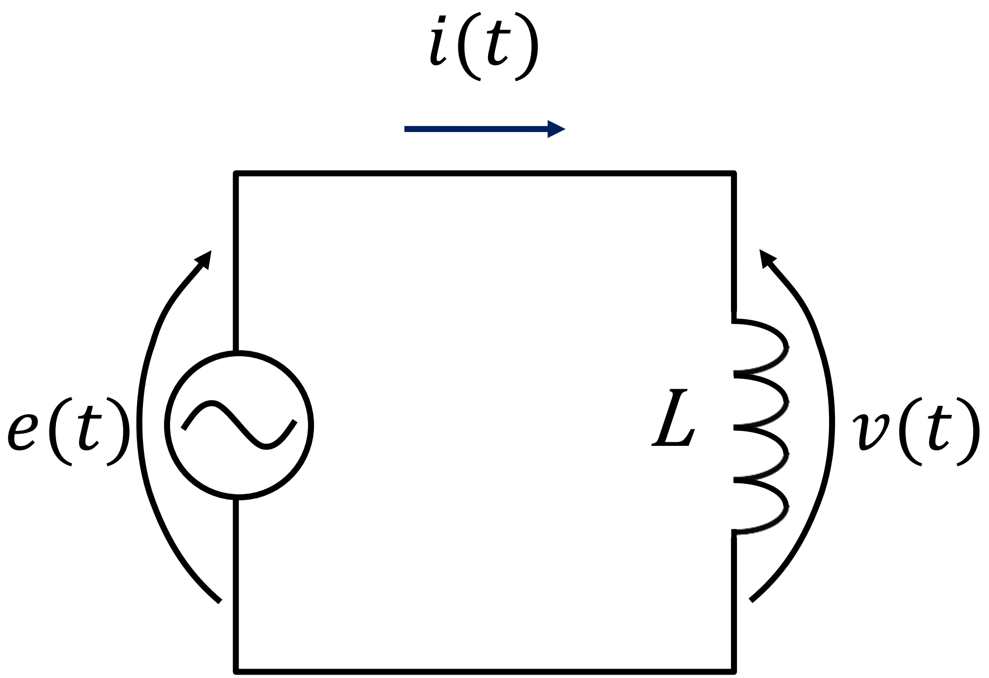
$i(t) = I\sin(\omega t)$とする

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$
$$= \omega LI\cos(\omega t)$$
$$= \omega LI\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$v(t)$ は$i(t)$より位相(phase)が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる

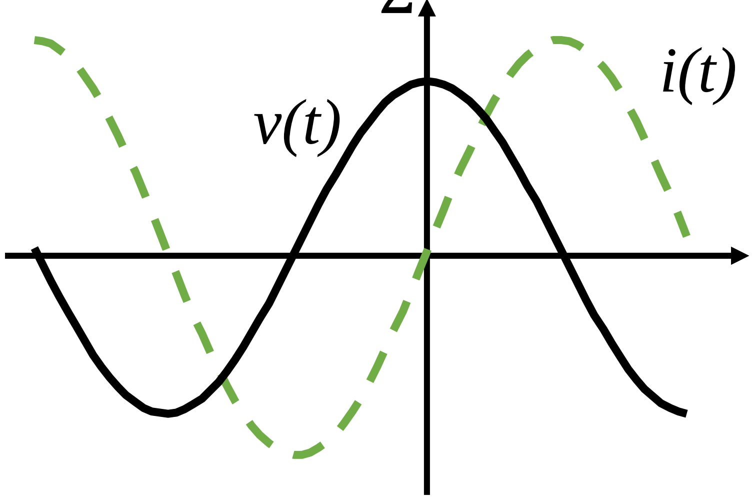
位相が進んでいる, 遅れている: 2つの正弦波$r_1\sin(\omega - \phi_1)$ と $r_2\sin(\omega t - \phi_2)$ における, ϕ_1とϕ_2の差に関する表現

インダクタの電圧と電流(2)



$i(t) = I\sin(\omega t)$とする

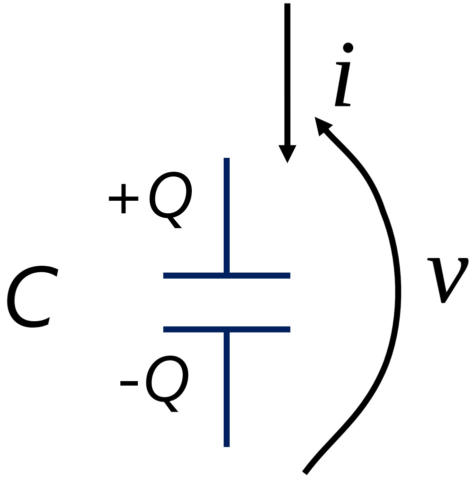
$v(t) = \omega L I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$



$v(t)$ は$i(t)$より位相(phase)が $\frac{\pi}{2}$ 進んでいる

キャパシタ・コンデンサ (Capacitor)

- 電荷を蓄えられる素子



$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$

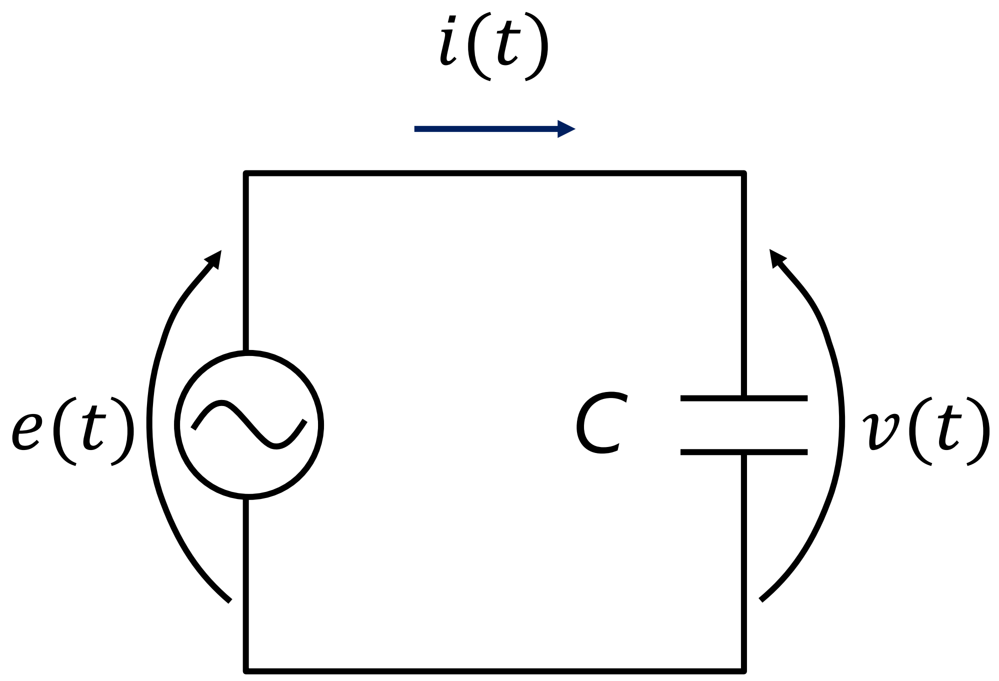
$$v(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$$

$$Q = Cv$$

C : 静電容量 (capacitance)
キャパシタに蓄えられる電荷量を表す比例定数

- 単位 *F*（ファラド. F=C/V）

キャパシタの電圧と電流(1)

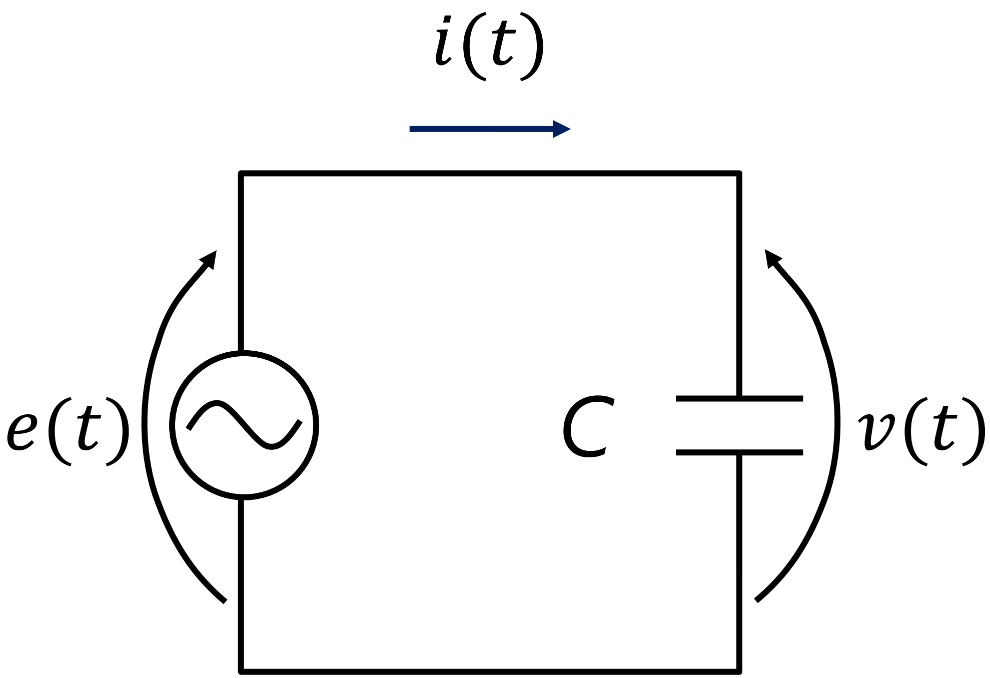


$e(t) = E\cos(\omega t)$とする

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt}$$
$$= -\omega CE\sin(\omega t) = \omega CE\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

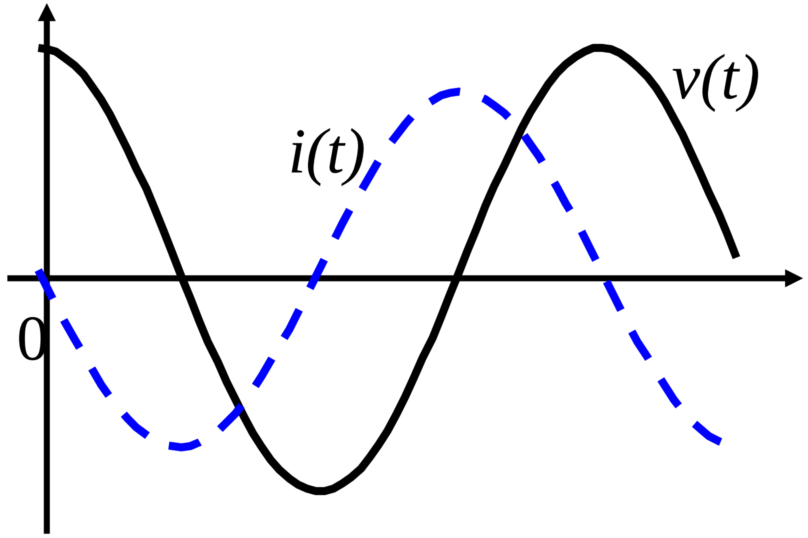
$i(t)$は $v(t)$より位相が$\frac{\pi}{2}$進んでいる

キャパシタの電圧と電流(2)



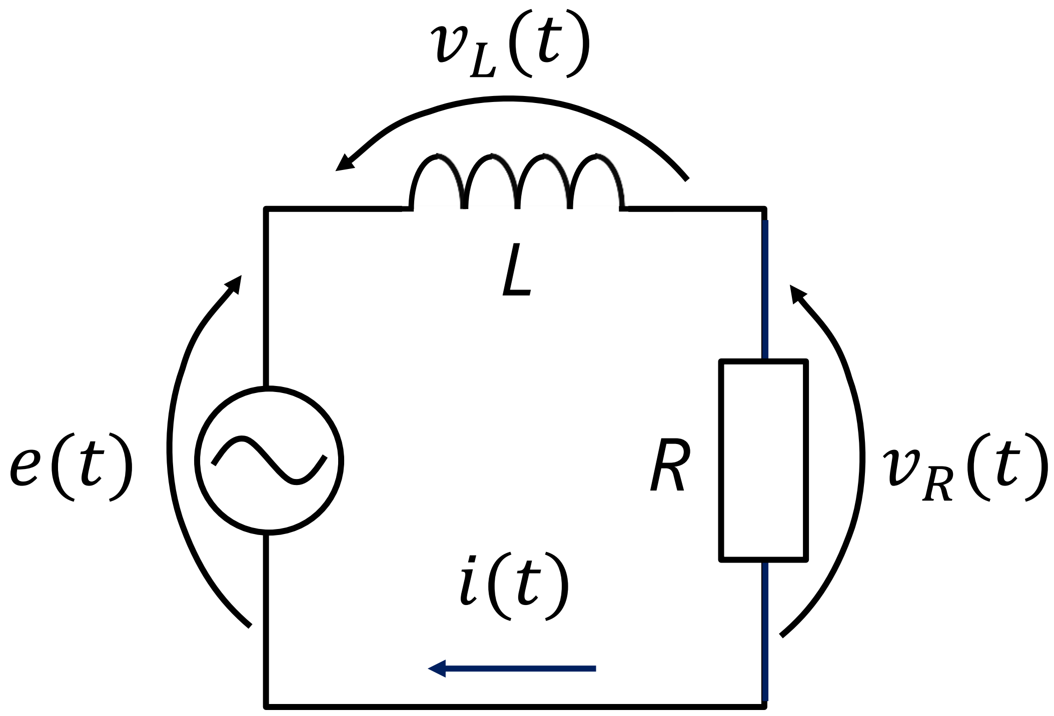
$$v(t) = E\cos(\omega t)$$

$$i(t) = \omega CE\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



$i(t)$は $v(t)$より位相が$\frac{\pi}{2}$進んでいる

簡単な回路：LR直列回路



$e(t) = E\cos\omega t$とする

$i(t)$をもとめよ

解き方：正弦波の表現

- 2つの正弦波の表現
  - $r\cos(\omega t - \phi)$
  - $A\cos\omega t + B\sin\omega t$
    - $r\cos(\omega t - \phi)$
      $= r(\cos\omega t\cos\phi + \sin\omega t\sin\phi)$
      $= r\cos\phi\cos\omega t + r\sin\phi\sin\omega t$
      $= A\cos\omega t + B\sin\omega t$

解き方

- $i(t)$を以下の形であることを前提とする

$$i(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$$

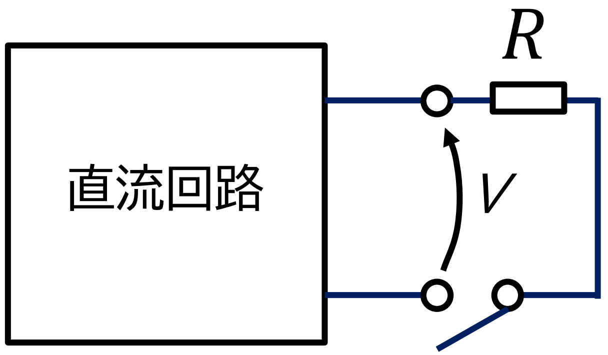
  - 電圧源が1つでその電圧が正弦波のとき, RLC回路の電流, 電圧は, 電圧源と同じ角周波数の正弦波
  - $\frac{di(t)}{dt} = -\omega A\sin\omega t + \omega B\cos\omega t$
- 抵抗の電圧v_R + インダクタの電圧 v_L = 電圧源の電圧 e
  - $R(A\cos\omega t + B\sin\omega t\ ) + L(\omega B\cos\omega t\ - \omega A\sin\omega t) = E\cos\omega t$
  - $(RA + \omega LB\ - E)\cos\omega t + (RB\ - \omega LA)\sin\omega t = 0$

解き方

- $(RA + \omega LB - E)\cos\omega t + (RB - \omega LA)\sin\omega t = 0$
- 任意のtに対して成り立つので
  - $RA + \omega LB - E = 0$
  - $RB - \omega LA = 0$
- よって
  - $A = \frac{R}{R^2+\omega^2L^2}E, B = \frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}E$
  - $i(t) = \left(\frac{R}{R^2+\omega^2L^2}\cos\omega t + \frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}\sin\omega t\right)E$

問02

(a)



(b)