

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**  
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**  
**Кафедра информационной безопасности**

**ОТЧЕТ**  
**по лабораторной работе №7**  
**по дисциплине «Криптография и защита информации»**  
**Тема: Изучение асимметричных протоколов и шифров**

Студент гр. 9381

\_\_\_\_\_

Колованов Р.А.

Преподаватель

\_\_\_\_\_

Племянников А.К.

Санкт-Петербург

2022

### **Цель работы.**

Исследовать протокол Диффи-Хеллмана, шифр RSA и получить практические навыки работы с ними, в том числе с использованием приложения Cryptool 1 и 2.

### **Основные теоретические положения.**

#### ***Протокол Диффи-Хеллмана.***

Протокол Диффи-Хеллмана является первым из опубликованных криптопреобразований на основе открытых ключей. Поэтому этот протокол ещё называют обменом ключами по схеме Диффи-Хеллмана.

Цель протокола – обеспечить двум пользователям возможность получения симметричного секретного ключа путем обмена данными по незащищенному каналу связи.

Протокол Диффи-Хеллмана состоит из следующих операций (рисунок 7.1):

1. Устанавливаются открытые параметры  $p, g$ :
  - a.  $p$  – большое простое число порядка 300 десятичных цифр (1024 бита),
  - b.  $g$  – первообразный корень по модулю  $p$ .
2. Каждая из сторон генерирует закрытый ключ - большое число  $x$  и  $y$  соответственно;
3. На каждой стороне вычисляется открытый ключ:
  - a.  $R_1 = g^x \bmod p$ ,
  - b.  $R_2 = g^y \bmod p$ .
4. Стороны обмениваются открытыми ключами и вычисляют симметричный общий ключ  $K$ :

$$K = R_2^x \bmod p = R_1^y \bmod p$$

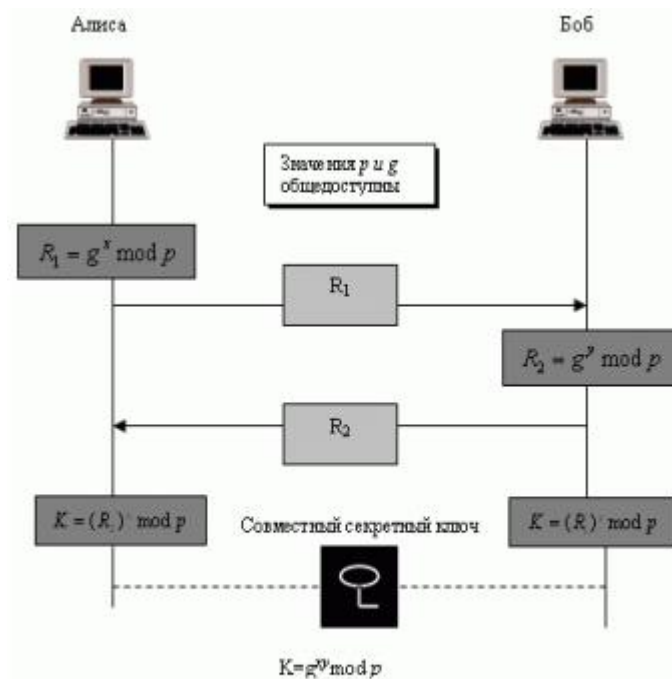


Рисунок 7.1

### Шифр RSA.

Алгоритм RSA представляет собой асимметричный блочный шифр, в котором и открытый, и зашифрованный текст представляются целыми числами из диапазона от 0 до  $n-1$  для некоторого  $n$ .

Алгоритм шифрования RSA состоит из следующих операций (рисунок 7.2):

#### 1. Вычисление ключей:

- a. Генерация двух больших простых чисел  $p$  и  $q$  ( $p$  и  $q$  держаться в секрете);
- b. Вычисление  $n = p * q$ ;
- c. Выбор произвольного  $e$  ( $e < n$ ), взаимно простого с  $\varphi(n)$  – функцией Эйлера;
- d. Вычисление  $d$ :  $e * d = 1 \mod \varphi(n)$ ;
- e. Числа  $(e, n)$  – открытый ключ,  $d$  – закрытый ключ,  $p$  и  $q$  уничтожаются.

#### 2. Шифрование:

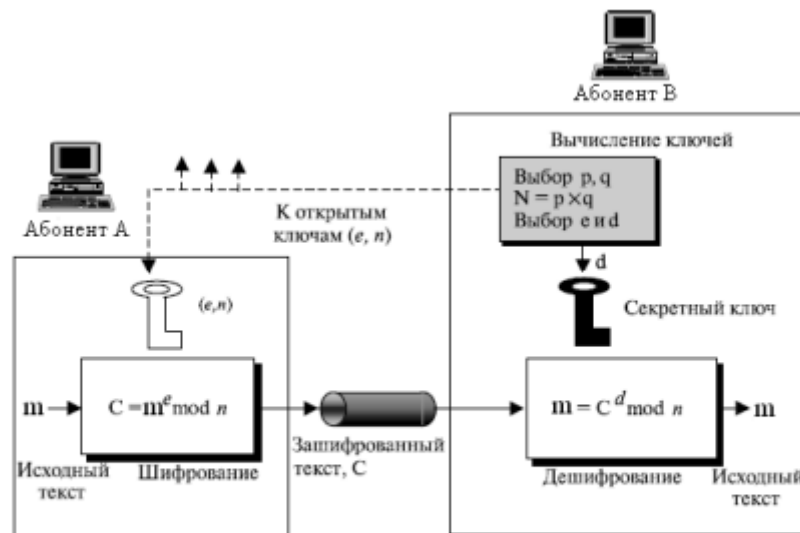
- а. Открытый текст разбивается на блоки  $m_i$ :  $m_i < n$ ;
- б. Каждый блок открытого текста преобразуем в шифротекст по формуле:

$$c_i = m_i^e \bmod n$$

### 3. Расшифровка:

- а. Шифротекст представляется блоками  $c_i$ :  $c_i < n$ ;
- б. Каждый блок шифротекста преобразуется в открытый текст по формуле:

$$m_i = c_i^d \bmod n$$



*Рисунок 7.2 Протокол шифрования RSA*

### **Имитация атаки на гибридную криптосистему.**

Модель гибридной криптосистемы, асимметричная составляющая которой использует асимметричный шифр (например RSA) представлена на рисунке 7.3.

Шифрование в рамках модели осуществляется следующим образом:

1. Сообщение шифруется симметричным секретным ключом;
2. Секретный ключ шифруется открытым ключом получателя;
3. Зашифрованное сообщение и ключ объединяются в цифровой конверт, который отправляется получателю;

4. Получатель сначала расшифровывает секретный ключ своим закрытым ключом, а затем расшифровывает этим секретным ключом шифровку сообщения.

Атака на модель гибридной криптосистемы основана на том, что злоумышленник сначала перехватывает цифровой конверт, содержащий зашифрованное сообщение и зашифрованный секретный ключ, затем, модифицирует шифровку ключа из конверта и побитово восстанавливает зашифрованный секретный ключ, анализируя положительные и отрицательные ответы сервера.

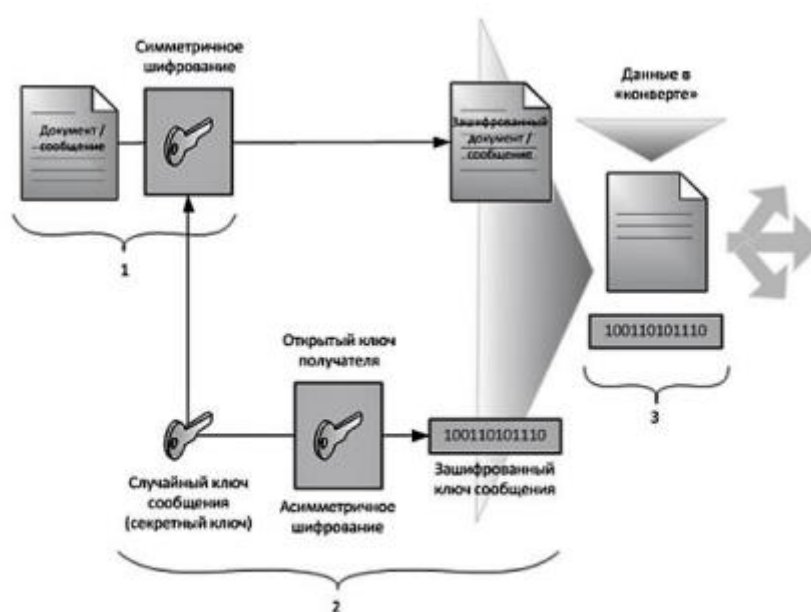


Рисунок 7.3

## **Ход работы.**

### ***Протокол Диффи-Хеллмана.***

#### *Задание.*

1. Запустите утилиту `Indiv.Procedures -> Protocols -> Diffie-Hellman demonstration` и установите все опции информирования в ON;
2. Выполните последовательно все шаги протокола;
3. Сохраните лог-файл протокола для отчета (пиктограмма с изображением ключа);
4. Используйте полученный общий ключ для зашифровки и расшифровки произвольного сообщения. Шифр выберите самостоятельно.

#### *Основные параметры протокола.*

Основные параметры протокола Диффи-Хеллмана:

- $(p, g, R_1)$  и  $(p, g, R_2)$  – открытые ключи сторон;
- $x, y$  – закрытые ключи сторон;
- $R_2^x \bmod p$  и  $R_1^y \bmod p$  – односторонние функции с секретом (TOWF).

Математическая модель протокола Диффи-Хеллмана:

- $p$  – большое простое число порядка 300 десятичных цифр (1024 бита);
- $g$  – порождающий элемент циклической группы (генератор) порядка  $p$ , для которого справедливо:  $g \bmod p, g^2 \bmod p, g^3 \bmod p, \dots, g^{p-1} \bmod p$  являются различными целыми из  $[1, p - 1]$ ;
- $x, y$  – большие случайные числа такие, что  $0 < x < p - 1, 0 < y < p - 1$ ;
- Поскольку:

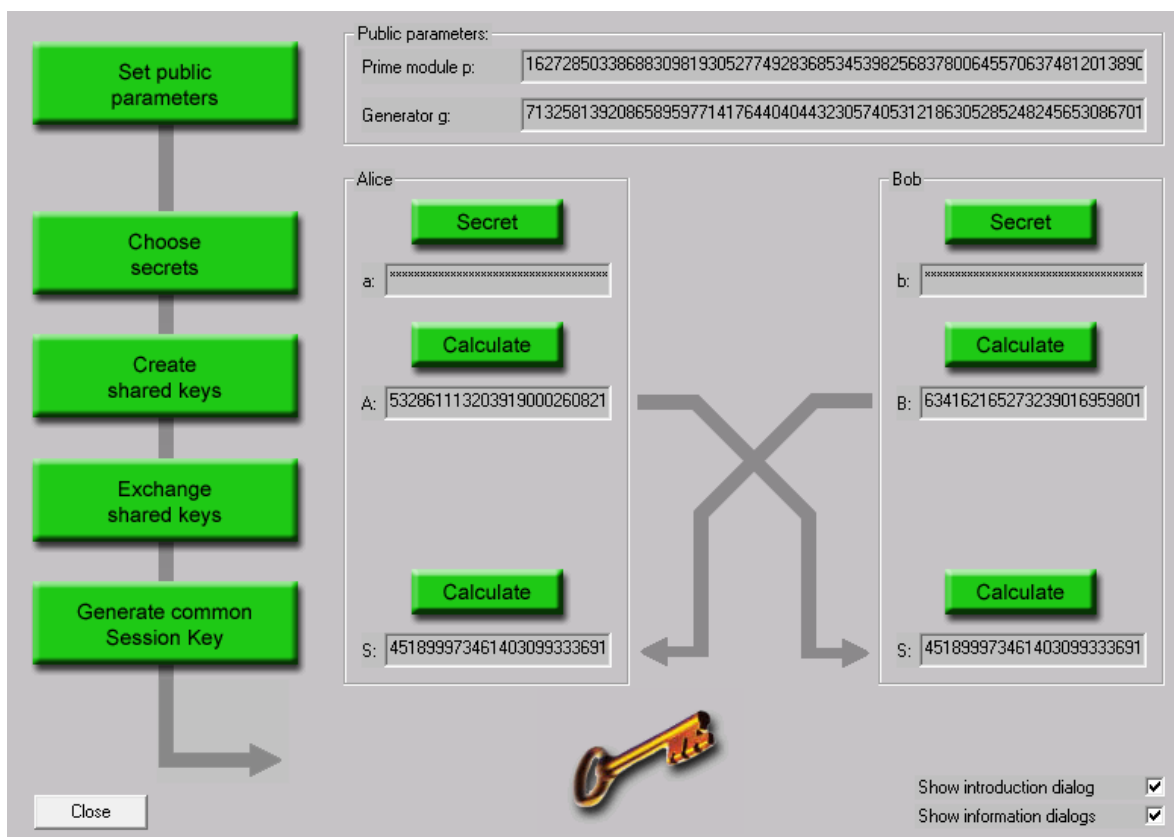
$$R_2^x \bmod p = (g^y \bmod p)^x \bmod p = g^{xy} \bmod p$$

$$R_1^y \bmod p = (g^x \bmod p)^y \bmod p = g^{xy} \bmod p$$

- Стороны фактически создают материал для симметричного ключа сеанса без Центра распределения ключей (KDC).

*Скриншот схемы протокола, реализованной в CrypTool.*

При помощи утилиты *Indiv.Procedures -> Protocols -> Diffie-Hellman demonstration* была рассмотрены схема работы протокола Диффи-Хеллмана представлена на следующем рисунке:



Лог-файл работы протокола Диффи-Хеллмана в *CrypTool 1* представлен в Приложении А.

*Таблица соответствия схемы протокола (CrypTool) и параметров протокола.*

Сопоставим параметры из приведенной выше схемы протокола, реализованного в *CrypTool*, с параметрами протокола Диффи-Хеллмана:

Параметр протокола	Параметр из схемы протокола в CrypTool	Описание
$p$	$p$	Простое число порядка 300 десятичных цифр.
$g$	$g$	Первообразный корень по модулю $p$ .
$x$	$a$	Закрытый ключ Алисы.
$y$	$b$	Закрытый ключ Боба.
$R_1$	$A$	Открытый ключ Алисы.
$R_2$	$B$	Открытый ключ Боба.
$K$	$S$	Общий симметричный ключ.

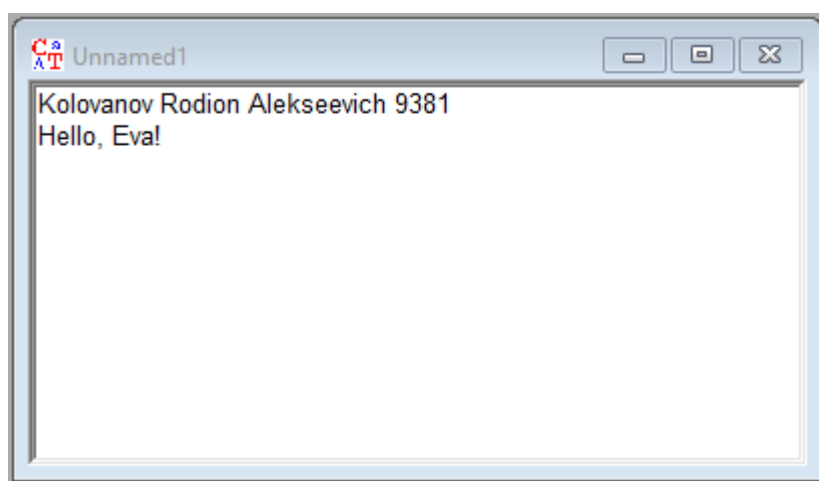
### *Шифровка и расшифровка произвольного сообщения.*

Используя полученный общий ключ из демонстрации протокола Диффи-Хеллмана, было зашифровано и расшифровано произвольное сообщение. В качестве шифра был выбран шифр AES.

Общий ключ K:

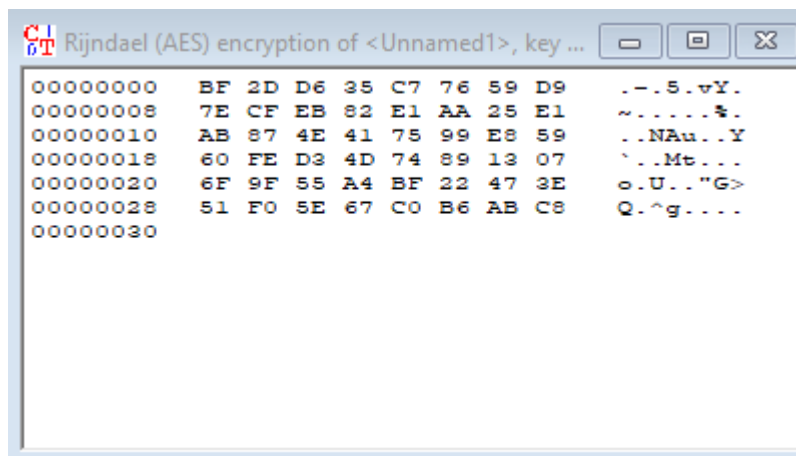
451899973461403099333691680875751588575298382065722053057692866  
38838484283893 (63 E8 A1 D1 0E FB 17 B7 54 B4 01 EC D2 8B 88 08 60 33 7F 34  
69 35 0D 2C 0B 20 A5 15 1F B3 B1 F5).

Исходное сообщение:

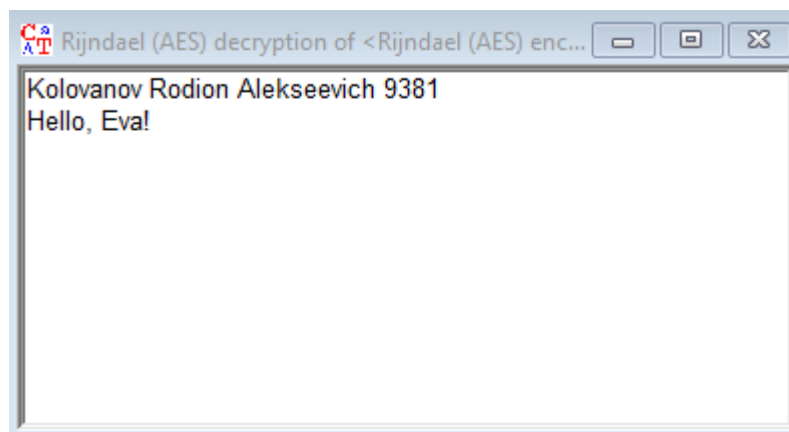




Зашифрованное сообщение:



Расшифрованное сообщение:



## ***Шифр RSA.***

*Задание.*

1. Запустите утилиту `Indiv.Procedures -> RSACryptsystem -> RSA Demonstration`;
2. Задайте в качестве обрабатываемого сообщения свою Ф.И.О;
3. Сгенерируйте открытый и закрытый ключи;
4. Зашифруйте сообщение. Сохраните скриншот результата;
5. Расшифруйте сообщение. Сохраните скриншот результата;
6. Убедитесь, что расшифрование произошло корректно.

### Обобщенная схема шифра.

Шифр RSA представляет собой блочный алгоритм шифрования, где зашифрованные и незашифрованные данные должны быть представлены в виде целых чисел между 0 и  $n - 1$ .

Шифр RSA базируется на следующих двух фактах из теории чисел:

- Задача проверки числа на простоту является сравнительно легкой;
- Задача разложения чисел вида  $n = p * q$  ( $p$  и  $q$  – простые числа) на множители является очень трудной, если мы знаем только  $n$ , а  $p$  и  $q$  – большие числа (задача факторизации).

Генерация ключей:

- Выбираются два больших простых числа  $p$  и  $q$ ;
- Вычисляется  $n = p * q$ ;
- Выбирается произвольное число  $e$  ( $e < n$ ), взаимно простое с  $(p - 1) \times (q - 1)$ ;
- Вычисляется  $d$ , такое, что  $e \times d \equiv 1 \pmod{(p - 1) \times (q - 1)}$  решением в целых числах уравнения относительно  $d$  и  $y$ :

$$e \times d + (p - 1) \times (q - 1) \times y = \text{НОД}(e, (p - 1) * (q - 1)) = 1$$

- Пара чисел  $(e, n)$  объявляются открытым ключом;
- Закрытым ключом выбирается  $d$  ( $p$  и  $q$  нужно уничтожить).

Зашифрование:

- Открытый текст разбивается на блоки  $m_i$  размером  $k \leq [\log_2 n]$  бит. Блоки интерпретируются, как числа из диапазона  $(0, 2^k - 1)$ ;
- Ключ шифрации – пара чисел  $(e, n)$  (открытый ключ);
- Каждый блок открытого текста преобразуется в шифротекст по формуле:

$$c_i = (m_i^e) \bmod n$$

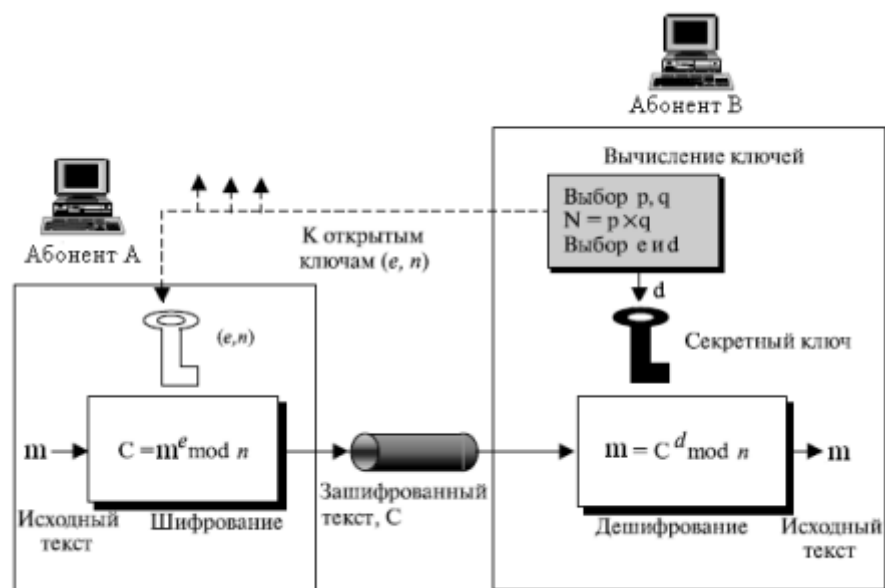
Расшифрование:

- Ключ для расшифровки сообщения –  $d$  (закрытый ключ);
- Блок шифротекста преобразуется в открытый текст по формуле:

$$m_i = (c_i^d) \bmod n$$

- Доказательство основано на теореме Эйлера. Если  $n$  представимо в виде произведения простых чисел  $p$  и  $q$ , то для  $x$  (взаимно простого с  $n$ ) справедливо:

$$(x^{(p-1) \times (q-1)}) \bmod n = 1$$



*Шифровка и расшифровка сообщения.*

При помощи утилиты `Indiv.Procedures -> RSACryptsystem-> RSADemonstration` было осуществлено шифрование и расшифрование исходного сообщения «Kolovanov Rodion Alekseevich». Для начала были сгенерированы открытый и закрытый ключи.

Открытый ключ:  $e = 2^{16} + 1$  и  $n = 33227$ .

Закрытый ключ:  $d = 32105$ .

Скриншот результата генерации ключей:

RSA using the private and public key -- or using only the public key

- ☒ Choose two prime numbers  $p$  and  $q$ . The composite number  $N = pq$  is the public RSA modulus, and  $\phi(N) = (p-1)(q-1)$  is the Euler totient. The public key  $e$  is freely chosen but must be coprime to the totient. The private key  $d$  is then calculated such that  $d = e^{-1} \pmod{\phi(N)}$ .
- ☐ For data encryption or certificate verification, you will only need the public RSA parameters: the modulus  $N$  and the public key  $e$ .

Prime number entry

Prime number  $p$

Prime number  $q$

Generate prime numbers...

RSA parameters

RSA modulus  $N$

(public)

$\phi(N) = (p-1)(q-1)$

(secret)

Public key  $e$

Private key  $d$

Update parameters

RSA encryption using  $e$  / decryption using  $d$  [alphabet size: 256]

Input as ☒ text ☐ numbers

Alphabet and number system options...

Enter the message for encryption or decryption either as text or as hex dump.





Encrypt

Decrypt

Close

## Скриншот резултата шифрации:

RSA encryption using  $e$  / decryption using  $d$  [alphabet size: 256]

Input as ☒ text ☐ numbers

Alphabet and number system options...

Input text

The Input text will be separated into segments of Size 1 (the symbol '#' is used as separator).

Numbers input in base 10 format.

Encryption into ciphertext  $c[i] = m[i]^e \pmod{N}$

Скриншот результата расшифровки:

RSA encryption using e / decryption using d [alphabet size: 256]

Input as ☐ text ☒ numbers Alphabet and number system options...

Ciphertext coded in numbers of base 10

37 # 08192 # 15062 # 15951 # 01403 # 31226 # 12593 # 01403 # 01403 # 00696 # 07555 # 30299 # 00216

Decryption into plaintext  $m[i] = c[i]^d \pmod{N}$

00075 # 00111 # 00108 # 00111 # 00118 # 00097 # 00110 # 00111 # 00118 # 00032 # 00082 # 00111 # 01

Output text from the decryption (into segments of size 1; the symbol '#' is used as separator).

K # o # l # o # v # a # n # o # v # # R # o # d # i # o # n # # A # l # e # k # s # e # e # v # i # c # h

Plaintext

Kolovanov Rodion Alekseevich

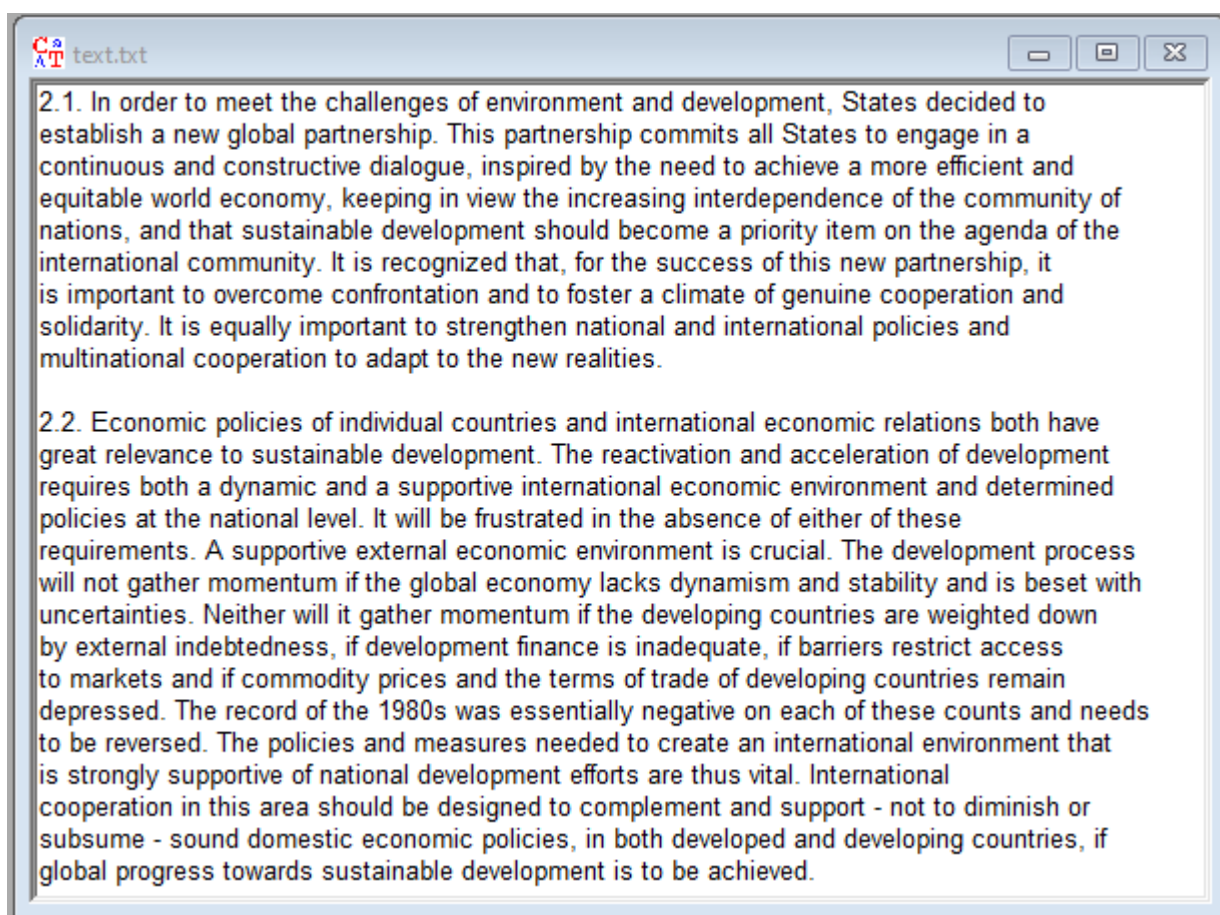
### ***Исследование шифра RSA.***

*Задание.*

1. Выбрать текст на английском языке (не менее 1000 знаков) и сохранить в файле формата \*.txt;
2. Сгенерировать пары асимметричных RSA-ключей утилитой Digital Signatures -> PKI -> Generate/Import Keys с различными длинами (4 варианта);
3. Зашифровать текст (примерно 1000 символов) различными открытыми ключами. Зафиксировать время зашифровки;
4. Расшифровать текст различными закрытыми ключами. Зафиксировать время зашифровки;
5. Проверить корректность расшифровки. Зафиксировать скриншоты результата.

*Исследование времени работы шифра RSA при различных длинах ключей.*

В качестве исходного текста был взят следующий текст (размер текста составляет 2148 символов):



Далее при помощи утилиты Digital Signatures -> PKI -> Generate/Import Keys были сгенерированы пары ассиметричных RSA-ключей длиной 512, 768, 1024, 2048 бит:

Длина ключа	Экспонента	Модуль
512	65537	1340214050183598652934880408668166408882 9601975528719947844144202637396257687344 3446394788640465305028377059592930984248 53685064842214466402682833095015179
768	65537	1532374822079986942630238572837271761588 3259378919116367672536162334774244303946 5635063370764201056085774634150064609331 4617736998004037174946587740302276568883 7853299881824738121883650749122101955831

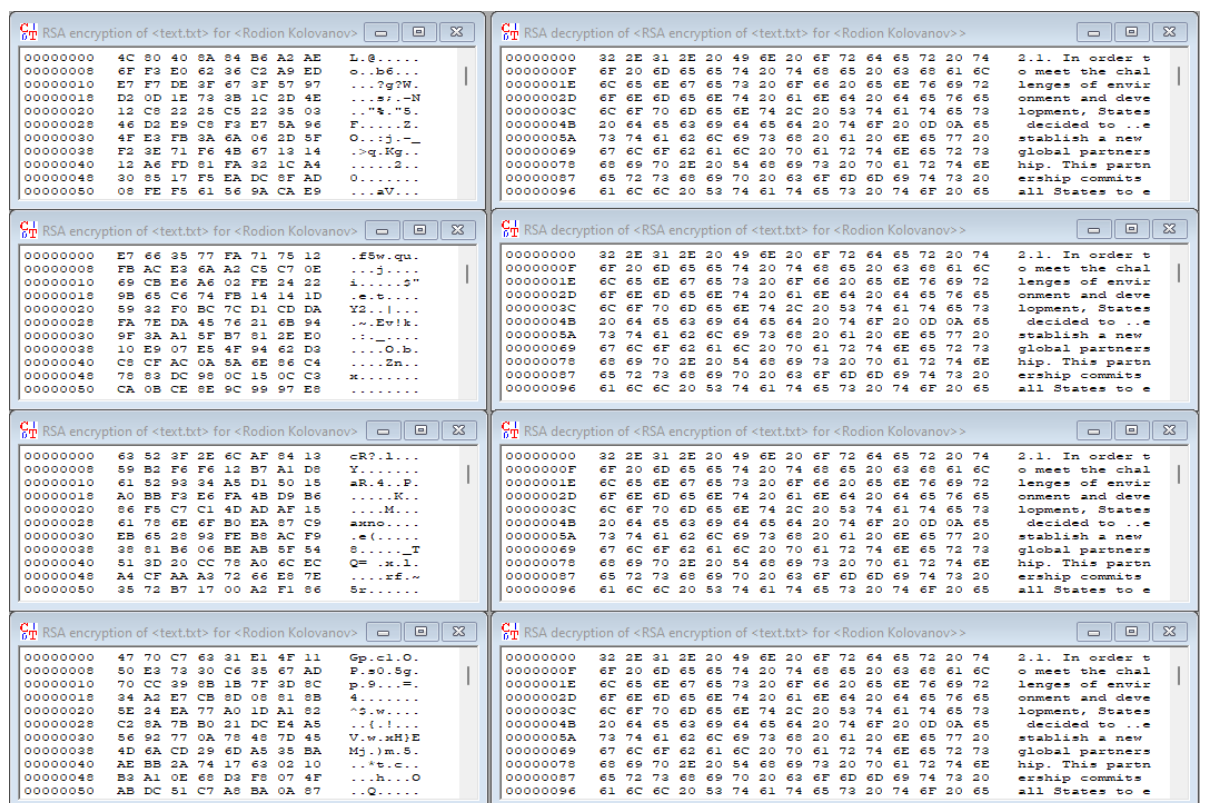
		16093375211057331786923945201953
1024	65537	1796469680797948529344990509355864061517 4148795977428840206847716020630470302679 8653065812592497064604160292699265203433 2179619795358478587298922005205737194516 4823068604493163327285541474266365893111 6996832034387361611549281954994825922526 0933236612926519132772816211468821119972 55381093561420527683087423349
2048	65537	320120372237524641674723314732306457200 103273393054960242100981680240835590995 899238420909346523639812570147142750104 911666223316316108746267951981605404962 367999461817572603302642908092879906458 721925853943187702824763947061916143947 452074829996876077576154587787891873307 914125625309854229990791500637259617475 476763060650517736080506618547632872513 551128568015395900193267521770584952789 067958810937844087670862922576535599411 461713076051971196009517931024078037188 697711596800064045833018737480363576650 174638043568651949729684817686750662528 073161248939964612230547461648235188918 29585913460136510318884738565527

Last name	First name	Key type	Key identifier	Created	Internal ID no.
Kolovanov	Rodion	RSA-1024		17.11.2022 03:15:20	1668644120
Kolovanov	Rodion	RSA-2048		17.11.2022 03:14:50	1668644090
Kolovanov	Rodion	RSA-512		17.11.2022 03:15:43	1668644143
Kolovanov	Rodion	RSA-768		17.11.2022 03:15:32	1668644132
SideChannelAt...	Bob	RSA-512	PIN=1234	06.07.2006 12:51:34	1152179494

Далее исходный текст был зашифрован и расшифрован ключами различной длины. Время зашифровки и расшифровки было зафиксировано. Результаты приведены в следующей таблице:

Длина ключа	Время зашифровки	Время расшифровки
512	0.000 секунд	0.008 секунд
768	0.000 секунд	0.014 секунд
1024	0.000 секунд	0.020 секунд
2048	0.002 секунд	0.078 секунд

Все расшифрованные тексты совпадают с исходным текстом. Зашифрованные и расшифрованные тексты (зашифрованный – слева, расшифрованный – справа) при использовании ключа длиной 512, 768, 1024, 2048 соответственно (сверху вниз, 512 – сверху, 2048 – снизу) представлены на следующем скриншоте:





Как видно из результатов, шифрование данных алгоритмом RSA занимает значительно больше времени по сравнению с алгоритмами симметричного шифрования.

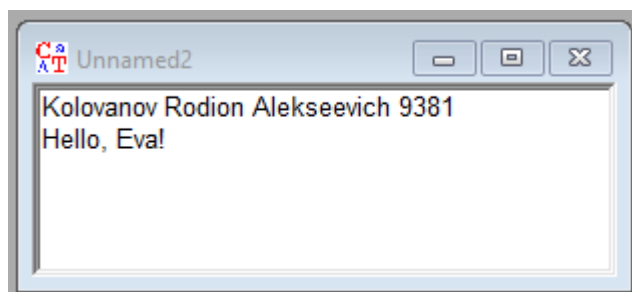
### *Атака грубой силы на RSA.*

*Задание.*

1. Запустите утилиту `Indiv.Procedures -> RSACryptosystem -> RSA Demonstration`;
2. Установите переключатель в режим «Choose two prime...»;
3. Выберите параметры  $p$  и  $q$  так, чтобы  $n = p * q > 256$ ;
4. Задайте открытый ключ  $e$ ;
5. Зашифруйте произвольное сообщение и передайте его вместе с  $n$  и  $e$  коллеге. В ответ получите аналогичные данные от коллеги;
6. Запустите утилиту `Indiv.Procedures -> RSACryptosystem -> RSADemonstration` и установите переключатель в режим «For data encryption...»;
7. Выполните факторизацию модуля  $n$  командой `Factorize`;
8. Используйте полученный результат для расшифровки сообщения, полученного от коллеги. Проверьте корректность.

### *Атака грубой силы на шифр RSA.*

В качестве исходного текста был взят следующий текст:



Далее при помощи утилиты `Indiv.Procedures -> RSACryptosystem -> RSA Demonstration` исходный текст был зашифрован со следующими параметрами:

- $p = 251$ ;
- $q = 197$ ;
- $n = 49447$ ;
- $e = 2^{16} + 255$ .

#### Результаты шифрования:

RSA encryption using e / decryption using d [alphabet size: 256]

Input as ☒ text ☐ numbers Alphabet and number system options...

Input text

Kolovanov Rodion Alekseevich 9381

The Input text will be separated into segments of Size 1 (the symbol '#' is used as separator).

K # o # l # o # v # a # n # o # v # # R # o # d # i # o # n # # A # l # e # k # s # e # e # v # i # c # h # #

Numbers input in base 10 format.

075 # 111 # 108 # 111 # 118 # 097 # 110 # 111 # 118 # 032 # 082 # 111 # 100 # 105 # 111 # 110 # 032 #

Encryption into ciphertext  $c[i] = m[i]^e \pmod{N}$

33538 # 41809 # 29297 # 41809 # 35271 # 28278 # 08343 # 41809 # 35271 # 24128 # 36306 # 41809 # 1!

Коллеге была передана следующая информация:

- Шифротекст: 33538 # 41809 # 29297 # 41809 # 35271 # 28278 # 08343 # 41809 # 35271 # 24128 # 36306 # 41809 # 15653 # 30988 # 41809 # 08343 # 24128 # 15285 # 29297 # 45541 # 03798 # 36978 # 45541 # 45541 # 35271 # 30988 # 11942 # 21193 # 24128 # 11931 # 11813 # 40121 # 41655;
- $n = 49447$ ;
- $e = 2^{16} + 255$ .

Было представлено, что автор данной лабораторной работы является сам себе является коллегой. От коллеги была получена следующая информация:

- Шифротекст: 33538 # 41809 # 29297 # 41809 # 35271 # 28278 # 08343 # 41809 # 35271 # 24128 # 36306 # 41809 # 15653 # 30988 # 41809 # 08343 # 24128 # 15285 # 29297 # 45541 # 03798 # 36978 # 45541 #

45541 # 35271 # 30988 # 11942 # 21193 # 24128 # 11931 # 11813 #  
40121 # 41655;

- $n = 49447$ ;
- $e = 2^{16} + 255$ .

Далее в утилите Indiv.Procedures -> RSACryptosystem -> RSADemonstration был переключен режим на «For data encryption...», после чего была выполнена факторизация полученного модуля  $n$ :

The screenshot shows the RSADemonstration utility interface. It is divided into three main sections:

- Algorithms for factorization:** A list of algorithms with checkboxes, all of which are checked: Brute-force, Brent, Pollard, Williams, Lenstra, and Quadratic sieve.
- Input:** A section with the label "Enter the number to be factorized:" and a text input field containing the number "49447". Below the input field is a button labeled "Load number from file".
- Factorization (stepwise):** A section with instructions: "Click 'Continue' to factor the input number. If the result (shown below) can be factored further, click the button again to execute the factorization." It contains two buttons: "Continue" and "Complete factorization into primes".

Below these sections is the **Factorization** section, which displays the results:

- A text box explaining the format: "The factorization is represented in the format <z1^a1 \* z2^a2 \*.... \* zn^an>. Composite numbers are highlighted in red."
- A dropdown menu showing "Last factorization through: Brute Force" and a status message: "Found 2 factors in 0.009 seconds."
- A text box labeled "Factorization result:" containing the output "197 \* 251".
- A button labeled "Details" at the bottom.

Отсюда были получены параметры  $p$  и  $q$ :

- $p = 197$ ;
- $q = 251$ ;

При помощи известных  $e$ ,  $p$  и  $q$  можно найти  $d$ , после чего осуществить расшифровку полученного от коллеги шифротекста:

The screenshot shows a web-based RSA encryption and decryption tool. At the top, it says "RSA encryption using e / decryption using d [alphabet size: 256]". Below this, there are two radio buttons for "Input as": "text" (unselected) and "numbers" (selected). To the right is a button labeled "Alphabet and number system options...". Underneath, it says "Ciphertext coded in numbers of base 10" and shows a long string of numbers separated by '#' symbols: "33538 # 41809 # 29297 # 41809 # 35271 # 28278 # 08343 # 41809 # 35271 # 24128 # 36306 # 41809 # 1!". Below that, it says "Decryption into plaintext  $m[i] = c[i]^d \pmod{N}$ " and shows a similar string of numbers: "00075 # 00111 # 00108 # 00111 # 00118 # 00097 # 00110 # 00111 # 00118 # 00032 # 00082 # 00111 # 0!". Then, it says "Output text from the decryption (into segments of size 1; the symbol '#' is used as separator)." and shows a string of characters separated by '#' symbols: "K # o # l # o # v # a # n # o # v # # R # o # d # i # o # n # # A # l # e # k # s # e # e # v # i # c # h # # ". At the bottom, it says "Plaintext" and shows the decrypted message: "Kolovanov Rodion Alekseevich 9381".

Как видно из результатов, расшифрованное сообщение совпадает с исходным. Атака грубой силы на RSA прошла успешно.

### ***Имитация атаки на гибридную криптосистему.***

#### ***Задание.***

1. Подготовьте текст передаваемого сообщения на английском с вашим именем в конце;
2. Запустите утилиту Analysis -> Asymmetric Encryption -> Side-Channel attack on «Textbook RSA»;
3. Настройте сервер, указав в качестве ключевого слова ваше имя, используемое в конце текста;
4. Выполните последовательно все шаги протокола;
5. Сохраните лог-файлы участников протокола для отчета.

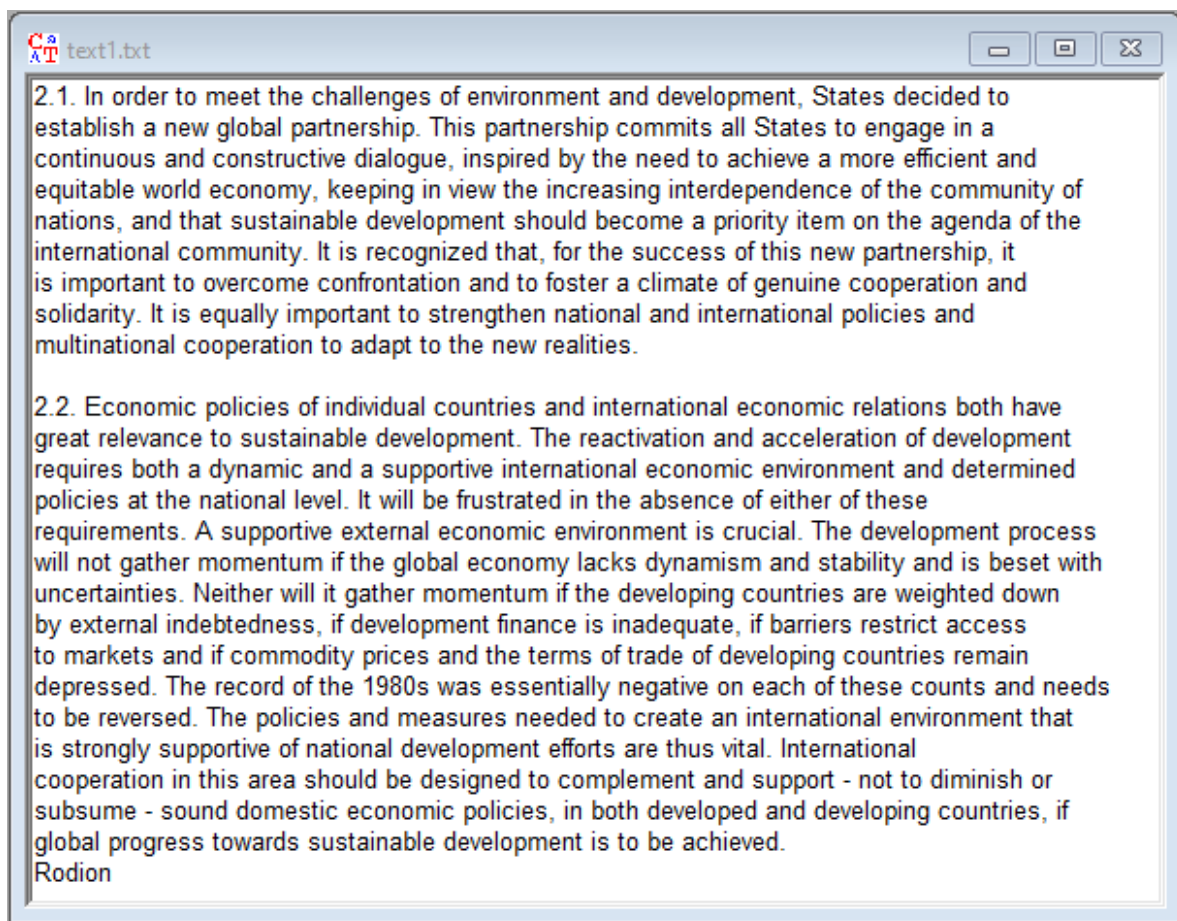
#### ***Цель атаки.***

Определить симметричный секретный ключ, зашифрованный открытым ключом асимметричной криптосистемы. Атака на гибридную модель основана на том, что злоумышленник перехватывает цифровой конверт, содержащий

зашифрованное сообщение и зашифрованный секретный ключ. Затем, модифицируя полученные данные, побитово восстанавливает зашифрованный секретный ключ, анализируя положительные и отрицательные ответы сервера.

### *Проведение атаки.*

В качестве исходного текста был взят следующий текст:



Для рассмотрения атаки была открыта утилита Analysis -> Asymmetric Encryption -> Side-Channel attack on «Textbook RSA». В качестве ключевого слова для сервера было выбрано слово «Rodion».

Далее были выполнены все шаги атаки, в результате которой был получен исходный текст:

Message (calculated by Trudy using the decrypted session key):

2.1. In order to meet the challenges of environment and development, States decided to establish a new global partnership. This partnership commits all States to engage in a continuous and constructive dialogue, inspired by the need to achieve a more efficient and equitable world economy, keeping in view the increasing interdependence of the community of nations, and that sustainable development should become a priority item on the agenda of the

Как видно из результатов, атака была проведена успешно. Файлы логов проведения атаки на гибридную криптосистему представлены в Приложении А.

## Выводы.

В ходе выполнения данной лабораторной работы были исследованы протокол Диффи-Хеллмана и шифр RSA, а также были исследованы атака «грубой силы» на шифр RSA и атака на гибридную криптосистему.

### 1. Протокол Диффи-Хеллмана:

- а. Была рассмотрена работа протокола Диффи-Хеллмана. Было определено, что протокол позволяет двум пользователям получить материал для генерации одинакового симметричного секретного ключа путем обмена данными по незащищенному каналу связи.  $(p, g, R_1)$  и  $(p, g, R_2)$  – открытые ключи сторон,  $x, y$  – закрытые ключи сторон,  $R_2^x \bmod p$  и  $R_1^y \bmod p$  – односторонние функции с секретом.  $p$  – большое простое число порядка 300 десятичных цифр,  $g$  – порождающий элемент циклической группы (генератор) порядка  $p$ ,  $x$  и  $y$  – большие случайные числа. Симметричный ключ вычисляется следующим образом:  
$$K = R_2^x \bmod p = R_1^y \bmod p.$$

### 2. Шифр RSA:

- а. Была рассмотрена работа шифра RSA. Было определено, что RSA является асимметричным блочным шифром. Он базируется на том, что задача разложения чисел вида  $n = p * q$  ( $p$  и  $q$  – простые числа) на множители является очень трудной, если мы знаем только  $n$ , а  $p$  и  $q$  – большие числа (задача факторизации).  $(e, n)$  – открытый ключ,  $d$  – закрытый ключ.  $p$  и  $q$  после генерации ключей уничтожаются. Каждый блок открытого текста преобразуется в шифротекст по формуле:  $c_i = (m_i^e) \bmod n$ , блок шифротекста преобразуется в открытый текст по формуле:  $m_i = (c_i^d) \bmod n$ .
- б. Было исследовано время шифрования и расшифрования шифром RSA в зависимости от длины ключа. Было определено, что шифр

RSA работает довольно медленно: при шифровании текста размера 2148 символов при шифровке и расшифровке в сумме используется 0.02 секунд при длине ключа 1024, и 0.08 секунд при длине ключа 2048. Отсюда применение шифра RSA для больших объемов данных нецелесообразно, лучше использовать гибридное шифрование.

### 3. Атака «грубой силы» на шифр RSA:

- а. Была рассмотрена и проведена атака «грубой силы» на шифр RSA. Для этого осуществлялась факторизация модуля  $n$  на простые множители  $p$  и  $q$ . Далее по известным  $p$ ,  $q$  и  $e$  был найден закрытый ключ  $d$ . Атака прошла успешно, поскольку используемые при генерации ключей значения  $p$  и  $q$  были недостаточно большими, поэтому факторизация числа  $n = p * q$  выполнялась относительно быстро.

### 4. Атака на гибридную криптосистему:

- а. Была рассмотрена имитации атаки на гибридную криптосистему. Было определено, что целью рассматриваемой атаки является определение симметричного секретного ключа, зашифрованного открытым ключом асимметричной криптосистемы. Атака основана на том, что злоумышленник перехватывает цифровой конверт, содержащий зашифрованное сообщение и зашифрованный секретный ключ. Затем, модифицируя полученные данные, побитово восстанавливает зашифрованный секретный ключ, анализируя положительные и отрицательные ответы сервера.

Были получены практические навыки работы с рассматриваемыми протоколами и шифрами, и атакой на них с использованием приложения CrypTool 1 и 2.



## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Лог-файл работы протокола Диффи-Хеллмана в *CrypTool 1*:

```
At first, Alice and Bob agreed on the public parameters. So they chose a prime
p and a generator g:

p:
162728503386883098193052774928368534539825683780064557063748120138904672906063

g:
71325813920865895977141764404044323057405312186305285248245653086701796657256

Alice chose her secret number 'a' while Bob chose his secret number 'b':

a:
18143708636600263833191610642538413919470565844964360814584688548383821403901

b:
9139741642413585371976300801836032993358503415815293010214918211586385643975

If the chosen secret values a and b are greater or equal the prime module p,
then they need to be reduced modulo p. The actual values are given below:

a (reduced mod p):
18143708636600263833191610642538413919470565844964360814584688548383821403901

b (reduced mod p):
9139741642413585371976300801836032993358503415815293010214918211586385643975

On the basis of the previously chosen secret numbers, Alice and Bob created
their respective shared keys. Alice computed her shared key A, while Bob computed
his shared key B:

A:
53286111320391900026082142294290476333546708536290559839760632324129831014128

B:
63416216527323901695980193507117239608422349122066889142631695044607304980111

In order to calculate their secret and common Session Key, Alice and Bob
exchanged their shared keys: Alice sent her shared key A to Bob and Bob sent
his shared key B to Alice.

Alice and Bob were able to calculate the secret and common Session Key now.
Alice computed the Session Key SA, Bob computed the Session Key SB:

SA:
45189997346140309933369168087575158857529838206572205305769286638838484283893

SB:
45189997346140309933369168087575158857529838206572205305769286638838484283893

Theoretically it is now possible for Alice and Bob to use their Session Keys to
encrypt documents they would like to exchange covertly.
```

### Файлы логов проведения атаки на гибридную криптосистему:

## I. PREPARATIONS

Alice composes a message  $M$ , addressed to Bob.

Alice chooses a random session key  $S$ :  
ED43DD9EB63FE3D4CED3C9F0A9B12821

Alice symmetrically encrypts the message  $M$  with the session key  $S$ .

Alice chooses Bob's public key  $e$ :  
010001

Alice asymmetrically encrypts the session key  $S$  with Bob's public RSA key  $e$ :  
67C106C51A1A2E7931FC139984444215319BC0074E96D317323054F358C38FBD86780B5A9099A2  
A4E5364F72C45EC40AD379829D20BAF646169C6E8D4D6DDDA5AB426A3E39FF0DA47729DD8B0FC9  
FEA8586A91F470E53DD72A29CC9071DA763A1C84E5E4E5997CFBB79766BA22ABB94F4546D20339  
1D46411AB68759834F80C17EB6C112A87C824E72D6D64CB7E9181AC54FCAD7597942068DBD20F5  
F3705EC632D5412F7A92F11FC692D02B100F24559C8496C746DDF5ECE3E728CA7F0E016AE197AF  
628C21231505EB2B71A2BA3FE52BBC0927ED1405DC403F60A24F2BA083220143B10AD63D72CBFB  
16EF7BE13D1C8E4F4CEBB3553DE7E6D6AAAEC4094DFD

## II. MESSAGE TRANSMISSION

Alice sends the hybrid encrypted file to Bob over an insecure channel.

## III. MESSAGE INTERCEPTION

Trudy intercepts the hybrid encrypted file and isolates the encrypted session key  $S$ :

67C106C51A1A2E7931FC139984444215319BC0074E96D317323054F358C38FBD86780B5A9099A2  
A4E5364F72C45EC40AD379829D20BAF646169C6E8D4D6DDDA5AB426A3E39FF0DA47729DD8B0FC9  
FEA8586A91F470E53DD72A29CC9071DA763A1C84E5E4E5997CFBB79766BA22ABB94F4546D20339  
1D46411AB68759834F80C17EB6C112A87C824E72D6D64CB7E9181AC54FCAD7597942068DBD20F5  
F3705EC632D5412F7A92F11FC692D02B100F24559C8496C746DDF5ECE3E728CA7F0E016AE197AF  
628C21231505EB2B71A2BA3FE52BBC0927ED1405DC403F60A24F2BA083220143B10AD63D72CBFB  
16EF7BE13D1C8E4F4CEBB3553DE7E6D6AAAEC4094DFD

## IV. BEGINNING OF THE ATTACK CYCLE

She sends an exact copy of the original, encrypted message to Bob and extends it with the session key  $S'$  (encrypted with Bob's public key). Compared to the message sent by Alice, Trudy simply replaces the encrypted session key  $[ENC(S, PubKeyBob)]$  is replaced by  $ENC(S', PubKeyBob)$ .

Trudy repeats this step 130 times, whereas the step count depends on the bit length of the used session key (step count = bit length + 2).