# МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра информационной безопасности

#### ОТЧЕТ

по лабораторной работе №8 по дисциплине «Криптография и защита информации»

Тема: Изучение цифровой подписи

Студент гр. 9381	 Колованов Р.А.
Преподаватель	 Племянников А.К

Санкт-Петербург

#### Цель работы.

Исследовать алгоритмы создания и проверки цифровой подписи, алгоритмы генерации ключевых пар для алгоритмов цифрой подписи RSA, DSA, ECDSA и получить практические навыки работы с ними, в том числе с использованием приложения Cryptool 1 и 2.

### Основные теоретические положения.

#### Генератор ключевых пар.

Генерация ключевых пар для алгоритма RSA.

- 1. Генерация двух больших простых чисел p и q;
- 2. Вычисление n = p \* q;
- 3. Выбор произвольного e (e < n), взаимно простого с  $\varphi(n)$ ;
- 4. Вычисление  $d: e * d = 1 \mod \varphi(n);$
- 5. Числа (e, n) открытый ключ, d закрытый ключ, p и q уничтожаются.

Генерация ключевых пар для алгоритма DSA.

- 1. Выбирается число p: длина [512, 1024] битов и число битов в p должно быть кратно 64;
- 2. Выбирается число q, которое имеет тот же самый размер дайджеста 160 битов, такое, что:  $(p-1) = 0 \mod q$ ;
- 3. Выбирается  $e_1$ :  $e_1^q = 1 \mod p$ ;
- 4. Выбирается целое число d < q и вычисляется  $e_2 = e_1{}^d \mod p$ ;
- 5. Числа  $(e_1, e_2, p, q)$  открытый ключ, d закрытый ключ.

Генерация ключевых пар для алгоритма ECDSA.

- 1. Выбирается эллиптическая кривая  $E_p(a, b)$ , p простое число;
- 2. Выбирается точка на кривой  $e_1 = (x_1, y_1)$ ;
- 3. Выбирается простое число q порядок одной из циклических подгрупп группы точек эллиптической кривой:  $q \times (x_1, y_1) = 0$ ;
- 4. Выбирается закрытый ключ d;

- 5. Вычисляется точка на кривой  $e_2 = d \times e_1$ ;
- 6. Открытый ключ  $(a, b, q, p, e_1, e_2)$ .

# Процессы создания и проверки цифровой подписи.

Обобщенные схемы подписания и проверки цифровой подписи представлены на рисунке 8.1.

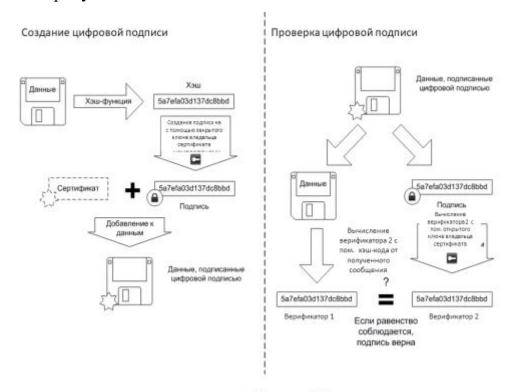


Рисунок 8.1

# Схемы цифровой подписи на эллиптических кривых.

Схема цифровой подписи ECDSA (рисунок 8.2).

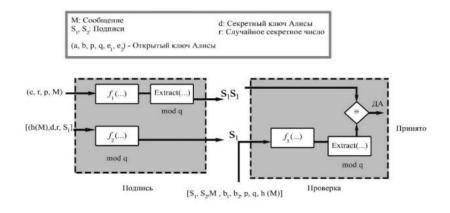


Рисунок 8.2

В процессе подписания две функции  $f_1$  и  $f_2$  и экстрактор *Extract* создают две части подписи. В процессе проверки (верификации) обрабатывают выход одной функции  $f_2$  (после прохождения через экстрактор) и сравнивают ее с первой частью подписи.

После того, как сгенерирована ключевая пара (закрытый ключ – d, и открытый ключ –  $(a, b, q, p, e_1, e_2)$ , осуществляется подписание документа, затем на принимающей стороне осуществляется проверка (рисунок 8.3).

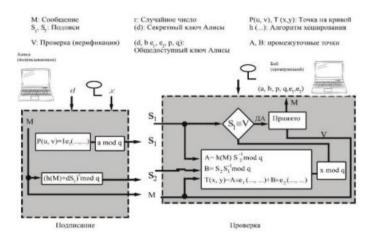


Рисунок 8.3

Алгоритм подписания ECDSA состоит из следующих операций:

- 1. Выбирается секретное случайное число  $r: r \in (1, q 1);$
- 2. Выбирается третья точка на кривой:  $P(u, v) = r \times e_1$ ;
- 3. Вычисляется первая часть подписи по формуле:

$$S_1 = u \mod q$$
,

где u – абсцисса;

4. Вычисляется вторая часть подписи по формуле:

$$S_2 = (h(M) + d \times S_1) \times r^{-1} \bmod q ,$$

где h(M) – дайджест сообщения, d – закрытый ключ.

Алгоритм проверки цифровой подписи ECDSA включает следующие операции:

1. Вычисляем промежуточные результаты А и В:

$$A = h(M) \times S_2^{-1} \mod q$$
$$B = S_2^{-1} \times S_1 \mod q$$

2. Восстанавливаем третью точку:

$$T(x,y) = A \times e_1 + B \times e_2$$

3. Верификатор  $V = x \mod q$  сравнивается с первой частью цифровой подписи  $S_1$ .

#### Демонстрация процесса подписи в среде PKI.

Инфраструктура открытых ключей (ИОК, PKI – Public Key Infrastructure) – набор средств (технических, материальных, организационных и т. д.), распределённых служб и компонентов, в совокупности используемых для поддержки решения основных задач криптографии, а именно:

- 1. Обеспечение конфиденциальности информации;
- 2. Обеспечение целостности информации;
- 3. Обеспечение аутентификации пользователей и ресурсов, к которым обращаются пользователи;
- 4. Обеспечение возможности подтверждения совершенных пользователями действий.

Решение перечисленных задач основано на использовании сертификатов открытых ключей. Сертификат открытого ключа — это электронный документ, который содержит:

- 1. Открытый ключ пользователя;
- 2. Информацию о пользователе, которому принадлежит сертификат;
- 3. Информацию о сроке действия сертификата;
- 4. Информацию об издателе сертификата;
- 5. Другие атрибуты;
- 6. Цифровую подпись этих данных, созданную удостоверяющим центром, издавшим и выдавшим этот сертификат.

Существует несколько вариантов использования сертификатов открытых ключей:

- 1. Для зашифрования и расшифрования электронных документов;
- 2. Для подписания электронного документа и проверки подписи;
- 3. Для аутентификации отправителя документа.

#### Ход работы.

#### Генераторов ключевых пар.

Задание.

- 1. Перейти к утилите «Digital Signatures / PKI -> PKI -> Generate/Import Keys»;
- 2. Сгенерировать ключевые пары по алгоритмам RSA-2048, DSA-2048, EC-239. Зафиксируйте время генерации в таблице;
- 3. С помощью утилиты «Digital Signatures / PKI -> PKI -> Display/Export Keys» вывести сгенерированный открытый ключ и сохранить соответствующий скриншот.

Описание алгоритмов генерации.

Генерация ключей RSA-2048:

- 1. Генерация двух больших простых чисел p и q (p и q держаться в секрете);
- 2. Вычисление n = p \* q;
- 3. Выбор произвольного e (e < n), взаимно простого с  $\varphi(n) = (p-1)(q-1)$  функцией Эйлера;
- 4. Вычисление закрытого ключа  $d: e * d = 1 \mod \varphi(n);$
- 5. Числа (e, n) открытый ключ, d закрытый ключ, p и q уничтожаются.

#### Генерация ключей DSA-2048:

1. Выбирается простое число p, длиной между 512 и 1024 битами. Число битов в p должно быть кратно 64;

- 2. Выбирается другое простое число q, которое имеет тот же самый размер, что и дайджест 160 битов, такое , что  $(p-1) = 0 \mod q$ ;
- 3. Выбирается  $e_1$ , такое, что  $e_1^q = 1 \mod p$  путем вычисления  $e_1 = e_0^{(p^{-1})/q}$   $\mod p$ , где  $e_0 \in Z_p$  (теорема Ферма);
- 4. Выбирается целое d < q и вычисляется  $e_2 = e_1^d \mod p$ ;
- 5. Числа  $(e_1, e_2, p, q)$  открытый ключ, d закрытый ключ.

#### Генерация ключей ECDSA (EC-239):

- 1. Выбирается эллиптическая кривая  $E_p(a, b)$ , p простое число;
- 2. Выбирается точка на кривой  $e_1 = (x_1, y_1)$ ;
- 3. Выбирается простое число q порядок одной из циклических подгрупп группы точек эллиптической кривой:  $q \times (x_1, y_1) = 0$ ;
- 4. Выбирается целое число d (1 < d < q 1), и назначается закрытым ключом;
- 5. Вычисляется точка на кривой  $e_2 = d \times e_1$ ;
- 6. Открытый ключ  $(a, b, q, p, e_1, e_2)$ .

# Генерация ключевых пар.

Для начала при помощи утилиты «Digital Signatures / PKI -> PKI -> Generate/Import Keys» были сгенерированы ключевые пары по алгоритмам RSA-2048, DSA-2048 и EC-239, при этом так же было зафиксировано время генерации ключевых пар. Результаты представлены в таблице 1.

Tаблица 1 - Время генерации ключевых пар.

Алгоритм	Время генерации пары ключей
RSA-2048	0.894 секунды
DSA-2048	2.899 секунды
EC-239 (prime239v1)	0.012 секунды

Как видно из результатов, алгоритм EC-239 показал наименьшее время генерации пары ключей, а DSA-2048 – наибольшее.

Сгенерированные открытые ключи представлены на рисунках 1, 2 и 3.

Public Paramet	ers of: Rodion Kolovanov	$\times$
Modulus:	0XFFC1ED5EDC83F0E04C28005900CC50173E94EBD902D63306CAB7AC 3789E592F45230F25C297520D627507EF66C9735476AB2E9822343D00A 3950F55066D22E1E322BCF7D71D009676535A5A37C2AD76E995B0EE2	
Exponent:	0×10001	
Base for pre	sentation of numbers  C Decimal   • Hexadecimal	

Рисунок 1 - Открытый ключ RSA-2048.

```
DSA prime p (no. of bits = 2048):
0 FFFD79D9 D736A6BC 9FE9C676 0DF9ACBA
                                                     DSA base g (no. of bits = 2048):
0 CC55F99D FEC3471D 0CFA0481
                                                                                    OCFA0481
                                                                                               39FCB675
      AB968B56 D4F620E5
                                                           A29D3D6B 429299FB
                              8BA12119 DCD0FAAD
                                                      10
                                                                                    1D0A5AF9 FDAC598C
 10
                                                           B7473434 8BF138AE
02FDB1F5 5E134D62
                                                                                   F809998A F3E72055
C32301EE 67EA94CD
                                                      20
      39439EFD 74567DEE
                              424F549F 3A5C6868
 20
                                                      30
                                                                                    C32301EE
 30
      57544F98 CE024CB7
                              F7BDD36F
                                          390D462B
                                                           9DC54195 FEA993E7
                                                                                    6A7687CA 54BEC52E
                 9ACDE905
                                                      40
                              A6AF0F55 FB67A37C
      2BDBBD8C
 40
 50
      ECFC0ED9 E1C569B5
                              04FB8638 EC662F88
                                                      50
                                                           34351E18 9201CF9D
                                                                                    604D2BBD 9820CE9D
                                                           27B2409F 634DE88B
EBEEE287 ED652FDA
                                                                                    2942ED6C A2B6D142
77BE20B5 886F2FDB
                                                      60
 60
      483026EB AA466644
                              5D271FB9 807A0D93
                                                      70
                              592BD114 8B8788A1
5C693645 DC8543C8
 70
      E5713D8D
                 438A0FDE
                                                      80
                                                           56434C43 3C22A67E
                                                                                   FA8D3D99 0F124F06
 80
      1AF24DFE F988B5FA
                                                           B9182A21 FF876AD8
                                                      90
                                                                                    AC3FA187 BB168BBC
 90
      831FE721 9969CB15
                              CD19A220 A9B5FDBB
                                                                                    78702594 DC691A4B
2249CCDC AF59E195
                              671D4667
                                                      ΑO
                                                           8D475D34 D33406B2
 ΑO
      F44CABBD 134D12FD
                                         74BC2566
                                                           654DFAAA D7DDA5DC
                 9C6244A0
30678775
                                                      B0
 B0
      504CC59C
                               2E7308FD 8B86AC2C
                              DFA90D9A 1D760BB4
                                                      C<sub>0</sub>
                                                           7E405E56 0FBADB1C
                                                                                    A12FC356
 C0
      95EC6199
                                                                                               13EE8459
                                                      D0
 D0
      E1DB96BD CA8DF1FD
                              0D29BC7F B75F860A
                                                           CE4A6D02 2361B9C0
                                                                                    A9B8AB96
                                                                                               2C36A3E7
     FA150F3C 3C1D54C9
00FEFDB1 36633B11
                                                      E0
                                                           1294D30A 905959F9
                                                                                    F5E70565 BF98ACB5
                              A856E9A5 3CDB8E1B
 E0
                                                           AE9B5378 F4461192
                                                                                   F675EE18 DF31834B
                             18135E0B BD0B96E9
                                                     F0
                                                                                   2048):
A54C8CF2 173F5E2B
D0113635 FDEBA8A9
                                                    Public y (no. of bits = 0 A8EC1CFC CEE3830B
                                                           78AB5964 B2BA4495
                                                      10
                                                      20
                                                           EBCC7C6D 1CAAA898
                                                                                   309C0BD3 E567E827
                                                           6DFE0D0E FAE991BD
                                                      30
                                                                                   OADB39FC F77E8EF4
                                                                                   B962CDAF 33EF2344
62420BC3 DF9E729F
                                                           36B699D6 BD183D1C
E32F8A78 19B77C14
                                                      40
                                                      50
                                                           650534DD 297E99F9
                                                                                   7C9A074A 6C382DAB
                                                           5E4A0A3E DC232529
5887DD5B CE97F88E
                                                                                   F6FA3669
                                                      70
                                                                                               35388F04
                                                                                   11FABABC
                                                      80
                                                                                               163C12B3
                                                                                               579377BA
                                                           E502BC45
                                                                                   BBD7B8C7
                                                      90
                                                                      338322D9
                                                      ΑO
                                                           OB156DE6 80ECD34F
                                                                                   E893286B 89B7ECFD
                                                                                   2F80EA62 6C48E23B
EC2F37A7 FF62E793
                                                                      A56D17E7
                                                      B0
                                                           6C30A9D3
                                                      C0
                                                           744DD73C
                                                                      93543BC0
                                                           FD36F9CE FF5AA8A8
23CFE2BA 3E2592D4
DSA prime q (no. of bits = 160): D0
0 863DD7B2 1BCD65A1 4444411D 046A81D2 E0
                                                                                   69665823 E78ED9AF
                                                                                   F7D58048 16434220
                                                           79791615 15B47741
    BDAB985D
                                                                                   0FDDE099 AC56307E
```

Рисунок 2 – Открытый ключ DSA-2048.

Key owr	ner:	Rodion Kolovanov	
Key type		EC-prime239v1	
vea rahe	<b>5.</b>	Ec-pillile255v1	
Date ke	y created:	08.12.2022 02:46:45	
Domain p	arameters of ellipti	c curve 'EC-prime239v1':	
Paramet	ters   Value of the	parameter	Bit len
		E described through the curve equation: y^2 = x^3 + ax + b (mod p):	
a		FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF	220
l P		BDCF18941D0D654921475CA71A9DB2FB27D1D37796185C2942C0A	239
P	UX/FFFFFF	FFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFFF	239
	Point Gionio	curve E (described through its (x,y) coordinates):	
l <sub>×</sub>		DCA8816CCC33B8642BEDF905C3D358573D3F27FBBD3B3CB9AAAF	236
У	0×7DEBE8E	4E90A5DAE6E4054CA530BA04654B36818CE226B39FCCB7B02F1AE	239
	G has the pr	ime order r and the cofactor k (r*k is the number of points on E):	
l <sub>k</sub>	0X1	ine order rand the coractor k (r k is the number or points on E).	1
1		FFFFFFFFFFFFFFFFFFFF9E5E9A9F5D9071FBD1522688909D0B	239
The pub	blic key $W = (x,y)$ is	s a point on curve E and a multiple of G:	Bit len
		400 4 00 F0	
		48B1CC5CF56BA53959299535F9EE9BD306C82306EA1DC	238
] y = ux8L	706520D 1408F5F	E32EC83E86911AC4136E09EE8ADEF52FB7094608C8EE	236

Рисунок 3 – Открытый ключ ЕС-239.

#### Процессы создания и проверки цифровой подписи.

#### Задание.

- 1. Открыть текст не менее 5000 знаков. Перейти к приложению «Digital Signatures/PKI -> Sign Document»;
- 2. Задайте хэш-функцию, и другие параметры цифровой подписи;
- 3. Создайте подпись ключами, сгенерированными в предыдущем задании. Зафиксируйте время создания цифровой подписи для каждого ключа;
- 4. Сохраните скриншот цифровой подписи с помощью приложения «Digital Signatures/PKI -> Extract Signature»;
- 5. Выполните процедуру проверки подписи «Digital Signatures/PKI -> Verify Signature» для случаев сохранения и нарушения целостности исходного текста. Сохраните скриншоты результатов.

Обобщенная схема создания и проверки цифровой подписи.

Обобщенная схема создания и проверки цифровой подписи представлена на рисунке 4.



Рисунок 4 – Схема создания и проверки цифровой подписи.

Создание и проверка цифровой подписи.

В качестве исходного текста был взят текст (размер текста превышает 5000 символов и составляет около 6300 символов), представленный на рисунке 5.

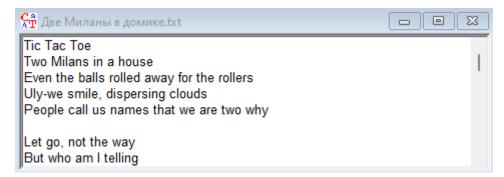


Рисунок 5 – Исходный текст.

Далее при помощи ранее сгенерированных ключевых пар были созданы цифровые подписи, при этом так же было зафиксировано время генерации цифровых подписей. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Время генерации цифровых подписей.

Алгоритм	Хэш-функция	Время генерации цифровой подписи
RSA-2048	SHA-1	0.010 секунд
DSA-2048	SHA-1	0.002 секунды
ECSP-DSA	SHA-1	0.002 секунды
ECSP-NR	SHA-1	0.002 секунды

Сгенерированные цифровые подписи представлены на рисунках 6, 7, 8 и 9.

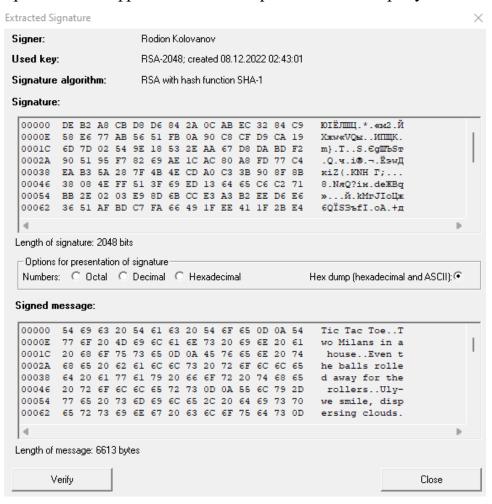


Рисунок 6 — Цифровая подпись, сгенерированная алгоритмом RSA с использованием хэш-функции SHA-1 и ключа RSA-2048.

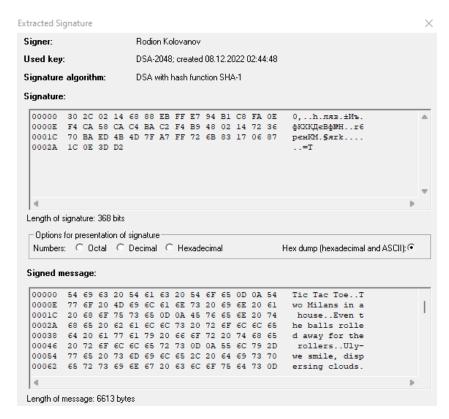


Рисунок 7 — Цифровая подпись, сгенерированная алгоритмом DSA с использованием хэш-функции SHA-1 и ключа DSA-2048.

igner: Rodion Kolovanov																
<b>Used key:</b> EC-prime239v1; created 08.12.					12.2	N22	n2·4	6:45								
Signature algorithm: ECSP-DSA with hash function SHA-1																
ignature	e:															
c = 38	8858	344.	LlF	D522	2759	5203	30C2	876	5792	2B50	)A31	F741	389	81	55EF6D303CD3561D	
a - 15	2066	ran.	500/	~= 01	2761	1075	0650	וספו	ODI	122	copt	000/	1221		91F205F2B50B73CA	
u - 12		250	500		. / 6-	iono	,655	DEL	JODI	,520	озы	555	EFFI		JIF203F2B30B73CR	
																,
4																
																Þ
	signa	iture:	475	i bits												Þ
ength of	_															<b>&gt;</b>
ength of Options	s for p	rese	ntati	on of	_											•
ength of Options	s for p	rese	ntati	on of	_			Не	xade	ecima	al				Hex dump (hexadecimal and ASC	il);©
ength of	s for p	rese	ntati	on of	_			Не	xade	ecima	al				Hex dump (hexadecimal and ASC	<b>▶</b>
ength of Options Number	s for p	rese	ntatio ctal	on of	_			Не	xade	ecima	al				Hex dump (hexadecimal and ASC	Dinj: ○
ength of Options	s for p	rese 0 0 age	ntatio	on of	Dec		•					OD	OA	54		)II);C
ength of Options Number	s for p	rese 0 0 age	ntationtation	on of C	Dec	cimal	63	20	54	6F	65				Tic Tac ToeT	) (ii):C
ength of Options Number	s for p	age	ntationtal	20 4D	Dec	61	63 61	20 6E	54 73	6F 20	65 69	6E	20	61	Tic Tac ToeT	) (ii);C
ength of Options Number igned r	s for p	rese 0 0 age 69 6F 68	ntation ctal	20 4D 75	54 69 73	61 6C	63 61 0D	20 6E 0A	54 73 45	6F 20 76	65 69 65	6E	20 20	61 74	Tic Tac ToeT wo Milans in a houseEven t	));C
ength of Options Number igned r	s for press	69 68 65	etal 63 20 6F 20	20 4D 75 62	54 69 73 61	61 6C 65	63 61 0D 6C	20 6E 0A 73	54 73 45 20	6F 20 76 72	65 69 65 6F	6E 6E	20 20 6C	61 74 65	Tic Tac ToeT wo Milans in a houseEven t he balls rolle	)II);C
ength of Options Number	s for p s: ( mess 54 77 20 68 64	69 68 65 20	63 20 6F 20 61	20 4D 75 62	54 69 73 61 61	61 6C 65 6C	63 61 0D 6C 20	20 6E 0A 73 66	54 73 45 20 6F	6F 20 76 72 72	65 69 65 6F 20	6E 6E 6C 74	20 20 6C 68	61 74 65 65	Tic Tac ToeT wo Milans in a houseEven t he balls rolle d away for the	:II):C
ength of Options Number igned I 00000 0000E 0001C 0002A 00038 00046	54 77 20 68 64 20	69 68 65 20	63 20 6F 20 6F	20 4D 75 62 77 6C	54 69 73 61 61 6C	61 6C 65 6C 79	63 61 0D 6C 20 72	20 6E 0A 73 66 73	54 73 45 20 6F 0D	6F 20 76 72 72 0A	65 69 65 6F 20	6E 6E 6C 74 6C	20 20 6C 68 79	61 74 65 65 2D	Tic Tac ToeT wo Milans in a houseEven t he balls rolle d away for the rollersUly-	il):C
ength of Options Number iigned r	54 77 20 68 64 20	69 68 65 20 72	63 20 6F 20 6F 20	20 4D 75 62 77 6C 73	54 69 73 61 61 6C 6D	61 6C 6S 6C 79 65	63 61 0D 6C 20 72 6C	20 6E 0A 73 66 73 65	54 73 45 20 6F 0D 2C	6F 20 76 72 72 0A 20	65 69 65 6F 20 55 64	6E 6E 6C 74 6C 69	20 20 6C 68 79 73	61 74 65 65 2D 70	Tic Tac ToeT wo Milans in a houseEven t he balls rolle d away for the rollersUly- we smile, disp	:II):©

Рисунок 8 — Цифровая подпись, сгенерированная алгоритмом ECSP-DSA с использованием хэш-функции SHA-1 и ключа EC-prime239v1.

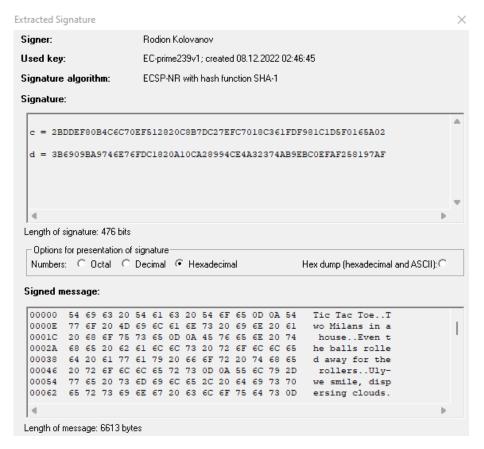


Рисунок 9 — Цифровая подпись, сгенерированная алгоритмом ECSP-NR с использованием хэш-функции SHA-1 и ключа EC-prime239v1.

Далее была выполнена процедура проверки цифровой подписи «Digital Signatures/PKI -> Verify Signature» для случаев сохранения и нарушения целостности. Результаты представлены на рисунках 10-17.



Рисунок 10 – Проверка цифровой подписи для алгоритма RSA при сохранении целостности.



Рисунок 11 – Проверка цифровой подписи для алгоритма RSA при нарушении целостности.



Рисунок 12 – Проверка цифровой подписи для алгоритма DSA при сохранении целостности.



Рисунок 13 – Проверка цифровой подписи для алгоритма DSA при нарушении целостности.



Рисунок 14 — Проверка цифровой подписи для алгоритма ECSP-DSA при сохранении целостности.



Рисунок 15 — Проверка цифровой подписи для алгоритма ECSP-DSA при нарушении целостности.



Рисунок 16 – Проверка цифровой подписи для алгоритма ECSP-NR при сохранении целостности.



Рисунок 17 – Проверка цифровой подписи для алгоритма ECSP-NR при нарушении целостности.

# Схемы цифровой подписи на эллиптических кривых.

Задание.

1. Выполните процедуру создание подписи «Digital Signatures / PKI -> Sign Document» алгоритмом ECSP-DSA в пошаговом режиме (Display inter. results=ON). Зафиксируйте скриншоты последовательности шагов;

- 2. Выполните процедуру проверки подписи ECSP-DSA для случаев сохранения и нарушения целостности исходного текста. Сохраните скриншоты результатов;
- 3. Проверить лекционный материал по ECDSA, выполнив создание и проверку подписи сообщения М (принять M=h(M)) приложением «Indiv.Procedures -> Number Theory -> Point Addition on EC».

Описание алгоритма формирования и проверки подписи ECDSA. Схема цифровой подписи ECDSA представлена на рисунке 18.

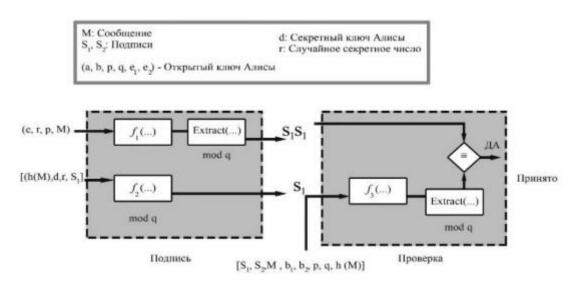


Рисунок 18 – Схема цифровой подписи ECDSA.

В процессе подписания две функции  $f_1$  и  $f_2$  и экстрактор *Extract* создают две части подписи. В процессе проверки (верификации) обрабатывают выход одной функции  $f_2$  (после прохождения через экстрактор) и сравнивают ее с первой частью подписи.

После того, как сгенерирована ключевая пара (закрытый ключ - d, и открытый ключ - (a, b, q, p,  $e_1$ ,  $e_2$ ), осуществляется подписание документа, затем на принимающей стороне осуществляется проверка. Схема представлена на рисунке 19.

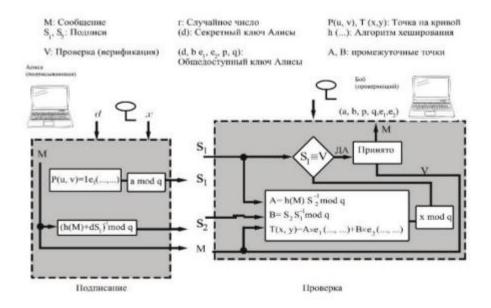


Рисунок 19 – Проверка цифровой подписи ECDSA.

Алгоритм подписания ECDSA состоит из следующих операций:

- 1. Выбирается секретное случайное число  $r: r \in (1, q 1);$
- 2. Выбирается третья точка на кривой:  $P(u, v) = r \times e_1$ ;
- 3. Вычисляется первая часть подписи по формуле:

$$S_1 = u \mod q$$
,

где u — абсцисса;

4. Вычисляется вторая часть подписи по формуле:

$$S_2 = (h(M) + d \times S_1) \times r^{-1} \bmod q$$

где h(M) – дайджест сообщения, d – закрытый ключ.

Алгоритм проверки цифровой подписи ECDSA включает следующие операции:

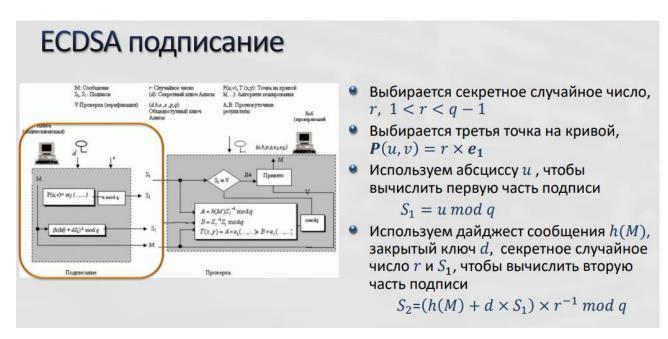
1. Вычисляем промежуточные результаты А и В:

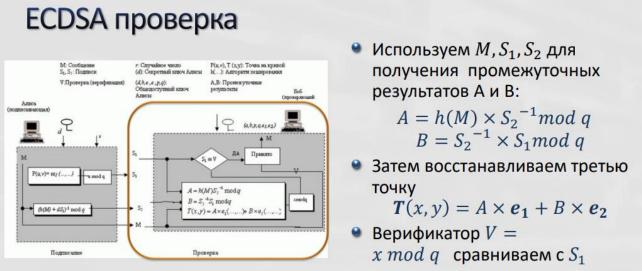
$$A = h(M) \times S_2^{-1} \mod q$$
$$B = S_2^{-1} \times S_1 \mod q$$

2. Восстанавливаем третью точку:

$$T(x,y) = A \times e_1 + B \times e_2$$

3. Верификатор  $V = x \mod q$  сравнивается с первой частью цифровой подписи  $S_1$ .





Сравним лекционную версию ECDSA и реализацию из CrypTool 1. Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3 — Сравнение лекционной версии ECDSA и реализации из CrypTool.

Параметр из CrypTool 1	Параметр из лекции
а	а
b	b
(Gx, Gy)	$e_1=(x,y)$

r	q
S	d
f	h(M)
и	r
i	и
(Vx, Vy)	P(u, v)
С	$S_I$
d	$S_2$

Выполнение алгоритма формирования и проверки подписи ECDSA.

Далее при помощи утилиты «Digital Signatures / PKI -> Sign Document» была создана подпись алгоритмом ECSP-DSA в пошаговом режиме. Последовательность шагов представлена на следующих рисунках:

```
Message M to be signed:
00000
        54 69 63
                     54
                            63
                               20 54
                                            OD OA 54
                                                        Tic Tac Toe..T
                  20
                        61
                                     6F
                                         65
0000E
        77 6F 20 4D 69 6C 61
                               6E 73 20 69 6E 20 61
                                                         wo Milans in a
0001C
        20 68 6F
                  75
                     73
                        65
                           0D
                               0A 45
                                     76 65
                                               20 74
                                            6E
                                                         house..Even t
                                               6C 65
0002A
        68
          65 20
                  62
                     61
                        6C
                            6C
                               73
                                  20
                                     72
                                         6F
                                            6C
                                                        he balls rolle
                 77
                                  6F 72
00038
        64 20 61
                        79
                            20
                               66
                                         20
                                            74 68 65
                                                        d away for the
                     61
        20 72 6F 6C 6C 65 72 73 0D 0A 55 6C 77 65 20 73 6D 69 6C 65 2C 20 64 69
                                               79 2D
73 70
                                                        rollers..Uly-
00046
       77 65 20 73 6D 69 6C 65 2C 20 64 65 72 73 69 6E 67 20 63 6C 6F 75
00054
                                                        we smile, disp
                                            64 73 OD
00062
                                                        ersing clouds.
Step-by-step signature generation:
Signature originator: Rodion Kolovanov
Domain parameters to be used 'EC-prime239v1':
     = 8834235323891921647916487503603088853144765972529603627924508
     = 7385252174069924173485960880387817241648609717970989718912404;
  Gx = 1102820037495488564763485335411862045779050615048812422401495
  Gy = 8690784074355093787473518737930588685002103849460406946513687!
  k
     = 8834235323891921647916487503603088848075503416916277522753454;
Secret key s of the signature originator:
    = 8536095803503988110664382834165123709639559210771668136416269'
 Chosen signature algorithm: ECSP-DSA with hash function SHA-1
```

Size of message M to be signed: 6613 bytes

Continue ...

```
Calculate a 'hash value' f (message representative) from message M, 1
     f = 432820510414143238207426353165903417123530766731
  Create a random one-time key pair (secret key, public key) = (u, V) with the domain parameters of 'EC-prime239v1' (V=(Vx, Vy) is a point (
    u = 3258310639677458356055541024918718406027239990710268266572401:
    \nabla x = 880085608854081000737376978814151523871986495396000952625086
   \nabla v = 642318763344493487781464636970305088337553276475839389174943
  Continue ...
  Convert the group element Vx (x co-ordinates of point V on elliptic (
    i = 8800856088540810007373769788141515238719864953960009526250864!
  Continue ...
  Calculate the number c = i \mod r (c not equal to 0):
    c = 8800856088540810007373769788141515238719864953960009526250864!
  Continue ...
Calculate the number d = u^(-1)*(f + s*c) \mod r (d not equal to 0):
  d = 8472275434065823624574580729617421364084548162929644016830788:
Continue ...
Signature generation finished.
The signature consists of the two numbers c and d.
```

Далее при помощи утилиты «Digital Signatures/PKI -> Verify Signature» была выполнена проверка подписи для случаев сохранения и нарушения целостности. Результаты представлены на рисунках 20 и 21.



Рисунок 20 — Проверка цифровой подписи для алгоритма ECSP-DSA при сохранении целостности.





Рисунок 21 — Проверка цифровой подписи для алгоритма ECSP-DSA при нарушении целостности.

Далее были выполнены создание и проверка подписи сообщения M=h(M) утилитой «Indiv.Procedures -> Number Theory -> Point Addition on EC».

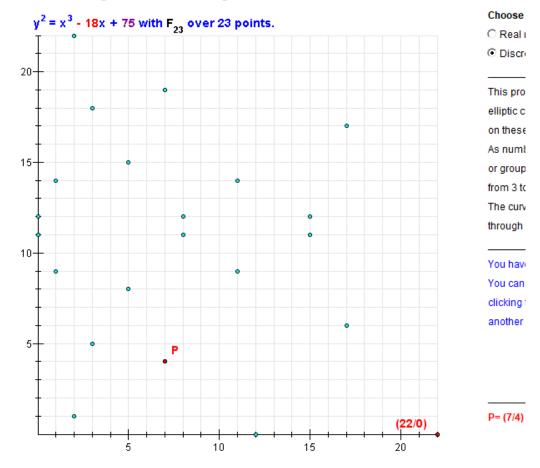
### 1) Генерация ключей.

Были взяты следующие параметры эллиптической кривой:

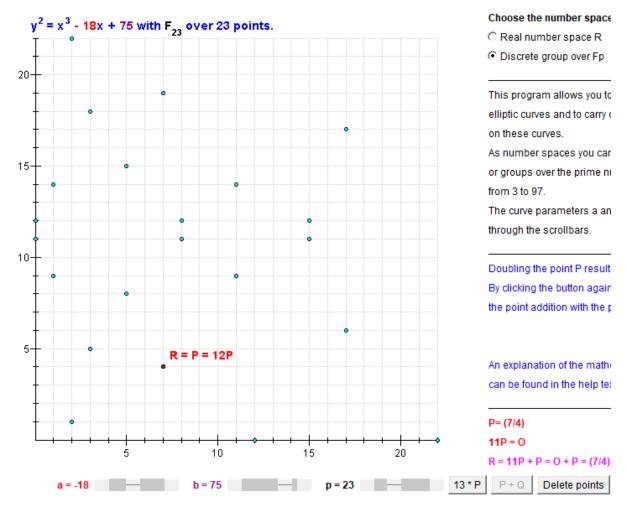
Invalid signature!

$$a = -18$$
,  $b = 75$ ,  $p = 23$ .

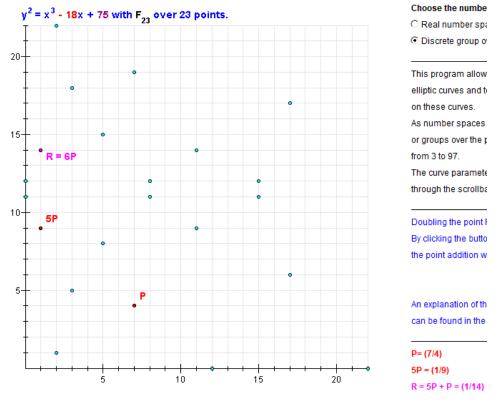
Далее была выбрана точка на кривой  $P = e_1 = (7, 4)$ .



Далее было подобрано такое число q, что  $q \times (x_1, y_1) = 0$ : q = 11.



Далее было выбрано целое число d (1 < d < q - 1 = 10): d = 5 - закрытый ключ, после чего была вычислена точка  $e_2 = d \times e_1 = (1, 9)$ .



Открытый ключ получен:

$$(a = -18, b = 75, p = 23, q = 11, e_1 = (7, 4), e_2 = (1, 9)).$$

#### 2) Подписание.

Выбираем секретное случайное число r=3. Далее выбираем третью точку на кривой  $P=r\times {\rm e}_1=(15,\ 11)$ . Далее, используя абсциссу u=15, вычисляем первую часть подписи  ${\rm S}_1=u\ {\rm mod}\ q=15\ {\rm mod}\ 11=4$ .

Пусть исходное сообщение M = h(M) = 66. Тогда теперь можно вычислить вторую часть подписи  $S_2 = (h(M) + d \times S_1) \times r^{-1} \mod q = (66 + 5 \times 4) \times 4 \mod 11 = 344 \mod 11 = 3$ .

Итого получаем (M = 66, h(M) = 66,  $S_1 = 4$ ,  $S_2 = 3$ ).

#### 3) Проверка подписи.

Вычислим промежуточные результаты A и B:

$$A = h(M) \times S_2^{-1} \mod q = 66 \times 4 \mod 11 = 0.$$

$$B = S_2^{-1} \times S_1 \mod q = 4 \times 4 \mod 11 = 5.$$

Далее восстанавливаем третью точку T:

$$T = (x, y) = A \times e_1 + B \times e_2 = 0 \times (7, 4) + 5 \times (1, 9) = (15, 11).$$

Далее находим верификатор V:

$$V = x \mod q = 15 \mod 11 = 4.$$

Сравниваем верификатор V=4 с  $\mathbf{S}_1=4$  — они равны, значит подпись корректна.

# Демонстрация процесса подписи в среде PKI.

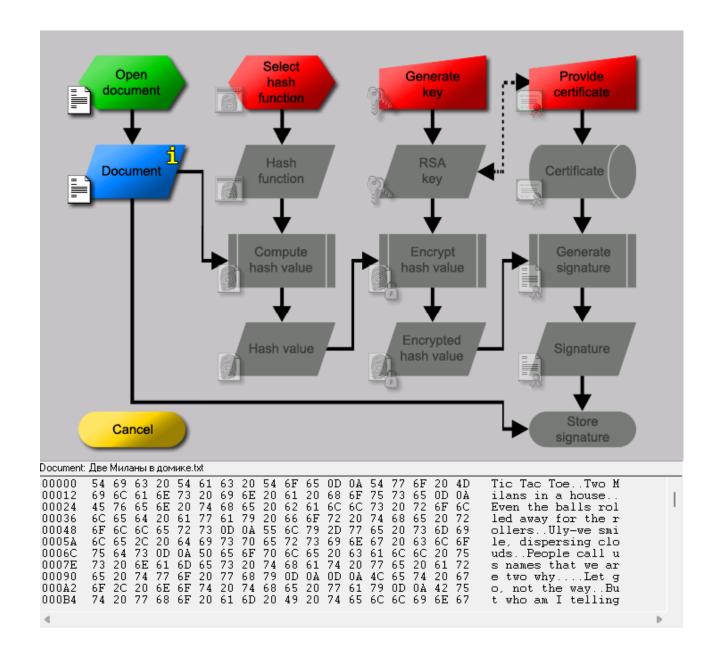
Задание.

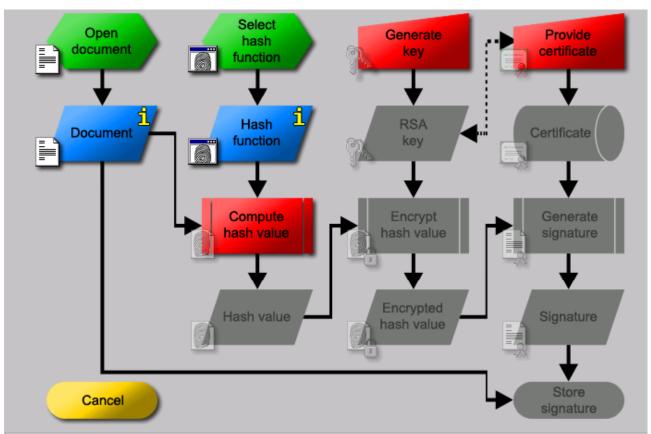
- 1. Запустить демонстрационную утилиту «Digital Signatures / PKI -> Signature Demonstration»;
- 2. Получите сертификат на ранее сгенерированную ключевую пару RSA-2048;

- 3. Выполните и сохраните скриншоты всех этапов создания цифровой подписи документа;
- 4. Сохраните скриншот сертификата для проверки этой цифровой подписи.

Схема процедуры подписания из CrypTool.

Была запущена демонстрационная утилита «Digital Signatures / PKI -> Signature Demonstration». При помощи утилиты получим сертификат для ранее сгенерированной ключевой пары RSA-2048.

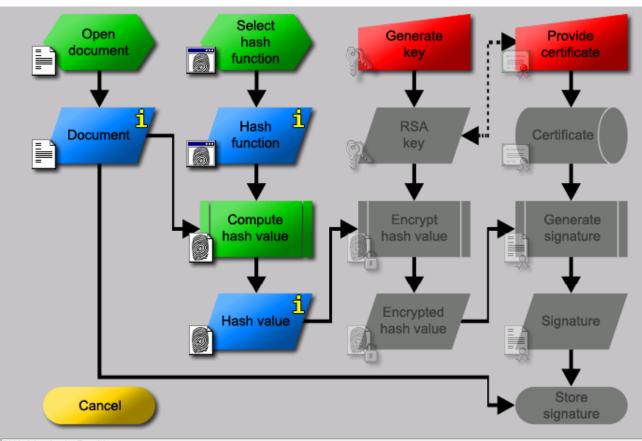




Hash function

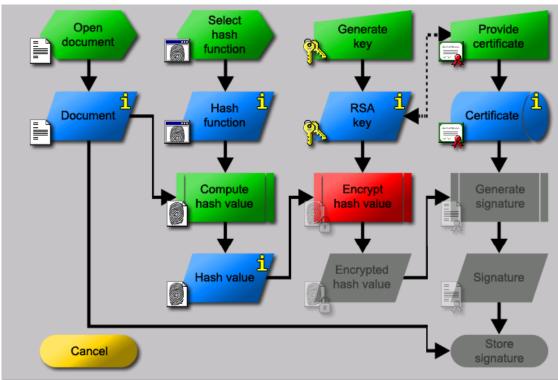
SHA-1 Name:

Length in bits: Algorithm ID: 30 21 30 09 06 05 2B 0E 03 02 1A 05 00 04 14



SHA-1 hash of <Две Миланы в домике.txt>

4B D0 57 CA 47 94 97 A1 E2 7E AE 2C 7E 71 92 A4 3C 22 79 8B



#### Certificate of signer (added to signature for examination)

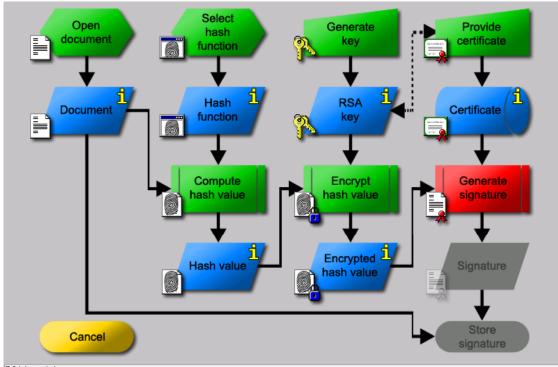
Version (X.509v3-1996)

SubjectName: IssuerName:

SerialNumber:

2 (X.509v3-1996)
CN=Rodion Kolovanov [1670456581], DC=cryptool, DC=org
CN=CrypTool CA 2, DC=cryptool, DC=org
C8:54:DE:71:1F:B1:F6:0E
NotBefore: Thu Dec 08 02:43:01 2022 (221207234301Z)
NotAfter: Fri Dec 08 02:43:01 2023 (231207234301Z)
ngerprint: C933 4D74 4C84 579A 61E0 2473 2104 6CF4
Algorithm rsa (OID 2.5.8.1.1), Keysize = 2048
Public modulus (no. of bits = 2048):
0 FFC1ED5E DC83F0E0 4C280059 00CC5017
10 3E94EBD9 02D63306 CAB7AC37 89E592F4 Validity NotBefore: Public Key Fingerprint:

SubjectKey:

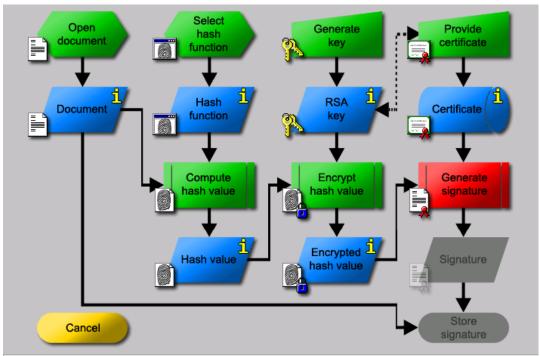


#### RSA key of signer

Bit length of N:

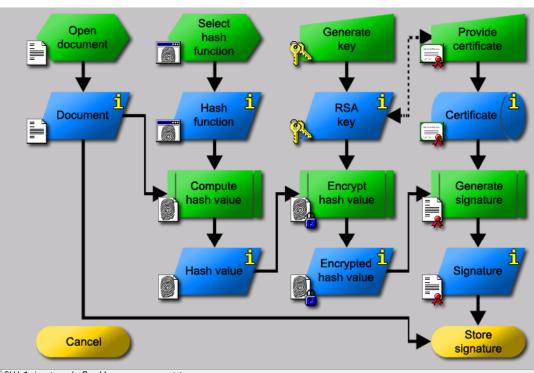
322863968469713824958075448077175582061121624945962628126889783 322863968469713824958075448077175582061121624945962628126889783 65537 RSA modulus N: phi(N) = (p-1)(q-1): Public key:

Private key 287777876896384227000411634640404834308870099656963347758247504



Hash value encrypted with the private key of the signer

Padding string: Algorithm ID: Hash value: ASN-1 hash value: Length in bits: DE B2 A8 CB D8 D6 84 2A OC AB EC 32 84 C9 58 E6 77 AB 56 51 FB ( Encrypted hash value: Length in bits:



SHA-1 signature of <Две Миланы в домике.txt>

Signature: 10
IEJIWU, \*.«м2.ЙХжw«V
Qы.ИПШК.m}.T.S.Є
gWbSm.Q.ч.i®.¬.Ёэw
ДкiZ(.KNH Г;...8.N
яQ?iн.deЖBq»...ú.k
MæJIoU;#6QIS3ъfI.oA
.+gb.Єhy.@.Ея.9\*Sc.
ЦИК.}ġ...—Zе...
F\*,)kcS«mк.\лPRHГА

«Имо.2Fяfm.ЙЗАЬС 20 20 20 DE E6 77 AB 56 18 53 2E AA 80 A8 FD 77 8B 38 08 4E 03 E9 8D 6B 20 58 9E AC 8F 00000 00012 00024 00036 00048 0005A 02 49 1F EE 41 39 2A A7 F1 87 05 0C 83 52 CD C3 41 0006C 0007E 66 0E 87 05 52 CD C9 33 00090 BA 5C EB 50 66 6D 90 .\_<.ИАю.2Fяfm.Й3A@ |000B4 41 AA

Сравнение структуры сертификата из лекции и сертификата из CrypTool.

Полученный на предыдущем шаге сертификат, а также его структура представлены на рисунке 22.

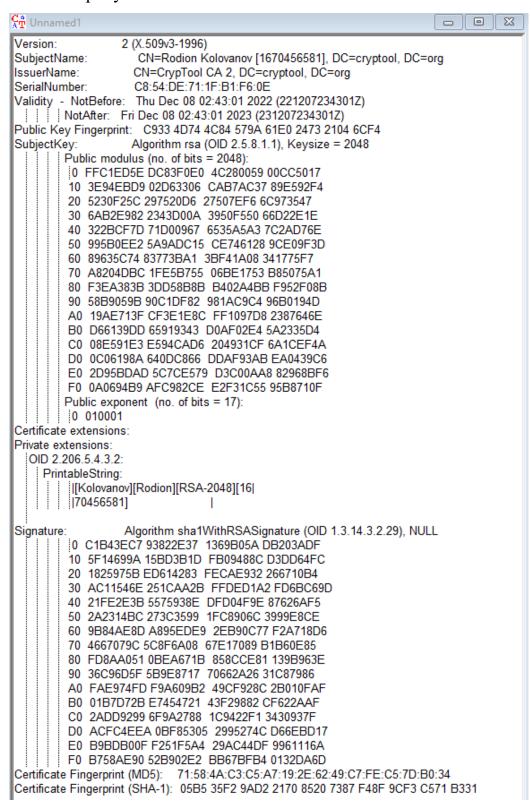


Рисунок 22 – Сертификат из CrypTool 1.

#### Структура сертификата из лекций представлена на рисунке 23.



Рисунок 23 – Структура сертификата из лекций.

#### Результаты сравнения двух сертификатов:

- Версия присутствует в обоих сертификатах;
- Серийный номер присутствует в обоих сертификатах;
- Идентификатор алгоритма подписи присутствует в обоих сертификатах;
- Имя издателя и субъекта присутствуют в обоих сертификатах;
- Период действия присутствует в обоих сертификатах;
- Информация об открытом ключе присутствуют в обоих сертификатах;
- Поле с хэшом открытого ключа есть только в версии сертификата CrypTool;
- Уникальные идентификаторы издателя и субъекта присутствуют только в версии сертификата из лекций;
- Дополнения присутствуют в обоих сертификатах;
- Подпись присутствует в обоих сертификатах;
- Поля с хэшами SHA-1 и MD5 сертификата есть только в версии сертификата CrypTool;

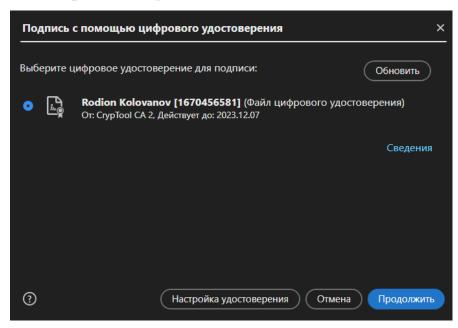
#### Подписание своего отчета.

#### Задание.

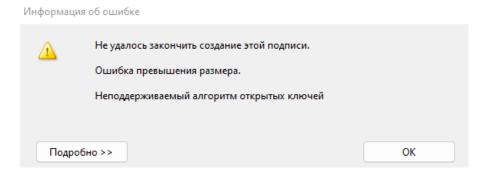
- 1. Сконвертируйте отчет в формат pdf;
- 2. Экспортируйте ранее созданный сертификат ключевой пары RSA «Digital Signatures / PKI -> PKI -> Display / Export Keys -> Export PSE(#PKCS12)»;
- 3. Откройте pdf-версию отчета и попытайтесь подписать с использованием этого сертификата;
- 4. Создайте собственный самоподписанный сертификат в среде Adobe Reader и используйте его для подписи отчета;
- 5. Сохраните скриншоты свойств подписи и сертификата;
- 6. Внесите изменения (маркеры, комментарии) в отчет и проверьте подпись.

#### Подписание своего отчета.

Для начала текущее состояние отчета было сконвертировано в формат pdf. Далее при помощи утилиты «Digital Signatures / PKI -> PKI -> Display / Export Keys -> Export PSE(#PKCS12)» был экспортирован ранее созданный сертификат ключевой пары RSA. Далее через программу Adobe Reader была осуществлена попытка подписать сохраненный pdf.



В результате, подписать сохраненный pdf не удалось.



Далее в среде Adobe Reader был создан собственный самоподписанный сертификат, который в дальнейшем был использован для повторного подписания сохраненного pdf. Свойства сертификата представлены на рисунке 24.

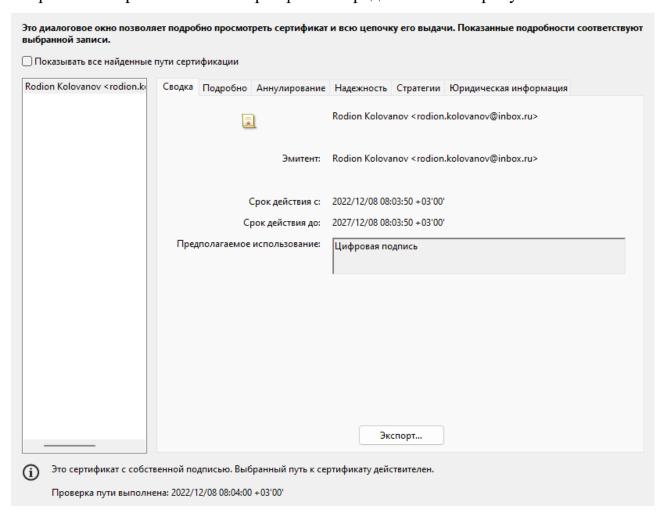


Рисунок 24 – Свойства созданного сертификата.

Далее pdf-файл был подписан при помощи созданного сертификата. Подпись и ее свойства представлены на рисунках 25, 26 и 27.

# Rodion Kolovanov Aata: 2022.12.08

Подписано цифровой подписью: Rodion Kolovanov

08:10:20 +03'00'

Рисунок 25 – Подпись pdf-файла.

Rodion Подписано цифроі подписано цифроі подписано: Rodion Kolovanov Дата: 2022.12.08 08:10:20 +03'00'

### МИНОБРНАУКИ РОССИИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)

Кафедра информационной безопасности

#### ОТЧЕТ

по лабораторной работе №8 по дисциплине «Криптография и защита информации» Тема: Изучение цифровой подписи

Студент гр. 9381	Колованов Р.А.
Преподаватель	Племянников А.К.
Санк	т-Петербург
	2022

Рисунок 26 – Титульный лист pdf-файла с подписью.

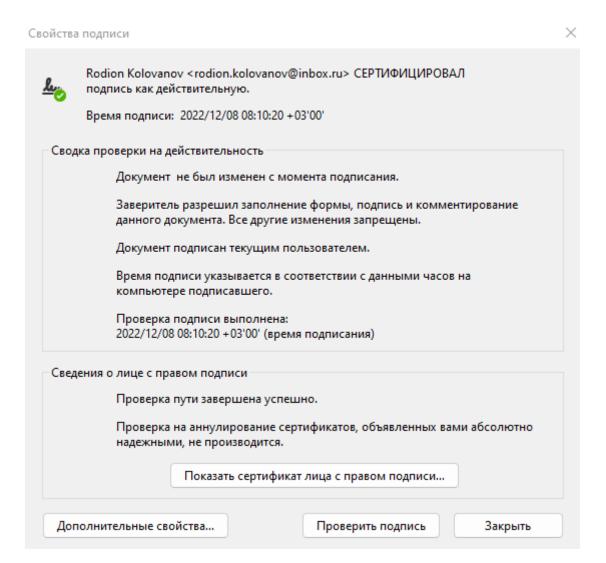


Рисунок 26 – Свойства подписи pdf-файла.

Далее в pdf-файл были внесены изменения (добавлены маркеры и комментарии), после чего подпись файла была проверена. Результат представлен на рисунке 28.

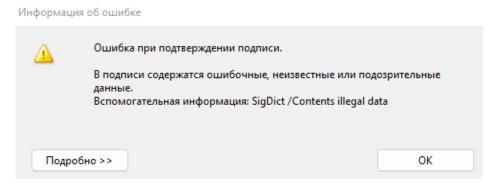


Рисунок 28 – Подтверждение подписи измененного pdf-файла.

#### Выводы.

В ходе выполнения данной лабораторной работы были исследованы алгоритмы создания и проверки цифровой подписи, а также алгоритмы генерации ключевых пар для алгоритмов цифрой подписи RSA, DSA, ECDSA.

#### 1. Алгоритмы генерации ключевых пар:

- а. Была рассмотрена работа алгоритма RSA для генерации ключевых пар. Было определено, что в качестве открытого ключа алгоритм генерирует пару значений (e, n), а в качестве закрытого значение d. Для генерации пары ключей алгоритм использует два больших простых числа p и q (n = p \* q), которые после окончанию генерации уничтожаются. В качестве е выбирается любое число, взаимно простое с  $\varphi(n)$ . А значение d вычисляется из уравнения  $e * d = 1 \mod \varphi(n)$ ;
- b. Была рассмотрена работа алгоритма DSA для генерации ключевых пар. Было определено, что в качестве открытого ключа алгоритм генерирует набор значений ( $e_1$ ,  $e_2$ , p, q), а в качестве закрытого значение d. Для генерации пары ключей алгоритм использует число p, размер которого составляет 512-1024 бита и кратен 64, и число q, размер которого совпадает с размером хэша и которое удовлетворяет равенству (p-1) = 0  $mod\ q$ . В качестве  $e_1$  выбирается такое число, что  $e_1^q=1$  mod p. В качестве d выбирается любое число, меньшее q, а значение  $e_2$  вычисляется как  $e_1^q$  mod p;
- с. Была рассмотрена работа алгоритма ECDSA для генерации ключевых пар. Было определено, что в качестве открытого ключа алгоритм генерирует набор значений  $(a, b, q, p, e_1, e_2)$ , а в качестве закрытого значение d. Для генерации пары ключей алгоритм использует эллиптическую кривую, ее параметры a, b и p выбираются случайно, при этом p простое число. В качестве  $e_1$

выбирается любая точка на кривой. Значение q равно порядку циклической подгруппы группы точек эллиптической кривой ( $q \times e_1 = O$ ). В качестве d выбирается любое число, меньшее q-1. Точка  $e_2$  вычисляется как  $d \times e_1$ .

- d. Было измерено время работы рассматриваемых алгоритмов генерации ключевых пар. Алгоритм ЕС-239 показал наименьшее время генерации (0.012 секунд), а DSA-2048 – наибольшее (2.899 секунд). Алгоритм RSA-2048 показал время 0.894 секунд.
- 2. Процесс создания и проверки цифровой подписи:
  - а. Была рассмотрена обобщенная схема создания и проверки цифровой подписи. Было определено, что для создания подписи требуется вычислить дайджест данных и зашифровать его закрытым ключом владельца сертификата. После ее создания сертификат вместе с подписью добавляется к данным. Для проверки данных достаточно вычислить дайджест полученных данных и сравнить его верификатором, который вычисляется при помощи расшифровки подписи открытым ключом сертификата.
  - b. Было исследовано время генерации цифровых подписей при помощи алгоритмов RSA, DSA, ECSP-DSA и ECSP-NR. Алгоритм RSA показал наибольшее время генерации (0.01 секунд), а остальные алгоритмы наименьшее время (0.002 секунды).
  - с. Было исследовано время проверки цифровых подписей при помощи алгоритмов RSA, DSA, ECSP-DSA и ECSP-NR. Алгоритм DSA показал наибольшее время проверки (0.004 секунды при сохранении целостности и 0.012 секунд при нарушении целостности), алгоритмы ECSP-DSA и ECSP-NR показали время 0.002 секунд, а алгоритм RSA наименьшее время (0 секунд).
- 3. Создание и проверка цифровой подписи алгоритмом ECDSA, основанным на эллиптических кривых:

- а. Был рассмотрен процесс создания цифровой подписи. Было определено, что в качестве цифровой подписи алгоритм ECDSA генерирует набор значений  $(M, S_I, S_2)$  при помощи известного открытого ключа  $(a, b, q, p, e_I, e_2)$  и закрытого ключа d, где M это подписанные данные. Для вычисления  $S_I$  и  $S_2$  выбирается секретное случайное число r, лежащее в диапазоне 1 < r < q 1. Далее находится точка на кривой  $P = (u, v) = r \times e_I$ . Значение  $S_I$  вычисляется как  $u \mod q$ , а значение  $S_2$  как  $(h(M) + d \times S_1) \times r^{-1}$  mod q, где h(M) дайджест M.
- b. Был рассмотрен процесс проверки цифровой подписи. Было определено, что для проверки цифровой подписи необходимо вычислить верификатор V и сравнить его со значением  $S_I$  если их значения совпадают, значит подпись прошла проверку. Значения  $(M, S_I, S_2)$  получаются из цифровой подписи. Для начала вычисляется точка  $T = (x, y) = (h(M) \times S_2^{-1} \bmod q) \times e_1 + (S_2^{-1} \times S_1 \bmod q) \times e_2$ . Далее значение верификатора V вычисляется как  $x \bmod q$ .

# 4. Процесс создания цифровой подписи в среде РКІ:

- а. Был рассмотрен процесс создания цифровой подписи в среде РКІ с использованием демонстрационной утилиты. Было определено, что схема создания цифровой подписи в среде РКІ совпадает с обобщенной схемой создания цифровых подписей, рассматриваемой ранее. Цифровая подпись содержит зашифрованный дайджест вместе с информацией о алгоритме создания цифровой подписи и данными.
- b. Была рассмотрена структура сертификата. Было определено, что сертификат содержит в себе версию сертификата, серийный номер от издателя, идентификатор алгоритма подписи сертификата, имя издателя и имя субъекта, период действия сертификата, открытый ключ (параметры и алгоритм генерации),

уникальные идентификаторы издателя и субъекта, дополнительную информацию об использовании ключа, а также цифровую подпись сертификата.

# 5. Подписание своего отчета:

а. Был рассмотрен способ подписи PDF-документа и проверки его подписи при помощи сертификата средствами Adobe Acrobat Reader. При сохранении целостности PDF-документа подпись успешно проходила проверку, а после изменения PDF-документа – проверка на целостность проходила неуспешно.

Были получены практические навыки работы с рассматриваемыми алгоритмами с использованием приложения CrypTool 1 и 2.